

Тема урока:  
**Формулы понижения  
степени.**

# Тригонометрические формулы

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1 \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha$$

# Формулы сложения

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\beta + \gamma) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad \operatorname{tg}(\beta - \gamma) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$$

## Упростить:

$$a) \cos 2\alpha \cos 3\alpha - \sin 2\alpha \sin 3\alpha = \cos 5\alpha$$

$$б) \sin 2\alpha \cos 4\alpha + \cos 2\alpha \sin 4\alpha = \sin 6\alpha$$

$$в) \sin 5\alpha \cos 3\alpha + \cos 5\alpha \sin 3\alpha = \sin 8\alpha$$

$$г) \frac{\operatorname{tg} 4\alpha + \operatorname{tg} 3\alpha}{1 - \operatorname{tg} 4\alpha \operatorname{tg} 3\alpha} = \operatorname{tg} 7\alpha$$

## Вычислить:

$$a) \sin 16^\circ \cos 14^\circ + \cos 16^\circ \sin 14^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$б) \cos 17^\circ \cos 13^\circ - \sin 17^\circ \sin 13^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$в) \sin 24^\circ \cos 21^\circ + \cos 24^\circ \sin 21^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$г) \cos 17^\circ \cos 28^\circ - \sin 17^\circ \sin 28^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$д) \frac{\operatorname{tg} 12^\circ + \operatorname{tg} 33^\circ}{1 - \operatorname{tg} 12^\circ \operatorname{tg} 33^\circ} = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

## Вычислить:

$$e) \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{15} - \cos \frac{2\pi}{5} \sin \frac{\pi}{15} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$ж) \cos \frac{4\pi}{9} \cos \frac{5\pi}{18} + \sin \frac{4\pi}{9} \sin \frac{5\pi}{18} = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$з) \frac{\operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} + \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg} \frac{7\pi}{8} \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}} = \operatorname{tg} \pi = 0$$

$$и) \frac{\operatorname{tg} \frac{4\pi}{9} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{9}}{1 + \operatorname{tg} \frac{4\pi}{9} \operatorname{tg} \frac{\pi}{9}} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

**Вычислить:**

$$к) 2 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$л) \cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$м) \frac{2 \operatorname{tg} 15^\circ}{1 - \operatorname{tg}^2 15^\circ} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

*Применить формулы двойного аргумента*

$$\sin 16x = 2 \sin 8x \cos 8x$$

$$\cos 8x = \cos^2 4x - \sin^2 4x$$

$$2 \sin 7x \cos 7x = \sin 14x$$

$$\cos^2 3,5t - \sin^2 3,5t = \cos 7t$$

$$\sin \frac{x}{4} = 2 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8}$$

ПОЛУЧИМ НОВЫЕ ФОРМУЛЫ

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1;$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x;$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1;$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x;$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x);$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - 1 + \cos^2 x;$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\cos 2x + 1 = 2 \cos^2 x,$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1;$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1;$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = 1 - \sin^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x;$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

## Формулы понижения степени:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

Подумайте, какие  
возможности открываются  
перед нами с применением  
этих формул

Итак, степень понижается за счет удвоения аргумента:

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{4} = \frac{1 + \cos \frac{x}{2}}{2};$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}, \quad \sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \sin^2 \frac{x}{4} = \frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{2}.$$

# Вывод формулы понижения степени для тангенса и котангенса

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\operatorname{tg}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}, \quad \operatorname{ctg}^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}.$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$



$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$



$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

Решение

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}; \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}; \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2};$$



Задание на дом:

*№№ 21.20(а, б), 21.22(а), 21.23.*