

## Тема 3. Взаимодействие ускоренных электронов с веществом (часть 3)

1. Отражение заряженных частиц от поверхности; отражение электронов.
2. Глубина проникновения электронов в вещество.
3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество.

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 1. Понятия и закономерности, общие для любого вида заряженных частиц

- Явление отражения от поверхности присуще любым видам ионизирующих излучений.
- В поток отраженного излучения часто включают не только частицы первичного излучения, покидающие облучаемую поверхность в результате рассеяния на большие углы, но и частицы вторичного излучения того же типа.
- Понятие «альбедо» характеризует отражение ионизирующих излучений от рассеивающих тел.

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 1. Понятия и закономерности, общие для любого вида заряженных частиц

Поле обратно рассеянного излучения определяется:

- типом и энергией падающего пучка частиц;
- угловым распределением и геометрией источника;
- формой, составом и толщиной отражающего вещества;
- взаимным расположением источника, отражателя и точки детектирования;
- средой, которая граничит с отражающей поверхностью и в которой находятся источник и детектор.

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 1. Понятия и закономерности, общие для любого вида заряженных частиц

Пусть: 1) на отражающую поверхность падает моноэнергетический тонкий луч;

2) отражатель является полубесконечным, т.е. таким, когда величина альbedo является максимальной.

• **Дифференциальное энергетически-угловое альbedo** - наиболее полная характеристика отраженного излучения тонкого луча:

$$(1) \quad a(E_0, \theta_0, E, \theta, \varphi) = \frac{\text{число отраженных частиц } E \in dE \text{ и } \Omega \in d\Omega}{\text{число упавших частиц} \cdot dE \cdot d\Omega}$$

где  $\theta_0$  – угол падения излучения на поверхность отражателя, а углы  $\theta$  и  $\varphi$  характеризуют направление отраженного излучения ( $\theta$  - полярный угол, а  $\varphi$  - азимутальный). Единица измерения дифференциального энергетически-углового альbedo –  $1/(\text{МэВ} \cdot \text{ср})$ .

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

- **Понятия и закономерности, общие для любого вида заряженных частиц**

Дифференциальные характеристики альбедо:

- дифференциальное числовое альбедо (угловое распределение отраженного излучения):

$$a_N(E_0, \theta_0, \theta, \varphi) = \int_0^{E_0} a(E_0, \theta_0, E, \theta, \varphi) dE$$

- дифференциальное энергетическое альбедо (угловое распределение отраженной энергии):

$$a_E(E_0, \theta_0, \theta, \varphi) = \frac{1}{E_0} \int_0^{E_0} a(E_0, \theta_0, E, \theta, \varphi) E dE \quad (3)$$

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 1. Понятия и закономерности, общие для любого вида заряженных частиц

- полное числовое альbedo:

$$a_N(E_0, \theta_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} a_N(E_0, \theta_0, \theta, \varphi) \sin \theta d\theta \quad (4)$$

где  $a_N(E_0, \theta_0, \theta, \varphi)$  - дифференциальное числовое альbedo.

- полное энергетическое альbedo:

$$a_E(E_0, \theta_0) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} a_E(E_0, \theta_0, \theta, \varphi) \sin \theta d\theta \quad (5)$$

где  $a_E(E_0, \theta_0, \theta, \varphi)$  - дифференциальное энергетическое альbedo

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 1. Понятия и закономерности, общие для любого вида заряженных частиц

Закономерности полного альбедо, имеющие место для любых заряженных частиц:

- величина альбедо возрастает с увеличением атомного номера вещества  $Z$ , поскольку сечение упругого рассеяния возрастает с увеличением  $Z_2$  (см., например, формулу Резерфорда);
- величина альбедо увеличивается с увеличением угла падения первичного излучения  $\theta_0$ , так как уменьшается расстояние, которое должны пройти рассеянные частицы до поверхности вещества, и становится меньше необходимый для выхода из вещества угол рассеяния (в соответствии с сечением Резерфорда вероятность рассеяния тем больше, чем меньше угол рассеяния);
- Величина альбедо (при достаточно высоких  $E_0$ ) уменьшается с увеличением  $E_0$ , так как уменьшается средний угол рассеяния в упругих столкновениях.

