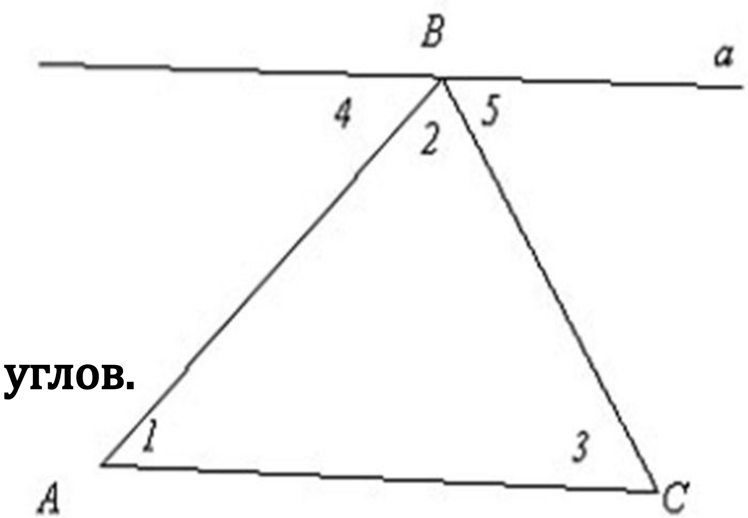
Сумма углов треугольника

Разработала
учитель математики
МБОУ Гимназия №6
г.Архангельск
Тутыгина Н.Ю.

1. Сформулируйте теорему, которую мы доказали.
2. Выделите условие и заключение теоремы.
3. К каким фигурам применима теорема?
4. Сформулируйте теорему со словами «если ..., то...».

Дано: ΔABC

Доказать: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

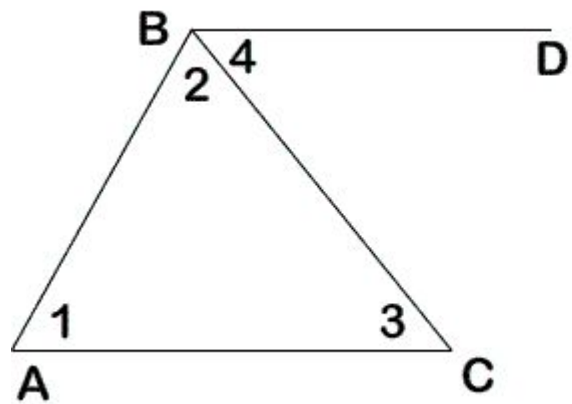


План доказательства теоремы.

1. Через одну из вершин треугольника провести прямую, параллельную противолежащей стороне.
2. Доказать равенство накрест лежащих углов.
3. Записать сумму углов при вершине развернутого угла
   и выразить их через углы треугольника.

Задача

Дано: ΔABC,
$\angle A = 50^\circ$,
$\angle B = 100^\circ$,
Найти: $\angle C$.
Решение:
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ (по теореме о сумме углов треугольника) $\Rightarrow \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 180^\circ - (50^\circ + 100^\circ) = 30^\circ$.
Ответ: 30°.



Дано: Δ ABC

Доказать:

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Доказательство:

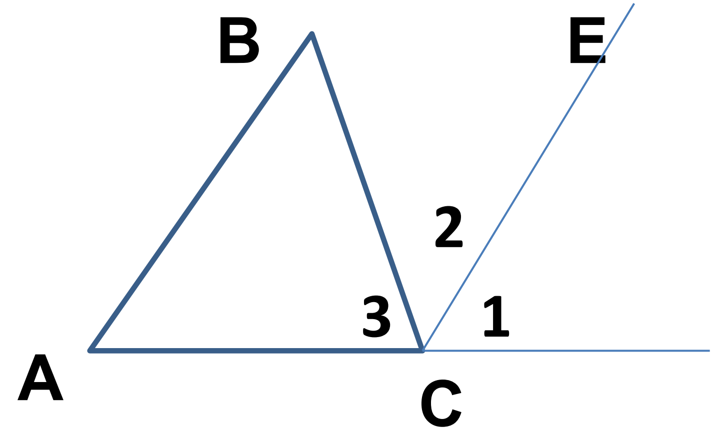
1.Проведем BD || AC (аксиома параллельных прямых).

2.$\angle 3 = \angle 4$ (так как это накрест лежащие углы при BD || AC и секущей BC).

