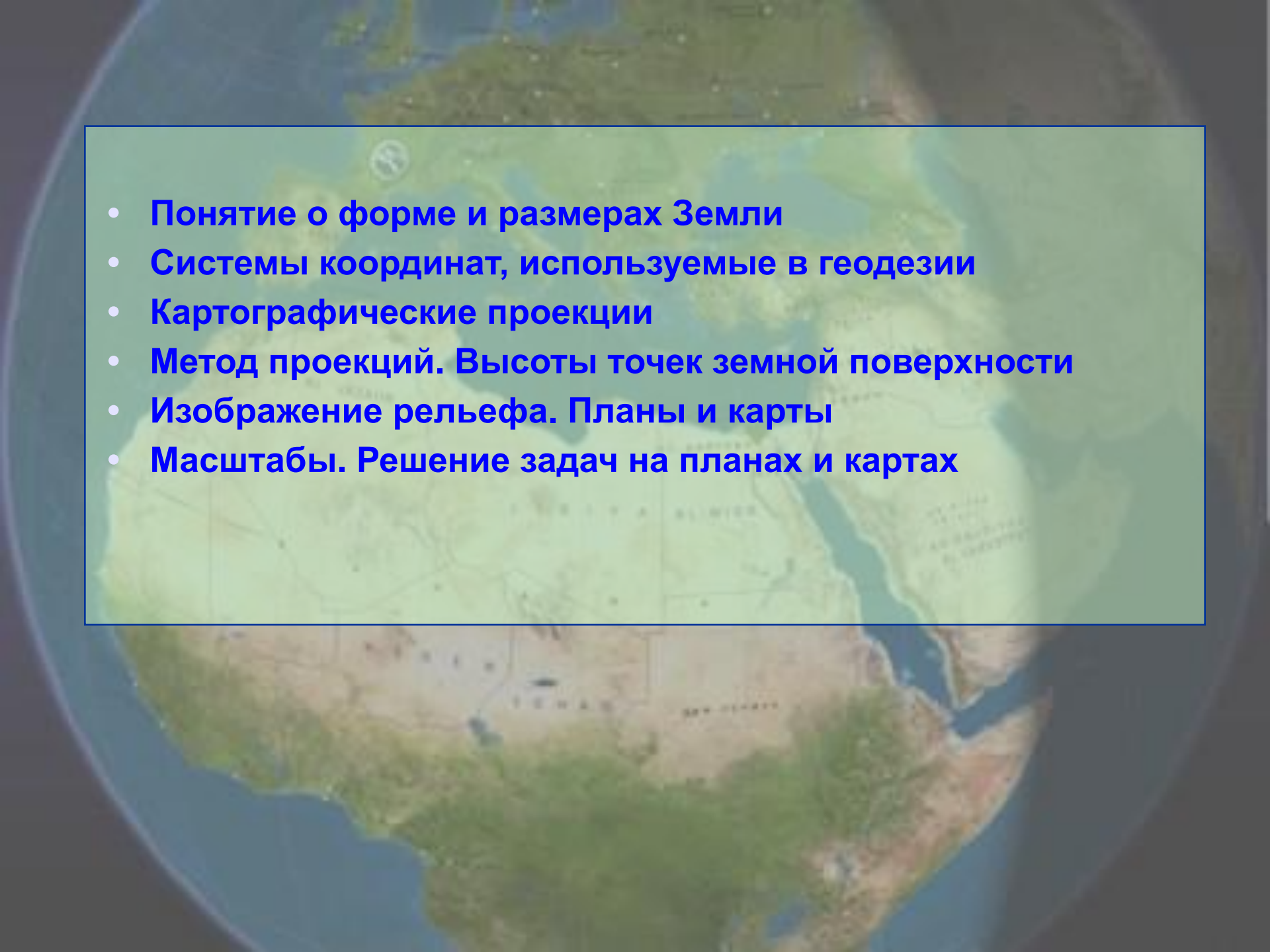


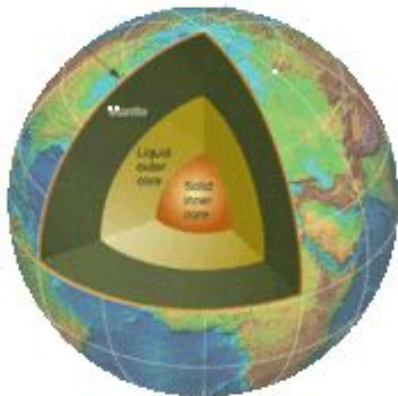
- 
- **Понятие о форме и размерах Земли**
  - **Системы координат, используемые в геодезии**
  - **Картографические проекции**
  - **Метод проекций. Высоты точек земной поверхности**
  - **Изображение рельефа. Планы и карты**
  - **Масштабы. Решение задач на планах и картах**

# Общая фигура и размеры Земли

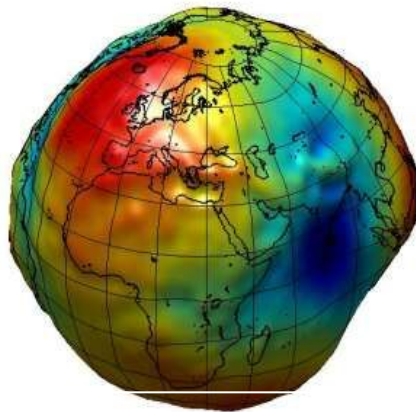
Поверхность Земли  $S = 510\,000\,000$  км.кв.  
Из них 71% - океан, 29% - суша.  
Средняя высота Земли  $H_{\text{средняя}} = 875$  м.  
Средняя глубина океана  $D_{\text{средняя}} = 3800$  м.

Фигуру Землю в первом приближении можно считать шаром со средним радиусом 6371,3 км. В действительности Земля не является идеальной сферой. Из-за суточного вращения она сплюснута с полюсов; высоты материков различны; приливные деформации также искажают форму поверхности. В геодезии для описания фигуры Земли выбирают эллипсоид вращения или геоид.

**а** Сфера



**б** Геоид



**в** Эллипсоид

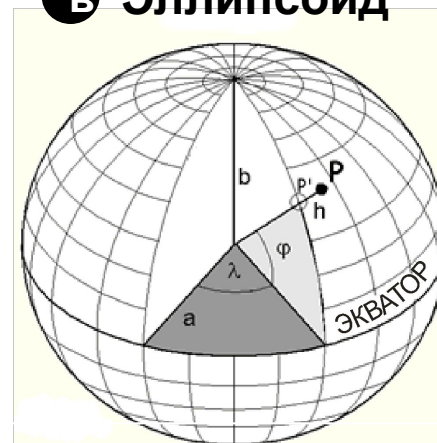


Рис.1 Фигуры земли: а –сфера, б – геоид, в - эллипсоид

---

**Геоид** – это фигура Земли, ограниченная поверхностью, к которой отвесные линии всюду перпендикулярны.

Поверхность, всюду перпендикулярная направлениям силы тяжести, называется **уровенной поверхностью**. Уровенные поверхности можно проводить на разных высотах; все они являются замкнутыми и почти параллельны одна другой.

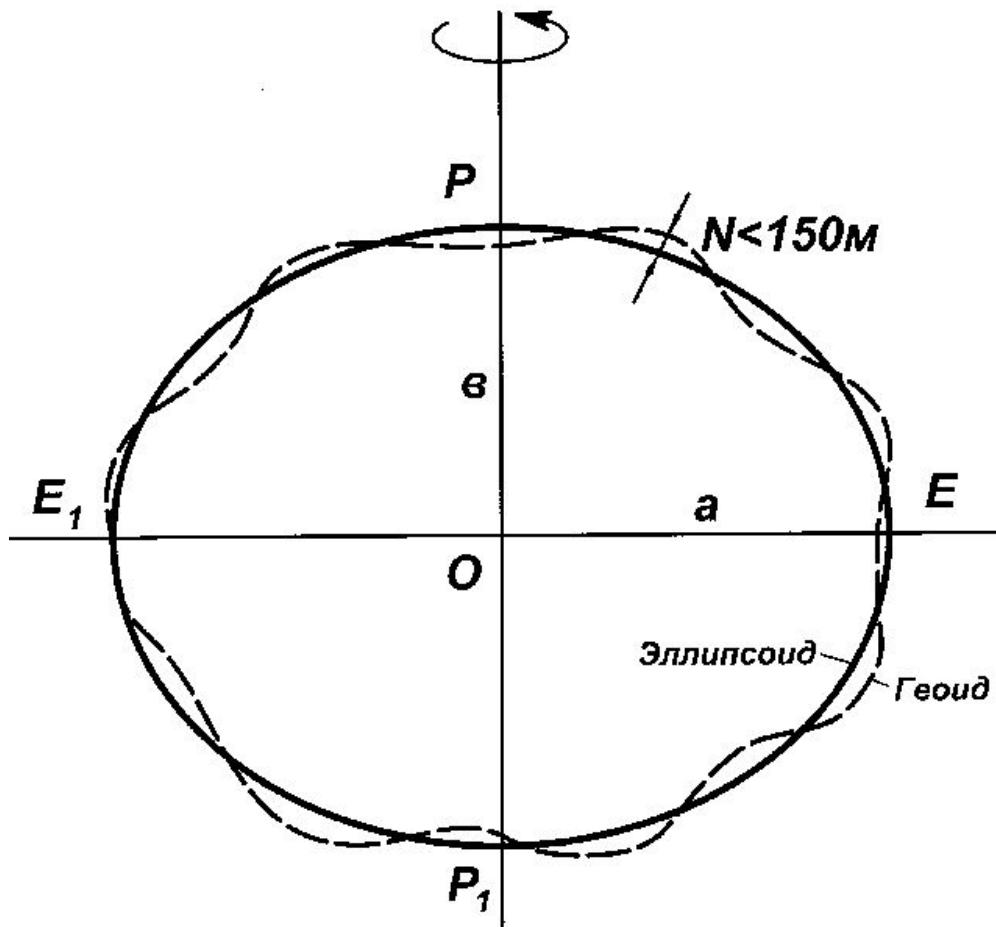
Уровенная поверхность, совпадающая с невозмущенной поверхностью Мирового океана и мысленно продолженная под материка, называется **основной уровенной поверхностью или поверхностью геоида**.

Фигура геоида зависит от распределения масс и плотностей в теле Земли. Она не имеет точного математического выражения и является практически неопределимой. Поэтому возникла необходимость замены поверхности геоида математически правильной и возможно ближе подходящей к ней поверхностью. Обычно рассматривают две такие поверхности.

В первом приближении уровенную поверхность Земли можно заменить сферой определенного радиуса.

Путем точных геодезических, астрономических и гравиметрических измерений установлено, что по форме поверхность геоида наиболее близко подходит к математической поверхности эллипсоида вращения.

---



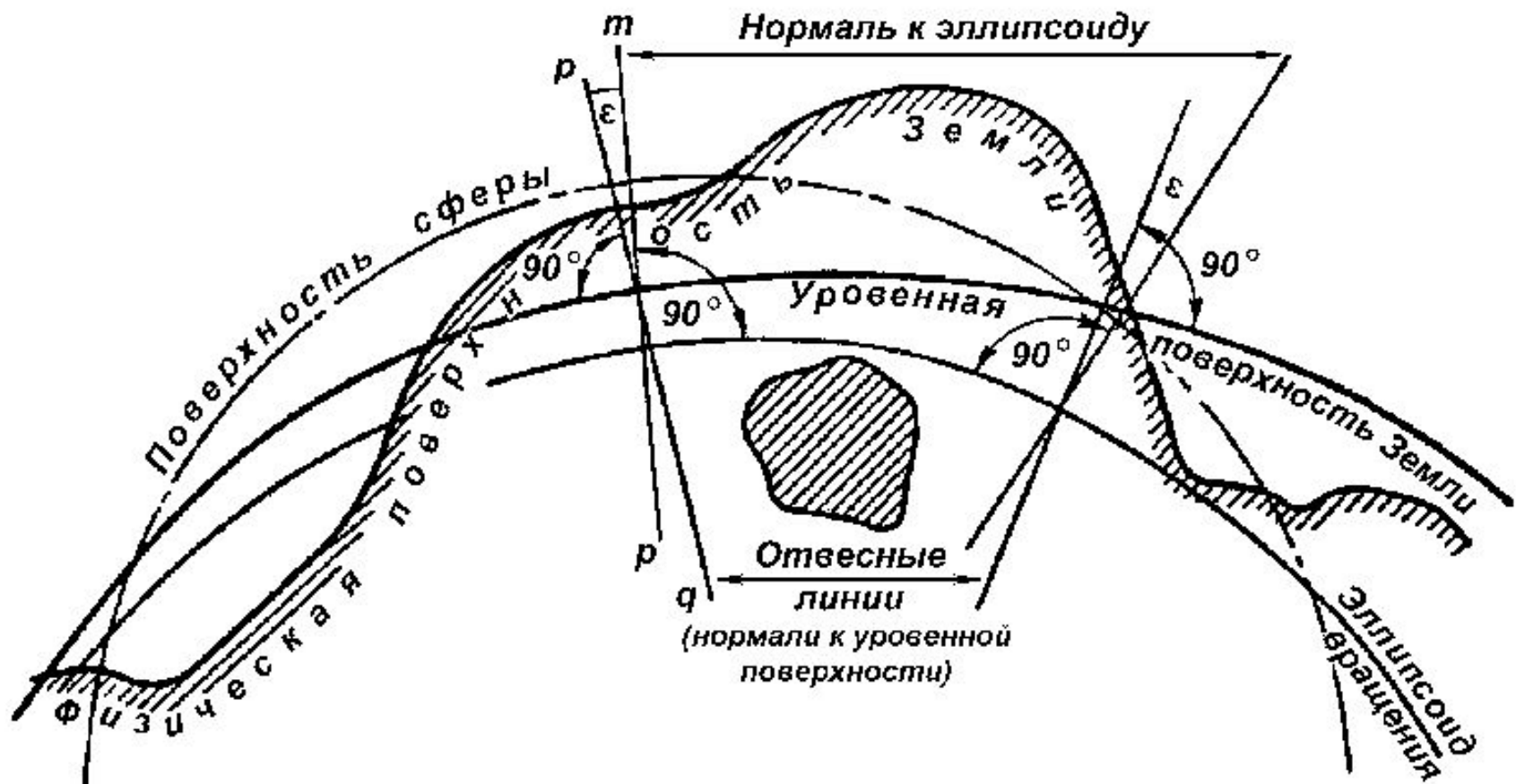
Данная поверхность, образованная вращением эллипса  $PEP_1E_1$  вокруг его малой оси  $PP_1$ , называется поверхностью **земного эллипсоида или сфероида**.

Размеры земного эллипсоида характеризуются длинами его полуосей  $a$  (большая полуось) и  $b$  (малая полуось) и полярным сжатием:

$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

Размеры земного эллипсоида неоднократно определялись учеными разных стран.

В 1940 г. советскими учеными под руководством проф. Ф. Н. Красовского и А. А. Изотова были получены размеры эллипсоида, наиболее подходящие для территории СССР ( $a = 6378245$  м,  $b = 6356863$  м,  $\alpha = 1:298,3$ ). Эллипсоид указанных размеров с 1946 г. постановлением правительства принят для геодезических работ в нашей стране и назван эллипсоидом Красовского.



Различие уровенных поверхностей геоида и эллипсоида зависит от угла между отвесной линией данной точки ( $pr$ ) и нормалью к поверхности эллипсоида ( $tr$ ) в этой же точке.

Этот угол называется *уклонением отвесной линии*; он обычно не превышает 5".

В некоторых районах Земли, называемых *аномальными*, уклонение отвесной линии достигает нескольких десятков дуговых секунд.

Потенциалы силы тяжести определяют методом астрономо-гравиметрического нивелирования (разработанным М. С. Молоденским).



## Используемые в мире параметры эллипсоида

Name	Date	a (m)	b (m)	Use
Everest	1830	6377276	6356079	India, Burma, Sri Lanka
Bessel	1841	6377397	6356079	Central Europe, Chile, Indonesia
Airy	1849	6377563	6356257	Great brittain
Clarke	1866	6378206	6356584	North America, Philippines
Clarke	1880	6378249	6356515	France, Africa (parts)
Helmert	1907	6378200	6256818	Africa (parts)
International (or Hayford)	1924	6378388	6356912	World
Krasovsky	1940	6378245	6356863	Russia, Eastern Europe
GRS80	1980	6378137	6356752	North America
WGS84	1984	6378137	6356752	World (GPS measurements)

## Системы координат, используемые в геодезии

Системы координат можно классифицировать по ряду признаков. Приведем некоторые из них.

1. По расположению начал. Если начало отсчета совпадает с центром масс Земли, то такая система называется *геоцентрической*. Если начало отсчета системы располагается вблизи центра масс Земли (в пределах нескольких сотен метров), то это - *квазигеоцентрическая система*. При расположении начала отсчета на поверхности Земли получим *топоцентрическую* систему.

2. По виду координатных линий.

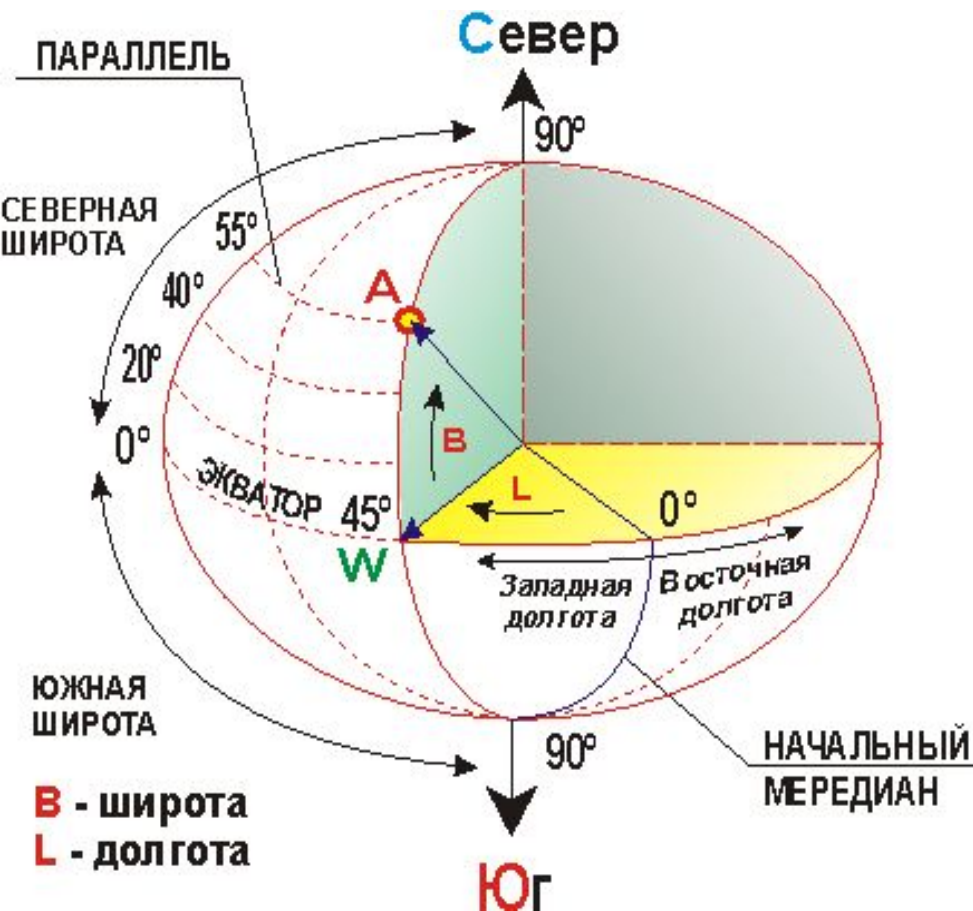
*Прямоугольные*:  $x, y, z$  - в пространстве,  $x, y$  - на плоскости;  
*криволинейные*: сферические  $\phi, \lambda, H$  - на шаре, эллипсоидальные  $B, L, H$  - на эллипсоиде, последние часто называют просто *геодезическими*.

3. По назначению. Для описания положения небесных объектов используются *звездные* системы. Для объектов, участвующих в суточном вращении Земли, используются *земные* системы координат.

# ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

<http://gis-lab.info/qa/geodesic-coords.html>

Координаты точки **A** ( $B = 55^\circ \text{ N}$ ;  $L = 45^\circ \text{ W}$ )



**ГЕОГРАФИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ**, широта и долгота, определяют положение точки на земной поверхности. *Географическая широта* – угол, образованный нормалью к поверхности земного эллипсоида в данной точке и плоскостью экватора, отсчитываемый от 0 до  $90^\circ$  в обе стороны от экватора. *Географическая долгота* – угол между плоскостью меридиана, проходящего через данную точку, и плоскостью начального меридиана. Долготы от 0 до  $180^\circ$  к востоку от начала меридиана называют восточными, к западу – *западными*. *Географическая высота* точки **A** – расстояние по нормали от этой точки до поверхности земного эллипсоида.

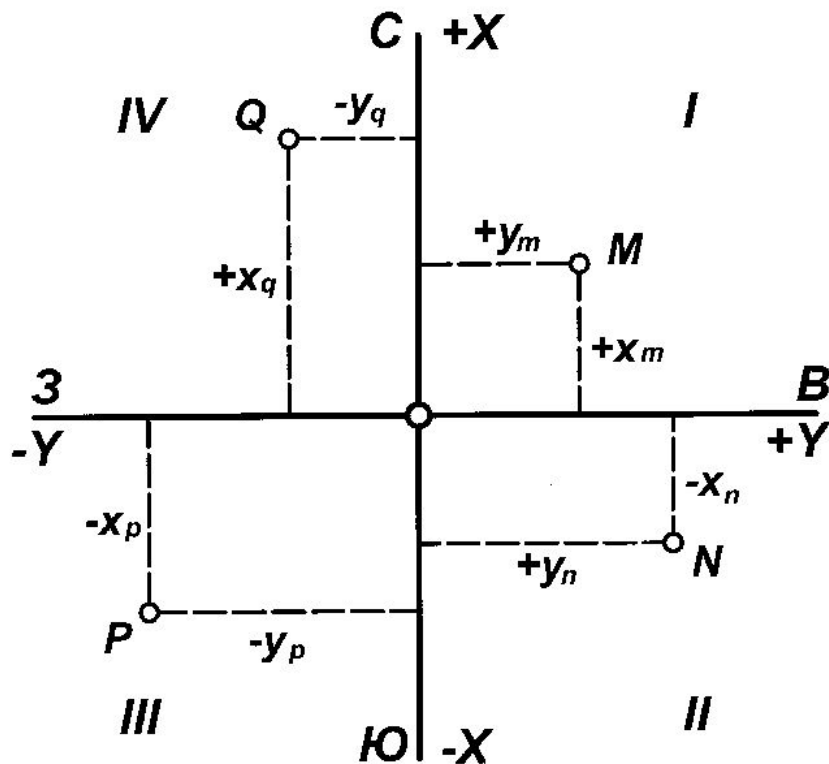
*Меридиан* – след от сечения сферы отвесной плоскостью, проходящей через ось вращения Земли.

*Параллель* – след от сечения сферы плоскостью перпендикулярной оси вращения Земли.

Рис.5 Географические координаты



# ПЛОСКИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ



- Систему плоских прямоугольных координат образуют две взаимно перпендикулярные прямые линии, называемые осями координат; точка их пересечения называется началом или нулем системы координат. Ось абсцисс -  $OX$ , ось ординат -  $OY$ , делящие плоскость на четверти. Направлениям осей от начала координат приписываются знаки «+» и «-»
- Положение точки в прямоугольной системе однозначно определяется двумя координатами  $X$  и  $Y$ , т. е. отрезками соответствующей оси от начала координат до основания перпендикуляра, опущенного из точки на ось, с припиской этим отрезкам знака той четверти в которой лежит точка.