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 2. Отражение электронов

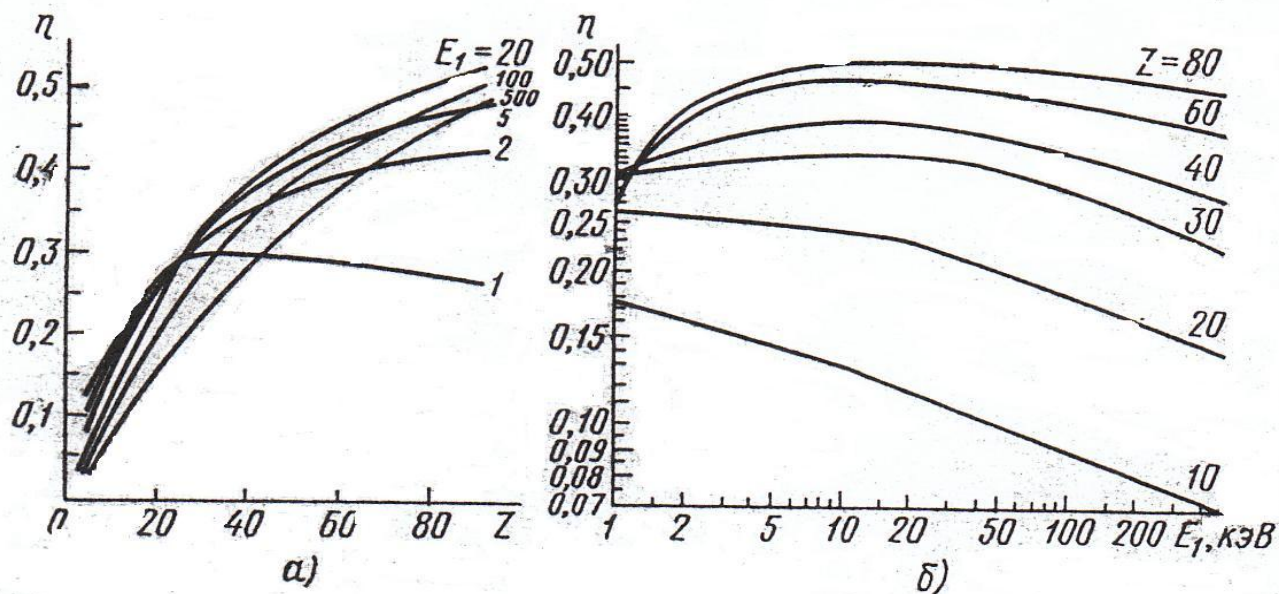
- Средний угол рассеяния у электронов (позитронов) в кулоновском поле атомов много больше, чем у тяжелых заряженных частиц. В результате даже при нормальном падении на поверхность вещества имеет место заметный выход обратно рассеянного излучения, в том числе и при рассеянии релятивистских электронов.
- **Коэффициент обратного рассеяния  $\eta$**  (полное числовое альbedo) – доля электронов первичного пучка, покинувших пределы образца в результате рассеяния на большие углы. Он учитывает все обратно рассеянные электроны независимо от их энергии и угла вылета.

К этой группе принято относить все электроны, вышедшие из мишени с энергией от 50 эВ до  $E_0$ . Граница 50 эВ разделяет истинно вторичные (менее 50 эВ) и неупруго отраженные электроны. Она является условной.



# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 2. Отражение электронов



номера (а) и энергии электронов (б)

## 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

### 2. Отражение электронов

- При постоянной энергии первичных электронов  $E > 1$  кэВ коэффициент обратного рассеяния монотонно возрастает с атомным номером в результате увеличения рассеивающих способностей вещества. В диапазоне энергий 1-100 кэВ зависимость  $\eta(Z)$  имеет характерный излом при  $Z \sim 25..30$ .
- Зависимость  $\eta(E)$  различна для легких и тяжелых элементов, однако в диапазоне энергий от 2 до 50 кэВ  $\eta$  почти не меняется с ростом  $E$ . Поэтому на практике часто пренебрегают влиянием  $E$  на значения  $\eta$  по сравнению со значительно более сильным влиянием  $Z$ , хотя это не всегда корректно.