3.$\angle A + \angle ABD = 180°$ (так как это односторонние углы при BD || AC и секущей AB).

4.$\angle A + \angle ABD = \angle 1 + (\angle 2 + \angle 4) = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$, т.е. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

что и требовалось доказать.



Дано: Δ **ABC**

Доказать:

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

Доказательство:

1. Продолжим сторону AC и проведем CE || AB (аксиома параллельных прямых).

2. $\angle A = \angle 1$ (так как это соответственные углы при AB || CE и секущей AC).

3. $\angle B = \angle 2$ (так как это накрест лежащие углы при AB || CE и секущей BC).

4. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, т.е. $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

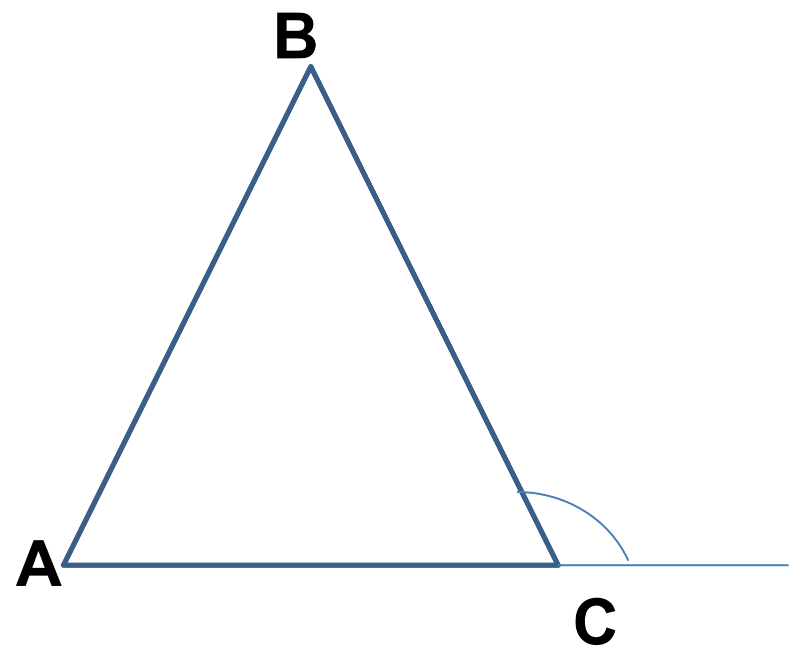
что и требовалось доказать.

Следствие 1. **В любом треугольнике все углы острые, либо два угла острых, а третий тупой или прямой.**

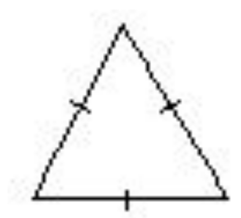
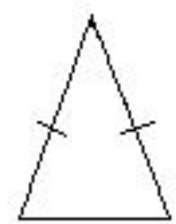
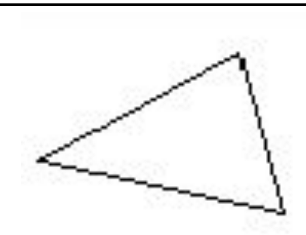
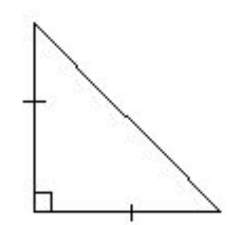
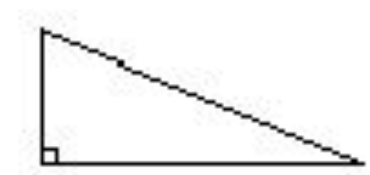
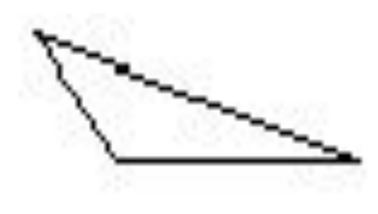
Действительно, применяя доказательство от противного, допустим, что у треугольника только один острый угол или вообще нет острых углов. Тогда у этого треугольника есть, по крайней мере, два угла, каждый из которых не меньше 90°. Сумма этих углов не меньше 180°. А это невозможно, так как сумма всех углов треугольника равна 180°.

Следствие 2.

