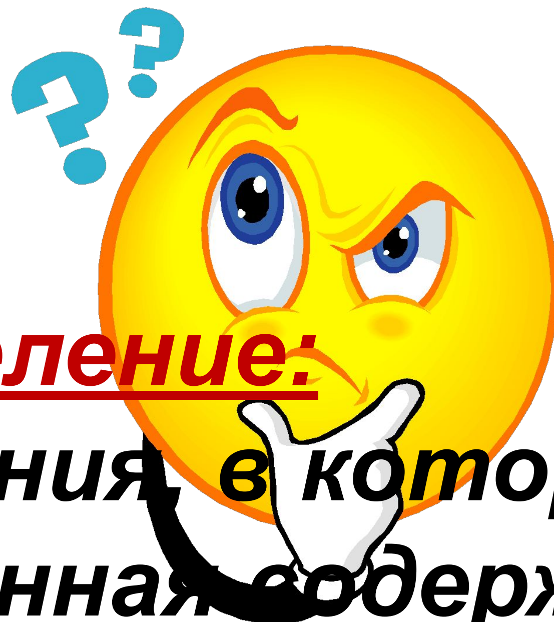
2009-2010 уч. год

Векслер Е. В.
ГОУ СОШ №252

Урок 1

Иррациональные уравнения и способы их решения

Какие уравнения называются ИРРАЦИОНАЛЬНЫМИ ?



Определение:

Уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня, называют *иррациональными*.

Вспомните графики функций

Укажите, для каких значений переменных равенство верно.

$$\sqrt{xy} = \sqrt{x}\sqrt{y}$$

$$\sqrt{x^2} = -x$$

$$\sqrt{x^4} = x^2$$

$$\sqrt{x} = x - 1$$

$$\sqrt[3]{x} = x$$

Какие из предложенных уравнений **не являются** иррациональными?

Какие уравнения не имеют корней?

Какие уравнения из оставшихся можете решить?

$$1)\ \sqrt[3]{2x-7}=-9$$

$$1)\ \sqrt[3]{2x-7}=-9$$

$$2x-7=-729$$

$$2x=-722$$

$$x=-361$$

$$Ответ: -361$$

$$11)\ (x-6)\sqrt{3x-6}=0$$

$$11)\ (x-6)\sqrt{3x-6}=0$$

$x-6=0$ $\qquad$ $3x-6=0$

$x=6$ $\qquad$ $x=2$

Проверка $\qquad 3\cdot 6-6>0,$ *значит*

$x=6$ – *корень*

Ответ : 2;6

$$4)\sqrt{x^2-2x+4}=\sqrt{2x+1}$$

$$x^2-2x+4=2x+1$$

$$x^2-4x+3=0$$

$$x=3$$

$$x=1$$

Ответ : 1;3

$$10)\ 3+\sqrt{3x+1}=x$$

$$\sqrt{3x+1}=x-3$$

$$3x+1=x^2-6x+9$$

$$x^2-9x+8=0$$

$$x=8$$

$$x=1$$

$$\textit{Проверка}: 3+\sqrt{3\cdot 8+1}=8 \qquad (\textit{верно})$$

$$3+\sqrt{3\cdot 1+1}=1 \qquad (\textit{неверно})$$

$$\textit{Ответ}: 8$$

$$10)\ 3+\sqrt{3x+1}=x$$

$$\sqrt{3x+1}=x-3$$

$$\begin{cases} x\ge 3 \\ 3x+1=x^2-6x+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\ge 3 \\ x^2-9x+8=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} x=8 \\ x=1 \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\textit{Ответ}: 8$$

Как предлагаете решить уравнение №9 ?

