

ЦИЛИНДР

Выполнила Котомина О.В.

учитель математики

высшей категории

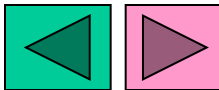
Санкт-Петербург



Цилиндр

Материал предназначен
для учащихся 11 класса

- определение цилиндра,
- развёртка цилиндра,
- формулы для вычисления площади основания,
площади боковой поверхности,
площади полной поверхности цилиндра,
- решение задач,
- задания для самопроверки



Этапы урока

Теория

«Пошаговое» решение задачи

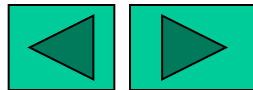
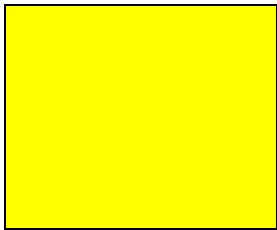
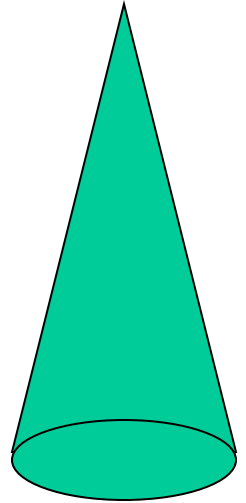
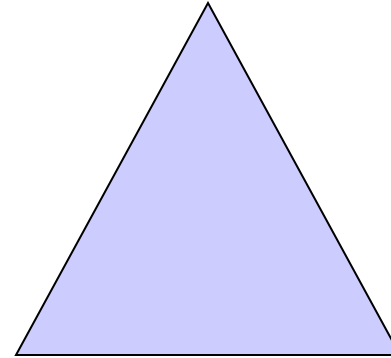
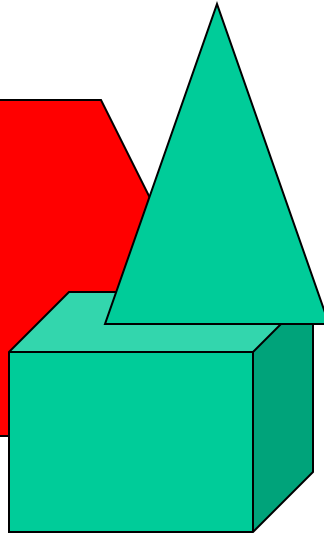
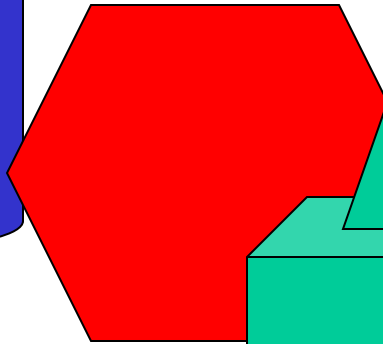
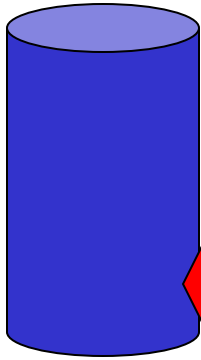
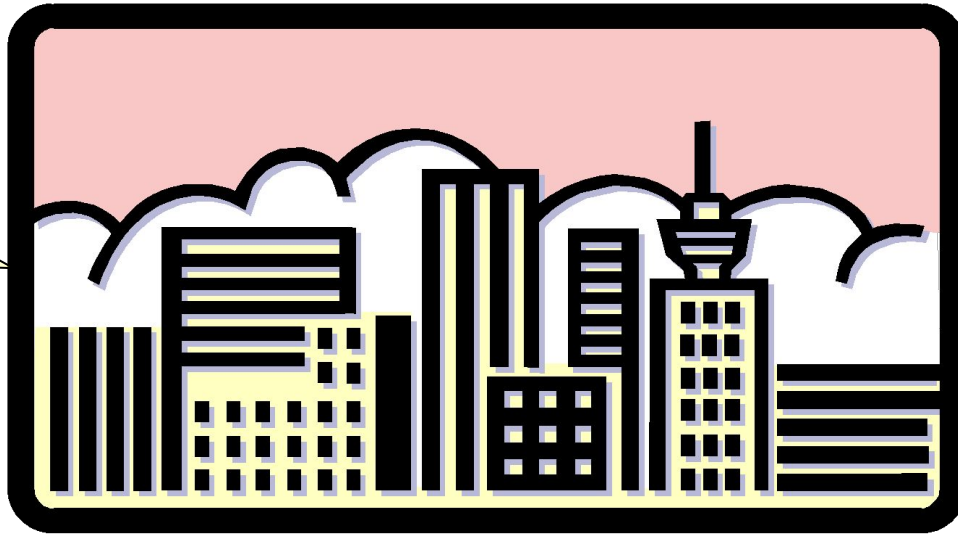
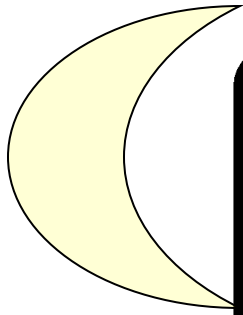
Практическая работа по группам

Сечение цилиндра

Самостоятельная работа

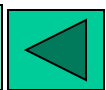
Слабо? Докажи!