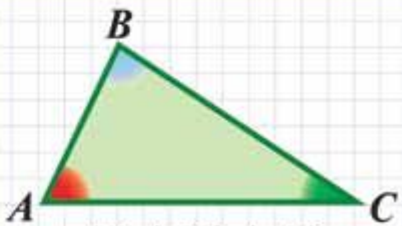
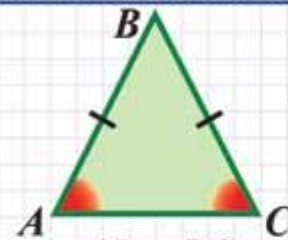
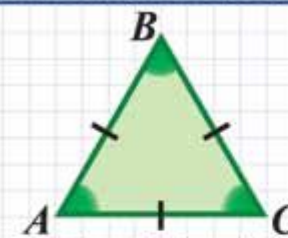
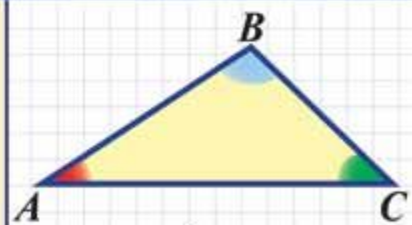
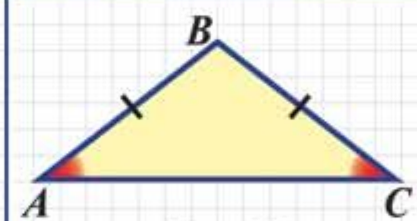
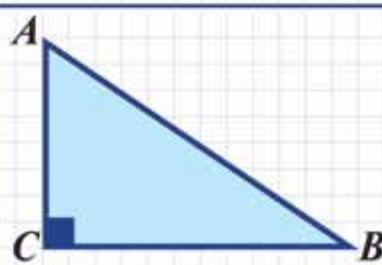
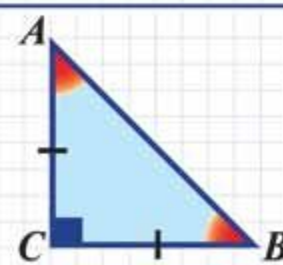
Внешний угол треугольника равен сумме двух других углов треугольника, не смежных с ним.



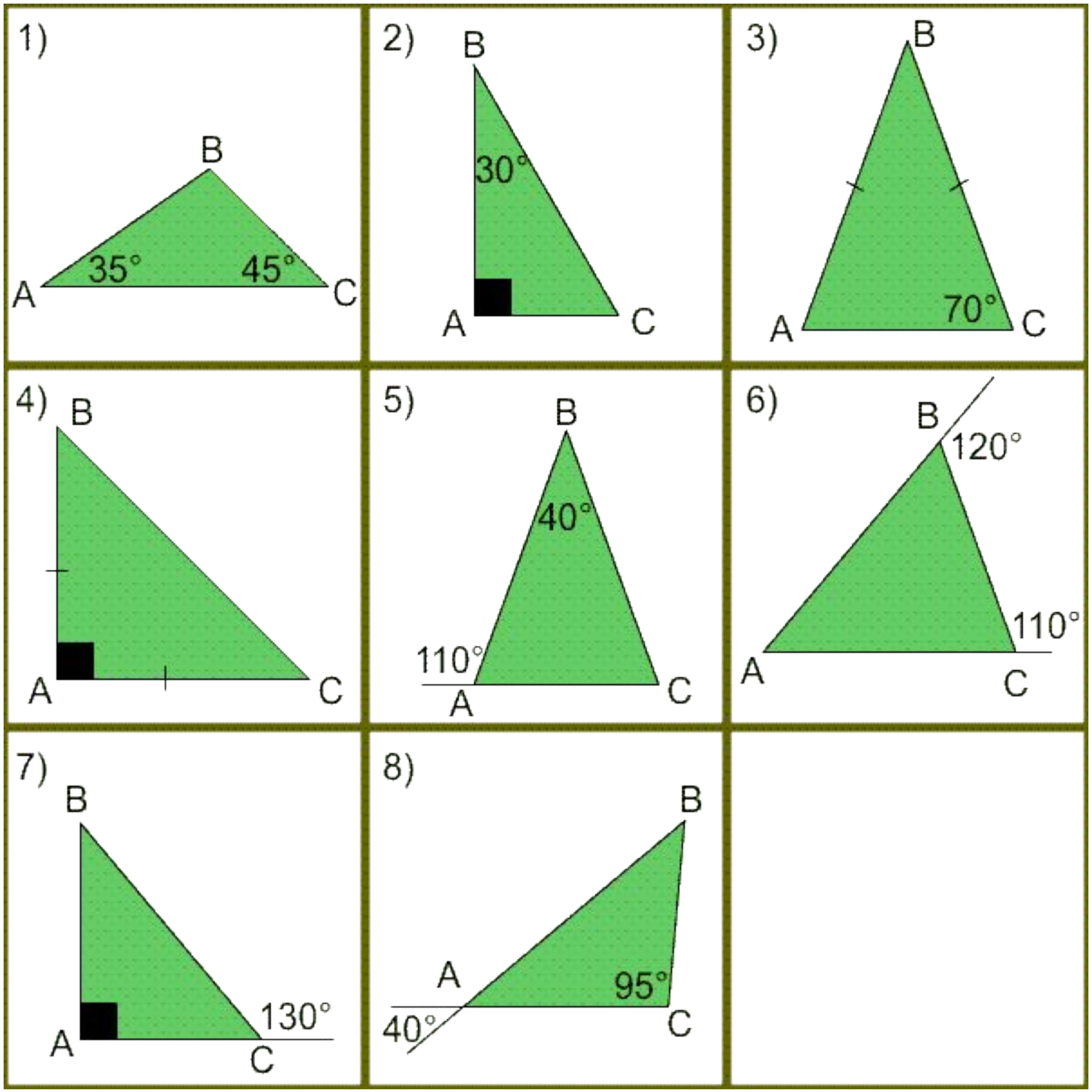
Теорема позволяет классифицировать треугольники не только по сторонам, но и по углам.