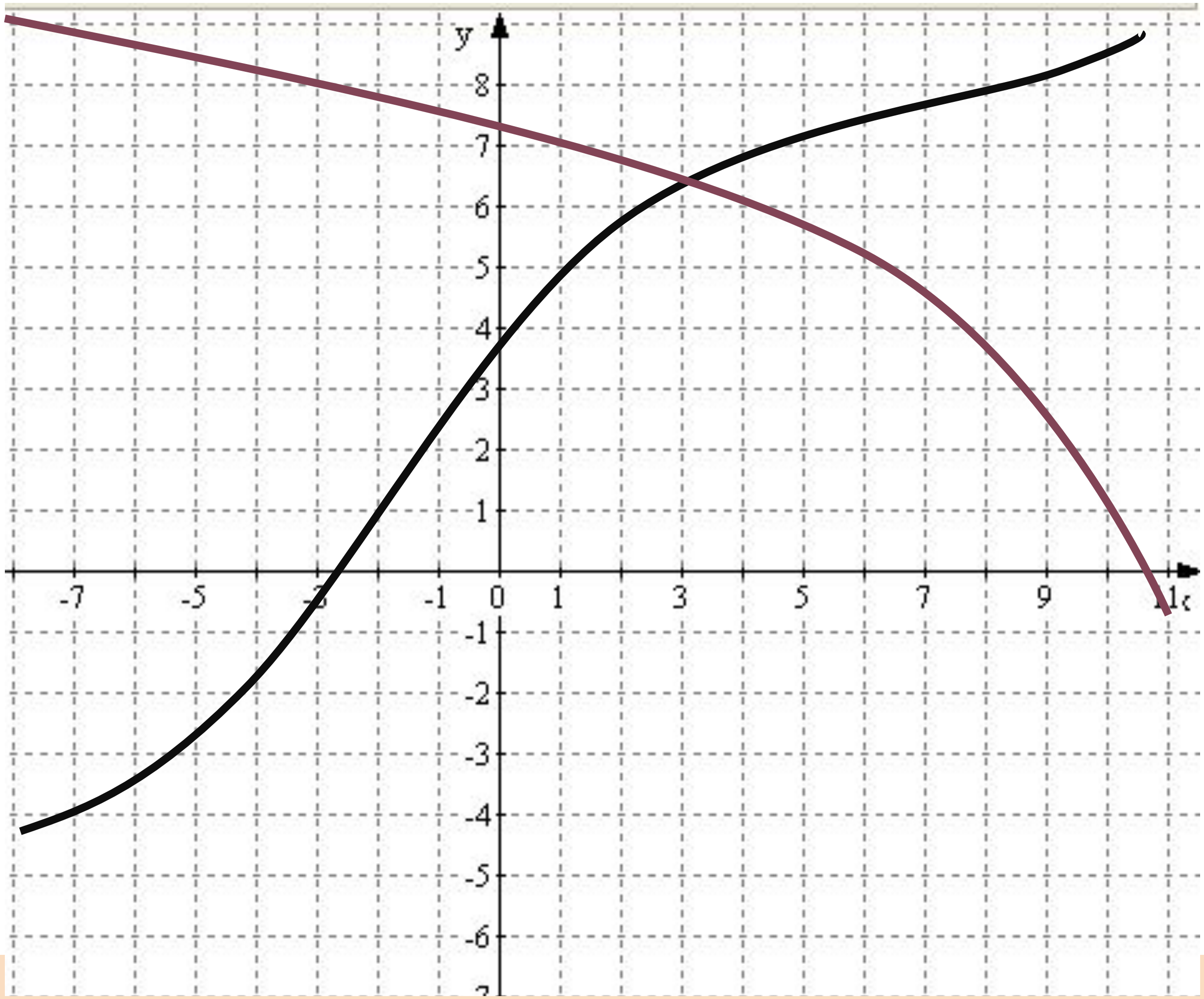
Решить уравнение, исследуя область допустимых значений

$$\sqrt{1-x^2}+\sqrt[4]{5x-5}=2$$

Как предлагаете решить уравнение № 14 ?