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 2. Отражение электронов

Для расчета коэффициента обратного рассеяния  $\eta$  электронов с энергией от 0,1 МэВ до 30 МэВ, падающих нормально на поверхность отражателей с  $Z \geq 6$  имеется эмпирическая формула:

$$a_N = a_1 / (1 + a_2 \varepsilon^{a_3}) \quad (6)$$

где 
$$\varepsilon = E / mc^2$$

$$a_1 = 1,15 \exp(-8,35 \cdot Z^{-0,525}),$$

$$a_2 = 0,0185 + 15,7 \cdot Z^{-1,59},$$

$$a_3 = 1,56 - 4,42 \cdot Z^{-1}.$$

# 1. Отражение заряженных частиц от поверхности

## 2. Отражение электронов

- Зависимость коэффициента отражения  $\eta$  от угла падения  $\theta$ :

$$\eta(\theta) = \eta_{\max} \exp(-\beta \cos \theta) \quad ,$$

где  $\eta_{\max}$  и  $\beta$  - свои для каждого материала мишени и энергии электронов.

- Доля энергии, уносимой обратно отраженными электронами ( $K_{ev}$ ):

$$K_{ev} \approx 0,5\eta \quad (8)$$

## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

- Средний угол рассеяния электрона в упругих столкновениях:

$$\theta_{cp} \sim \frac{Z_2^{1/3}}{\sqrt{E}} \quad (9)$$

При попадании быстрого электрона в вещество его рассеяние на большие углы первоначально происходит редко.

В процессе торможения электрона в веществе в результате ионизационных и радиационных потерь энергии его энергия уменьшается, а углы рассеяния увеличиваются.

Затем наступает область диффузного рассеяния, где направление движения электрона уже не зависит от первоначального направления.

## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

### 2. Параметры, характеризующие проникновение электронов в вещество

- Средний траекторный пробег  $R_0$  – средняя длина пути, пройденного частицей до полной остановки.

$$R_0(E_0) = \int_0^{E_0} \frac{dE}{(-dE/dx)} \quad (10)$$

Это – средний пробег электрона в предположении, что тормозная способность – это однозначная и непрерывная функция от энергии электрона (пробег в предположении непрерывного замедления).

- Истинный пробег – пробег отдельной частицы.

Примечание 1. Из-за статистических флуктуаций потерь энергии в одиночных столкновениях и многократного рассеяния пробеги отдельных электронов с одинаковой энергией могут сильно различаться между собой.

Примечание 2. Значения истинных пробегов флуктуируют вокруг средних пробегов и этот разброс достаточно хорошо описывается распределением Гаусса

## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

### 1. Коэффициенты пропускания (прохождения)

- Зависимость числа частиц, прошедших некоторый слой вещества, от толщины этого слоя определяется:
  - толщиной вещества,
  - его атомным номером,
  - энергией частиц,
  - первоначальным направлением частиц.

- Коэффициент пропускания по числу частиц  $\gamma(d)$  равен отношению числа частиц, прошедших поглотитель толщиной  $d$ , к числу упавших на него частиц  $N_0$ :