Вид треугольника	Равносторонний	Равнобедренный	Разносторонний
Остроугольный			
Прямоугольный	Не существует		
Тупоугольный	Не существует		

ВИДЫ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

ПО СТОРОНАМ / ПО УГЛАМ	РАЗНОСТОРОННИЕ (все стороны разные)	РАВНОБЕДРЕННЫЕ (две стороны равны)	РАВНОСТОРОННИЕ (все стороны равны)
ОСТРО-УГОЛЬНЫЕ (все углы острые)	 $AB \neq BC \neq AC$ $\angle A < 90^\circ;\ \angle B < 90^\circ;\ \angle C < 90^\circ$	 $AB = BC$ $\angle A = \angle C;\ \angle B < 90^\circ$	 $AB = BC = AC$ $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$
ТУПО-УГОЛЬНЫЕ (один угол тупой)	 $\angle B > 90^\circ$ (или $\angle A > 90^\circ$ или $\angle C > 90^\circ$)	 $\angle B > 90^\circ$	—
ПРЯМО-УГОЛЬНЫЕ (один угол прямой)	 $\angle C = 90^\circ$	 $\angle A = \angle B = 45^\circ$	—

Найти неизвестные углы треугольника ABC.



Чему равна сумма внешних углов треугольника?

Всего у треугольника есть шесть внешних углов — по два при каждой вершине.

Углы каждой пары равны между собой (как вертикальные):

$\angle 1=\angle 4$, $\angle 2=\angle 5$, $\angle 3=\angle 6$.

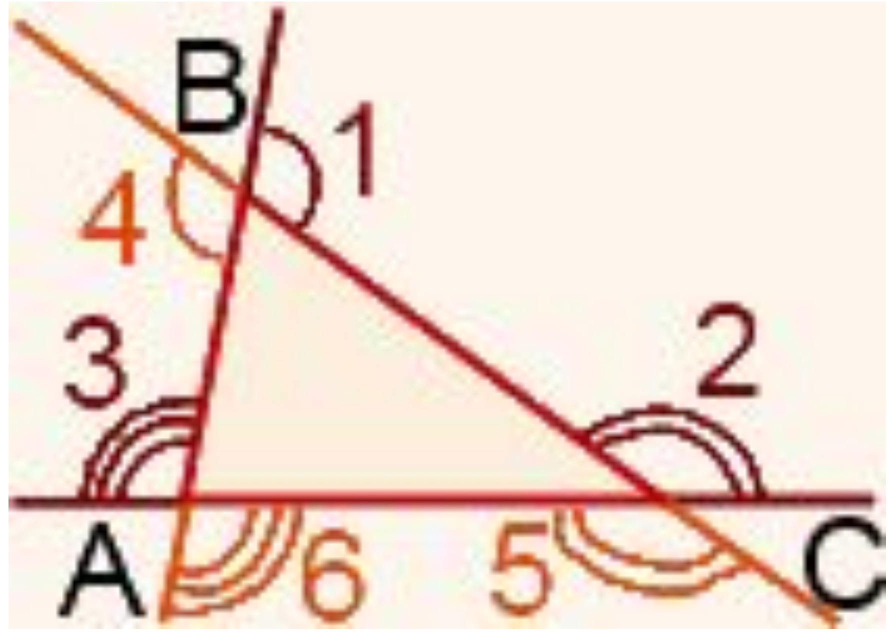
Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов, не смежных с ним.