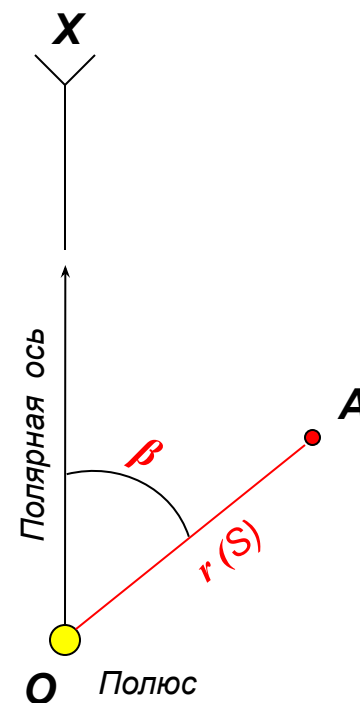
## ПОЛЯРНЫЕ КООРДИНАТЫ

Полярные координаты точки на плоскости называются *плоскими полярными координатами*, а Систему полярных координат образует направленный прямой луч  $OX$ . Начало координат - точка  $O$  - называется полюсом системы, линия  $OX$  - полярной осью.

Положение любой точки в полярной системе определяется радиусом-вектором  $r$  (полярным расстоянием  $S$ ) - расстоянием от полюса до точки, - и полярным углом  $\beta$  при точке  $O$ , образованным осью  $OX$  и радиусом- вектором точки и отсчитываемым от оси  $OX$  по ходу часовой стрелки

Геодезические полярные координаты определяют местоположение различных объектов, удаленных от полюса на значительные расстояния. Они широко применяются в радиотехнических системах при радиопеленговании и в других случаях.

Переход от прямоугольных координат к полярным и обратно для случая, когда начала обеих систем находятся в одной точке и оси  $OX$  у них совпадают, выполняется по формулам :  $X = S * \cos \beta$ ,  $Y = S * \sin \beta$ ,  $\operatorname{tg} \beta = Y/X$ ,  $S^2 = X^2 + Y^2$ .



## ЗОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ

Для изображения земной поверхности К. Гаусс в 1820 г. предложил теорию плоских конформных координат, с помощью которых земной эллипсоид без больших искажений изображается на плоскости. Идея К.Гаусса была реализована Л.Крюгером в систему координат, хорошо удовлетворяющую требованиям практики. Сущность системы координат Гаусса – Крюгера заключается в том, что поверхность земного эллипсоида меридианами, проведенными через  $6^\circ$ , делится на 60 зон. К центральному (осевому) меридиану каждой зоны проводится перпендикулярно по отношению к оси вращения Земли касательный цилиндр так (Рис.1), чтобы его ось лежала в плоскости экватора.

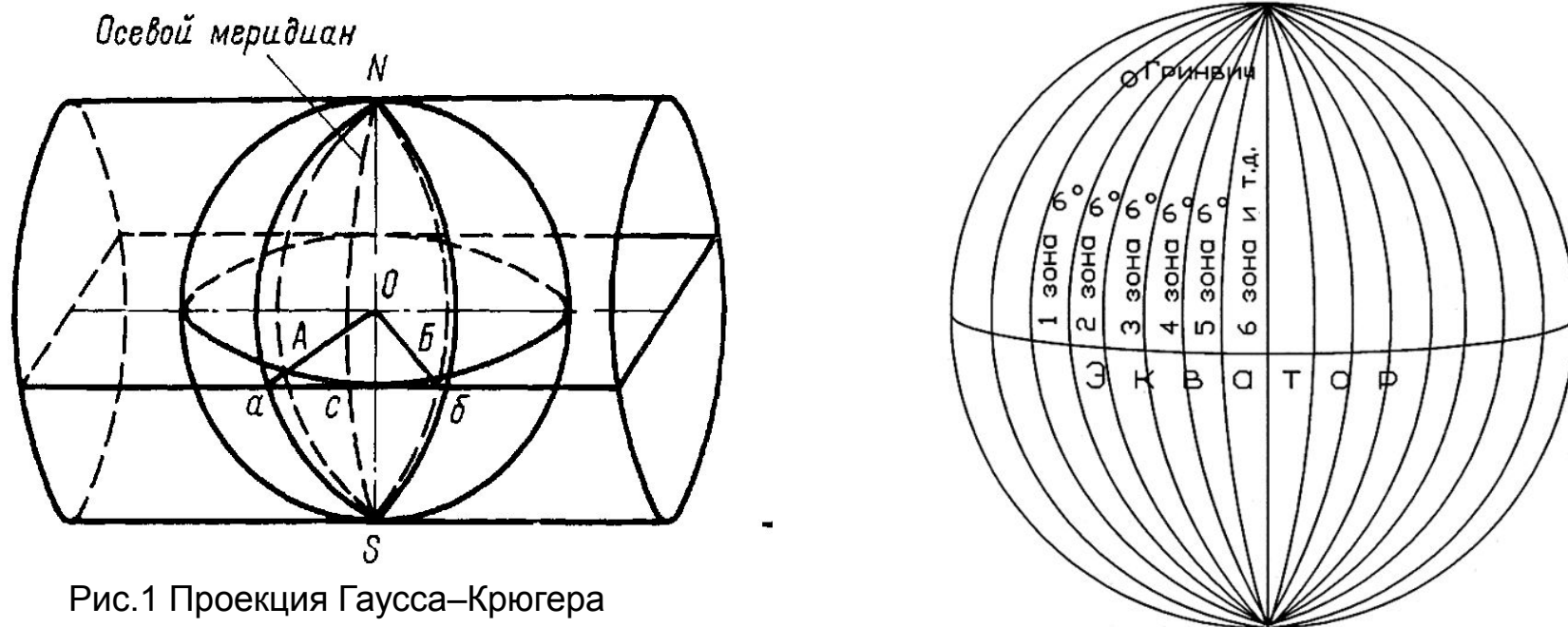


Рис.1 Проекция Гаусса–Крюгера

На внутреннюю боковую поверхность цилиндра производится проецирование поверхности сфероида в пределах данной зоны, при условии, сохранения равенства углов, форм и подобия изображаемых контуров. Осевой меридиан и экватор изображаются без искажений взаимно перпендикулярными линиями. Зоны переходят на поверхность цилиндра в несколько расширенном виде. Шестиградусные проекции на цилиндре разрезают по образующим, проходящим через полюс и развернув цилиндр, получают плоское изображение земного эллипсоида в виде шестидесяти отдельных зон.

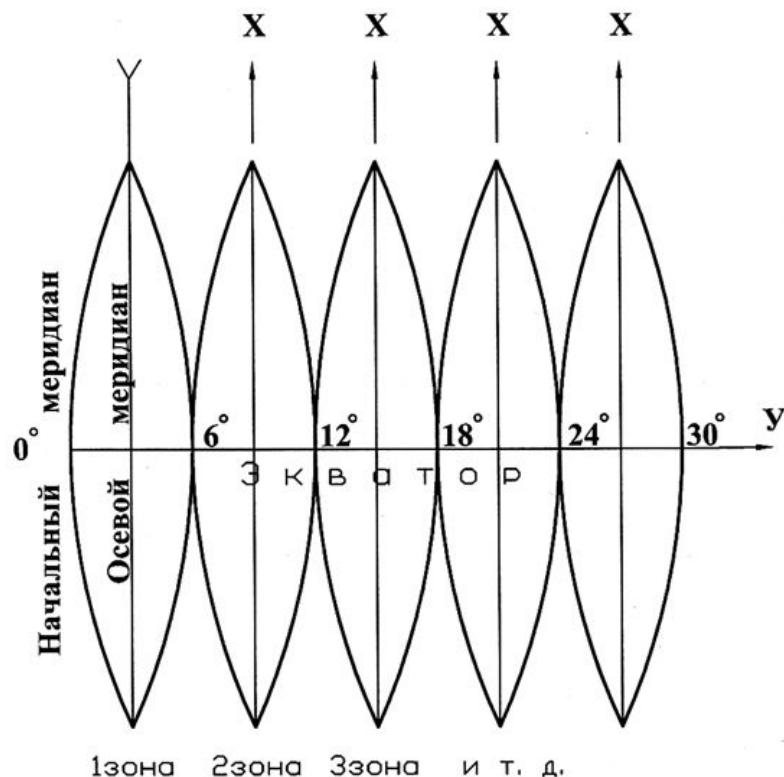
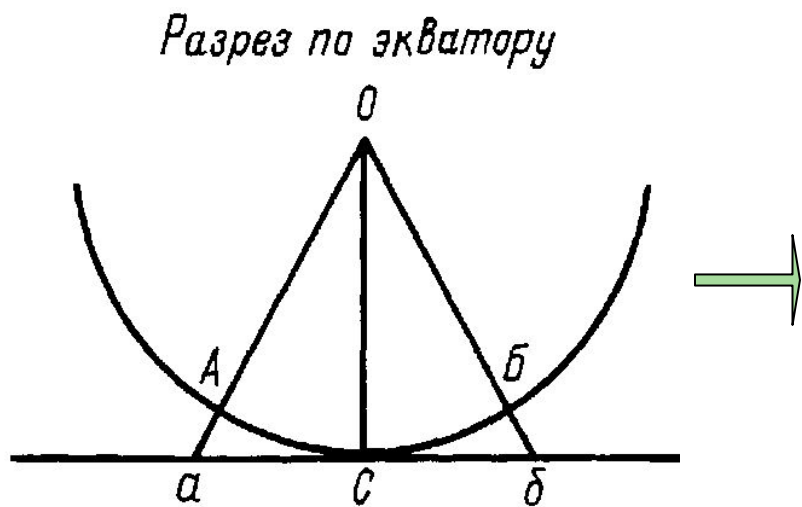


Рис.3 Разрез зоны в плоскости экватора

Рис.4 Изображение зон в проекции Гаусса–Крюгера

Такую проекцию называют равноугольной поперечно-цилиндрической. В этой системе начало координат в каждой зоне принимают в точке пересечения осевого меридиана с экватором. Осевого меридиана зоны принимают за ось абсцисс. Изображение экватора в виде прямой, перпендикулярной осевому меридиану, принимают за ось ординат.

Ширина каждой такой зоны по экватору около 660 км, а длина с севера на юг около 20 000 км. Номера зон отсчитываются на восток от Гринвичского меридиана. Зоны 1 – 30 находятся в восточном полушарии, а зоны 31 – 60 в западном. Долгота  $\lambda$  осевого меридиана определяется по формулам:  $\lambda = N \cdot 6^\circ - 3^\circ$  (для восточного полушария).

На территории нашей страны находятся зоны от 4-й (район Калининграда) до 32-й (территория о. Врангеля). Прямоугольные координаты в проекции Гаусса-Крюгера показывают положение точки относительно экватора и осевого меридиана в км:

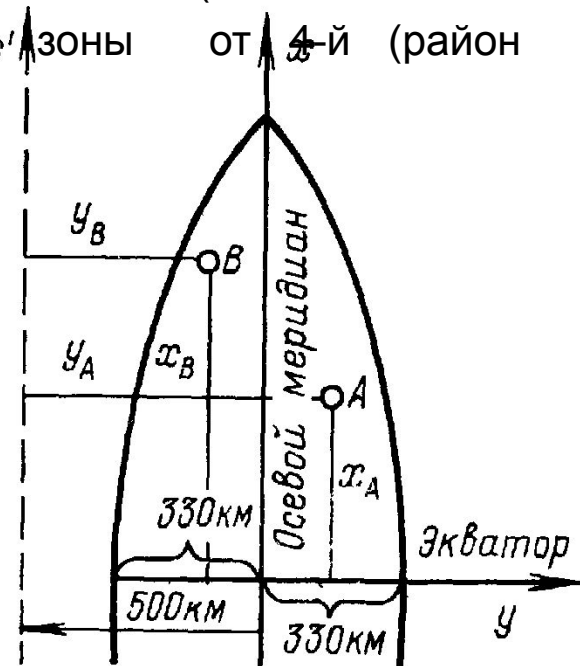
X – расстояние точки от экватора по оси абсцисс;

Y- расстояние от осевого меридиана до точки по оси ординат.

Для исключения отрицательных значений Y ордината осевого меридиана принята равной 500 км.

Дополнительно перед ординатой ставится номер зоны (приведенная ордината).

Например, X= 5980 км, Y= 8560 км. Т. е. точка находится в восьмой зоне и проходит в 560 км от начала счета ординат или на 60 км восточнее осевого меридиана зоны.





**Проекция карты** – процесс трансформации географических координат (широта, долгота) в плановые (x,y).



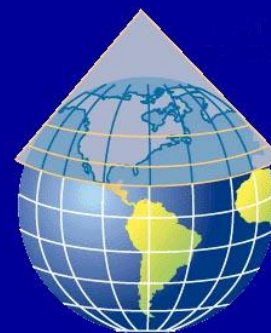
В создании проекций участвуют 2 элемента:

**фигура Земли**

(плоскость, сфера, сфероид)

**разворачиваемая поверхность**

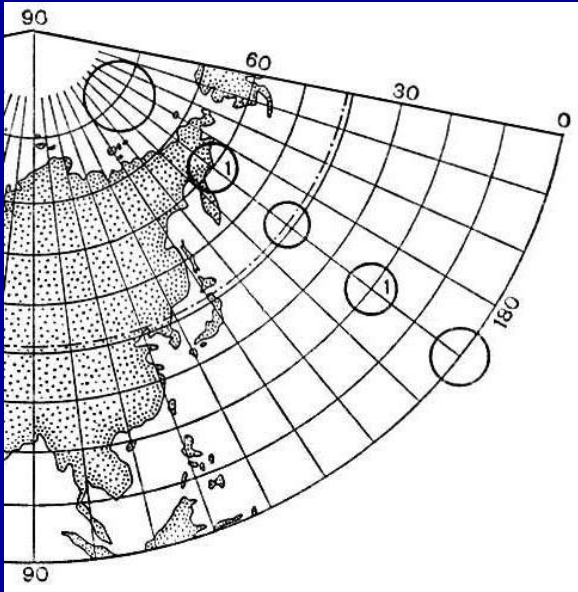
(плоскость, конус, цилиндр) – поверхность, которая может быть сделана плоской без растяжения, посредством разрезания вдоль определённых линий и разворачивания.



## Ни одна из картографических проекций не может сохранять большие территории без искажения формы.

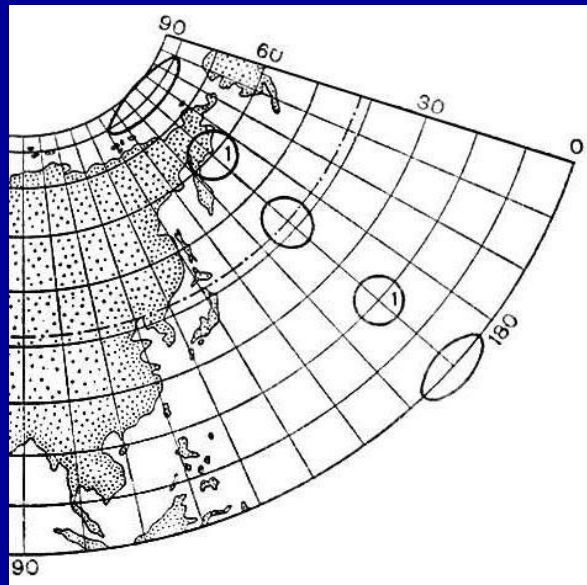
Для показа искажений используется индикатриса Тиссо (**Tissot's Indicatrix**), которая представляет собой проекцию небольшого круга, нарисованного на поверхности земного шара. На искаженной карте круг станет эллипсом, расплюснутым или растянутым проекцией. Размер и форма индикатрисы изменяются от одной части карты к другой, отображая эффекты искажения проекций.

По типу искажений выделяются проекции:



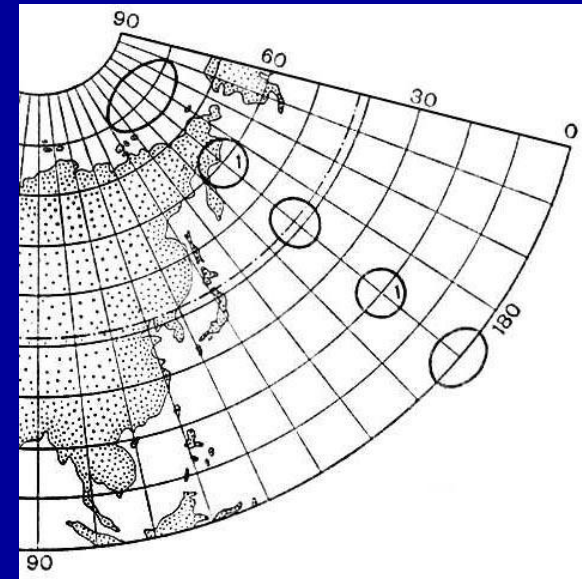
### Равноугольные

локальные углы везде истинные, малые формы сохраняются без искажений, площади и расстояния искажены.



### Равновеликие (равноплощадные)

сохраняются площади изображаемых объектов, углы и форма искажены.

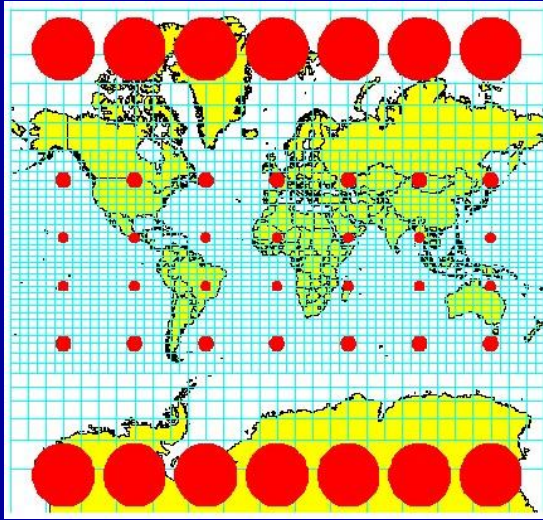


### Равнопромежуточные

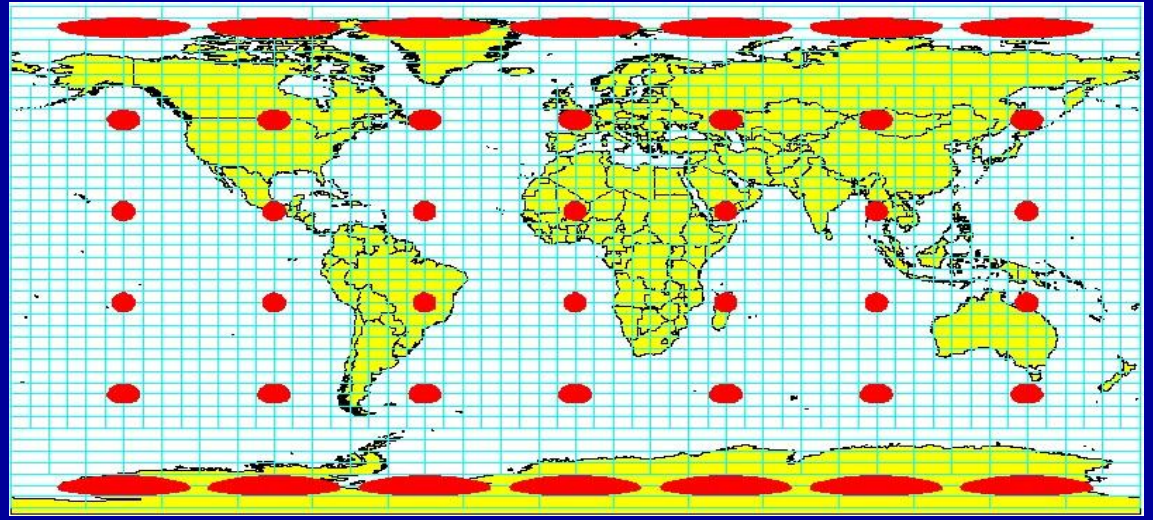
масштаб сохраняется вдоль одной или нескольких линий либо сохраняется истинный масштаб между одной или двумя точками и каждой другой точкой на карте.