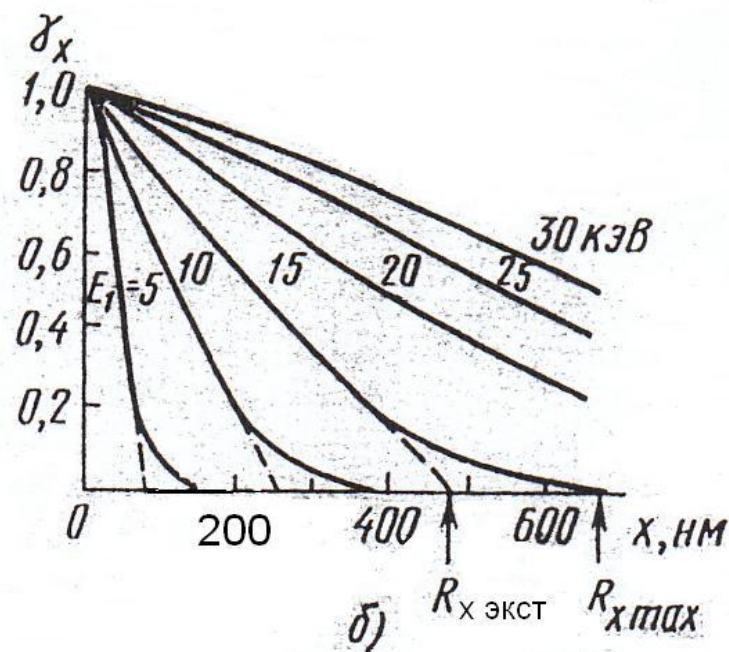
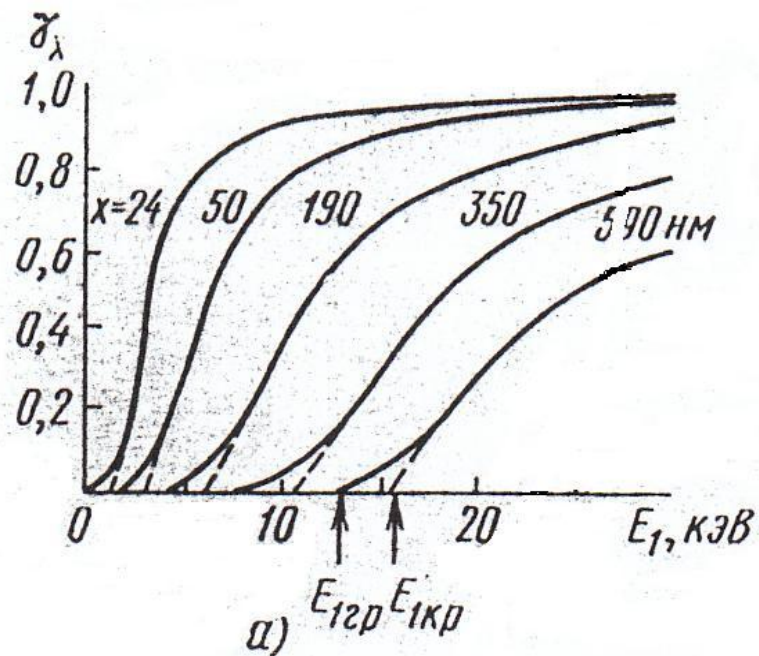
$$\gamma(d) = \frac{N(d)}{N_0} \quad (11)$$

- Коэффициент пропускания по энергии  $\gamma_E(d)$  равен отношению энергии всех частиц, выходящих из поглотителя толщиной  $d$ , к энергии всех частиц, падающих на поглотитель:

$$\gamma_E(d) = \frac{E(d)}{E_0 N_0} \quad (12)$$

## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

### 1. Коэффициенты пропускания (прохождения)



Зависимость коэффициента пропускания от энергии электронов (а) и от толщины пленок (б) для меди



## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

### 2. Параметры, характеризующие проникновение электронов в вещество

Следует различать траекторный пробег электрона  $R_0$  и глубину его проникновения в вещество  $d$ , которая является проекцией пробега на направление первоначального движения.

Всегда  $R_0 > d$ . Эта разница тем больше, чем тяжелее вещество и меньше энергия электронов.

- Максимальный пробег  $R_{\max}$  - определяется минимальной толщиной слоя вещества, из которого не вылетает ни одна из падающих на него нормально частиц.
- Экстраполированный пробег  $R_{\text{экстр}}$  - для его нахождения экстраполируют линейную часть коэффициента пропускания до пересечения с осью абсцисс.
- Нормальный пробег - соответствует такой толщине пленки, при которой коэффициент пропускания электронов падает в  $e$  раз.

## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

### 2. Параметры, характеризующие проникновение электронов в вещество

В случае максимального пробега независимо от материала мишени и энергии электронов справедлива приближенная формула:

$$R_{x \max} = R_{x \text{ экстр}}^{(13)} (0,95 - 1,1\eta)$$

где  $R_0$  – средний траекторный пробег,  $\eta$ - коэффициент неупругого отражения электронов.

## 2. Глубина проникновения электронов в вещество

Если известна величина экстраполированного пробега электрона с начальной энергией  $E_0$  в каком-либо веществе, то экстраполированный пробег электрона в другом веществе можно вычислить с помощью соотношения:

$$R_{xЭ} = R_{изв} \frac{(Z / A)_{изв}}{(Z / A)_x}$$

Здесь  $R_{xЭ}$  и  $R_{изв}$  выражены в г/см<sup>2</sup>.