Поэтому $\angle 1=\angle A+\angle C$, $\angle 2=\angle A+\angle B$, $\angle 3=\angle B+\angle C$.

Отсюда сумма внешних углов треугольника, взятых по одному при каждой вершине, равна

$\angle 1+\angle 2+\angle 3=\angle A+\angle C+\angle A+\angle B+\angle B+\angle C=2(\angle A+\angle B+\angle C)$.

Так как сумма углов треугольника равна 180^0 ,то $\angle A+\angle B+\angle C=180^0$.Значит, $\angle 1+\angle 2+\angle 3=2\cdot 180^0=360^0$



ЗАМЕЧАНИЕ.

Когда задают вопрос: «Чему равна сумма внешних углов треугольника?», чаще всего имеют в виду именно сумму углов, взятых по одному при каждой вершине. Поэтому следует уточнить формулировку — нужно найти сумму углов, взятых по одному при каждой вершине или сумму всех внешних углов. Сумма всех шести внешних углов, соответственно, в два раза больше:

$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=2(\angle 1+\angle 2+\angle 3)=720^{\circ}$

Можно ли измерить углы любого треугольника?

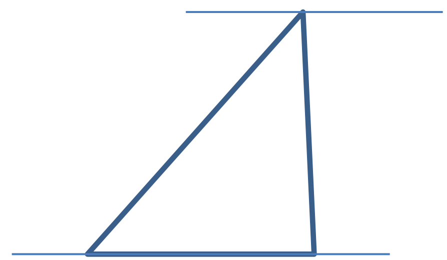
Это вопрос-шутка, т.к. существует Бермудский треугольник, находящийся в Атлантическом океане между Бермудскими островами, государством Пуэрто-Рико и полуостровом Флорида, у которого невозможно измерить углы.

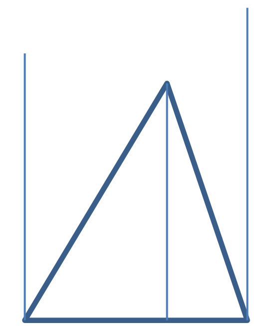
ИТОГ урока:

Что нового узнали?
В чем это новое заключается?
Где это применяется?

Домашнее задание.

1. Придумайте другие способы доказательства теоремы о сумме углов треугольника, используя следующие чертежи.





2. П. 30-31, № 227(а), 228(а,в)

3. Подготовьте презентацию о развитии учения о треугольниках и об истории доказательства теоремы о сумме углов треугольника (литература: Г. И. Глейзер «История математики в школе 5 — 7 классы») — за 2 недели.

№237
Найдите углы равнобедренного треугольника, если угол при основании в два раза больше угла, противолежащего основанию.

Дано: **∆ ABC, AB=BC,**

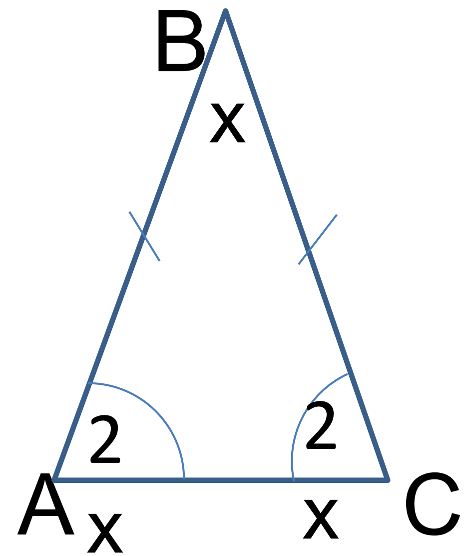
∟A в 2 раза больше, чем ∟B.

Найти: **∟A, ∟B, ∟C.**

Решение:

1. **Пусть ∟B =x°. Тогда ∟A =2x° (по условию).**

∟C =2x° (∟C= ∟A как углы при основании равнобедренного треугольника).