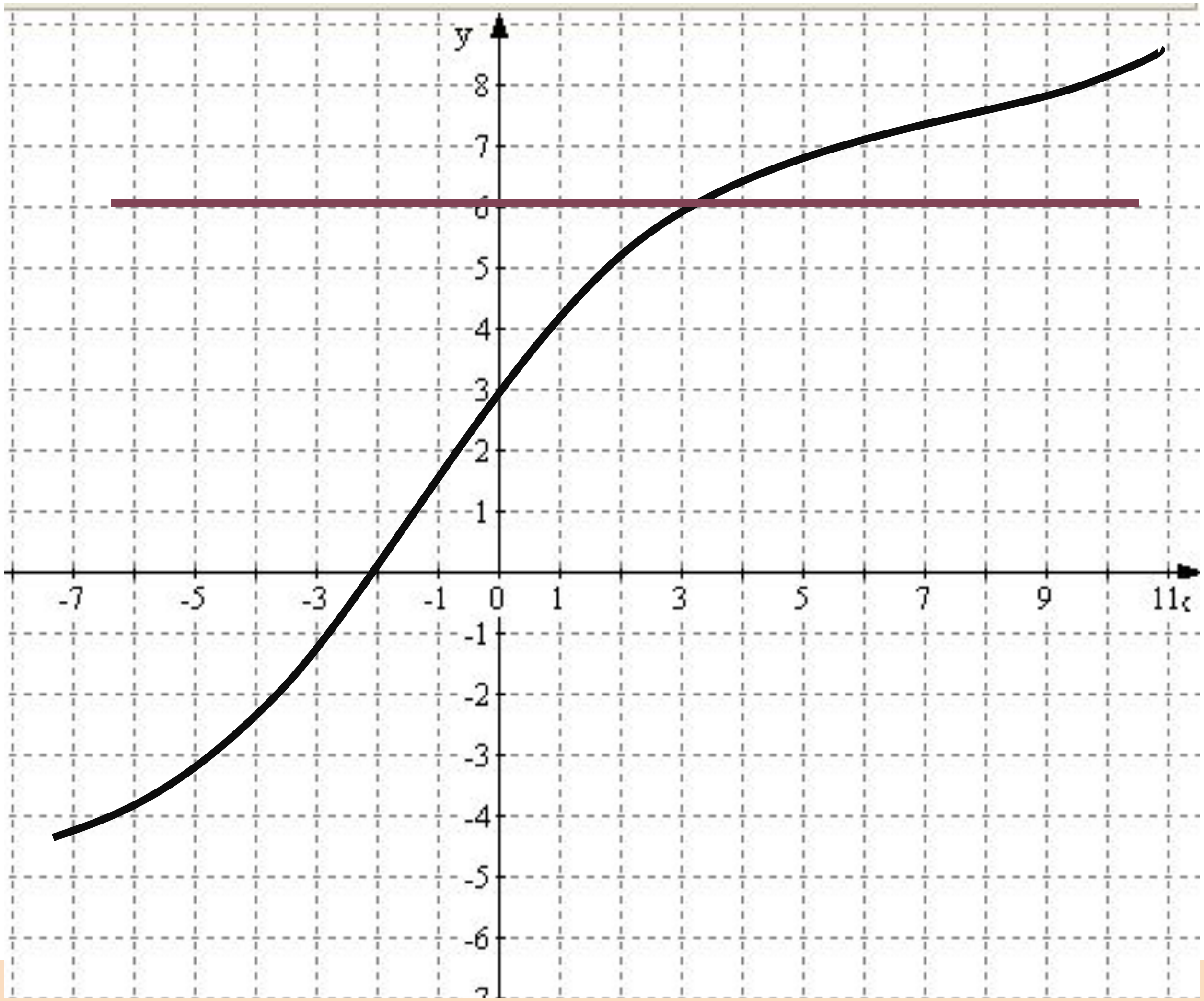
Свойства монотонности функций

f(x)=g(x)