### **3. Пространственное распределение потерь энергии быстрых электронов при прохождении через вещество**

**1. Пространственное распределение линейных потерь энергии ускоренных электронов в веществе – функция, характеризующая потери энергии тормозящихся частиц, пронормированные на единицу длины по глубине мишени, вдоль нормали к ее облучаемой поверхности.**

Способы ее определения:

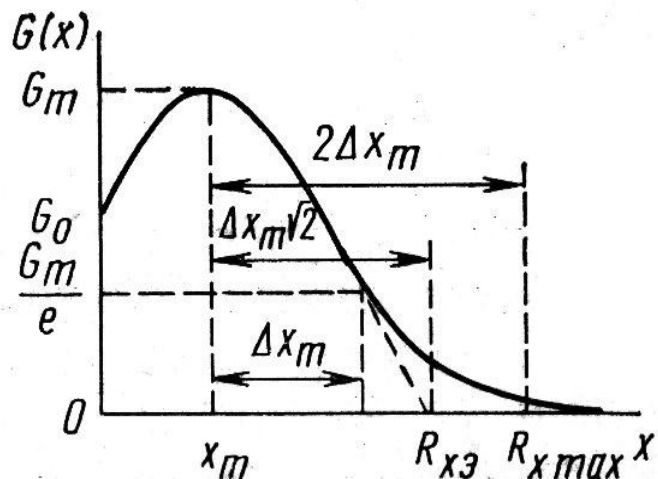
- **экспериментальные;**
- **расчетным путем** (метод Монте-Карло, решение кинетического уравнения, использование аналитических выражений и аппроксимаций).

### 3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество

#### 3. Метод аналитической аппроксимации Макарова

Это - один из наиболее удачных методов аналитической аппроксимации потерь энергии электронов на возбуждение и ионизацию.

Для описания распределения линейных (удельных) потерь энергии пользована функция Гаусса:



(14)

$$G(x) = G_m \exp\left(-\frac{(x - x_m)^2}{\Delta x_m^2}\right) = G_m \exp\left(-\left(\frac{x}{x_m} - \chi\right)^2\right)$$

**3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество**

### **3. Метод аналитической аппроксимации Макарова**

**Независимо от атомного номера вещества и энергии электронов  $E_0$  можно определить параметры  $\chi$ ,  $\Delta x_m$ , и  $G_m$  распределения (14), если известны всего две экспериментальные характеристики: максимальная глубина проникновения электронов в вещество  $R_{x\max}$  и коэффициент обратного рассеяния  $\eta$ .**

### 3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество

#### 3. Метод аналитической аппроксимации Макарова

В (14)  $x_m/\Delta x_m$  характеризует относительное положение максимума распределения, а  $\Delta x_m$  – его полуширину.

$$\chi = x_m / \Delta x_m = 0,16\eta^{-0,65} \quad (15)$$

$$\Delta x_m = (R_{x \max} - x_m) / 2 = R_{x \max} / (2 + \chi) \quad (16)$$

Величину  $G_m$  находят из условия равенства площади под кривой  $G(x)$  и энергии, поглощенной в мишени:

$$\int_0^{\infty} G(x) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Delta x_m G_m (1 + \operatorname{erf} \chi) = E_0 (1 - W_\eta) \quad (17)$$

Доля энергии  $W_\eta$ , уносимая обратно рассеянными электронами, определяется только значением  $\eta$ .

### 3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество

### 3. Метод аналитической аппроксимации Макарова

Из (17) следует:

$$G_m \underset{(18)}{=} 2E_0 (1 - 0,5\eta - 0,4\eta^2) [\sqrt{\pi} \Delta x_m (1 + \operatorname{erf} \chi)]^{-1}$$

Здесь

$$\operatorname{erf} \chi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\chi e^{-t^2} dt$$

- функция ошибок



### 3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество

Так как пробеги электронов  $R_{xmax}$  и коэффициенты  $\eta$ , а также их зависимость от  $E_0$  для многих материалов известны или могут быть оценены с достаточной степенью точности, то с помощью формул (14)-(18) можно рассчитать  $G(x)$  практически для любых веществ в широком диапазоне энергий.

