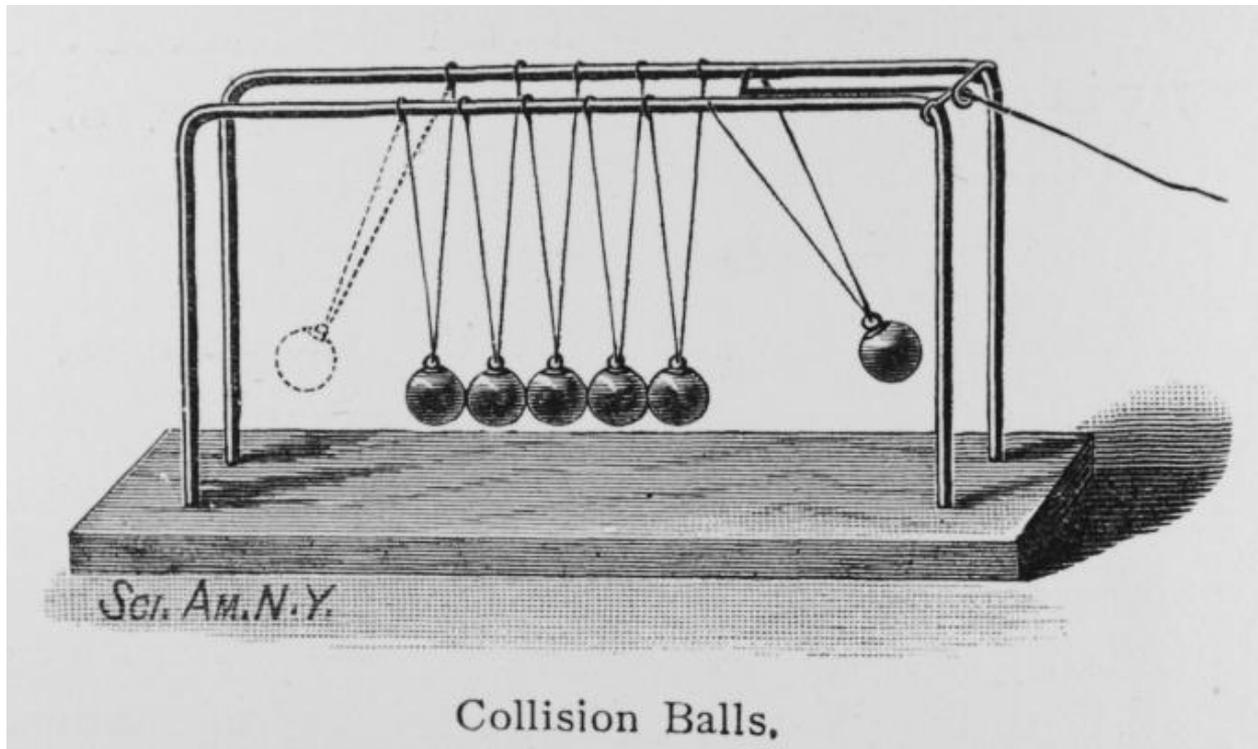


Лекция 5. Импульс МТ. Импульс системы МТ и АТТ.



Импульс материальной точки

Импульс – количество движения – векторная величина равная произведению массы тела на его скорость.

(Первое упоминание – Декарт, XVII в.; определение – И. Ньютон)

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

$$[p] = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}$$

Импульс материальной точки

II закон Ньютона в импульсной (дифференциальной) форме:

$$F = ma = \frac{mdv}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

Импульс силы:

$$dp = Fdt$$

$$[p] = H \cdot c$$

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \int_0^t F dt = F_{cp} \Delta t$$

Импульс системы материальных точек

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i$$

N – количество материальных точек, входящих в систему

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^N \frac{d\vec{p}_i}{dt}$$

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{k=1} \vec{F}_{ik}(\text{внутр.}) + \vec{F}_{\text{внешн.}}$$

Импульс системы материальных точек

$$\sum \frac{d\overset{\boxtimes}{p}_i}{dt} = \sum_{i=1} \sum_{k=1} \overset{\boxtimes}{F}_{ik}(\text{внутр.}) + \sum \overset{\boxtimes}{F}_{\text{внешн.}}$$

Импульс системы:

$$\frac{d\overset{\boxtimes}{P}}{dt} = \sum \overset{\boxtimes}{F}_{\text{внешн.}}$$

Импульс системы может меняться только под действием внешних сил.