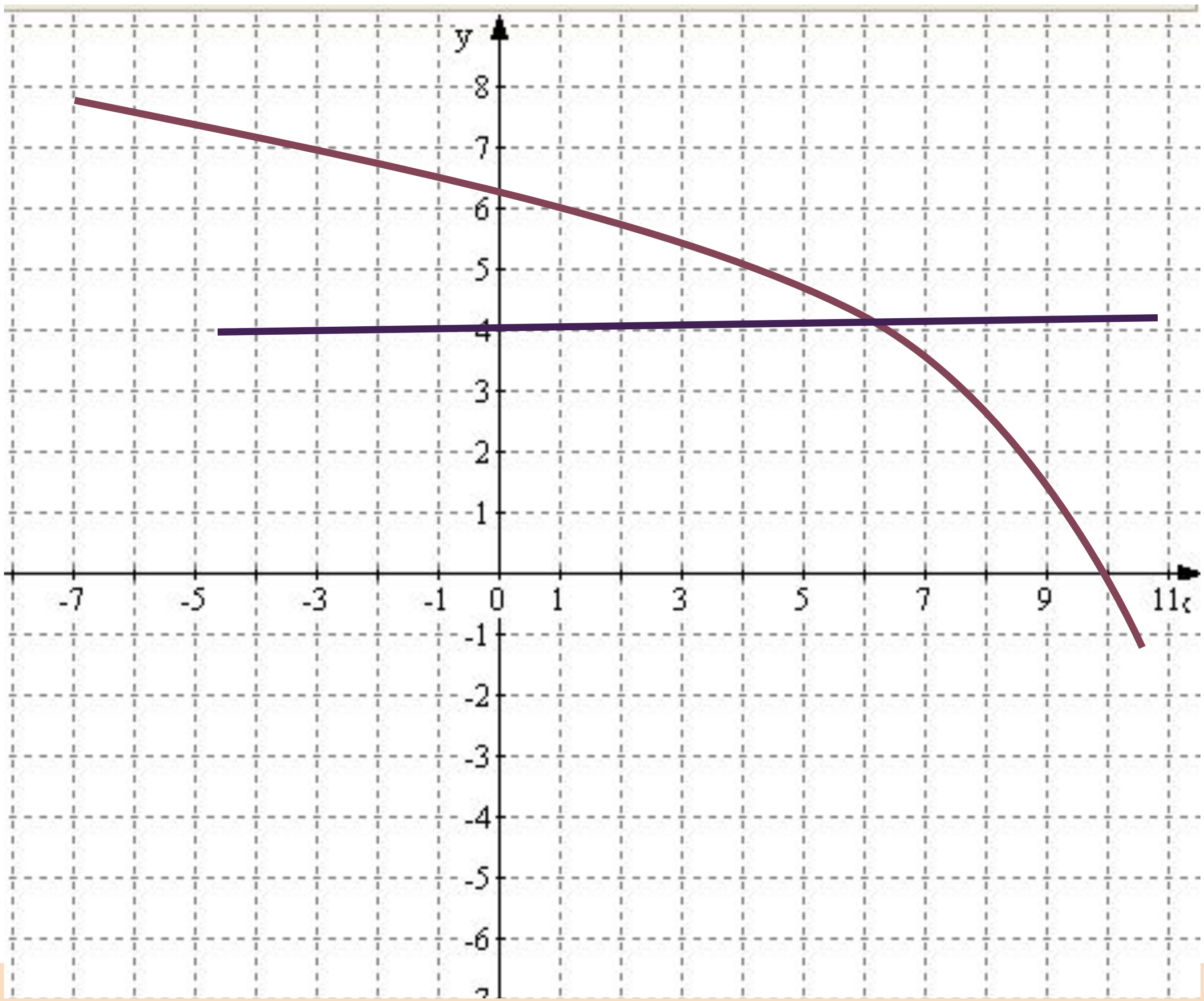
Свойства монотонности функций

f(x)=a



Свойства монотонности функций

f(x)=a



Свойства монотонности функций

- Если функция $y=f(x)$ монотонная, то уравнение $f(x)=a$ имеет не более одного корня.
- Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ имеют разный характер монотонности, то уравнение $f(x)=g(x)$ имеет не более одного корня.

Свойства монотонности функций

- Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ возрастают (убывают) на некотором множестве, то функция $y=f(x)+g(x)$ также возрастает (убывает) на этом множестве.

Функция вида $y=\sqrt[n]{kx+b}$

возрастает при к>0 и убывает при к<0.

$$14)\ \sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{2+x}+\sqrt[3]{3+x}=0$$

ВНИМАНИЕ !!!!!

- Если функции различной монотонности, то монотонность суммы, произведения, разности этих функций **определить нельзя**!!

Например:

$$\sqrt{2x+3}-\sqrt{4-x}=2$$

$$\sqrt{2x+3}=\sqrt{4-x}+2$$

Решить уравнение с помощью свойств монотонности.

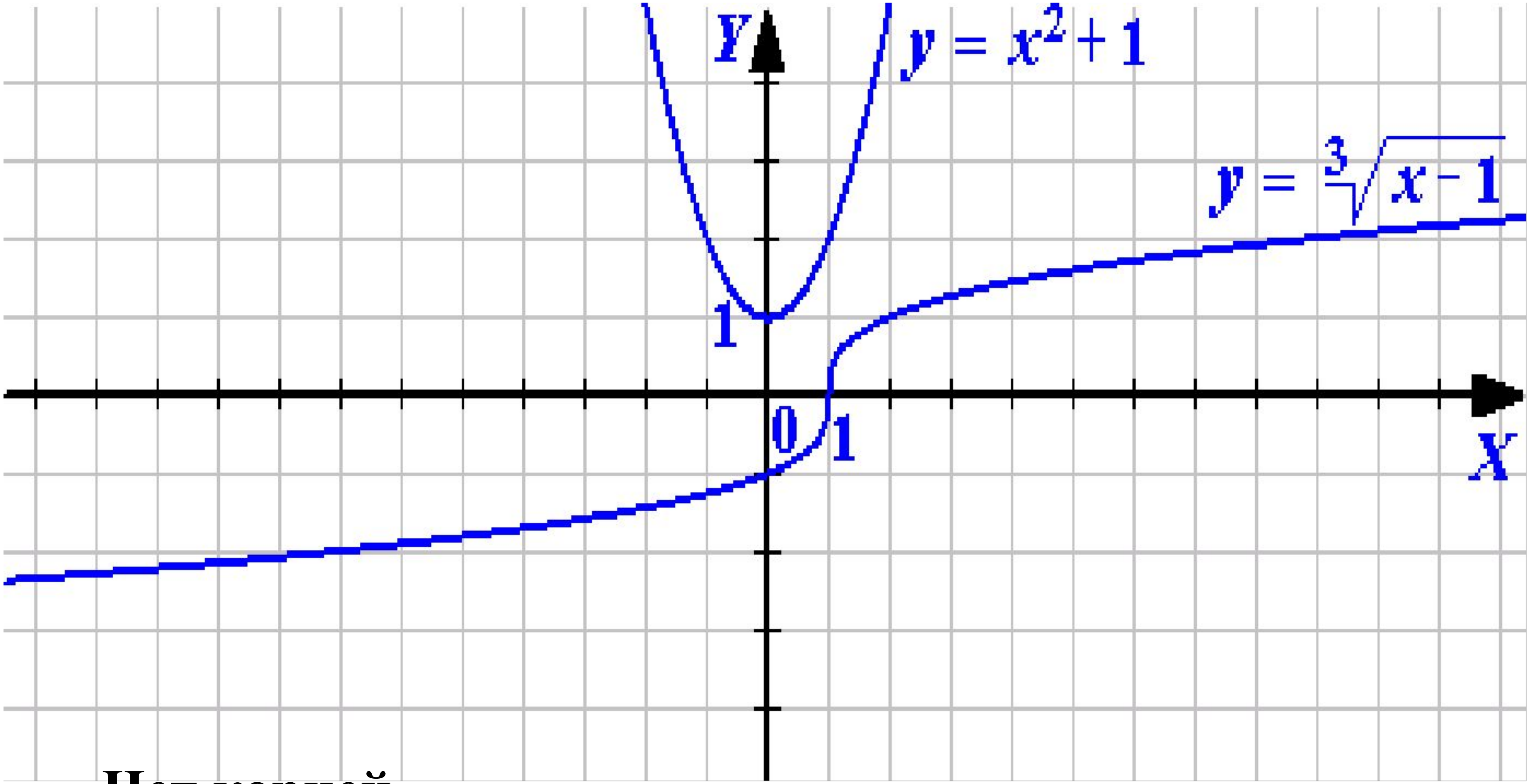
$$2\sqrt{x}+\sqrt{x-3}=9-x$$

Как предлагаете решить уравнение № 12 ?