### 3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество

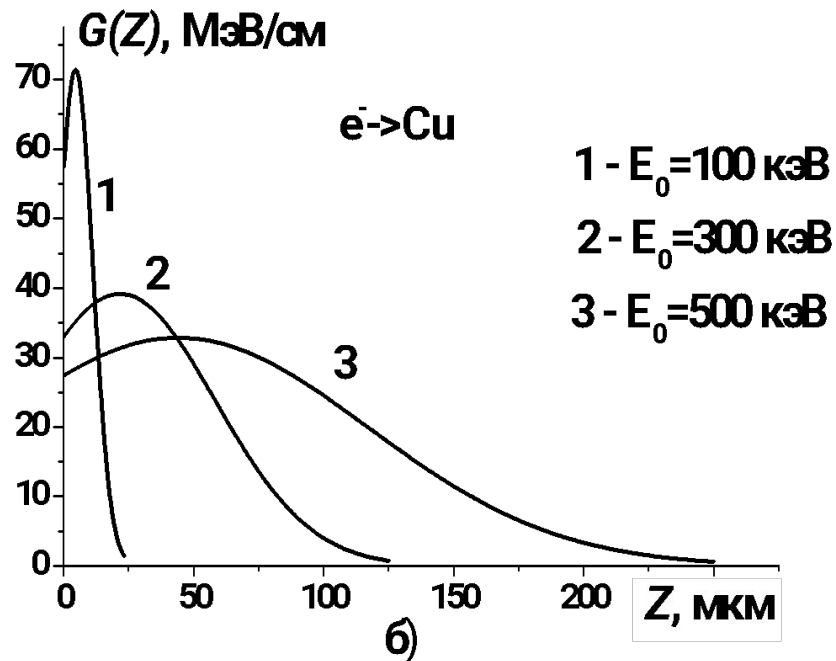
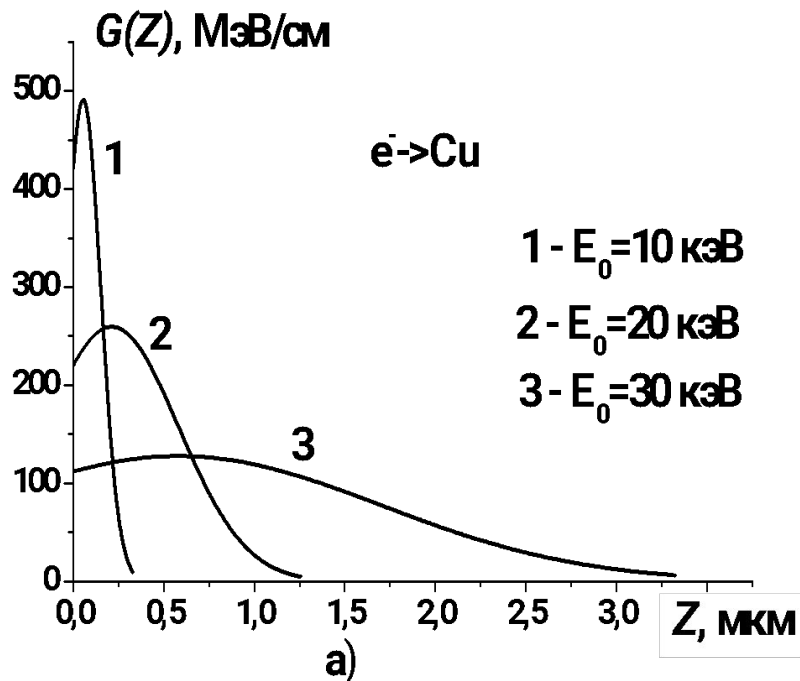
#### 3. Метод аналитической аппроксимации Макарова

- Расчет  $G(x)$  по формуле (14) хорошо согласуется с имеющимися опытными данными, особенно если использовать не теоретические, а экспериментальные значения  $\eta$  и  $R_{x\max}$ .
- Если известны значения экстраполированных пробегов  $R_{x\mathcal{E}}$ , то  $R_{x\max}$  можно вычислить из соотношения:

$$R_{x\max} = R_{x\mathcal{E}} (2 + \chi)(\sqrt{2} + \chi)^{-1} \quad (19)$$

- Рассмотренный подход, хотя и является эмпирическим, имеет определенное физическое обоснование. И положение максимума  $G(x)$ , и коэффициент  $\eta$  определяются одними и теми же процессами углового рассеяния электронов в веществе и в силу этого должны быть связаны друг с другом. Формулы (13), (15) и (16) являются просто аналитической аппроксимацией указанной связи.

### 3. Пространственное распределение потерь энергии ускоренных электронов при прохождении через вещество



Изменение по глубине медной мишени линейных потерь энергии низкоэнергетических (а) и высокоэнергетических (б) электронов