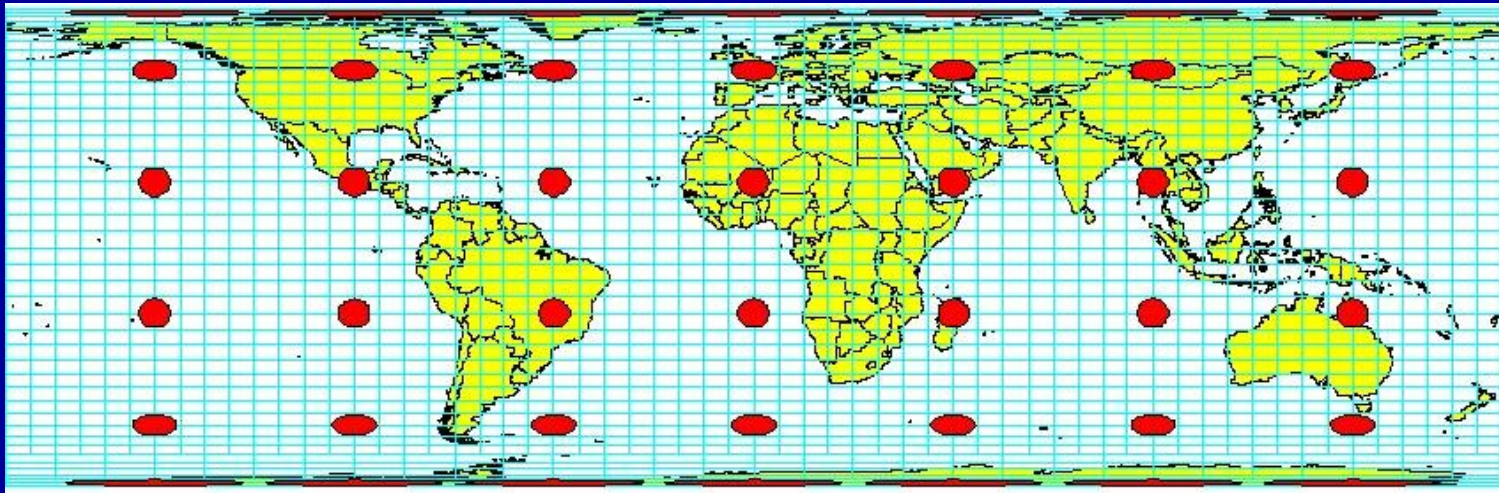
# Искажения



на равноугольной проекции

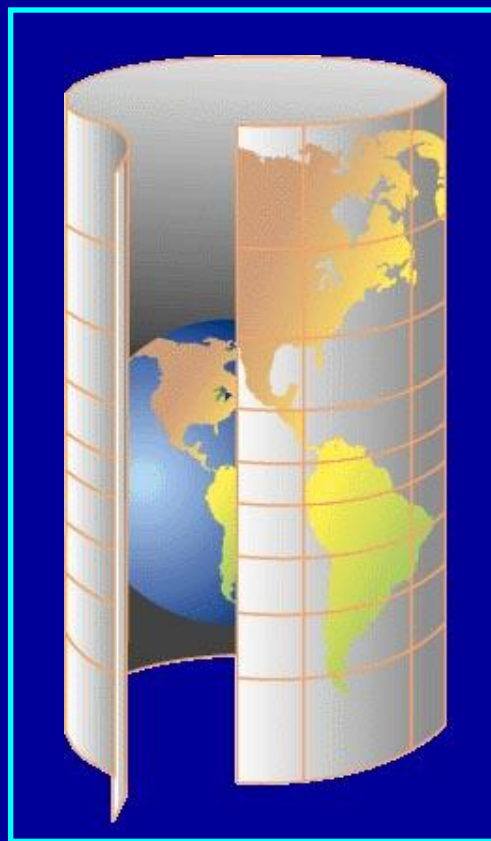


на равновеликой проекции

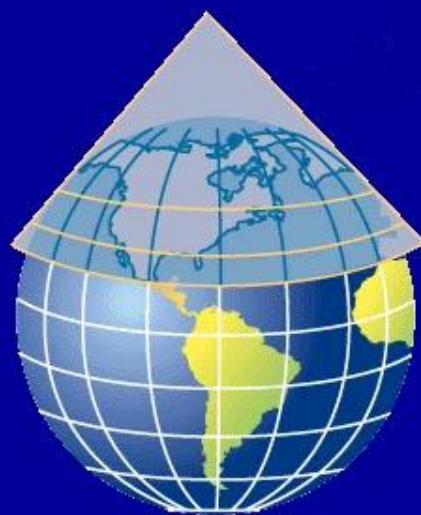


на равнопромежуточной проекции

# По виду разворачиваемой поверхности различают проекции



**Цилиндрические**



**Конические**



**Азимутальные**

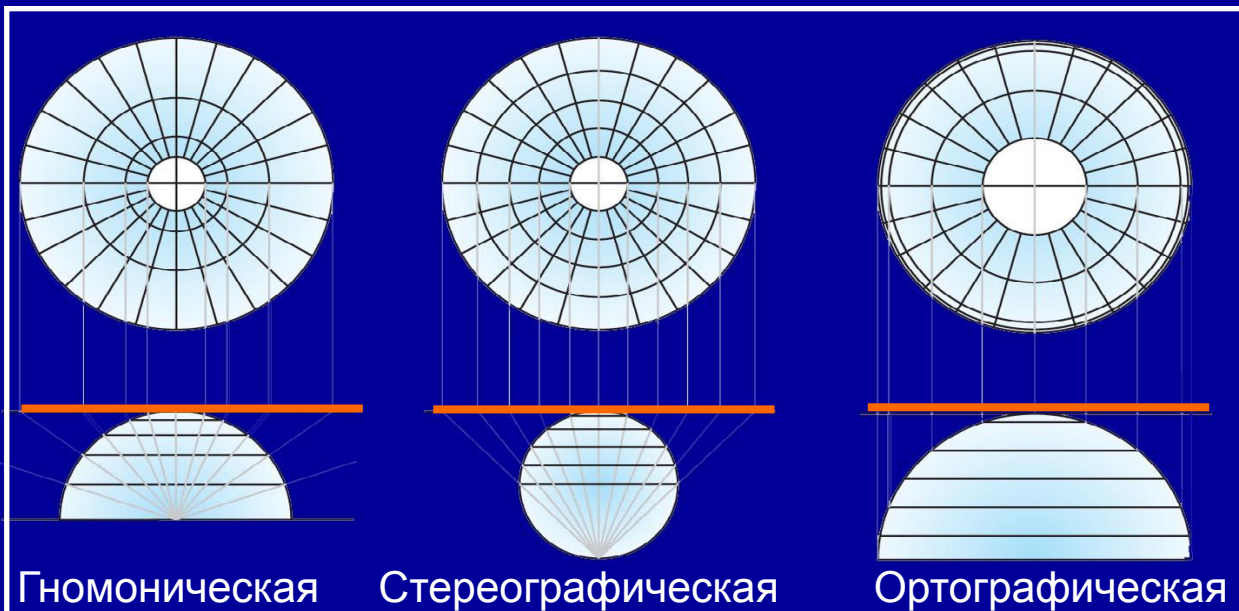


# Азимутальные проекции



Параметрами азимутальной проекции являются географические координаты центральной точки – широта и долгота

Азимутальная картографическая проекция - картографическая проекция, в которой параллели нормальной сетки есть концентрические окружности; а меридианы - их радиусы, расходящиеся из общего центра параллелей под углами, равными разности долгот. Нормальные азимутальные проекции применяются для карт полярных стран. Поперечные и косые азимутальные проекции применяются для карт земных полушарий, материков, звездного неба, Луны и других планет.



Гномоническая проекция

В зависимости от того, где расположен центр проецирования, получают проекции гномонические — проецирование из центра шара на касательную плоскость, стереографические — проецирование с поверхности шара, внешние — центр проецирования находится за пределами шара, ортографические — проецирование из бесконечности параллельными лучами



Локсодрома или локсодромия — кривая на поверхности вращения, пересекающая все меридианы под постоянным углом, называемым локсодромическим путевым углом.

Введена в рассмотрение португальским математиком Нониусом в 1530 году

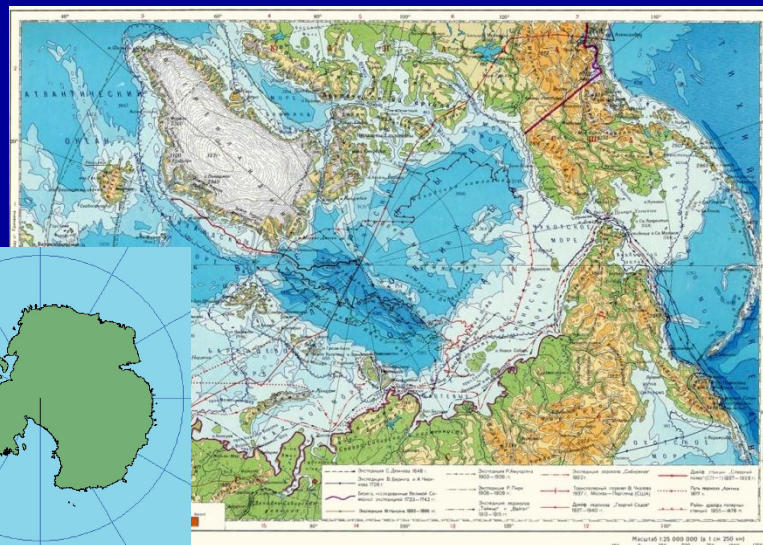
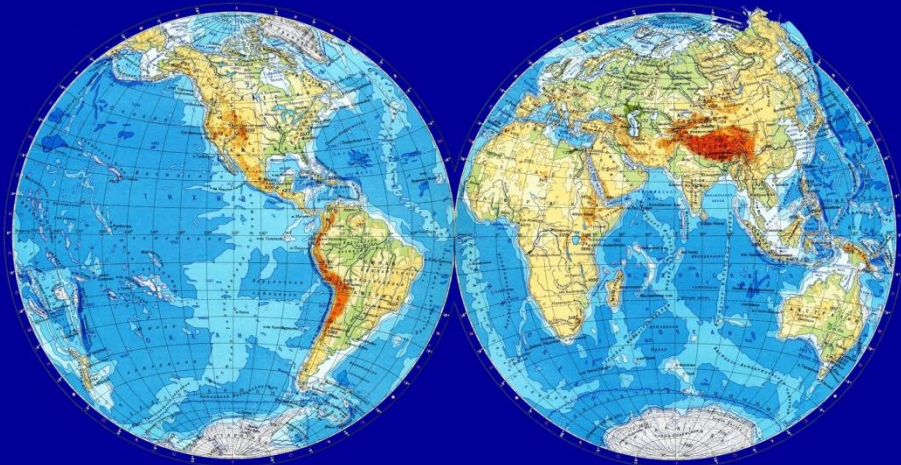
На поверхности Земли локсодромами являются все параллели и все меридианы. Остальные локсодромы являются спиралями, совершающими неограниченное число витков, приближаясь к полюсам. Тем не менее, если путешественник будет двигаться по любой локсодроме (кроме параллелей) с постоянной скоростью не останавливаясь, то он обязательно придёт к одному из полюсов за конечное время.

Картографическая проекция, в которой все локсодромы изображены прямыми, называется проекцией Меркатора.

В картографии и навигации, ортодрома — название геодезической линии кратчайшего расстояния между двумя точками на поверхности земного шара, наименьший из отрезков дуги большого круга, проходящей через эти точки.

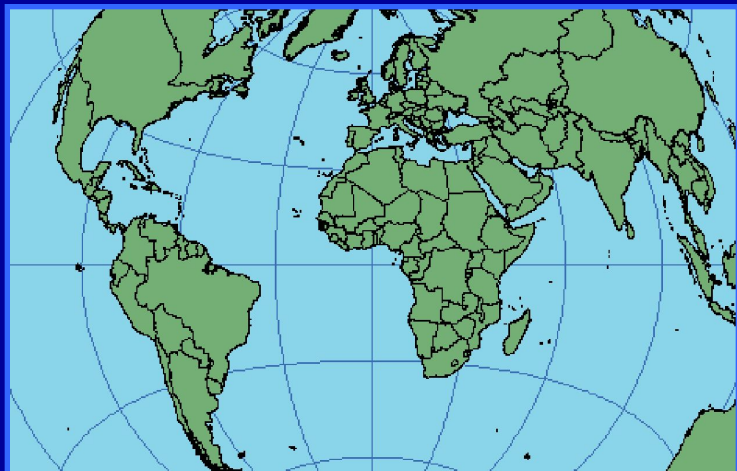
# Азимутальные проекции

## Азимутальная равновеликая Ламберта



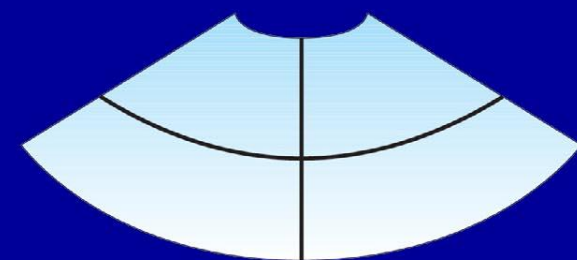
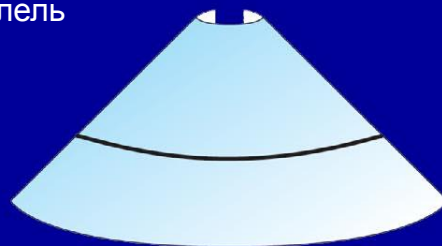
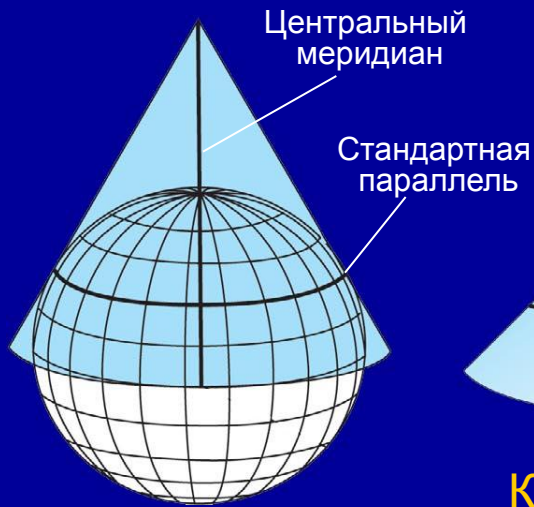
Эта проекция сохраняет площадь отдельных полигонов, одновременно поддерживая истинное направление от центра. Форма минимально искажена, меньше чем на 2 процента, в радиусе 15 градусов от центральной точки. За этими пределами искажение углов более значительно; Эта проекция лучше всего подходит для картографирования отдельных участков суши, имеющих либо круглую, либо квадратную форму.

## Азимутальная равнопромежуточная

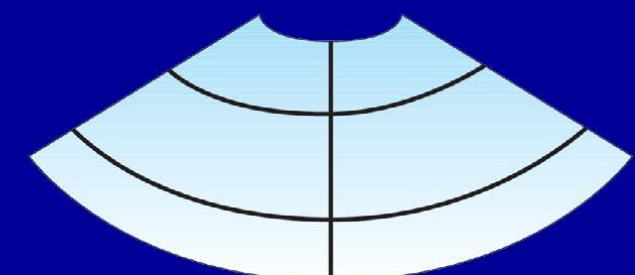
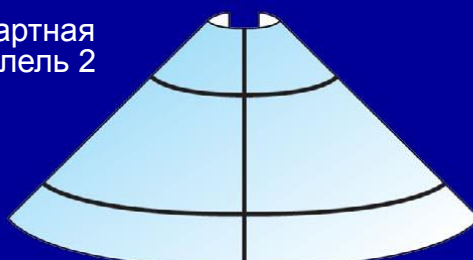
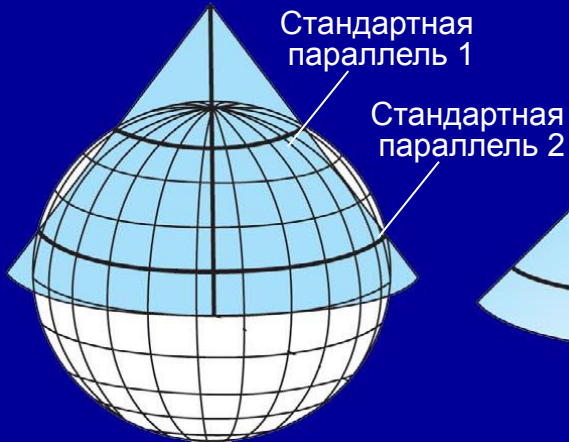


Расстояния и направления точны по отношению к центральной точке. Используются в морской и воздушной навигации.

# Конические проекции



Касательная



Секущая

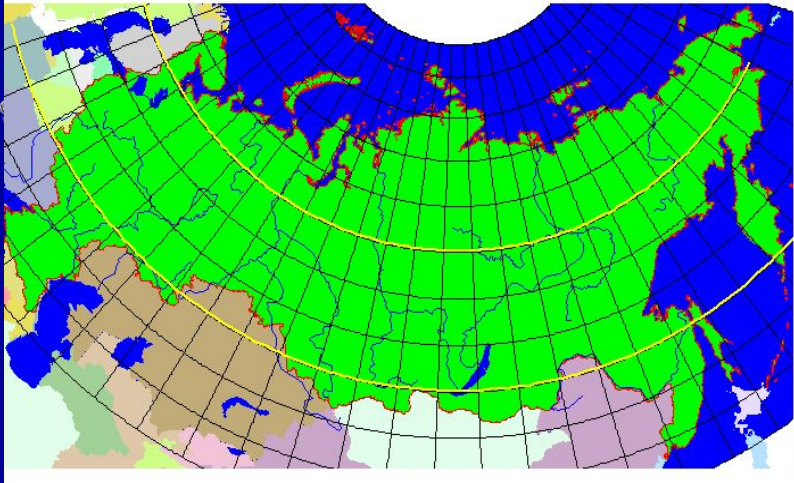
Параметры конической проекции:  
Центральный меридиан  
Стандартная параллель (одна или две)



# Конические проекции

## Коническая равнопромежуточная.

Проекция Альберса (нормальная равновеликая на секущий конус, центральный меридиан 105°)



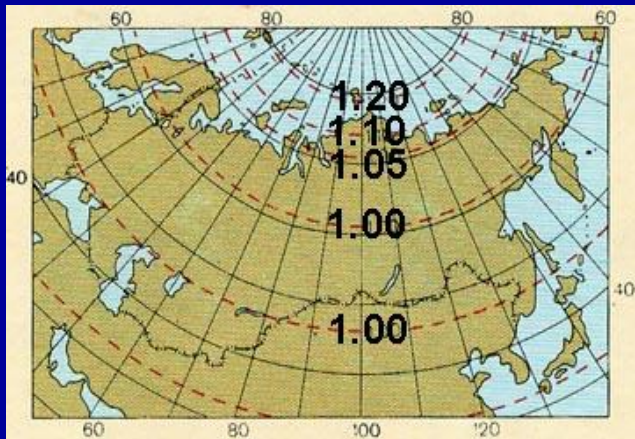
Параметры: стандартная параллель 1 - 47°;  
стандартная параллель 2 - 62°;  
центральный меридиан 100°

Используются для регионального картографирования территорий, расположенных в средних широтах и вытянутых, главным образом, в субширотном направлении.

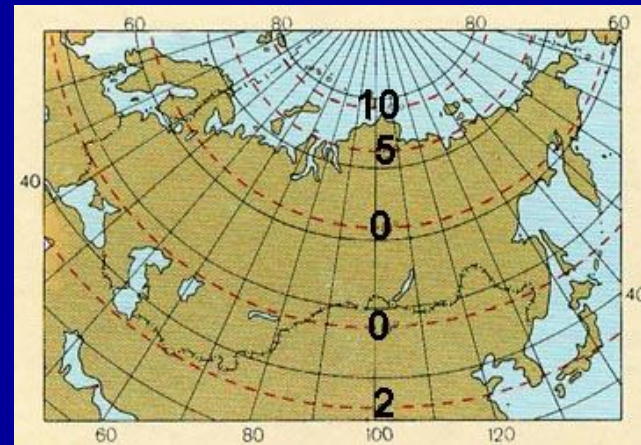
Использовалась в бывшем Советском Союзе для картографирования всей страны.

Диапазон широт должен быть ограничен 30 градусами.

Рекомендуемый выбор стандартных параллелей можно рассчитать, определив диапазон долгот в градусах с севера на юг и разделив этот диапазон на шесть. Использование "Правила одной шестой" для определения стандартных параллелей означает, что первая стандартная параллель равна южной границе плюс 1/6 диапазона, а вторая стандартная параллель – северной границе минус 1/6 диапазона.



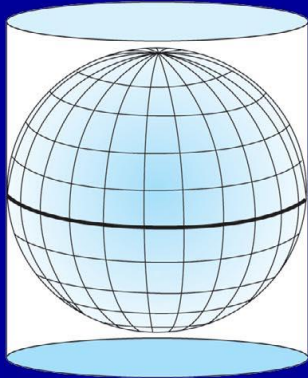
Изоколы масштаба длин и площадей



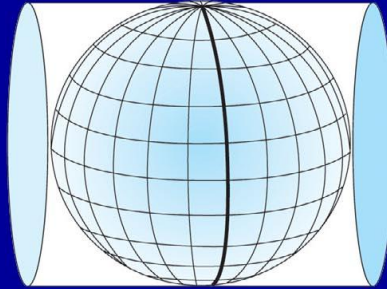
Изоколы углов

Изоколы – линии равных искажений

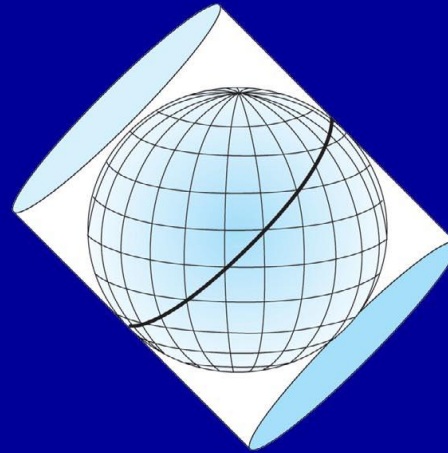
# Цилиндрические проекции



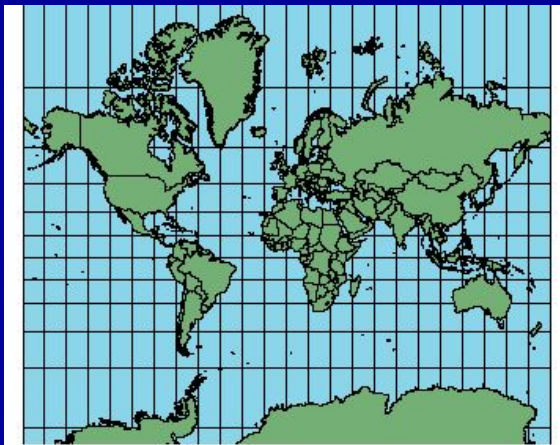
Нормальная



Поперечная



Косая



Равноугольная проекция.

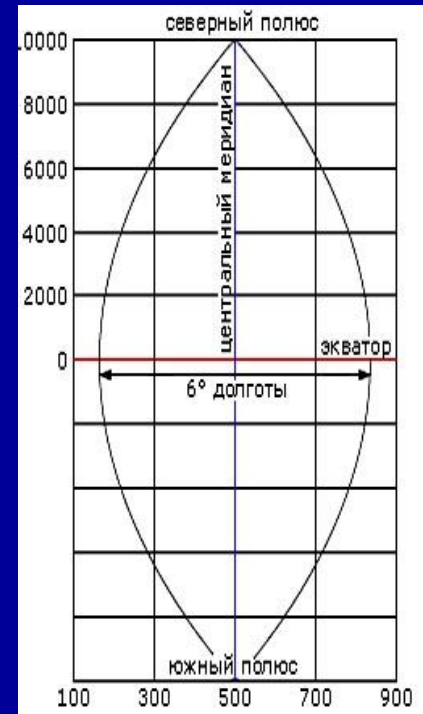
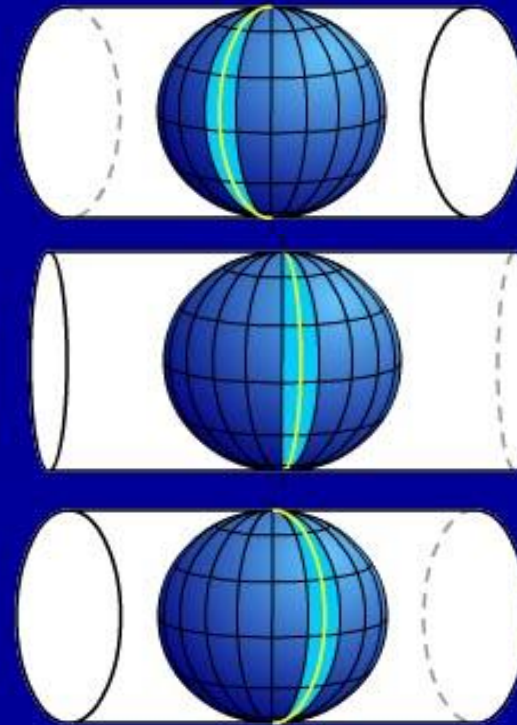
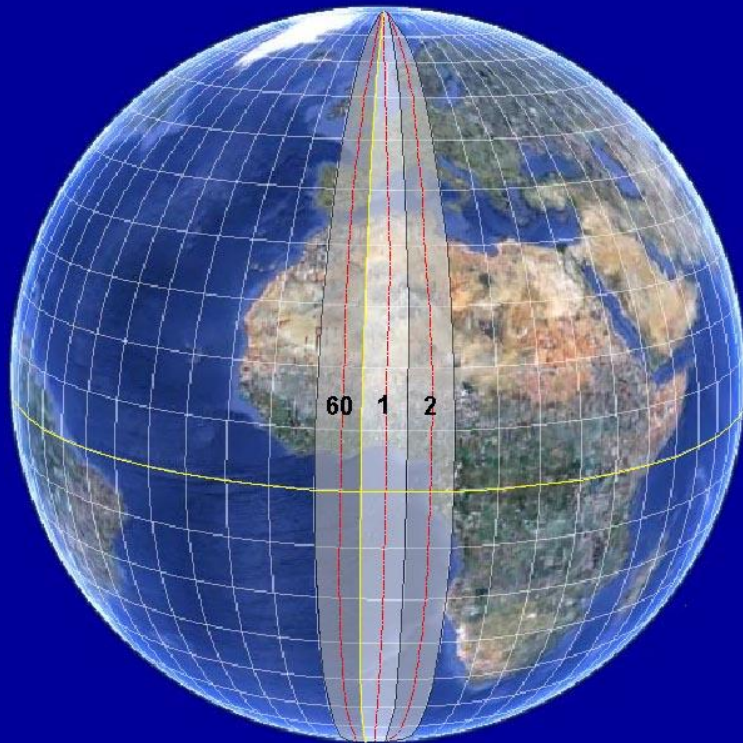
Параметр – экватор или 2 параллели, симметричные относительно экватора

Любая прямая линия, начерченная в этой проекции, отображает точный азимут. Эти линии истинного направления носят название линий румба и в общем случае не описывают кратчайшее расстояние между точками.