$y = \sqrt[3]{x-1}$

$12)\ \sqrt[3]{x-1} = x^2 + 1$

$y = x^2 + 1$



Нет корней

Какими способами теперь можем решать иррациональные уравнения?

1. Возведение в степень.
2. Уединение корня.
3. Исследование области допустимых значений.
4. Графический способ
5. Использование свойств монотонности

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}=2$$

$$x+1=\sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{x}-x=-12$$

$$\sqrt[3]{x+1}=\frac{1}{x^2}$$

$$\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}$$

Возведение в степень

Уединение корня

Исследование области допустимых значений

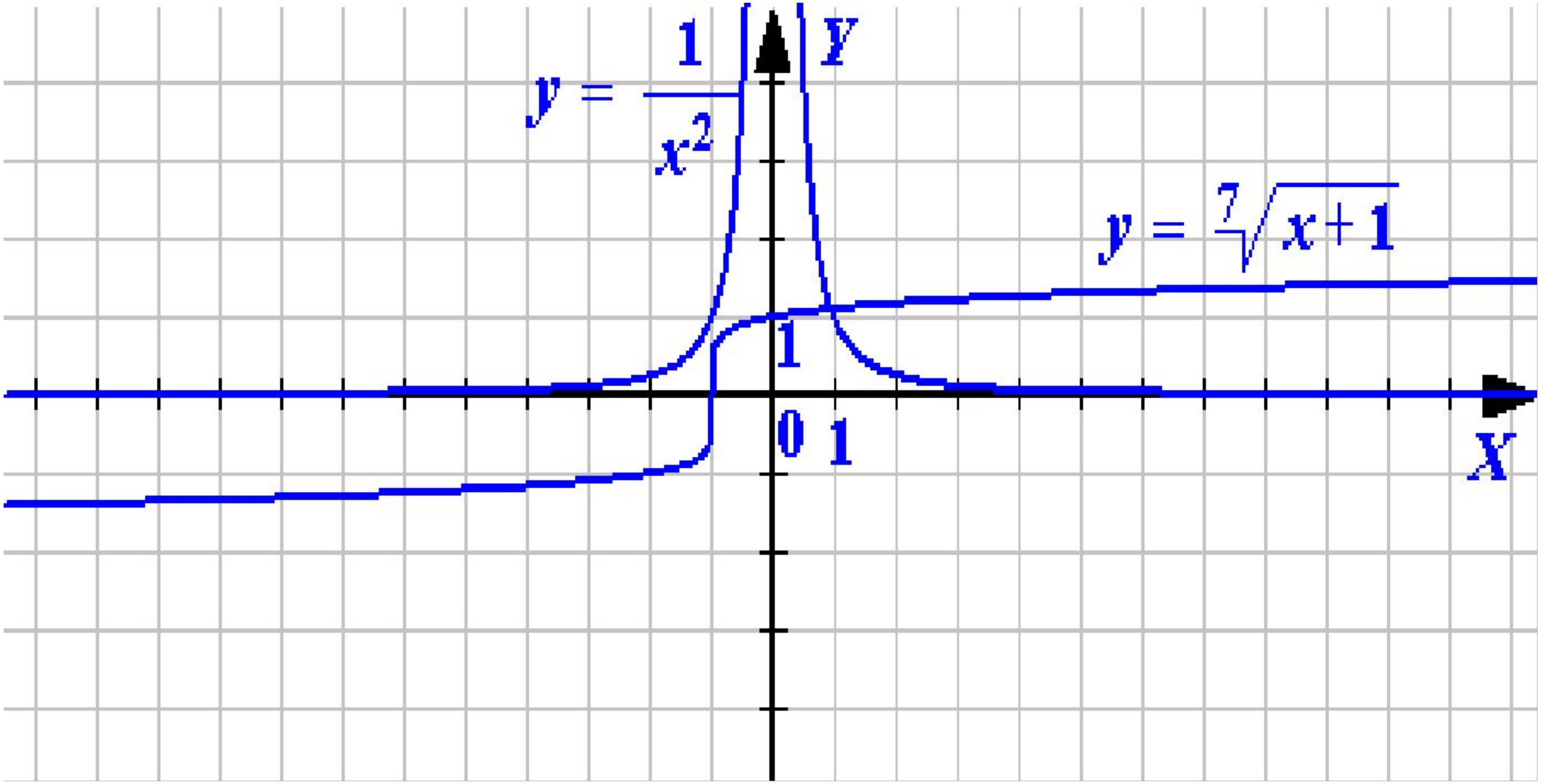
Графический способ

Использование свойств монотонности

Домашнее задание

§9 Иррациональные уравнения
Решить уравнения на карточке

$$\sqrt[3]{x+1} = \frac{1}{x^2}$$



$x \approx 0,9$

Построим в одной и той же системе координат графики функций:

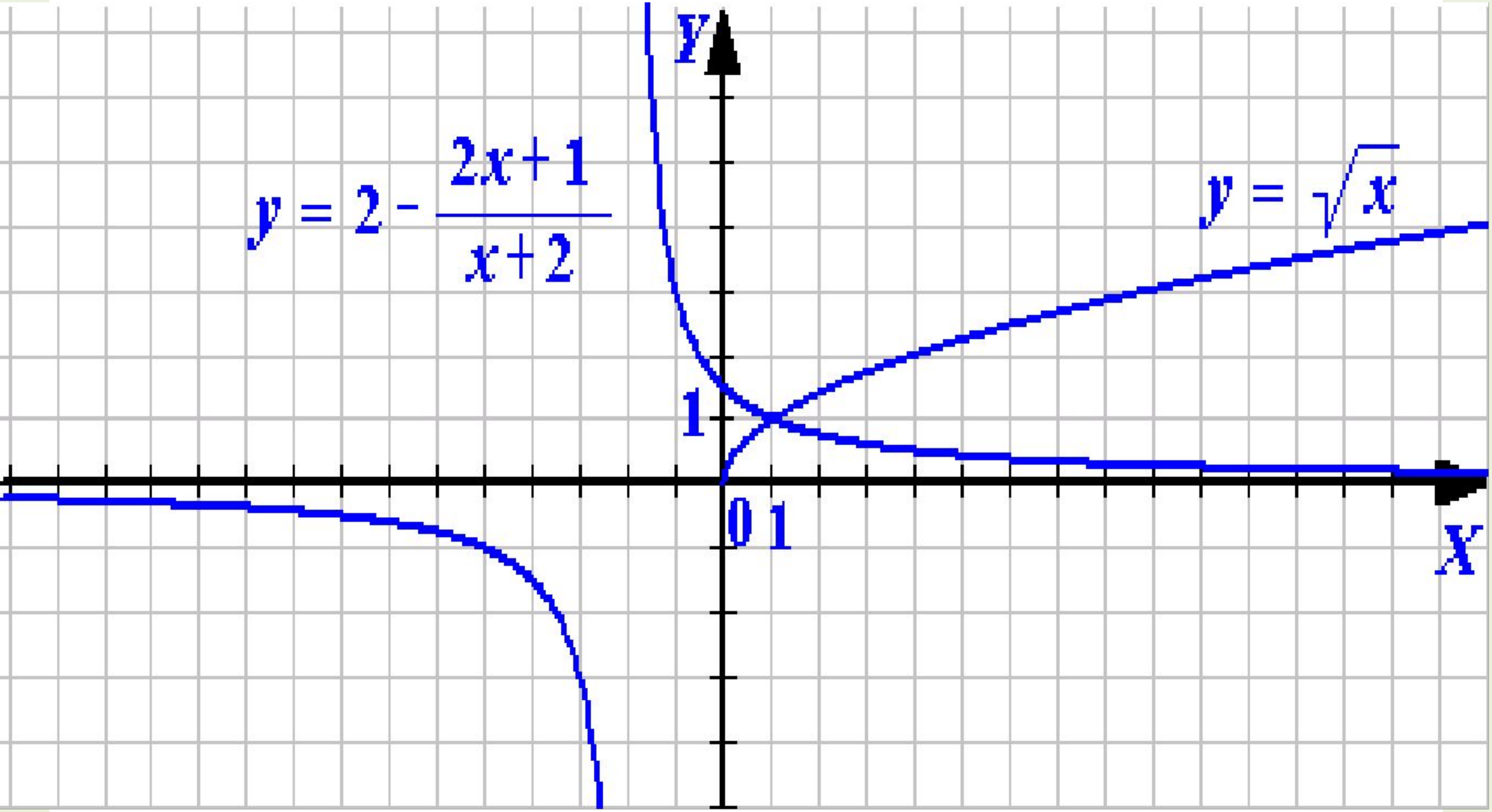
а) $y(x) = \sqrt{x}$ D(y)=[0;+∞) График - кривая линия, расположенная на промежутке [0;+∞)

x	0	1	4	9	16
y	0	1	2	3	4

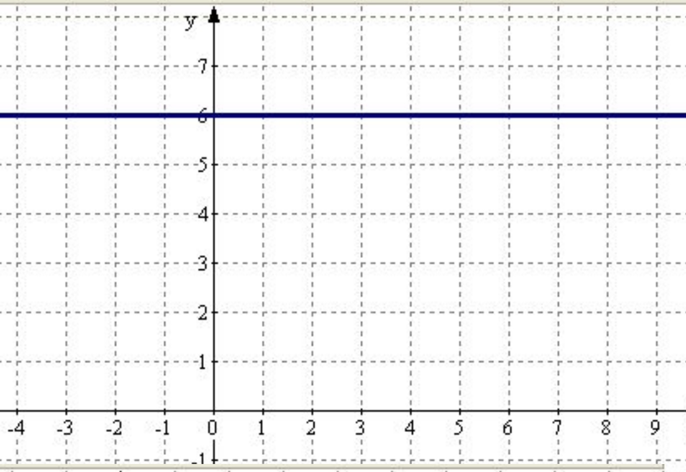
б) $g(x) = \dfrac{3}{x+2}$ D(g)=(- ∞; - 2) ∪ (- 2; + ∞)