Уравнения справедливы как для ИСО так и для НИСО (учитываются силы инерции).

Закон сохранения импульса

$$\frac{dP}{dt} = \sum F_{\text{внешн.}}$$

Замкнутая система – система частиц, на которую не действуют внешние силы (или их воздействие пренебрежимо мало). (ИСО)

Закон сохранения импульса – фундаментальный закон природы:

Импульс замкнутой системы остается постоянной величиной

$$P = \text{const}$$

Закон сохранения импульса выполняется в случаях:

1. Система является замкнутой.

2. В незамкнутой системе сумма всех внешних сил
равна нулю

$$\sum \overset{\sphericalangle}{F}_{\text{внешн.}} = 0$$

3. $\sum F_{x, \text{внешн.}} = 0, \quad p_x = \text{const}$

4. При условии, что кратковременные силы
взаимодействия в системе во много раз больше
внешних сил.

Законы сохранения в механике

- фундаментальные законы природы, связанные со свойствами пространства и времени

1. Закон сохранения импульса (однородность пространства)
2. Закон сохранения энергии (однородность времени)
3. Закон сохранения момента импульса (изотропность пространства)

Центр масс. Ц-система

Положение центра масс системы материальных точек определяется радиус-вектором:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$$

Скорость центра масс системы:

$$\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} = \frac{\vec{P}}{\sum m_i}$$

Импульс системы:

$$\vec{P} = m \vec{v}_c$$

Центр масс

Уравнение движения центра масс:

$$m \frac{d\mathbf{v}_c}{dt} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = \sum \mathbf{F}_{\text{внешн}}$$

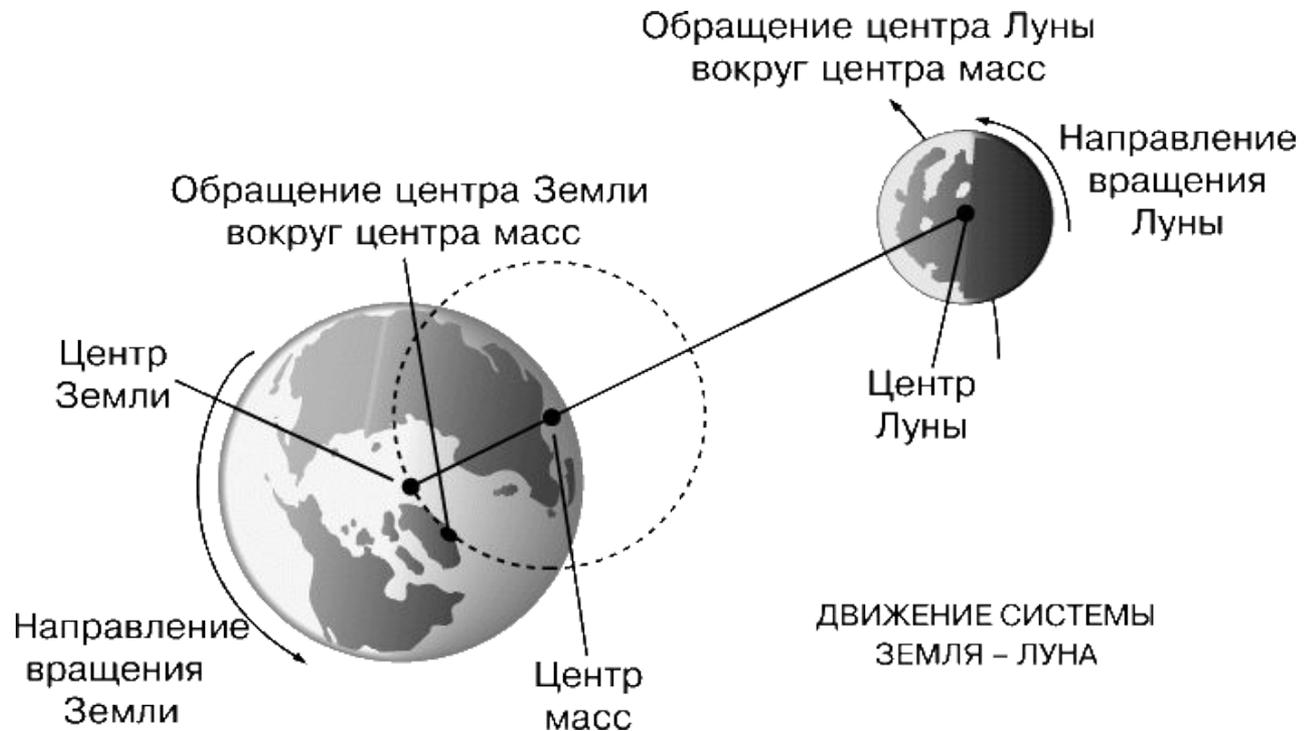
Центр масс любой системы движется так, как если бы вся масса системы была сосредоточена в одной точке и к ней были бы приложены все внешние силы.