Используется для создания навигационных карт.



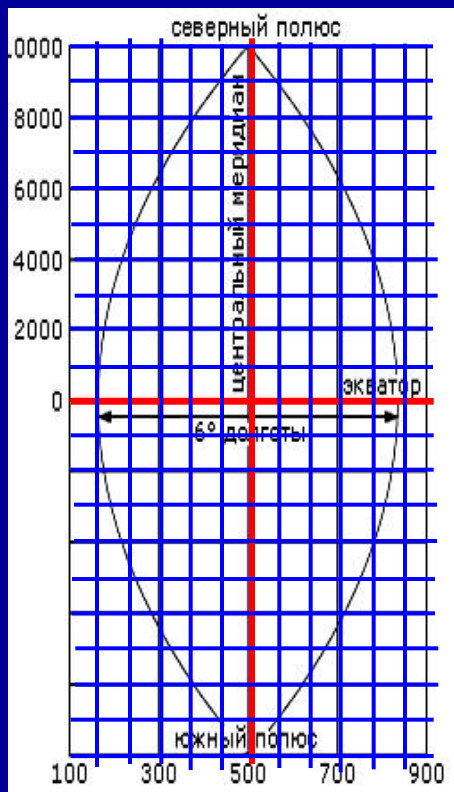
# Поперечно – цилиндрическая проекция Меркатора



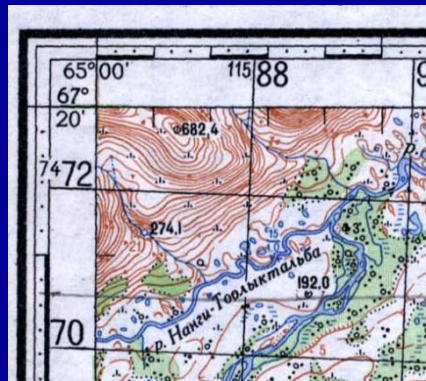
Земной шар разделён на 60 зон шириной  $6^\circ$   
Зоны нумеруются с запада на восток,  
начиная с  $0^\circ$

Проектирование происходит на воображаемый цилиндр,  
который охватывает земной эллипсоид по меридиану,  
называемому центральным (осевым) меридианом **зоны**.

Проекция равноугольная. Локальные углы точны во всех направлениях, малые формы сохраняются, искажение формы больших территорий увеличивается при удалении от центрального меридиана. Протяженность сфероида или эллипсоида должна быть в пределах  $10 - 12^\circ$  по обе стороны от центрального меридиана.



Цилиндр разворачивают в плоскость и накладывают прямоугольную километровую сетку с началом координат в точке пересечения экватора и центрального меридиана. Вертикальные линии сетки параллельны центральному меридиану.



Вертикальные линии километровой сетки не ориентированы точно на север (за исключением линии на центральном меридиане), угол расхождения с меридианами может составлять до  $3^\circ$ .

Для того, чтобы все прямоугольные координаты были положительны, вводится восточное смещение (false easting), равное 500 000 м, т. е. координата X на центральном меридиане равна 500 000 м. В южном полушарии в тех же целях вводится северное смещение (false northing) 10 000 000 м для координаты Y



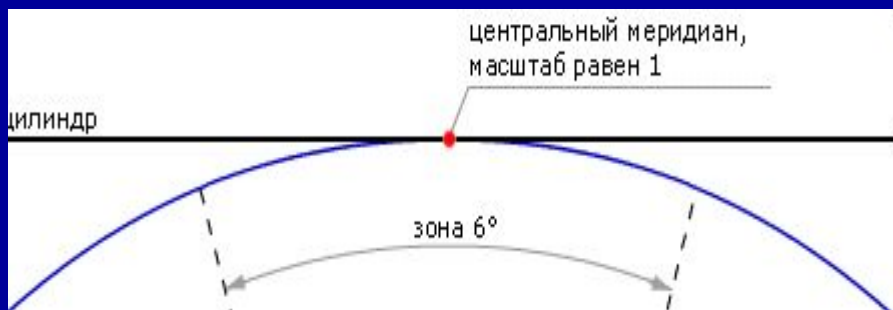
Номер зоны и смещение добавляются к восточной координате карты

# Универсальная поперечная проекция Меркатора (UTM)

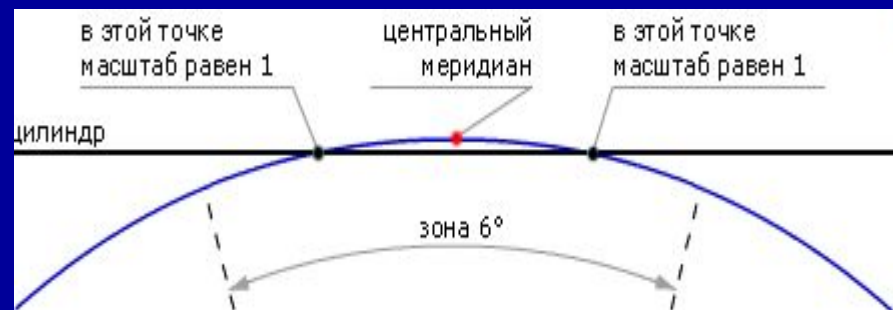
И

## Проекция Гаусса-Крюгера (Gauss\_Kruger).

В проекции Гаусса-Крюгера цилиндр касается эллипсоида по центральному меридиану, масштаб (scale) вдоль него равен 1.



UTM - это проекция на секущий цилиндр и масштаб равен единице вдоль двух секущих линий, отстоящих от центрального меридиана на 180 000 м



### Параметры

UTM

Гаусса-Крюгера

Параметры	UTM	Гаусса-Крюгера
Ширина зоны	6°	6°
Масштаб по центральному меридиану	0.9996	1.0000
Начальный меридиан	180°	180°
False Easting	500 000 м	500 000 м
False Northing (северное полушарие)	0 м	0 м
False Northing (южное полушарие)	10 000 000 м	10 000 000 м
Диапазон применения	80°S - 84°N	



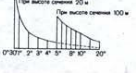
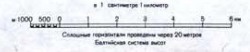


<b>Projection</b>	<b>Gauss_Kruger</b>	<b>(Transverse_Mercator)</b>
False_Easting	11500000.000000	500000
False_Northing	0.000000	0.000000
Central_Meridian	63.000000	63.000000
Scale_Factor	1.000000	0.999600
Latitude_Of_Origin	0.000000	0.000000
Linear Unit	Meter (1.000000)	Meter (1.000000)
Geographic Coordinate System	GCS_Pulkovo_194	GCS_WGS_1984
Angular Unit	Degree	Degree
Prime Meridian	Greenwich (0.0)	Greenwich (0.0)
Datum	D_Pulkovo_1942	D_WGS_1984
Spheroid	Krasovsky_1940	WGS_1984
Semimajor Axis	6378245.0	6378137.0
Semiminor Axis	6356863.01877304730	6356752.31424517930
Inverse Flattening	298.300000000000010	298.2572235630

Составлено на 1961г. восточной 22°30' 03-871 Стороны  
 отклонения меридиана восточного 48° 00' 288. Показ  
 координатной сетки (вдоль) отклонения меридиана восточного  
 восточного 0° 00' 00-00. Показана в градусах, минутах,  
 секундах. Восточное отклонение меридиана в градусах,  
 минутах, секундах. (См. также таблицу отклонения меридиана  
 (таблицу отклонения меридиана в градусах, минутах, секундах)



1:100 000



Составлено в 1956г. по карте масштаба  
 1:50 000 издания 1957  
 Исправлено в 1961г. по аэроснимкам 1959г.  
 Подготовлено и издано в 1961г.  
 Отпечатано в 1962г.  
 Система координат: Г. В. ШИШЕВ  
 Нефтеинженерный институт Сибирского  
 государственного университета им. С. М. Кирова  
 Новосибирск

Для определения положения точек физической земной поверхности недостаточно знать положение двух координат, так как они определяют только положение проекций точек на поверхность эллипсоида. Поэтому в геодезии пользуются третьей координатой – высотой.

**Высотой точки** называется ее отстояние от уровенной поверхности принятой за начальную.

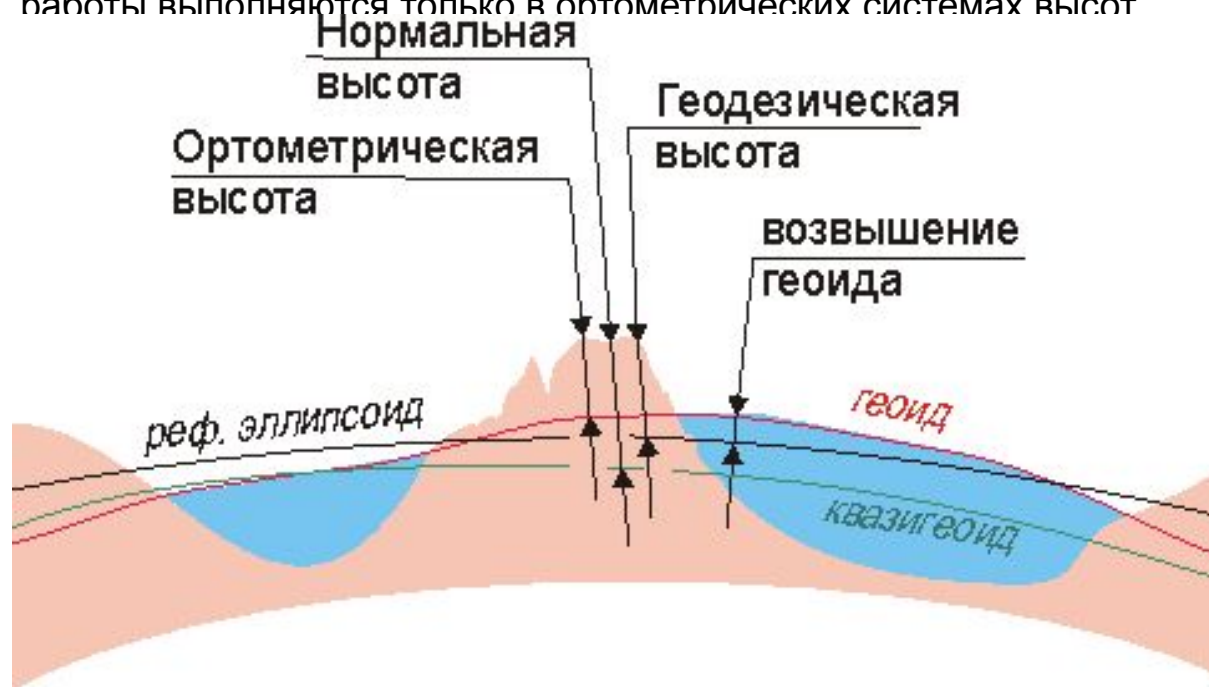
## ОСНОВНЫЕ СИСТЕМЫ ВЫСОТ В ГЕОДЕЗИИ

**Ортометрическая высота точки** – её отстояние от поверхности геоида по отвесной линии.

**Геодезическая высота точки** – её отстояние от поверхности референц-эллипсоида по нормали.

**Нормальная высота точки** – её отстояние от поверхности квазигеоида по нормали.

Геодезические работы выполняются только в ортометрических системах высот





# Метод проекций

Для изображения на плоскости участка земной поверхности нужно:

1) спроецировать все точки участка на *поверхность относимости* (на эллипсоид вращения или на сферу)

В геодезии используют ортогональный метод проецирования, при котором точки земной поверхности A,B,C,D,E проектируют отвесными линиями на уровенную поверхность MN и получают горизонтальную проекцию соответствующих точек физической земной поверхности a,b,c,d,e.

2) *изобразить поверхность относимости на плоскости.*

Картографическое проецирование- способ перехода с поверхности относимости на плоскость. Вид проекций выбирают в зависимости от назначения карты и величин искажений.

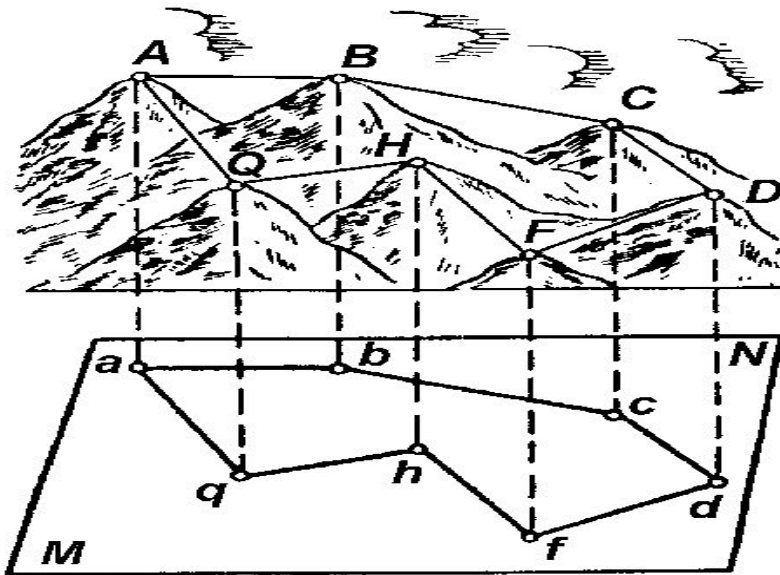


Рис.1 Проекции земной поверхности на плоскости

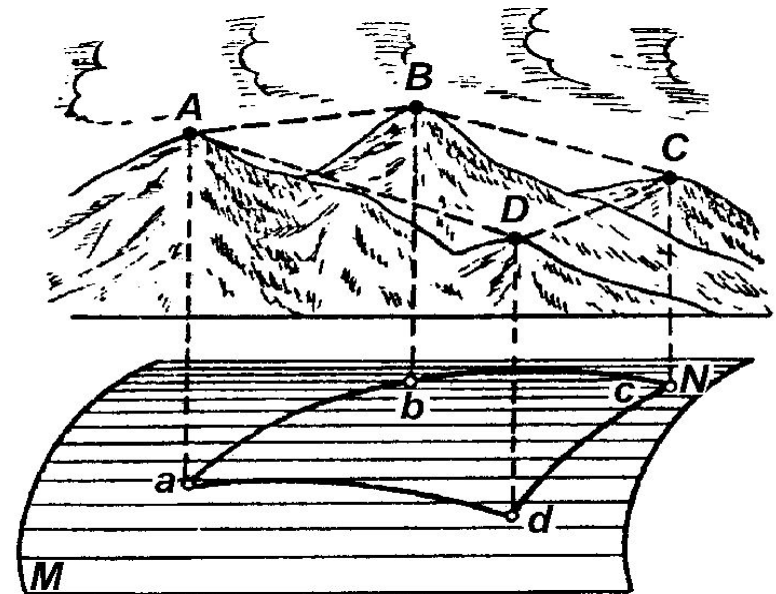


Рис. 2 Проекции земной поверхности на сфере

## ТОПОГРАФИЧЕСКИЕ ПЛАНЫ И КАРТЫ

**Топографическая карта** — уменьшенное изображение на плоскости значительных участков земной поверхности, построенное в определенной картографической проекции, с учетом кривизны Земли.

**План** (топографический) — уменьшенное изображение проекций небольших участков земной поверхности на горизонтальную плоскость.

Планы составляются обычно в крупных масштабах, местность на них характеризуется, как правило, более детально, чем на картах.

**Профилем** местности называется уменьшенное изображение вертикального разреза земной поверхности по заданному направлению.

### Различия между планом и картой

1. Масштаб в пределах плана есть величина постоянная; на карте масштаб изменяется от точки к точке и по направлениям. Установленный для данной карты масштаб соблюдается только по одному из направлений (по одному меридиану или параллели); этот масштаб называется *главным*. В остальных частях карты масштабы отличаются от главного и называются *частными*.

2. Карты выполняются в масштабах 1:10000, 1:50000, 1:100000 и мельче; планы строятся в более крупных масштабах: 1:100, 1:500, 1:1000, 1:2000, 1:5000 и реже 1:10000.

## КЛАССИФИКАЦИЯ КАРТ

### по масштабам:

- крупномасштабные – **1:100 000** и крупнее;
- среднемасштабные – от **1:200 000** до **1:1 000 000**;
- мелкомасштабные – мельче **1: 1 000 000**

по содержанию:	по назначению:
✓ общегеографические	✓ универсальные (многоцелевые)
✓ тематические	✓ специальные

**Общегеографические карты универсального назначения** отображают земную поверхность с обязательным показом всех ее основных элементов: гидрографии, населенных пунктов, дорожной сети, растительности и т. д. с подробностью, определяемой масштабом карты.

**Тематические карты** — это карты, на которых с большей детальностью отображены отдельные элементы местности или нанесены специальные данные. Тематические карты весьма многочисленны и разнообразны. К ним относятся карты: исторические, экономические, политико-административные, гидрологические, геологические, дорожные и многие другие.

## МАСШТАБЫ ПЛАНОВ И КАРТ

Степень уменьшения горизонтальных проекций линий местности при изображении их на плане или карте называется масштабом.

**Масштаб** – это отношение длины отрезка  $s$  на плане или карте к горизонтальной проекции соответствующего отрезка  $S$  на местности. Масштаб бывает *численный* (1:5000), *именованный* («в 1 см 50 м») и графический (*линейный и поперечный*).

**Численный масштаб** представляет собой правильную дробь, у которой числитель равен 1, а знаменатель указывает, во сколько раз уменьшена длина линии местности при ее изображении на карте:

$$\frac{s}{S} = \frac{1}{S \div s} = \frac{1}{M}$$

где  $M$  – знаменатель численного масштаба. Чем больше знаменатель численного масштаба, тем больше степень уменьшения горизонтальных проекций линий местности, тем мельче масштаб плана или карты.

Масштабы выбирают кратными десяткам, сотням и тысячам чисел 1; 2; 5; 25, такие, как 1:5000, 1:25 000, 1:200 000. Не выбирают масштабы типа 1:7000 или 1:33 000. Если знаменатель численного масштаба разделить на 100 (зачеркнуть два последних нуля), то получится число, которое укажет, сколько метров местности содержится в одном сантиметре карты.

Рамки карт производных масштабов строятся делением базового листа по линиям параллелей и меридианов на несколько равных частей, т.е. разграфка листов всегда строится по географической координатной сетке. В России стандартными считаются следующие масштабы карт и планов:

Масштабы топографических карт	Крупномасштабные планы
1 : 1 000 000 - в 1 см 10 км	1 : 5000 - в 1 см 50 м
1 : 500 000 - в 1 см 5 км	1 : 2000 - в 1 см 20 м
1 : 200 000 - в 1 см 2 км	1 : 1000 - в 1 см 10 м
1 : 100 000 - в 1 см 1 км	1 : 500 - в 1 см 5 м
1 : 50 000 - в 1 см 500 м	
1 : 25 000 - в 1 см 250 м	
1 : 10 000 - в 1 см 100 м	

**Линейный масштаб** представляет собой шкалу с делениями, соответствующими данному числовому масштабу. Для построения линейного масштаба на прямой линии откладывают несколько раз расстояние, называемое *основанием масштаба*. Длину основания обычно принимают равной 1 или 2 см. Первое основание делят на десять равных частей и на правом конце его пишут ноль, а на левом – то число метров или километров, которому на местности соответствует в данном масштабе основание. Вправо от нуля над каждым делением надписывают значения соответствующих расстояний на местности (на рис., *а* изображен линейный масштаб для числового масштаба 1:2 000).

**Поперечный масштаб** применяют для измерений и построений повышенной точности. Как правило, поперечный масштаб гравировают на металлических пластинах, линейках или транспортирах. Для заданного числового масштаба при необходимости он может быть построен на чертеже.



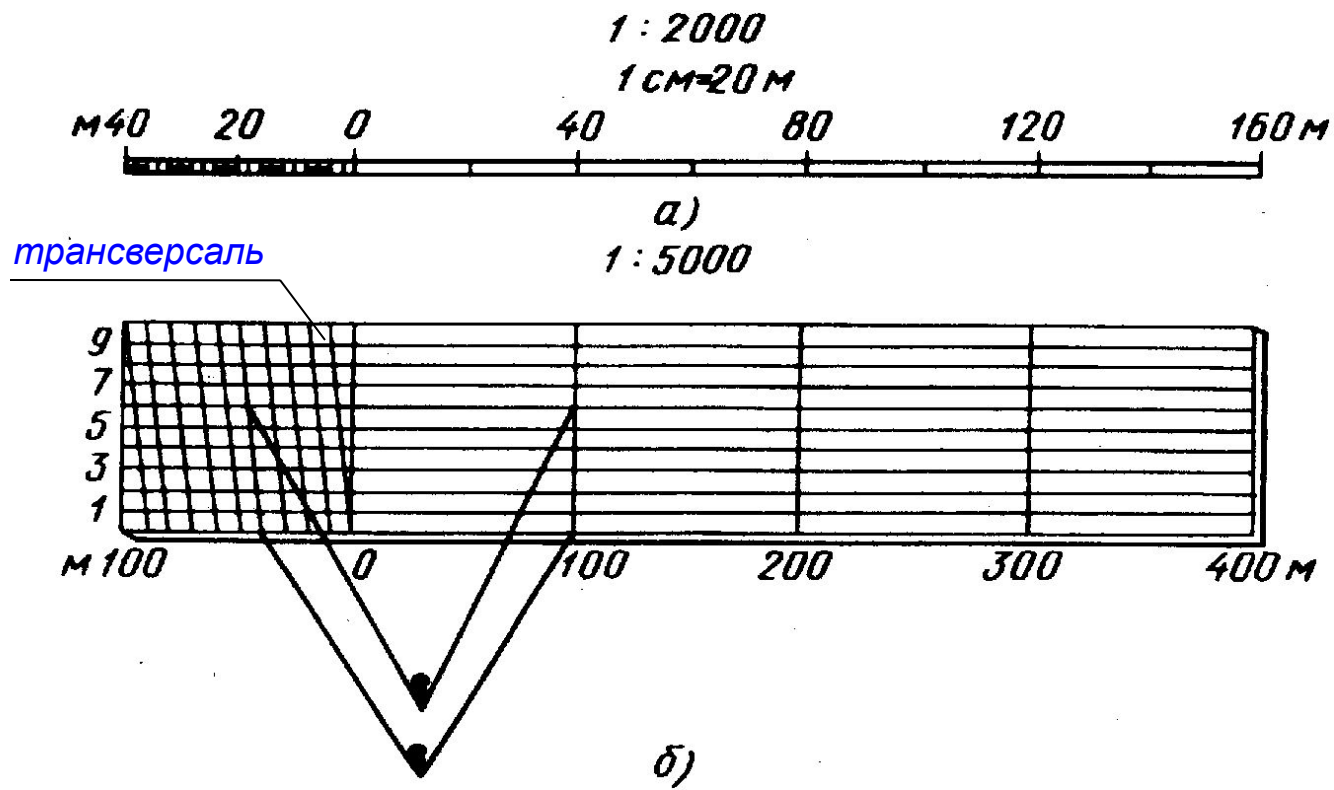


Рис. Графические масштабы: **а** – линейный; **б** – поперечный

При определении расстояния с помощью численного масштаба линия на карте измеряется линейкой и полученный результат в сантиметрах умножается на величину масштаба.