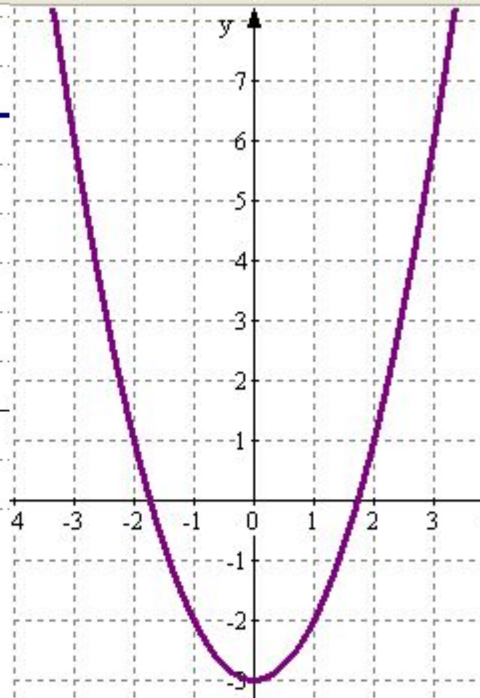
Дробно-линейная функция, график – гипербола

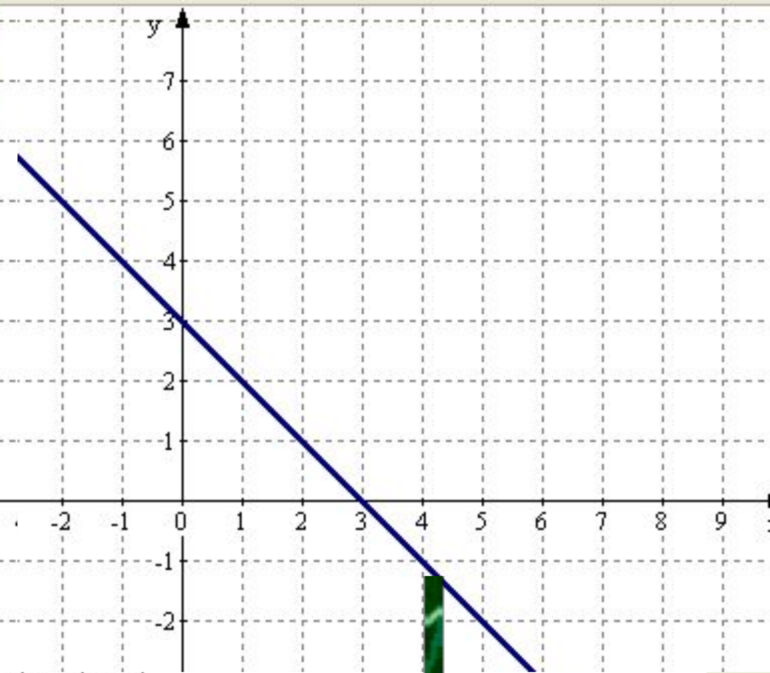
x	- 8	- 7	- 5	- 4	- 3	- 1	0	1	3	4
y	- 0,5	- 0,6	- 1	- 1,5	- 3	3	1,5	1	0,6	0,5