Центр масс

$R_{zc}(\text{среднее})=384400 \text{ км}$

$$M_3 = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг}$$

$$M_л = 7,6 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$



Ц-система

- Система отсчета, жестко связанная с центром масс системы и перемещающаяся поступательно по отношению к инерциальным системам (центр масс неподвижен).

Полный импульс частиц, входящих в Ц-систему, всегда равен нулю

$$\sum \vec{v}_c = 0 \Rightarrow \sum \vec{P} = 0$$

Реактивное движение

- движение тела, возникающее при отделении некоторой его части с определенной скоростью относительно тела. При этом возникает т.н. реактивная сила, сообщающая телу ускорение.

Из истории: первые пороховые фейерверочные и сигнальные ракеты были применены в Китае в 10 веке. Живые «ракеты»: осьминоги, кальмары, каракатицы, медузы используют для плавания отдачу выбрасываемой струи воды.



Реактивное движение. Движение тела переменной массы.

Уравнение Мещерского:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \frac{dm}{dt} \vec{u}$$

\vec{u} – скорость отделяемого или присоединяемого вещества относительно рассматриваемого тела;

dm/dt – скорость изменения массы тела;

$\frac{dm}{dt} \vec{u}$ – реактивная сила;

\vec{F} – сумма сил, действующих на тело со стороны других тел или силового поля.

Уравнение Мещерского.

$$m \frac{d\overset{\Delta}{v}}{dt} = \overset{\Delta}{F} + \frac{dm}{dt} \overset{\Delta}{u}$$

1) $u=0, R=0$. Масса присоединяется или отсоединяется без скорости относительно тела (движение платформы, из которой высыпается песок).

$$m(t) \frac{d\overset{\Delta}{v}}{dt} = \overset{\Delta}{F}$$

...

$$v(t) = \frac{F}{\mu} \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t}$$

Уравнение Мещерского.

$$m \frac{d\upsilon}{dt} = F + \frac{dm}{dt} u$$

2) $u = -v$. Присоединяемая или отсоединяемая масса неподвижна в выбранной системе отсчета. (Движение платформы, нагружаемой песком)

$$\frac{d(mv)}{dt} = F$$

...

$$v(t) = \frac{Ft}{m_0 + \mu t}$$

Движение ракеты

Ракета движется в отсутствии внешнего силового поля так, что скорость отделяемого горючего относительно ракеты равна u . Найти зависимость скорости ракеты от ее массы. Масса ракеты в начальный момент времени m_0 .

$$m \frac{d\upsilon}{dt} = F + \frac{dm}{dt} u$$

$$F = 0$$

...

$$\upsilon = -u \ln \left(\frac{m_0}{m} \right)$$

Формула Циолковского

Движение ракеты

Ракета движется во внешнем силовом поле так, что скорость отделяемого горючего относительно ракеты равна u . Найти зависимость скорости ракеты от ее массы. Масса ракеты в начальный момент времени m_0 .

$$m \frac{dv}{dt} = F + \frac{dm}{dt} u$$

$$F = mg$$

...

$$v = u \ln \left(\frac{m_0}{m} \right) - gt$$