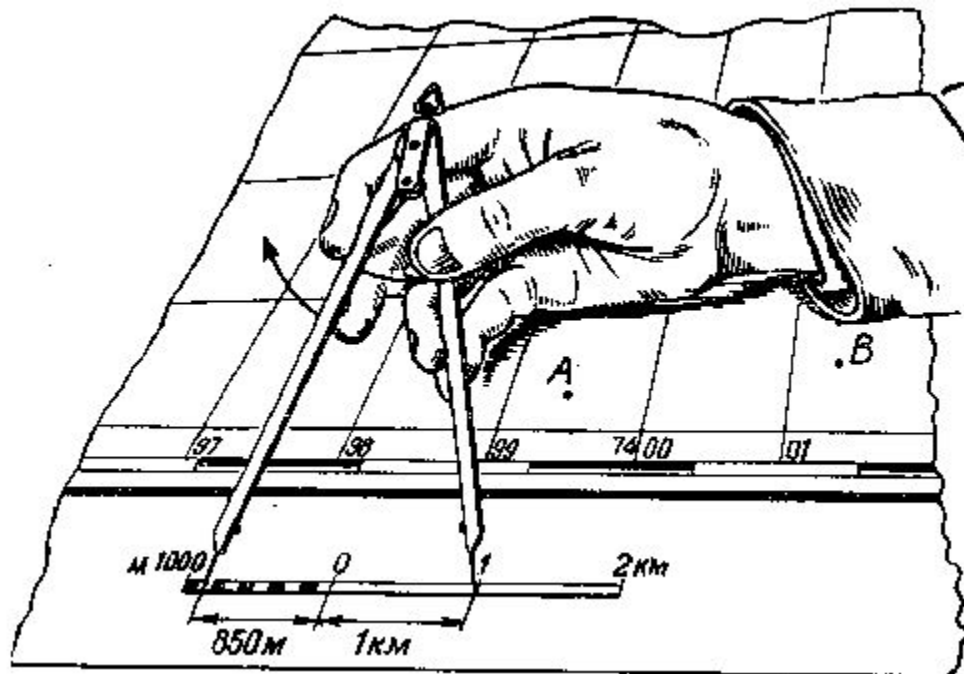


Рис. Измерение расстояний по линейному масштабу

Линейный масштаб служит для измерения и откладывания расстояний на карте. На рис. расстояние между точками **A** и **B** равно 1850 м.

# Точность масштаба

При оценке точности нанесения точек на план исходят из физиологических возможностей человеческого глаза различать минимальный отрезок, равный 0,1мм (размер точки, поставленной остро отточенным карандашом, кружок от укола остро отточенной иглы). Отсюда следует, что на плане (карте) в самом благоприятном случае можно изобразить лишь такие горизонтальные проекции линий местности, которым в данном масштабе соответствует отрезок 0,1мм и более.

Горизонтальное расстояние на местности, соответствующее 0,1мм (0,01 см) на плане, называется **предельной точностью масштаба**  $t_{пр}$ , т.е.

$$t_{пр} = \frac{0,01 \text{ см} \cdot M}{100}$$

Длина отрезка на плане или карте может быть оценена с точностью  $\pm 0,2$ мм. Горизонтальное расстояние на местности, соответствующее в данном масштабе 0,2мм (0,02см) на плане, называется **графической точностью масштаба**  $t_{граф}$ , т.е.

$$t_{граф} = \frac{0,02 \text{ см} \cdot M}{100}$$

## Таблица соответствия масштабов и точности

масштаб	Точность масштаба (м)
1:500	0,05
1:1 000	0,1
1:5 000	0,5
1:10 000	1,0
1:25 000	2,5

Отрезки меньше указанных уже не будут изображаться на плане данного масштаба. Зная размеры элементов местности, которые необходимо изобразить на плане, можно установить соответствующий масштаб плана.

*Например, на плане необходимо изобразить предмет размером 0,2м. Очевидно, что план должен быть составлен в масштабе не мельче 1:2000, т.к. по условию о точности масштаба 0,01 см на плане должно соответствовать 0,2 м на местности (или 1см на плане - 2000 см на местности). Значит, численный масштаб плана должен быть 1:2000.*



# Разграфка и номенклатура топографических карт

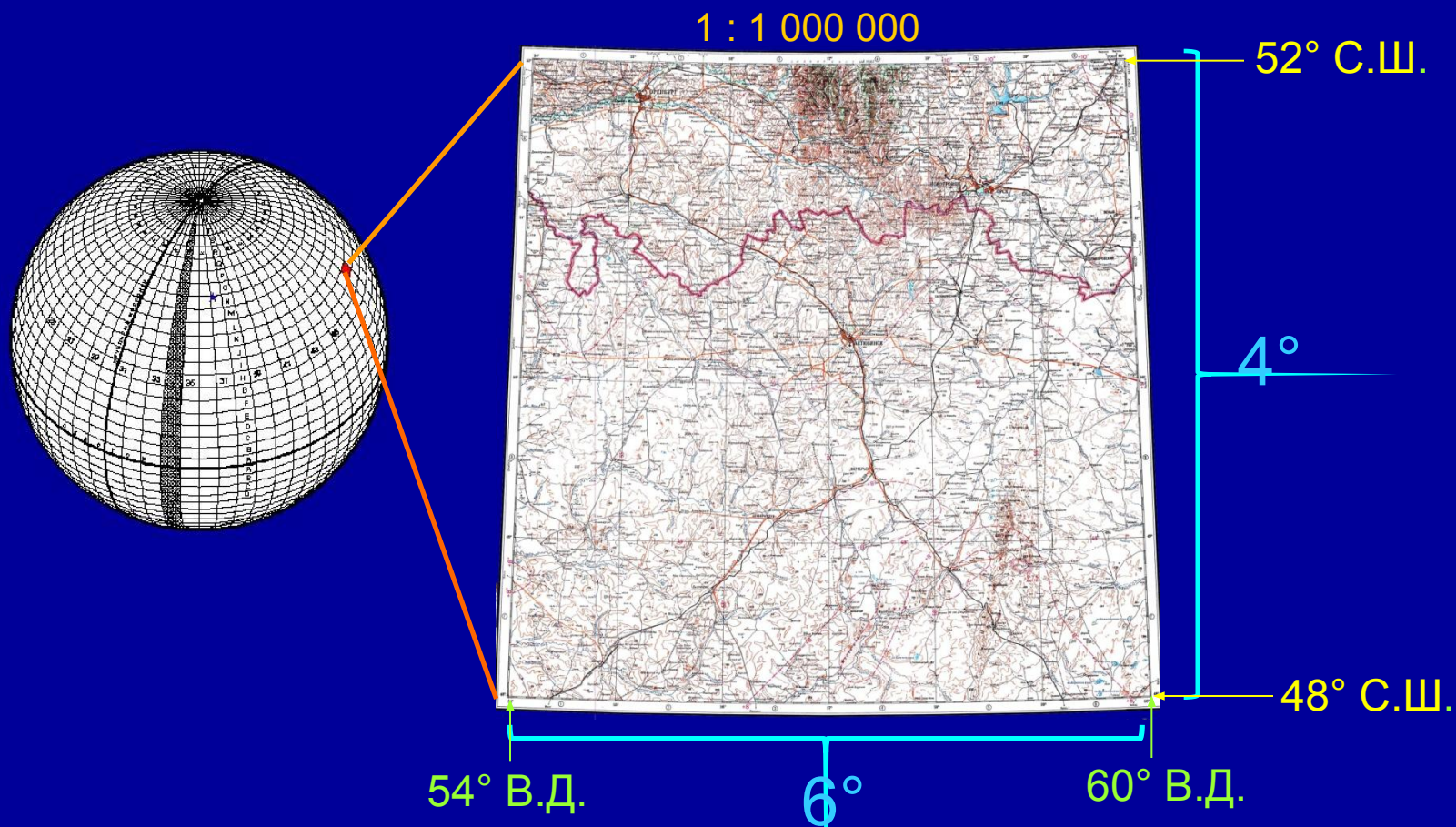




**Разграфка** – разделение (“нарезка”) топокарт на листы.

**Номенклатура** – система обозначений отдельных листов топокарт.

В основу разграфки топографических карт России положен лист масштаба 1 : 1 000 000



Лист масштаба 1 : 1 000 000 занимает площадь

**6** градусов вдоль параллели и **4** градуса вдоль меридиана

Т.е. Охватывает область **6°** долготы и **4°** широты

## РАЗГРАФКА И НОМЕНКЛАТУРА КАРТ

*Разграфка карт* — система деления карт на отдельные листы.  
*Номенклатура карт* — система нумерации и обозначения отдельных листов. Каждый лист ограничен рамкой. Сторонами рамок листов топографических карт служат параллели и меридианы (см. табл.).

**Размеры листов топографических карт**

Масштаб карты	Размеры листов карты в градусной мере		Типовая запись номенклатуры
	по широте	по долготе	
<b>1:1000 000</b>	4°	6°	<i>N— 37</i>
<b>1:500 000</b>	2°	3°	<i>N— 37—Б</i>
<b>1:200 000</b>	40'	1°	<i>N— 37 — XVI</i>
<b>1:100000</b>	20'	30'	<i>N- 37—56</i>
<b>1:50 000</b>	10'	15'	<i>N— 37—56—A</i>
<b>1:25 000</b>	5'	7' 30"	<i>N—37—56—A—6</i>

В основу номенклатуры топографических карт всех масштабов положена разграфка и номенклатура международной карты масштаба 1:1 000 000. Листы карты масштаба 1:1 000 000 представляют собой трапеции, образованные меридианами, проведенными через  $6^{\circ}$ , и параллелями, проведенными через  $4^{\circ}$ . Для получения трапеции карты масштаба 1:1 000 000 поверхность Земли параллелями делится на *ряды* (пояса), обозначаемые заглавными буквами латинского алфавита; обозначение рядов ведется от экватора к полюсам в алфавитном порядке. В северном и южном полушариях будет 22 таких пояса и по одной полярной «шапке» вокруг полюсов, ограниченной параллелью с широтой  $88^{\circ}$  (см. табл.).

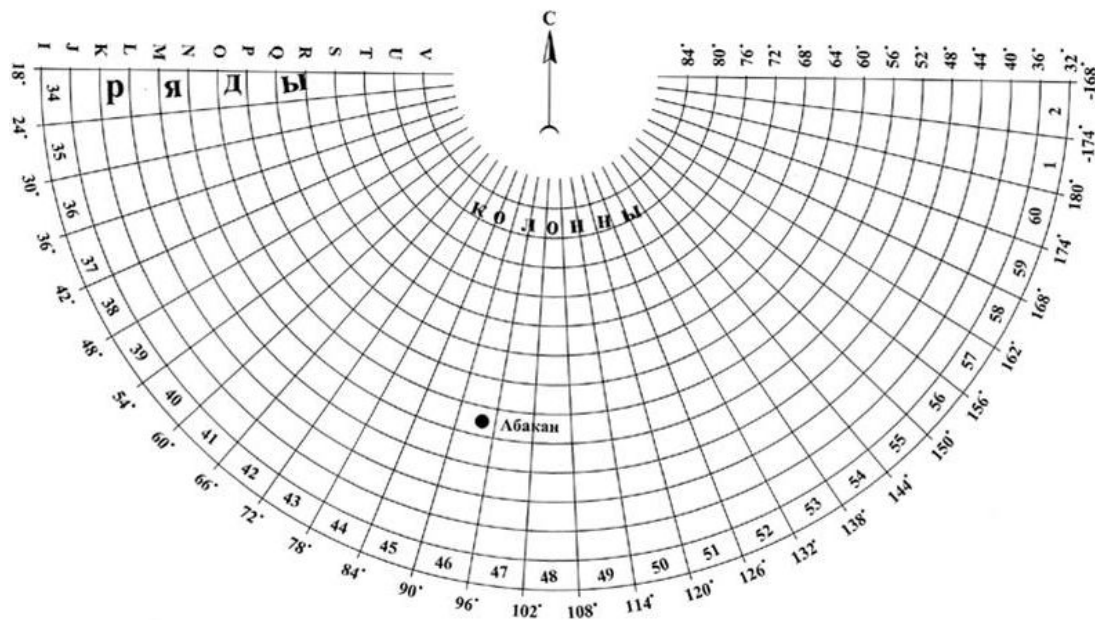


Рис. Схема листов карты масштаба 1:1 000 000



Вся поверхность Земли делится параллелями на ряды (через  $4^\circ$ ), а меридианами—на колонны (через  $6^\circ$ );

Стороны образовавшихся трапеций служат границами листов карты масштаба 1 : 1000 000.

Ряды обозначаются заглавными латинскими буквами от *A* до *V*, начиная от экватора к обоим полюсам,

а колонны — арабскими цифрами, начиная от меридиана  $180^\circ$  с запада на восток.

Номенклатура листа карты состоит из буквы ряда и номера колонны. Например, лист с г. Москва обозначается *N - 37*

## Номера некоторых колонн шестиградусных зон системы прямоугольных координат и граничные меридианы колонн в пределах территории РФ

Номер колонны	Номер зоны	Границы колонны, градусы долготы	Номер колонны	Номер зоны	Границы колонны, градусы долготы
34	4	18 – 24	50	20	114 – 120
35	5	24 – 28	51	21	120 – 126
36	6	28 – 32	58	28	162 – 168
37	7	31 – 36	59	29	168 – 174
42	12	66 – 72	60	30	174 – 180
43	13	72 – 78	1	31	180 – 174
44	14	78 – 84	2	32	174 – 168

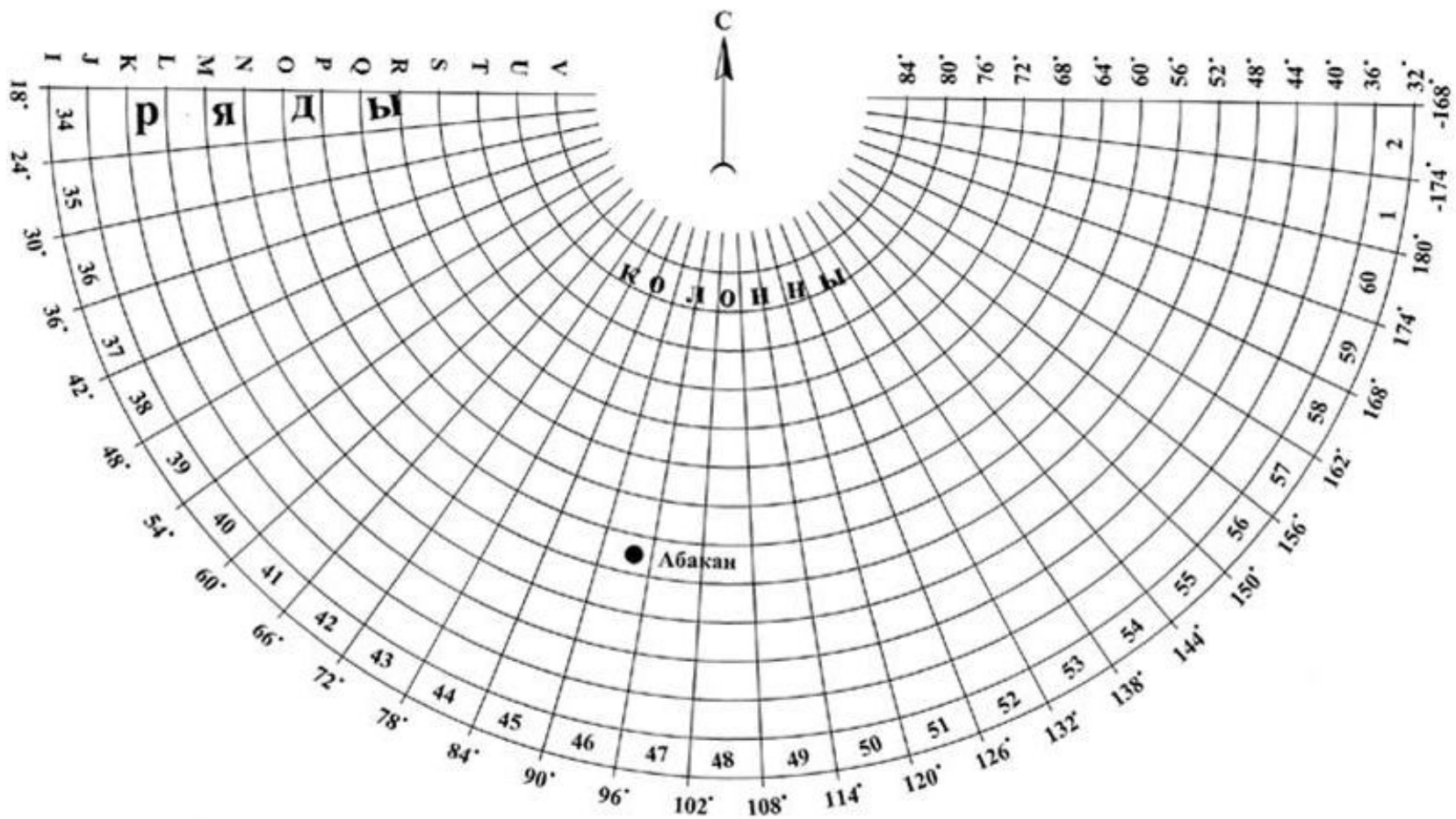
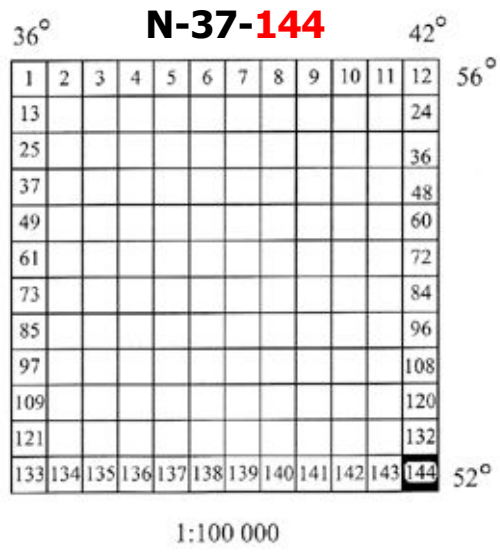
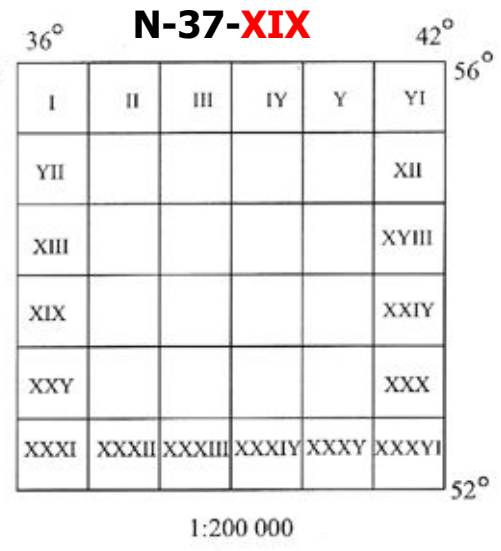
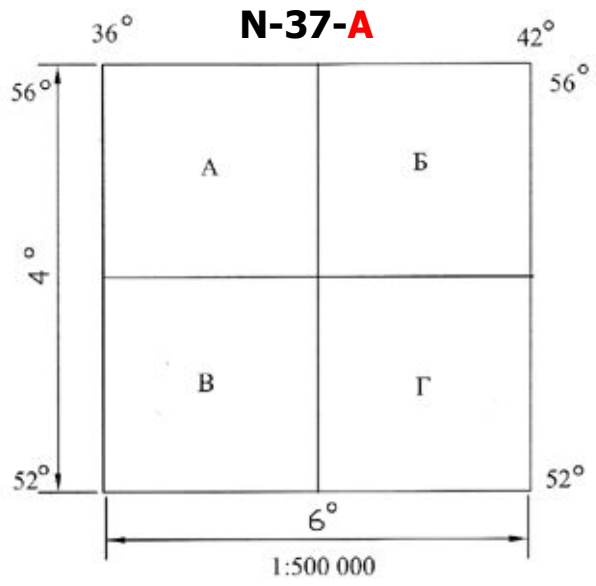
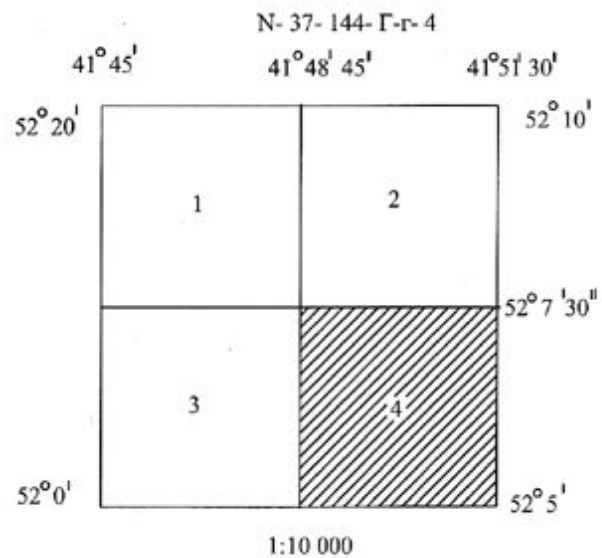
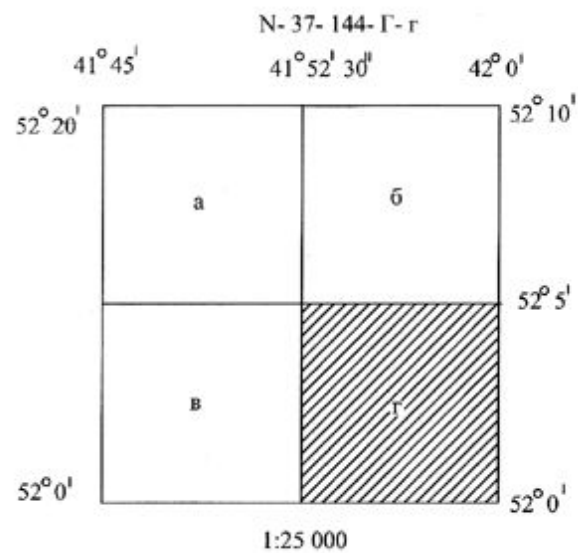
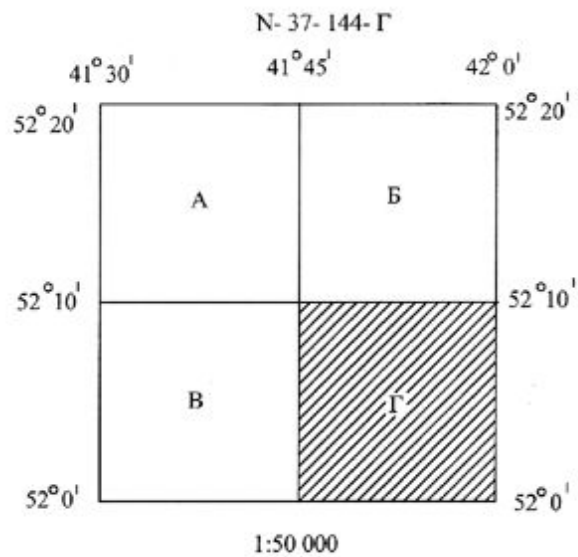


Рис. Схема листов карты масштаба 1:1 000 000





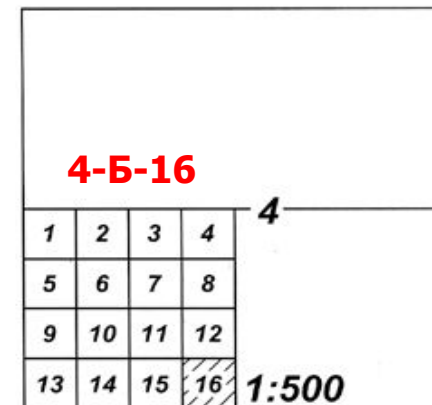
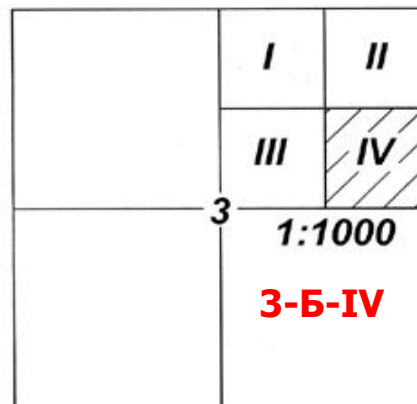
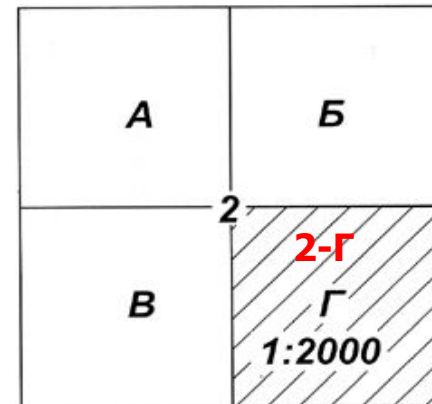
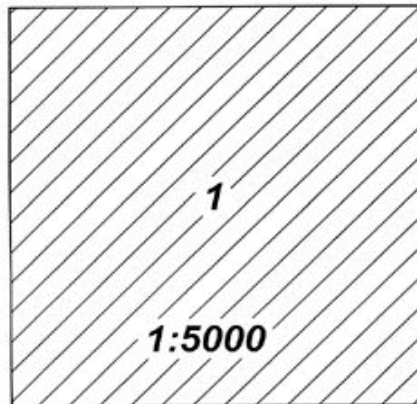


## Номенклатура планов

Основа - лист 1:100000 делится на 256 листов масштаба 1:5000

Для плана участка площадью менее 20 км.кв. используют прямоугольную разграфку, с рамками листа для масштаба 1:5000 – 40 x 40 см, а для масштабов 1:2000 – 1:500 - 50 x 50 см.