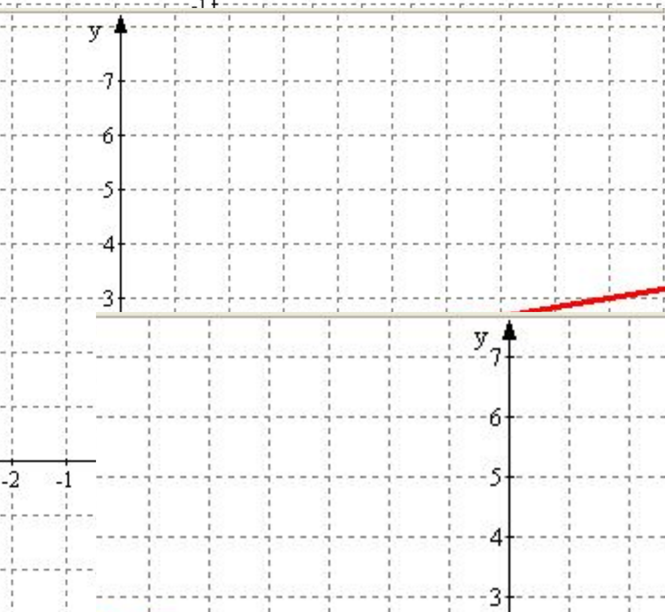


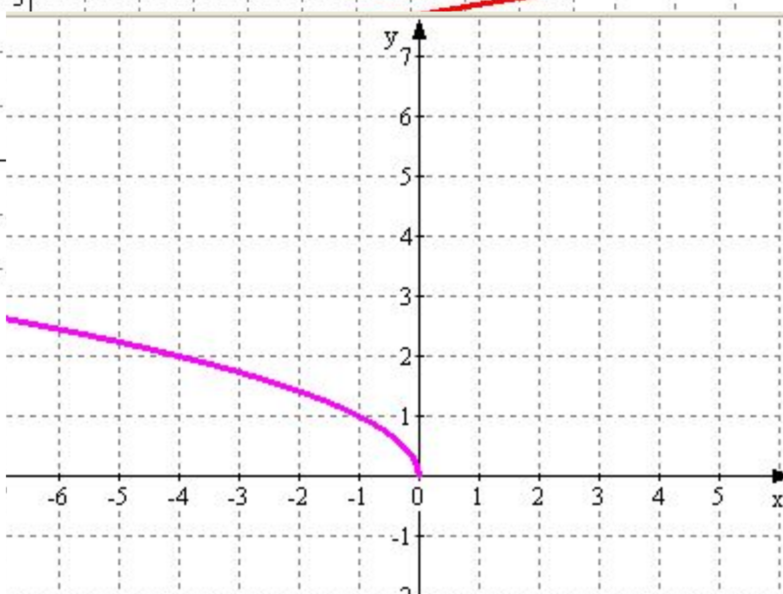
x≈1

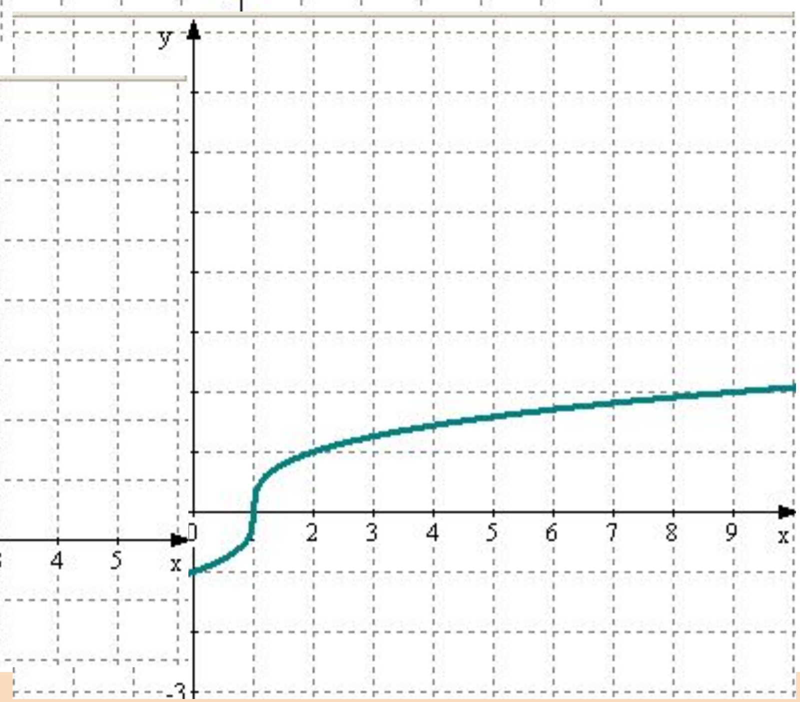












$y = 6$

$y = \sqrt{-x}$

$y = x^2 - 3$

$y = \sqrt[3]{x-1}$

$y = 3 - x$

1) $\sqrt[3]{2x-7}=-9$

2) $\sqrt{3x+5}=-2$

3) $\sqrt{2}\cdot x=3x+4$

4) $\sqrt{x^2-2x+4}=\sqrt{2x+1}$

5) $\sqrt[3]{2x-7}=9$

6) $\sqrt{x-8}+3=\sqrt{7-x}$

7) $\sqrt{x}+\sqrt{x-5}=-1$

8) $\sqrt{x}=-x$

9) $\sqrt{x-10}+\sqrt{3-x}=2$

10) $3+\sqrt{3x+1}=x$

11) $(x-6)\sqrt{3x-6}=0$

12) $\sqrt[3]{x-1}=x^2+1$

13) $\sqrt[4]{x^2-3x+2}=0$

14) $\sqrt[3]{1+x}+\sqrt[3]{2+x}+\sqrt[3]{3+x}=0$

$$\sqrt{x-1}+\sqrt{x+3}=2$$

$$x+1=\sqrt{1-x}$$

$$\sqrt{x}-x=-12$$

$$\sqrt[3]{x+1}=\frac{1}{x^2}$$

$$\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x-x^2}=\sqrt{x}$$

Возведение в степень

Уединение корня

Исследование области допустимых значений

Графический способ

Использование свойств монотонности