2. **Так как ∟A + ∟B + ∟C = 180° , то**

x+2x+2x= 180°

5x= 180°

x= 36° .Отсюда, 2x= 72° .

Ответ: **∟A=∟C=72° , ∟B=36°**

№237
Найдите углы равнобедренного треугольника, если один из его углов равен а) 40°; б) 100°.

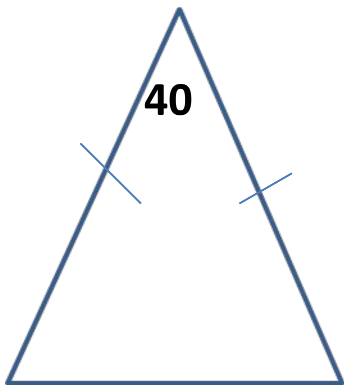
Решение:

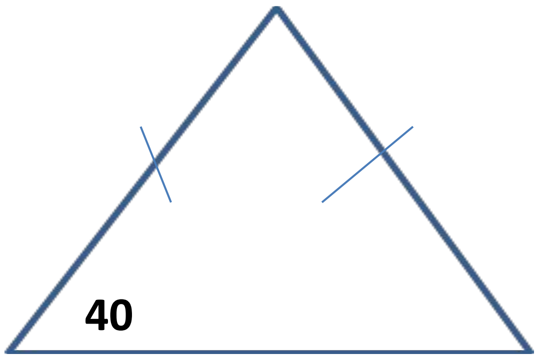
а) **Возможны два случая.**

1 случай …

2 случай…

б) только 1 случай: угол 100° …





Самостоятельная работа

1.Один из углов равнобедренного треугольника равен 96°. Найдите два других угла треугольника.

2.В треугольнике CDE с углом E, равным 32° , проведена биссектриса CF, ∟CFD = 72° . Найдите ∟D.

1.Один из углов равнобедренного треугольника равен 108°. Найдите два других угла треугольника.

2.В треугольнике CDE проведена биссектриса CF, ∟D = 68° , ∟E=32°. Найдите ∟CFD.

Прямоугольный треугольник

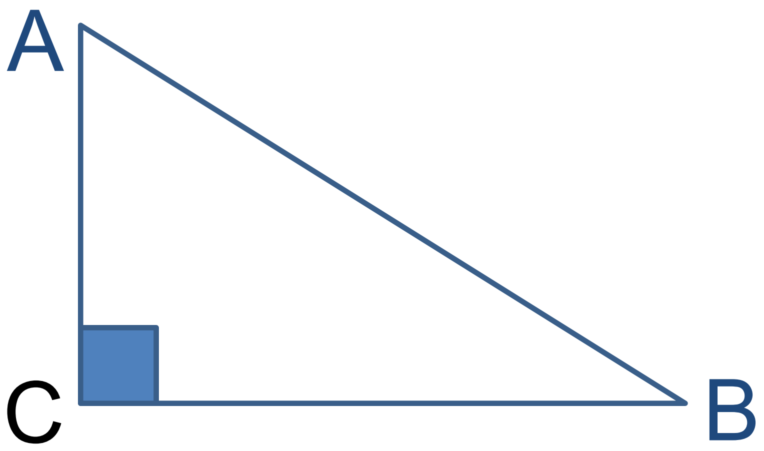
Термин гипотенуза происходит от греческого hypoteinsa.

Термин катет происходит от греческого слова «катетос ».

Евклид употреблял выражения:

«стороны, заключающие прямой угол», - для катетов;

«сторона, стягивающая прямой угол», - для гипотенузы.



- AC- катет
- BC – катет
- AB – гипотенуза

Соотношения между сторонами и углами треугольника

В треугольнике:

1) против большей стороны лежит больший угол;
2) против большего угла лежит большая сторона.

Следствия 1

В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.

Следствия 2

Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный (признак равнобедренного треугольника).

	Теорема	Обратная теорема
Дано (условие)	ΔABC, AB > AC	ΔABC, ∟A**C**B > ∟A**B**C
Доказательство (заключение)	∟A**C**B > ∟A**B**C	AB > AC

	Теорема (свойство равнобедренного треугольника)	Обратная теорема (признак равнобедренного треугольника)
Дано (условие)	ΔABC, $AB = BC$	ΔABC, $\angle A = \angle C$
Доказательство (заключение)	$\angle A = \angle C$	$AB = BC$