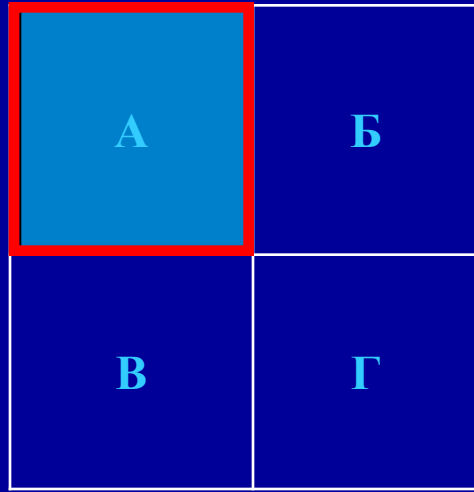
**N-37-144(256)**



Прямоугольная разграфка листа плана

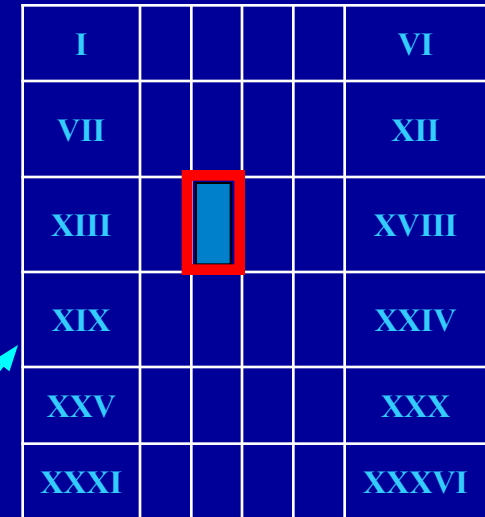
# Номенклатура топографических карт России

N - 40 - A



1 : 500 000

N - 40 - XV



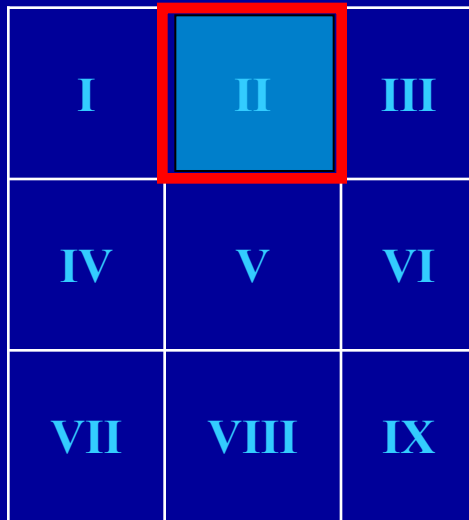
1 : 200 000

N - 40



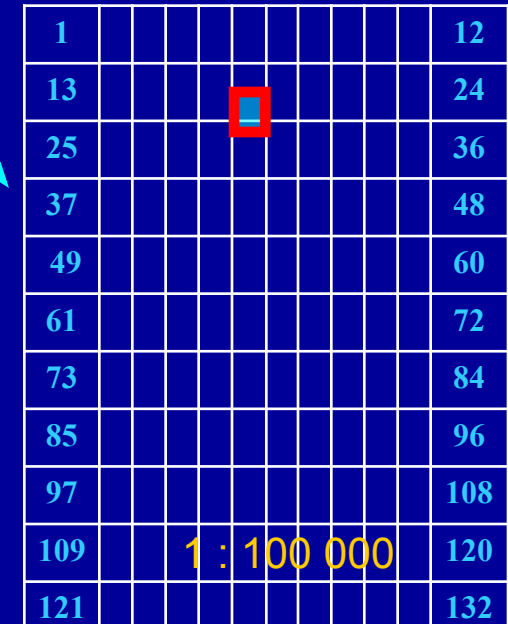
1 : 1 000 000

II - N - 40



1 : 300 000

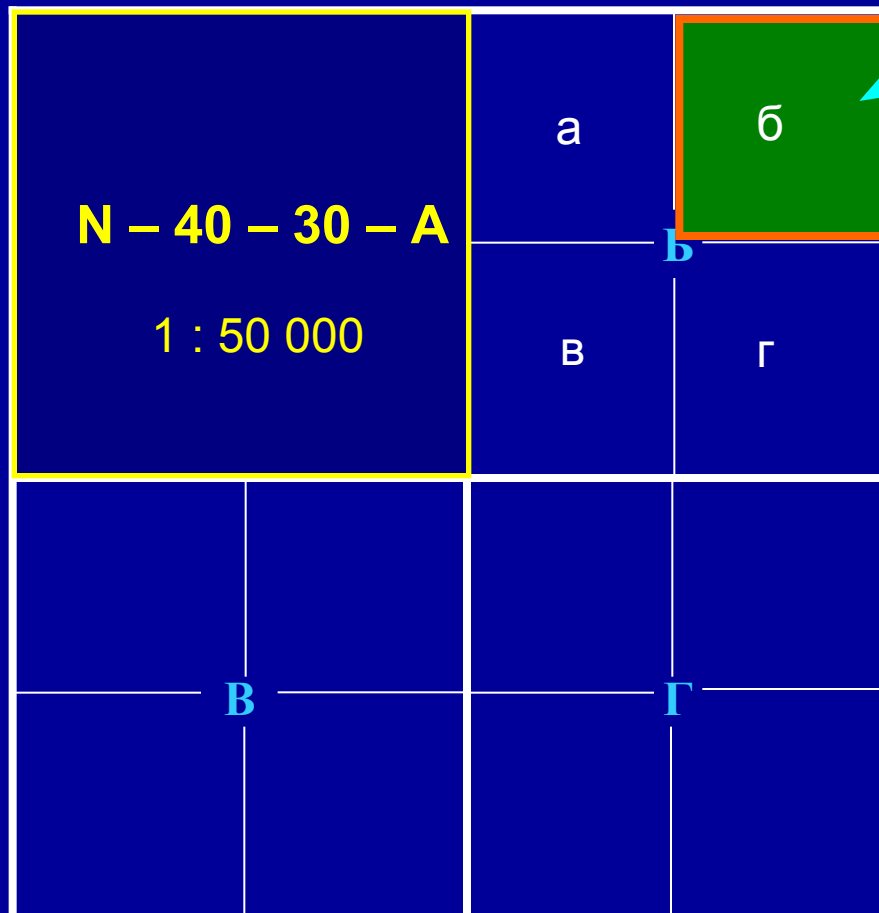
N - 40 - 30



1 : 100 000

**N – 40 - 30**

1 : 100 000



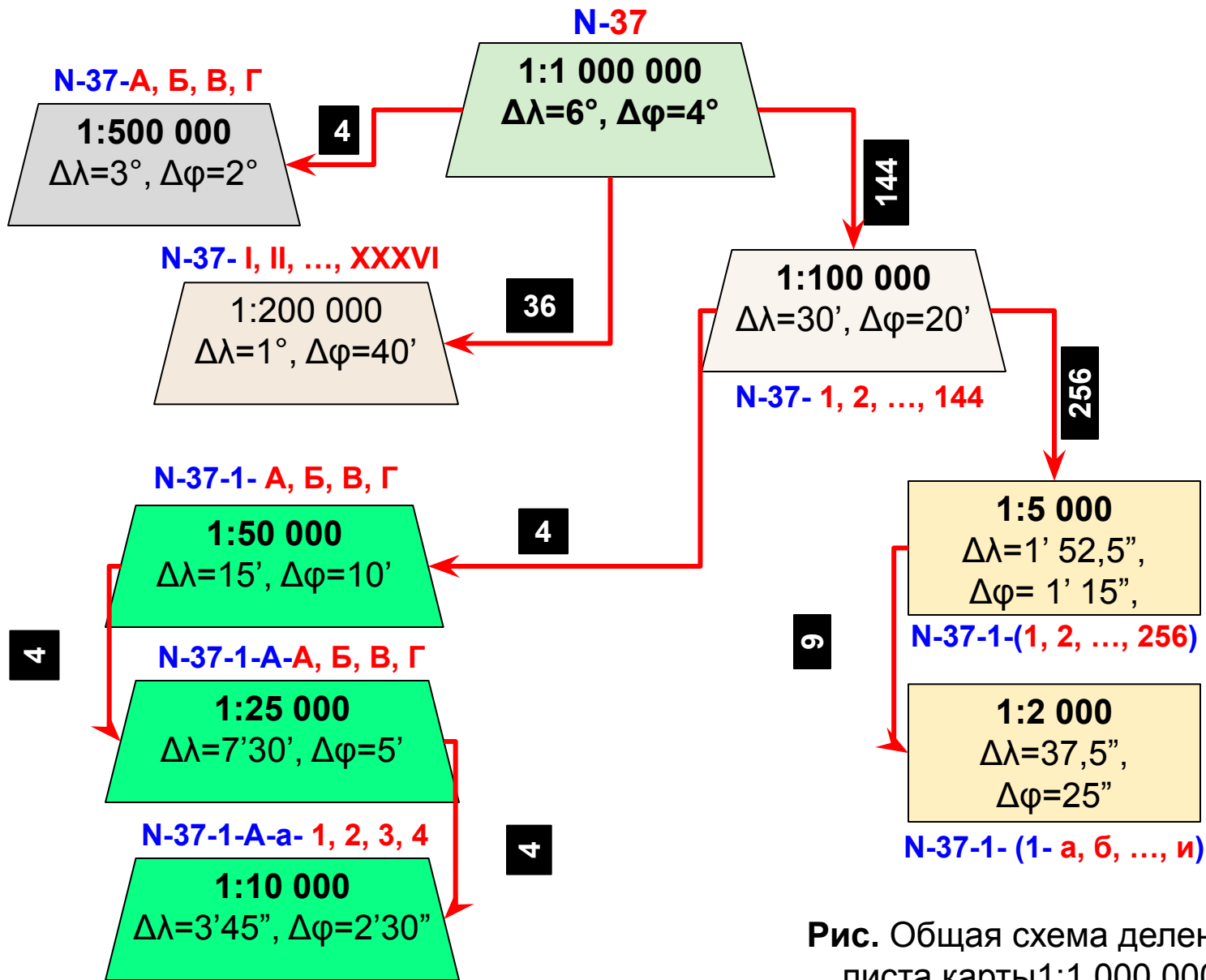
**N – 40 – 30-Б-б**

1 : 25 000



# Номенклатура UTM





**Рис.** Общая схема деления листа карты 1:1 000 000

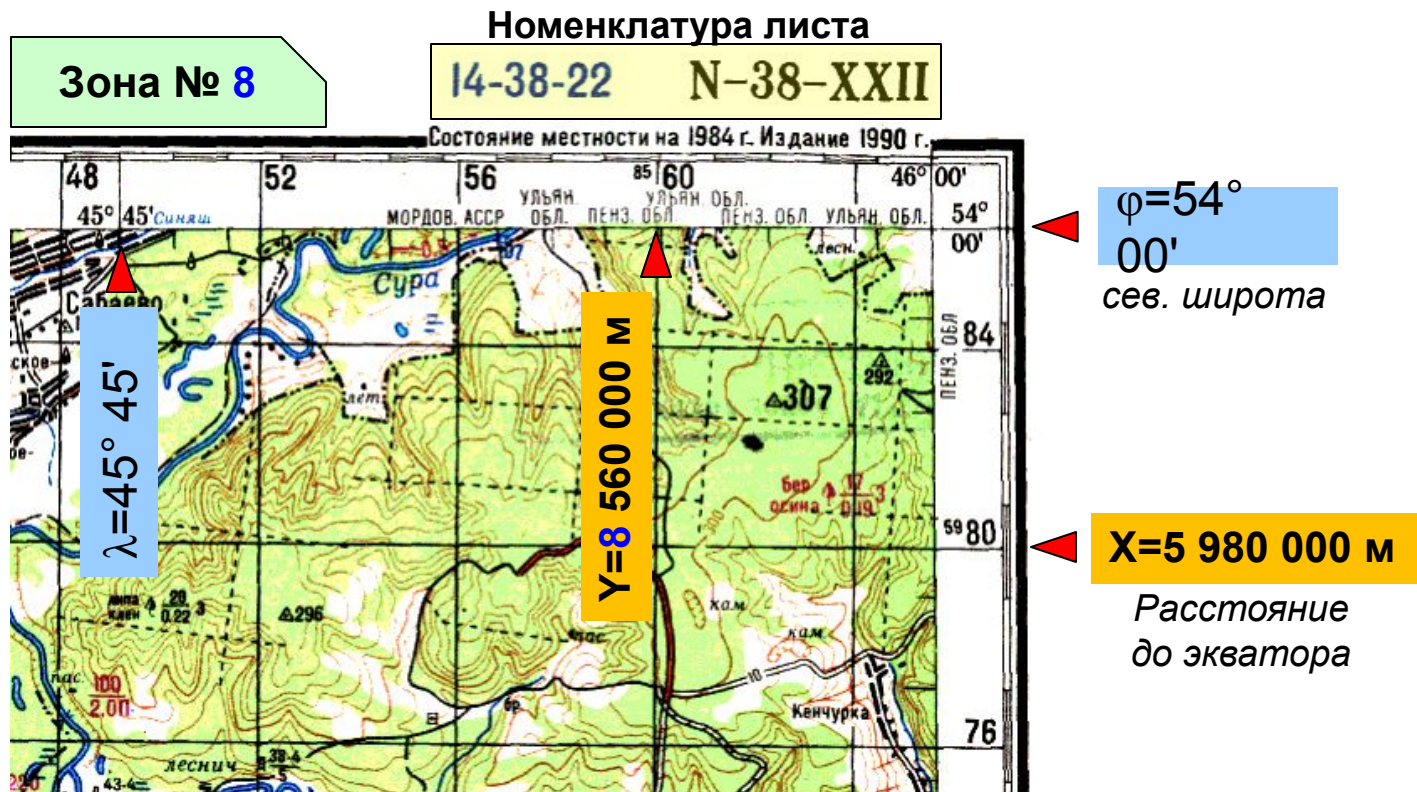
Одним из элементов географической карты является сетка координатных линий. Существуют два вида координатной сетки: картографическая, образуемая линиями меридианов и параллелей, и сетка прямоугольных координат, образуемая линиями, параллельными осям координат ОХ и ОУ.

На топографических картах меридианы и параллели являются границами листа карты; в углах карты подписываются их долгота и широта.

Внутри листа вычерчивается сетка прямоугольных координат в виде квадратов, называемая иногда километровой сеткой, так как на картах масштаба 1:10 000 и мельче линии сетки проводятся через целое число километров.

Линии сетки проведены параллельно осям координат через 2 см на картах масштабов 1 : 50 000 — 1 : 500 000 и через 4 см на карте масштаба 1 : 25 000, что соответствует целому числу километров на местности. Поэтому прямоугольную координатную сетку называют также километровой, а ее линии — километровыми.

Масштабы карт	Размеры сторон квадратов		Площади квадратов, км <sup>2</sup>
	на карте, см	на местности, км	
1 : 25 000	4	1	
1 : 50 000	2	1	1
1 : 100 000	2	2	4
1 : 200 000	2	4	16



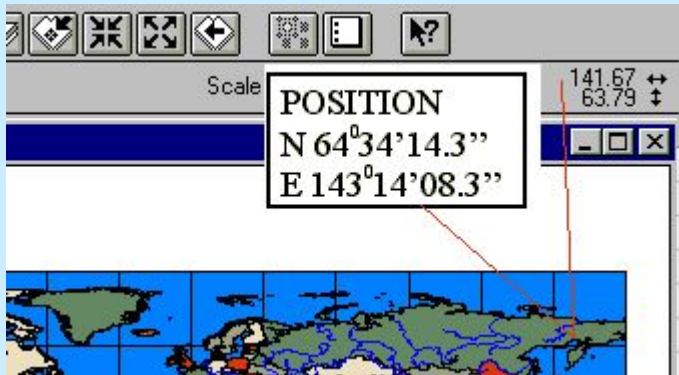
**Рис.** Угол топокарты масштаба 1 : 200 000 с информацией о координатах. Километровые линии, ближайшие к углам рамки листа карты, подписываются полным числом километров, остальные — сокращенно, последними двумя цифрами. Таким образом, подпись 5 980 у крайней снизу горизонтальной линии означает, что эта линия проходит в 5980 км к северу от экватора. Подпись 8560 у вертикальной километровой линии означает, что она находится в восьмой зоне и проходит в 560 км от начала счета ординат, т. е. на 60 км восточнее осевого меридиана зоны.



# Десятичные градусы

Для работы в **GIS** системах обычно используются десятичные градусы (**Decimal Degrees**). Обычно с карты мы можем снять географические координаты, приборы спутниковой навигации позволяют снять как географические координаты так и десятичные градусы. Но все равно проблема перевода остается. Она решается следующей формулой.

$$\text{Decimal Degrees} = \text{Degrees} + \text{Minutes}/60 + \text{Seconds}/3600$$



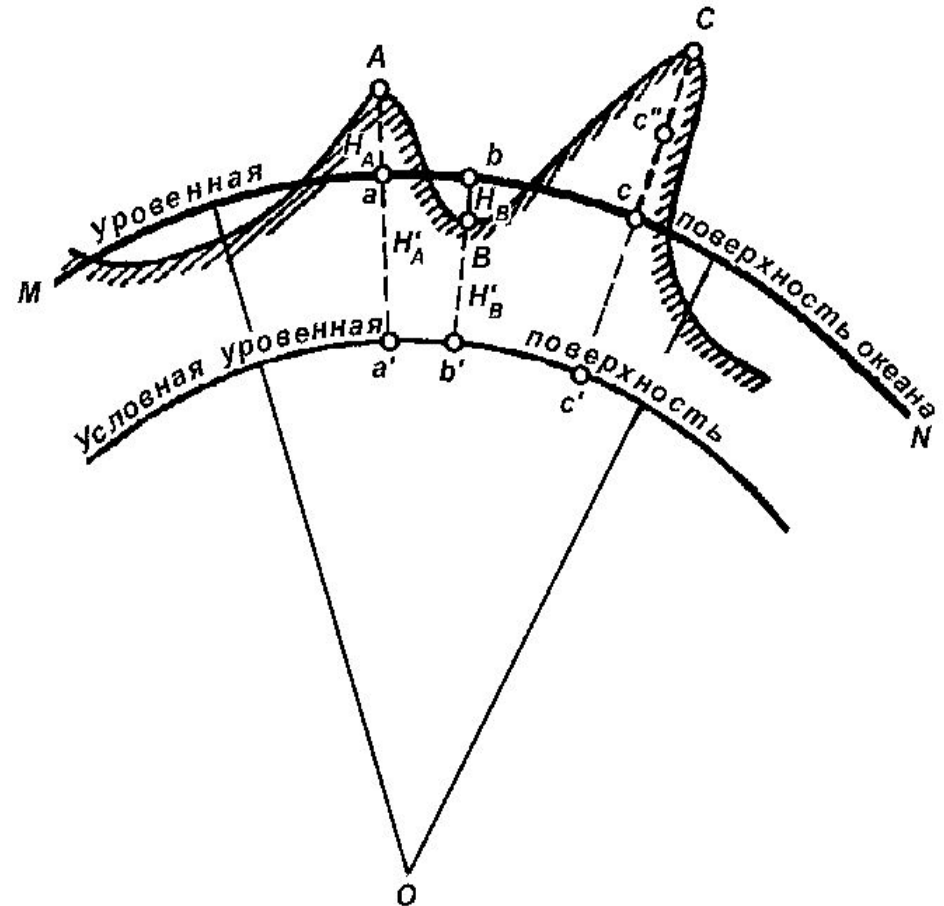
C	D	E	F
			$=C6+D6/60+E6/3600$
64	34	14	64,6
143	14	8	143,2

А вот так можно пересчитать в **Excel**.

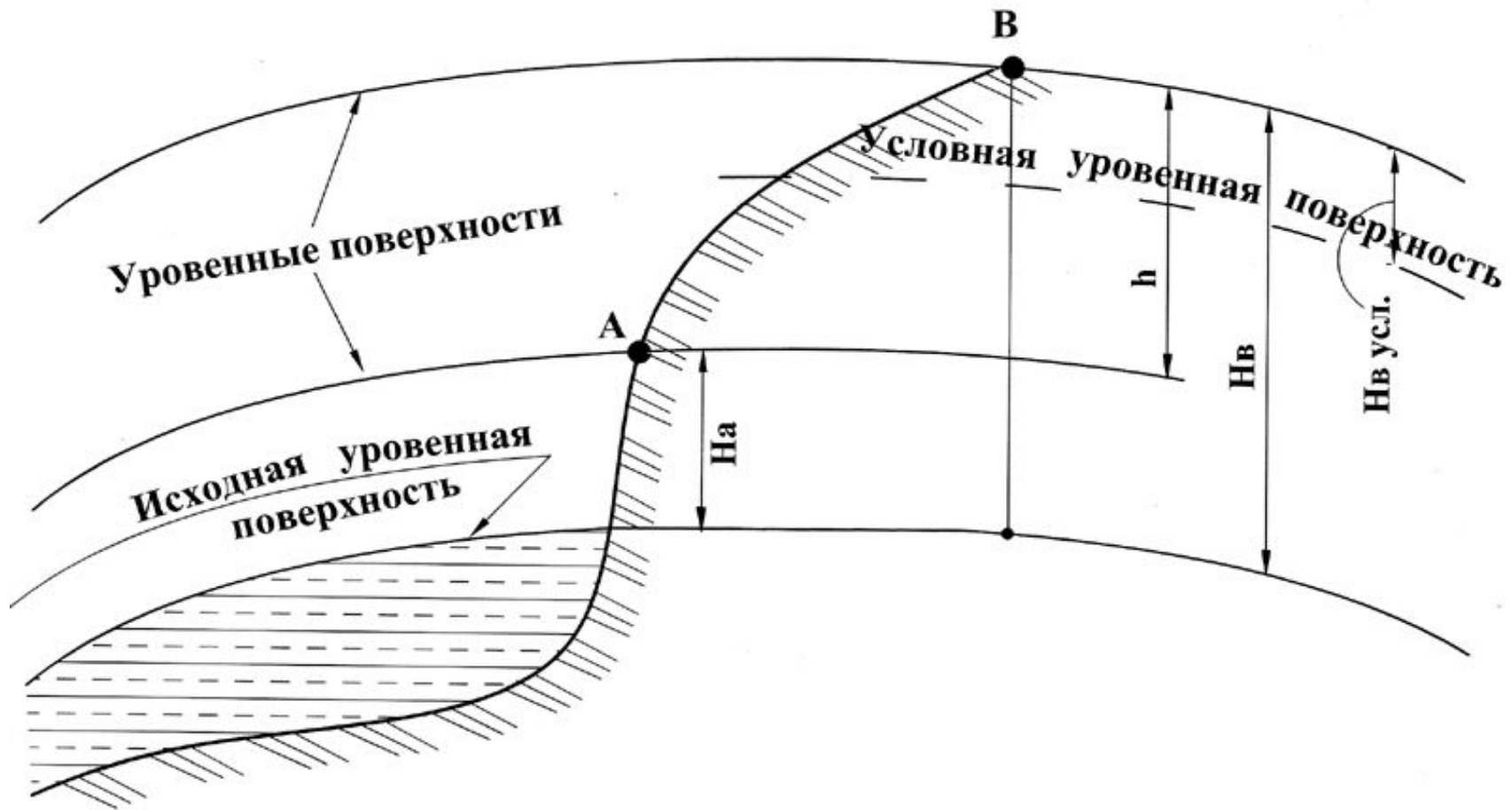
# ИЗОБРАЖЕНИЕ РЕЛЬЕФА НА КАРТАХ И ПЛАНАХ

- Для определения положения точек физической поверхности Земли недостаточно знать положение двух координат, так как они определяют только положение проекций точек на поверхность эллипсоида. Поэтому в геодезии пользуются третьей координатой – высотой, т. е. расстоянием по отвесному направлению от данной точки до принятой уровенной поверхности. На рисунке, MN - основная уровенная поверхность, совпадает с поверхностью воды в Балтийском море. Высотой точки называется расстояние по отвесному направлению от нее до основной уровенной поверхности. Aa, Bb, Cc – данные расстояния являются высотами точек A, B, C их еще называют **абсолютными высотами** и обозначают через **H**.
- Если высоты определены не от основной уровенной поверхности то они называются **условными**.

- Высоты считаются положительными, если точки местности расположены выше уровенной поверхности и наоборот.



**Превышением**, или **относительной высотой** точки, называется высота ее над другой точкой земной поверхности; ее обозначают через  $h$ . Например, превышение точки В над точкой А будет  $h = H_B - H_A$ .



**Рельефом** называют совокупность пространственных форм (неровностей) земной поверхности.

Рельеф на планах и картах изображают при помощи соответствующих условных знаков, от которых требуется:

- подробно и точно показать расположение всех форм неровностей местности, характеризующих ее пересеченность;
- обеспечить определение высот отдельных точек местности и превышений одних точек над другими, направление склонов и их крутизну;
- наглядно изобразить рельеф, позволяя возможно яснее представить действительный ландшафт местности.

На современных топографических картах и планах рельеф изображают горизонталями, дополненными абсолютными отметками и бергштрихами. Этот способ объективен, прост для использования, позволяет геометрически наиболее точно передать форму рельефа и отразить его особенности.

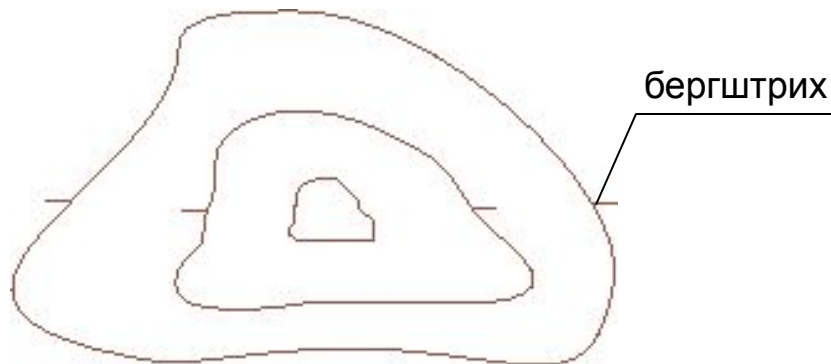


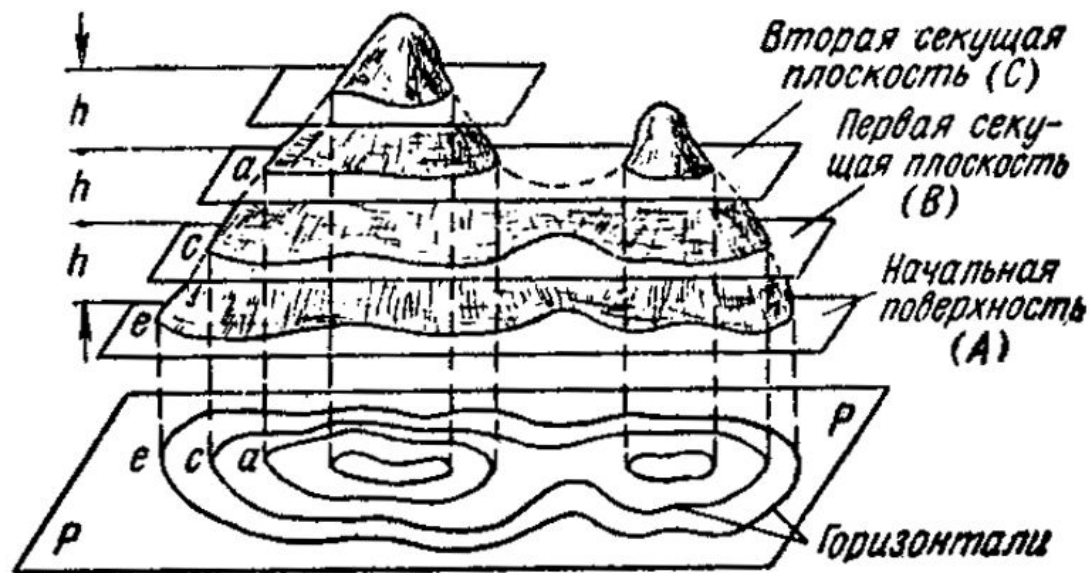
Рис. Обозначение направления ската возвышенности бергштрихами

## Горизонтали

**Горизонталь** – плавная кривая линия на карте, соединяющая точки с одинаковыми высотными отметками.

Если представить, что участок физической поверхности Земли рассечён рядом горизонтальных плоскостей, расположенных по вертикали на одинаковом расстоянии  $h$ , то спроецировав образованные в сечениях линии на горизонтальную плоскость, получим ряд замкнутых кривых – горизонталей.

Расстояние  $h$  между соседними секущими плоскостями называется **высотой сечения рельефа**, которая устанавливается в зависимости от характера рельефа местности и масштаба съёмки.



**Рис.** Метод изображения рельефа горизонталями

Характер рельефа	Высота сечения рельефа, м, при масштабе съёмки			
	1:500	1:1000	1:2000	1:5000
Равнинный и пересеченный	0,5	0,5	0,5-1,0	1,0-2,0
Горный и предгорный	1,0	1,0	2,0	2,0-5,0



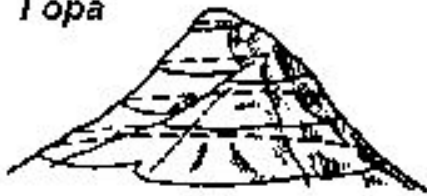
## Свойства горизонталей

- все точки, лежащие на одной и той же горизонтали, имеют одинаковую высотную отметку;
- замкнутые в пределах плана или карты горизонтали обозначают холм или котловину;
- горизонтали на плане или карте должны быть непрерывными линиями, за исключением насыпей, карьеров, оврагов, крутых обрывов, рек и каналов, если они изображены двумя линиями;
- горизонтали не могут пересекаться и разветвляться. Исключение – нависший утес, для изображения которого установлен специальный условный знак;
- расстояние между смежными горизонталями в плане **d (заложение)** характеризует крутизну ската - чем меньше это расстояние, тем круче скат и наоборот;
- горизонтали имеют отметки кратные высоте сечения рельефа. Высотные отметки подписывается в разрывах каждой пятой основной горизонтали. Горизонтали, имеющие стандартную разность высот, называют **основными**. Такие горизонтали проводят сплошными тонкими линиями коричневого цвета, каждая пятая горизонталь утолщается.

Абсолютная высота зеркала воды в реке или озере называется **урезом воды**.

# Основные формы рельефа

Гора



Седловина



Котловина



Лощина



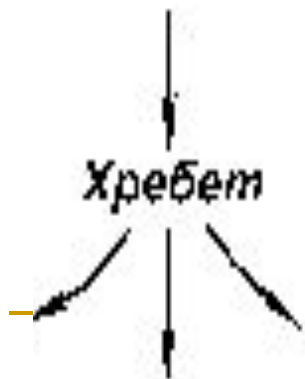
Хребет



Овраг



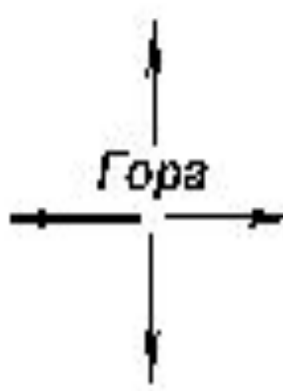
Хребет



Котловина



Гора



Седловина



Лощина



**Гора (холм)** – это возвышенность конусообразной формы. Она имеет

характерную точку – вершину, боковые скаты (или склоны) и характерную линию – линию подошвы. *Линия подошвы* – это линия слияния боковых скатов с окружающей местностью. На скатах горы иногда бывают горизонтальные площадки – называемые уступами.

**Седловина** – это небольшое понижение между двумя соседними горами; как правило седловина является началом двух лощин понижающихся в противоположных направлениях. Седловина имеет одну характерную точку – точку седловины располагающуюся в самом низком месте.

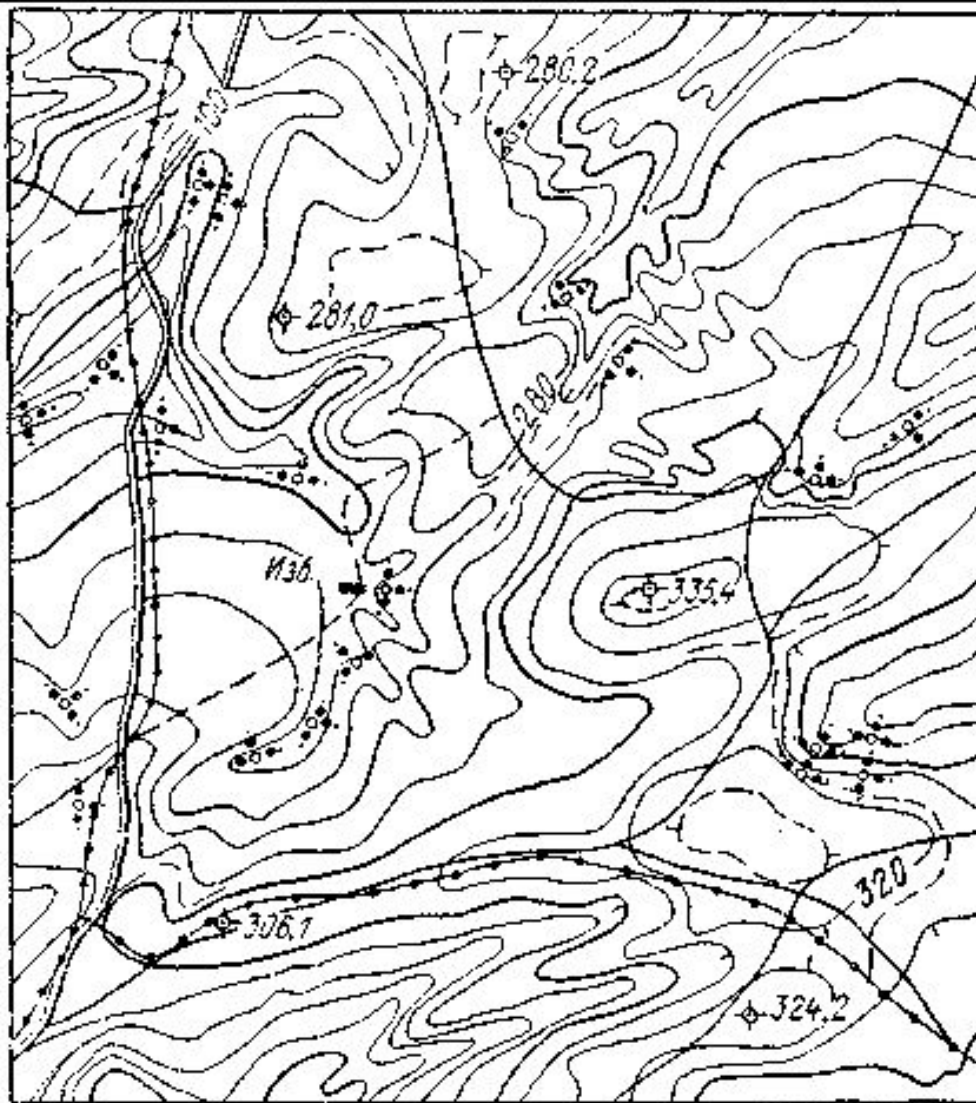
**Хребет** – это вытянутая и постепенно понижающаяся в одном направлении возвышенность. Он имеет характерные линии: - линию водораздела образуемую боковыми скатами при их слиянии вверху и две линии подошвы.

**Котловина** – это углубление конусообразной формы. Котловина имеет характерную точку – дно, боковые скаты (или склоны) и характерную линию бровки. *Линия бровки* - это линия слияния боковых скатов с окружающей местностью.

**Лощина** – это вытянутое и открытое с одного конца постепенно понижающееся углубление. Лощина имеет характерные линии: одну линию водослива образуемую боковыми скатами при их слиянии внизу и две линии бровки.

**Овраг** – резко выраженное углубление на равнине, растянутое в одном направлении, с крутыми склонами и временно действующими водостоками. Овраги часто имеют ответвления.

В настоящее время рельеф на топографических картах изображают сочетанием горизонталей, условных знаков и отметок точек.



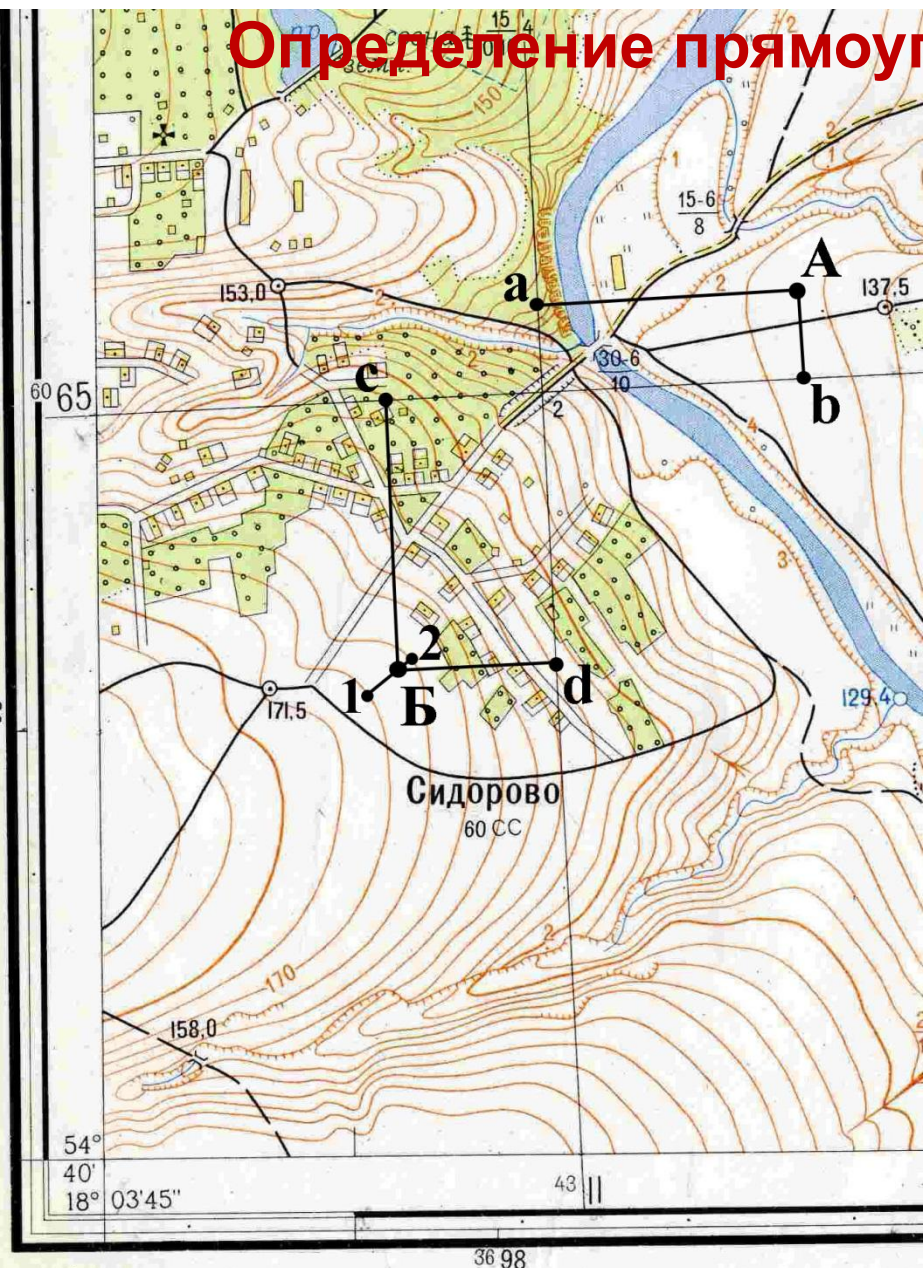
**Рис.** Изображение рельефа горизонталями на плане



## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО КАРТАМ И ПЛАНАМ

- Определение координат точек
- Определение высот точек
- Определение крутизны ската
- Построение линии заданного уклона
- Построение профиля местности по заданному направлению
- Определение площадей:
  - графический (палетка, простейшие фигуры),
  - механический (планиметром),
  - аналитический способы (по формулам)
- Вычисление объёмов

## Определение прямоугольных координат точек



При определении прямоугольных координат точки  $A$  сначала записывают абсциссу нижней километровой линии квадрата, в котором находится точка  $A$ , т.е.  $X_0 = 6065$  км. Измеряют расстояние  $\Delta X = Ab$  и, пользуясь масштабом карты, определяют, чему оно равно на местности. Полученную величину  $\Delta X = 110$  м складывают с величиной абсциссы линии и получают координату точки  $A$  по оси  $OX$ :  
 $X_A = 6\ 065\ 000\ \text{м} + 110\ \text{м} = 6\ 065\ 110\ \text{м}$ .

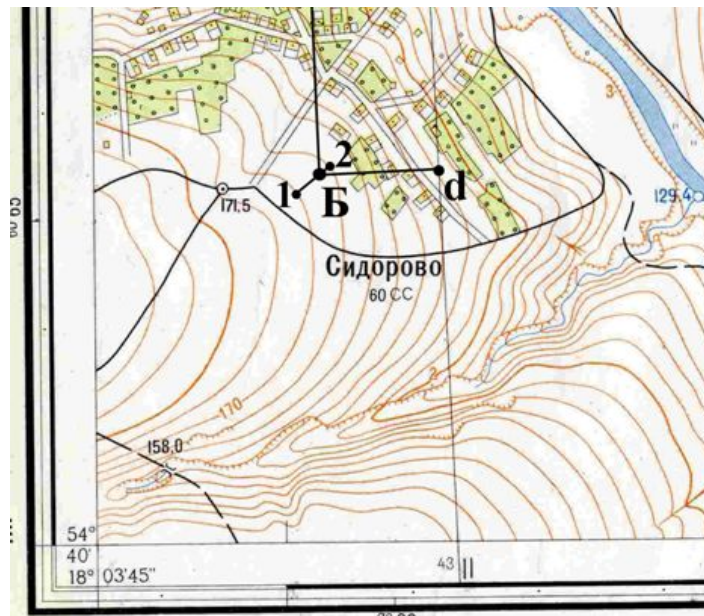
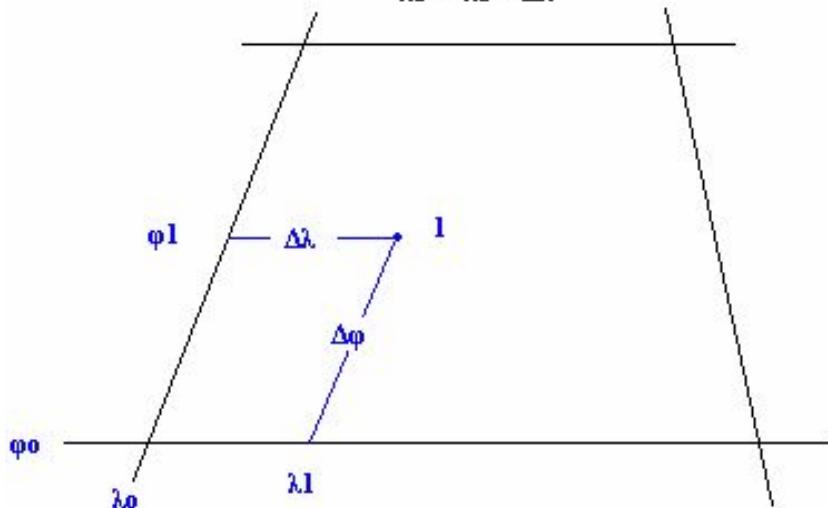
Аналогичным путем определяют ординату точки  $A$ . Записав значение ординаты левой стороны квадрата  $Y_0 = 4311$  км, к нему прибавляют длину линии  $\Delta Y = aA$  с учетом масштаба (250 м) и получают координату точки  $A$  по оси  $OY$ :  
 $Y_A = 4\ 311\ 000\ \text{м} + 250\ \text{м} = 4\ 311\ 250\ \text{м}$ .

Правильное озвучивание координат точки  $A$  следующее. Точка  $A$  отстоит от экватора в северном направлении на расстоянии 6 065 110 метров и находится в четвертой зоне на расстоянии 311 110 м от начала координат по оси  $OY$  (приведенная координата). Чтобы определить истинную координату точки  $A$  по оси  $OY$ , надо вычесть 500 000 м, т.е.

$$Y_A = 4\ 311\ 250\ \text{м} - 500\ 000\ \text{м} = 4\ (-188\ 750\ \text{м}).$$

# Определение географических координат

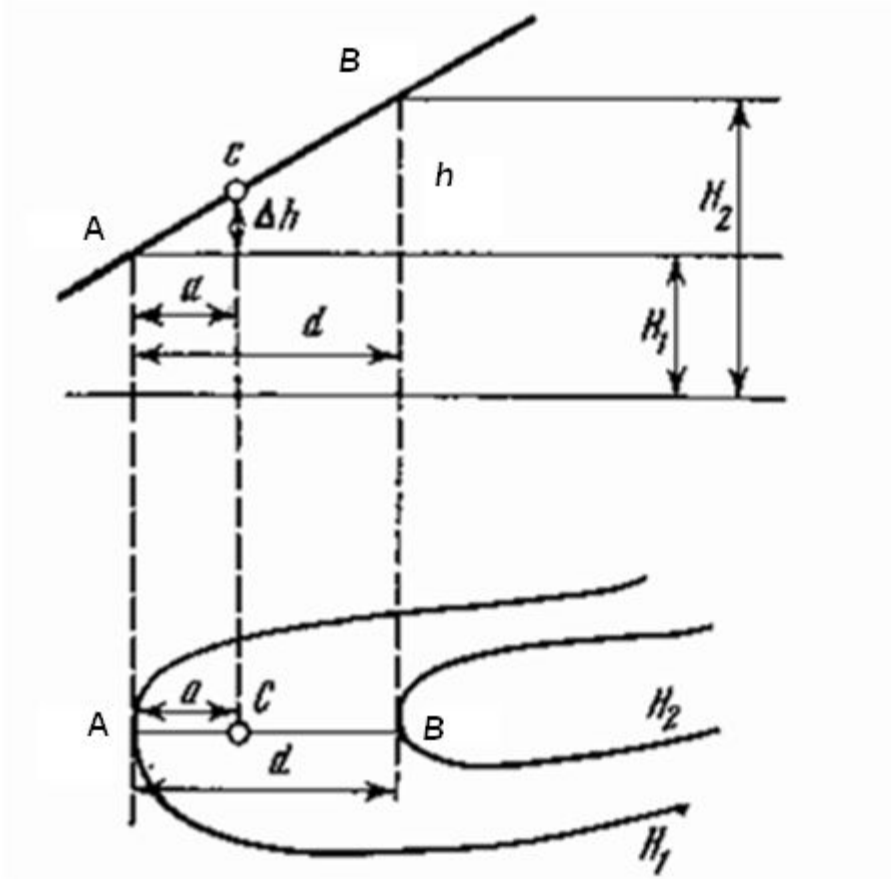
$$\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta\varphi$$
$$\lambda_1 = \lambda_0 + \Delta\lambda$$



Карты издаются отдельными листами на территорию, ограниченную в зависимости от масштаба определенными размерами по широте и долготу. Северная и южная линии внутренней рамки листа карты являются параллелями, а западная и восточная – меридианами. В углах внутренней рамки листа указываются их широты и долготы. На отстояние 0,6 см от внутренней рамки карты проводится *градусная рамка* в виде двойной линии, разделенной по широте и долготу на части, кратные 1'. Каждый минутный интервал с помощью точек разбит на 10-секундные интервалы.

Для определения географических координат (φ, λ) точки на карте проводят ближайшие к данной точке южную параллель и западный меридиан, соединив одноименные минутные деления градусной рамки.

# Определение высот точек по горизонталям



$$H_C = H_A + \Delta h$$

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{a}{d}$$

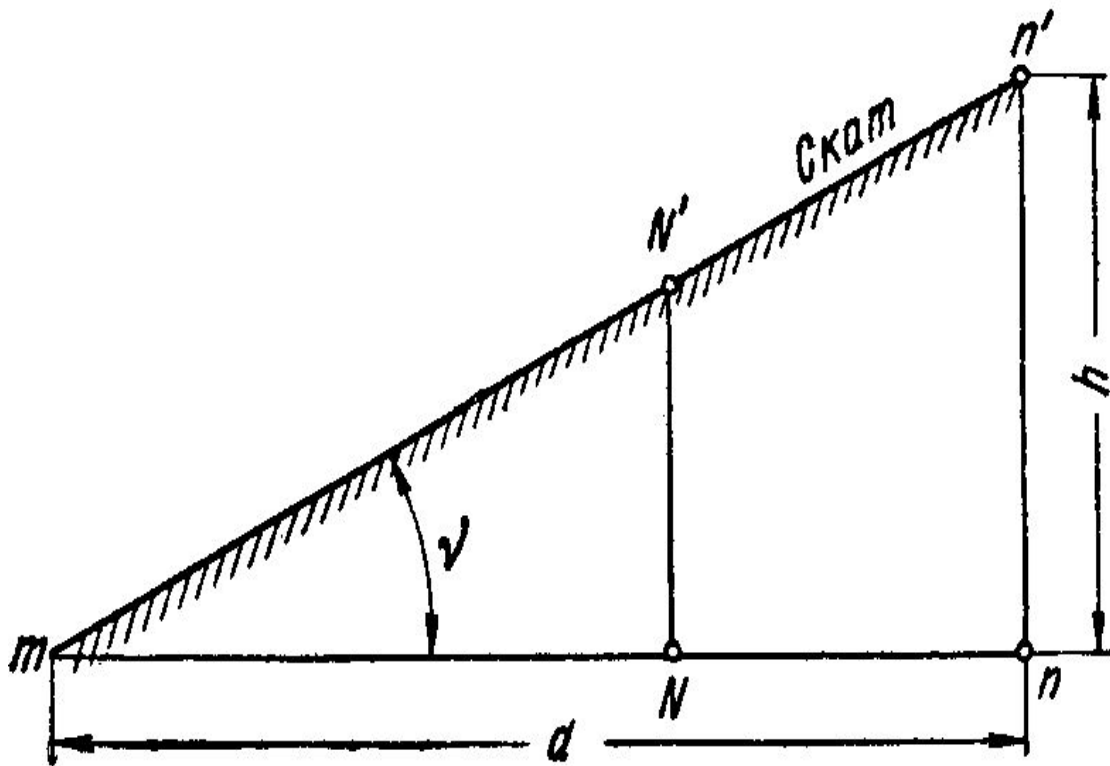
$$\Delta h = \frac{a}{d} \cdot h$$

# Определение крутизны ската

Характеристики крутизны ската:

**угол наклона ( $\nu$ )** - угол который образует линия местности с горизонтальной плоскостью;

**уклон линии ( $i$ )** - отношение высоты сечения рельефа ( $h$ ) к заложению ( $d$ ) или тангенс угла наклона.



$$i = \operatorname{tg} \nu = \frac{h}{d}$$

отсюда

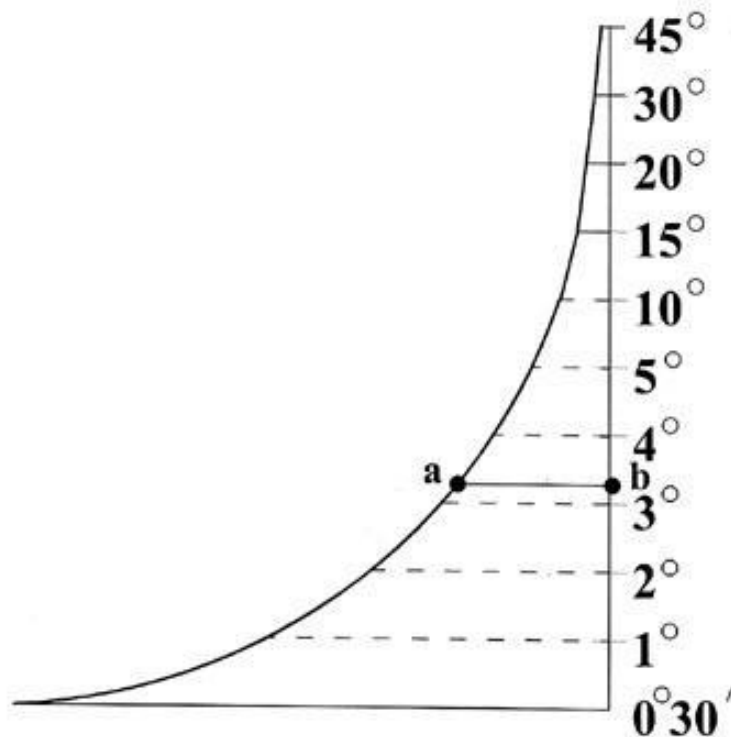
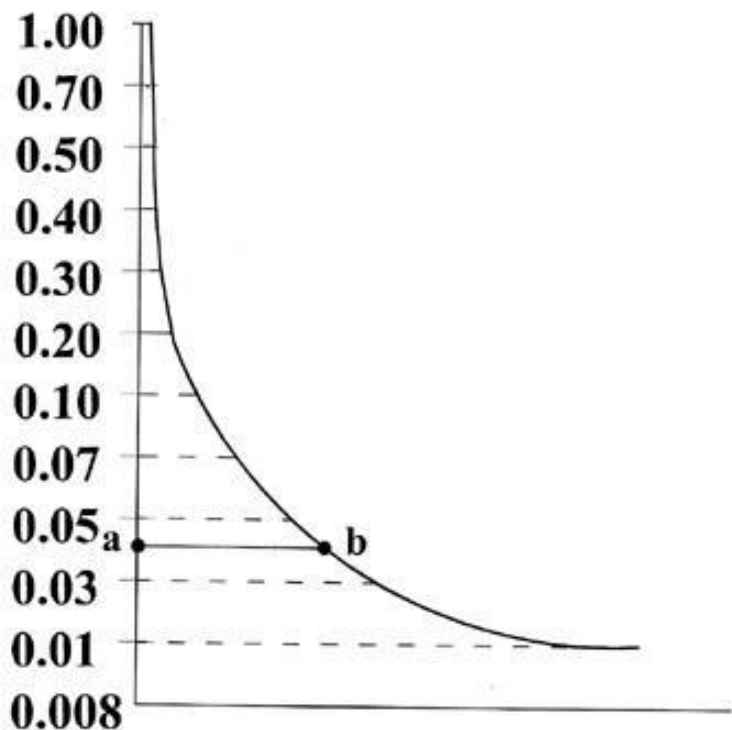
$$\nu = \operatorname{arctg} \frac{h}{d}$$

Уклон линии выражают в тысячных долях, процентах и промилле.

Например:  $h = 1\text{м}$ ,  $d = 200\text{м}$ ,  
тогда  
 $i = 1/200 = 0,005 = 0,05\% = 5\text{‰}$



Чтобы избежать расчетов при определении крутизны скатов по плану или карте, пользуются специальными графиками, называемыми графиками заложений.



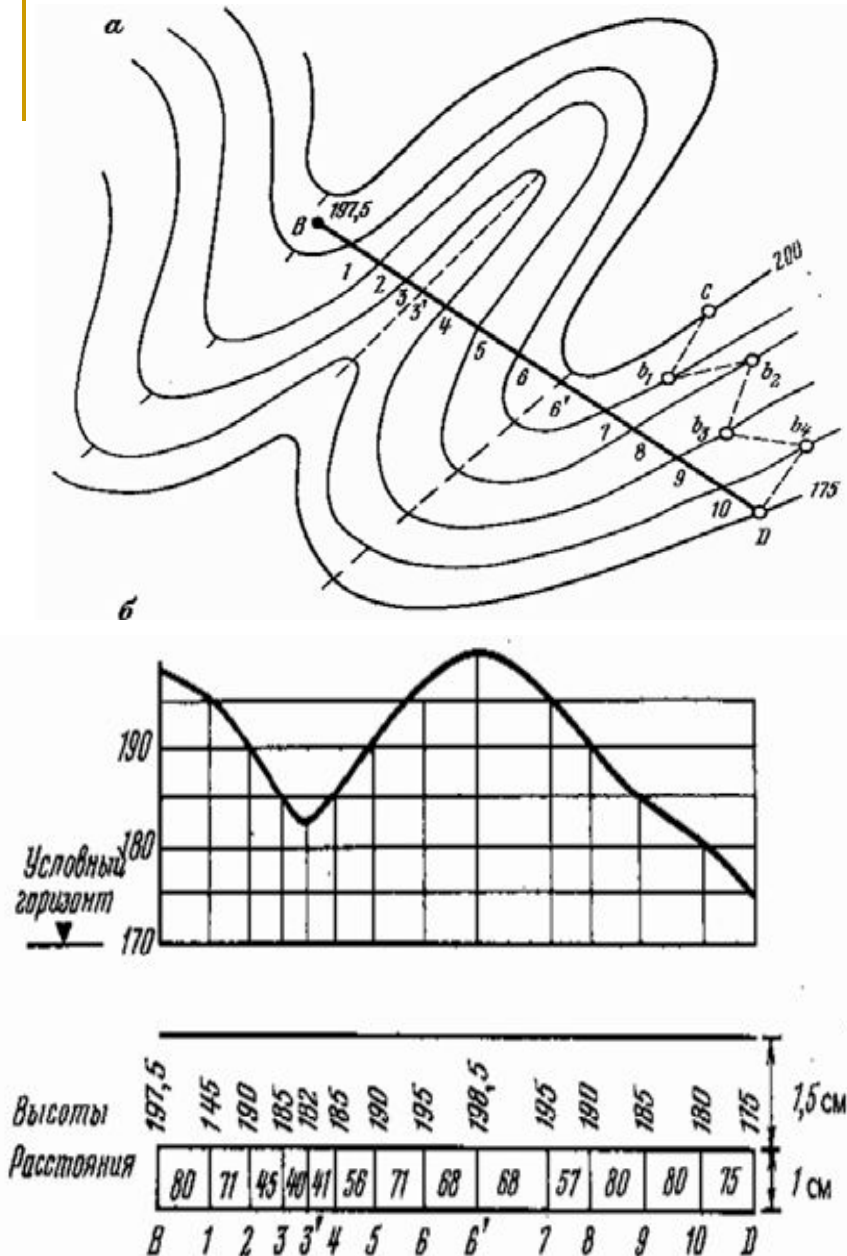
### Графики заложений:

**УКЛОНОВ**

**УГЛОВ НАКЛОНА**

## Построение профиля местности по заданному направлению

Для построения профиля по линии  $BD$  (рис. а) на листе бумаги проводят горизонтальную линию, на ней в масштабе плана последовательно откладывают отрезки  $B-1, 1-2; 2-3, 3-3' \dots 10-D$ , (точки пересечения линии профиля с горизонталями), выписывают их абсолютные отметки. В каждой из полученных точек восстанавливают перпендикуляры (рис. б) и на них в принятом вертикальном масштабе откладывают профильные отметки, равные разности абсолютных отметок точек и условного горизонта, т. е.  $H_{\text{проф}} = H_{\text{абс}} - \text{УГ}$ . Условный горизонт (УГ) выбирают таким образом, чтобы его линия не пересекалась с линией профиля (например, УГ = 170 м). Соединив концы перпендикуляров плавной кривой, получают профиль местности по линии  $BD$ .



Для большей наглядности вертикальный масштаб профиля обычно принимается в 10 раз крупнее горизонтального масштаба, т. е. масштаба плана.

# Проектирование трассы с заданным уклоном

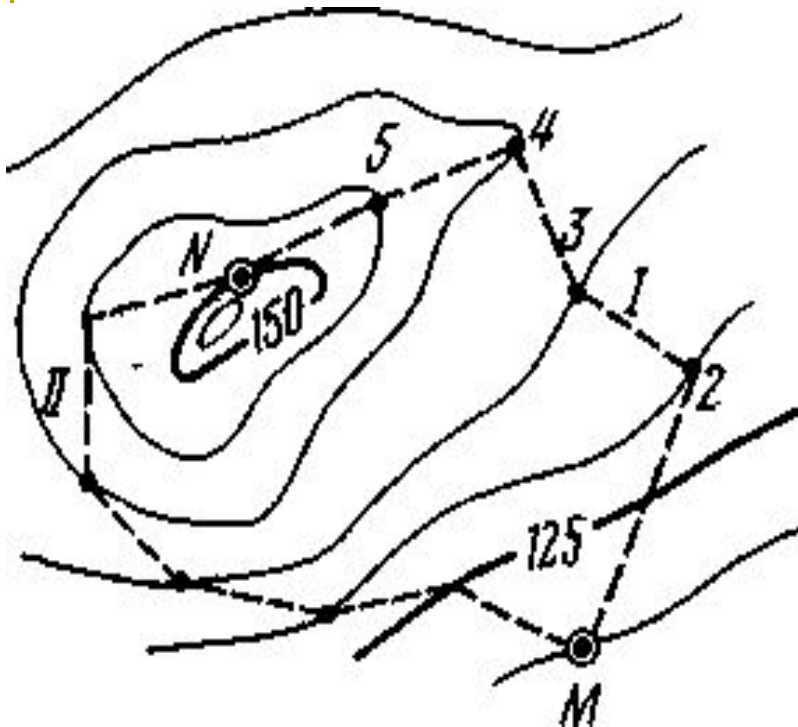


Рис. Схема проектирования трассы с заданным уклоном

Величину заложения  $d'$  можно определить также по графику заложений. Раствором циркуля, равным заложению  $d'=1\text{см}$ , из точки  $M$  засекают соседнюю горизонталь и получают точку 1; из точки 1 тем же раствором засекают следующую горизонталь, получая точку 2, и т. д. Соединив полученные точки, проводят линию с заданным уклоном.

Пусть на плане масштаба 1:10 000 требуется наметить трассу шоссейной дороги между точками  $M$  и  $N$ , чтобы уклон ее во всех частях не превышал  $i=0,05$ . Высота сечения рельефа на плане  $h = 5 \text{ м}$ .

Для решения задачи рассчитывают заложение  $d$ , соответствующее заданному уклону  $i$  и высоте сечения рельефа  $h$ ,

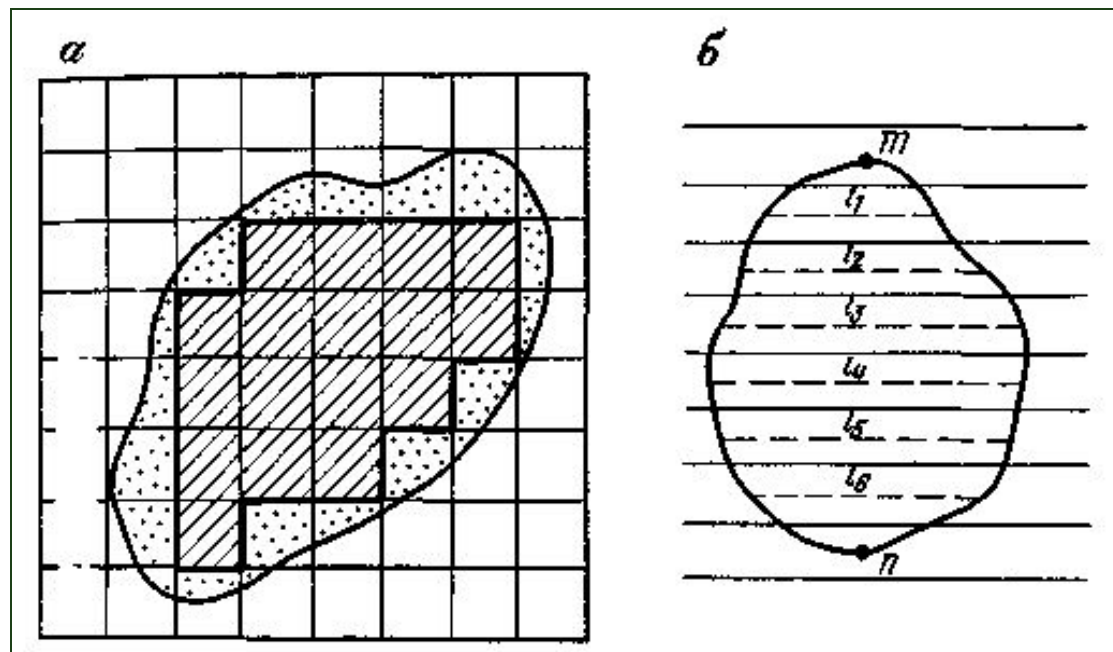
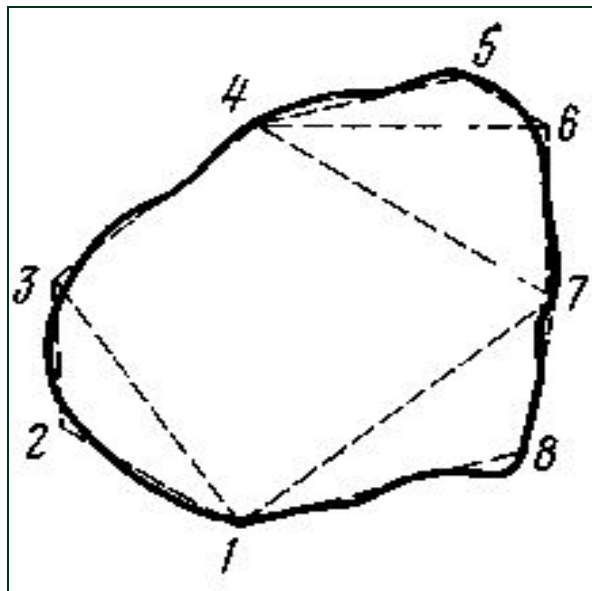
$$d = \frac{h}{i} = \frac{5\text{м}}{0,05} = 100\text{м}$$

и выражают его в масштабе плана:

$$d' = \frac{d \cdot 100}{M} = \frac{100\text{м} \cdot 100}{10000} = 1\text{см}$$

где  $M$  – знаменатель численного масштаба плана.

# Определение площадей по плану или карте



Способ определения площади с разбивкой участка на геометрические фигуры

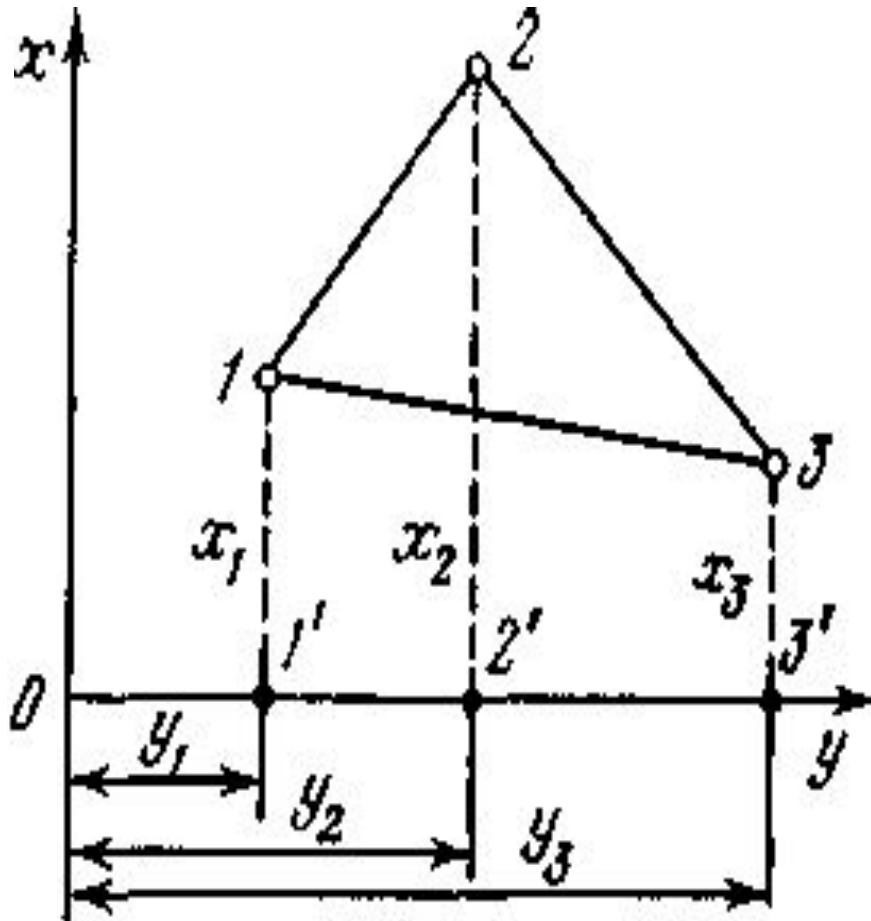
Способы определения площадей с помощью палеток  
а – квадратной; б – линейной





## ПОЛЯРНЫЙ ПЛАНИМЕТР

## Аналитический способ определения площадей



Если по результатам измерений на плане (карте) определены координаты вершин замкнутого многоугольника, то площадь последнего может быть определена аналитическим способом.

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n X_i (Y_{i+1} - Y_{i-1})$$

$$S = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Y_i (X_{i-1} - X_{i+1})$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  - номера вершин  $n$ -угольника.