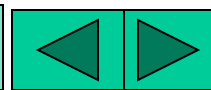
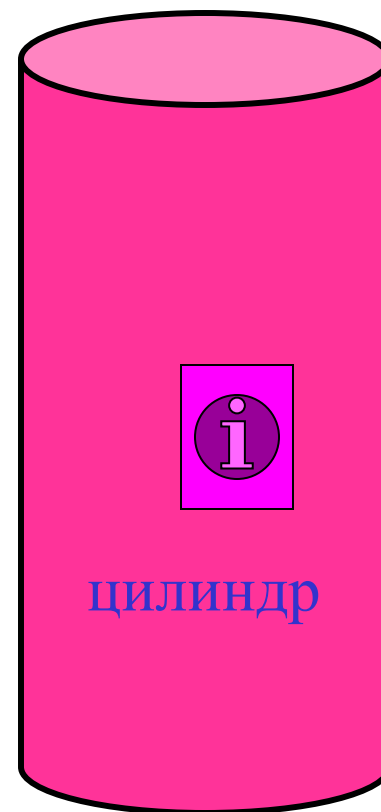
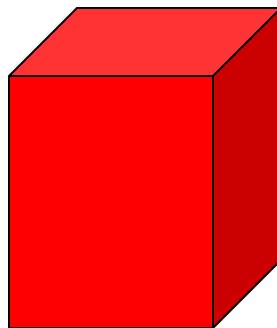
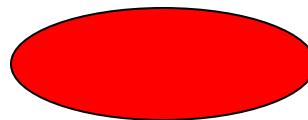
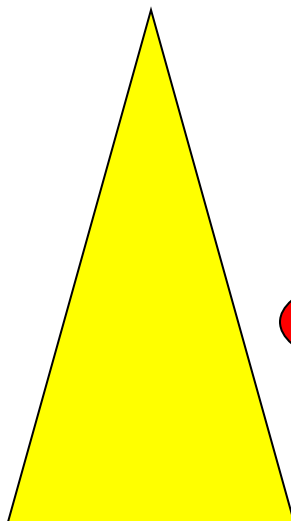
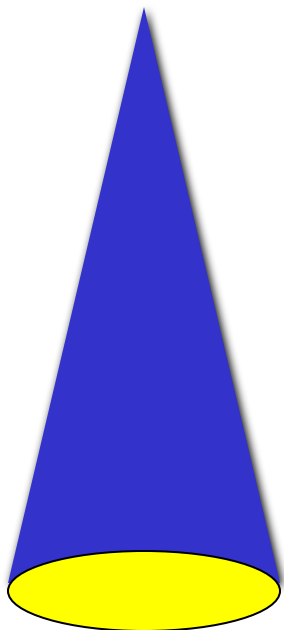
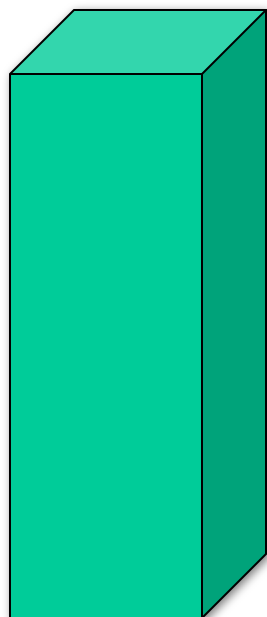
Нас окружает множество предметов

- *Они отличаются формой, размерами, материалом, из которого изготовлены, окраской. Разных людей интересуют разные качества этих предметов. Математиков интересуют форма предметов и их размеры. Поэтому вместо предметов они рассматривают геометрические тела: куб, призма, пирамида, **цилиндр, конус, шар** и т.д.*
- *Названия многих геометрических тел идут из глубокой древности, причем произошли они от соответствующих предметов. Например, из Древней Греции пришёл термин **«цилиндр»** (килиндрос - валик).*

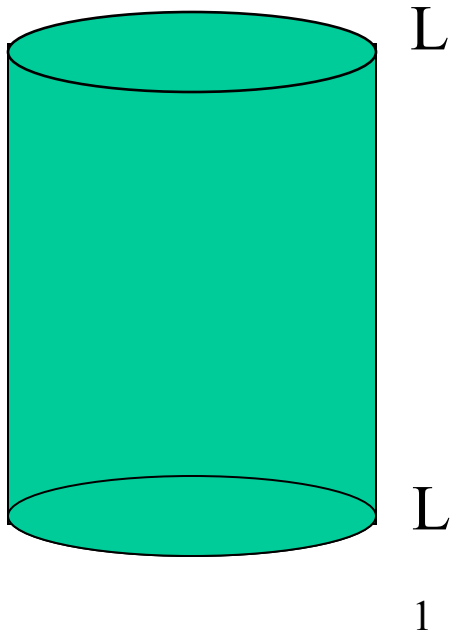


Нас окружает множество предметов

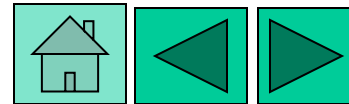
- *Что получим, если в основании прямой призмы возьмем круг?*



Что такое цилиндр?



Цилиндр – это тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя кругами с границами (L и L_1)



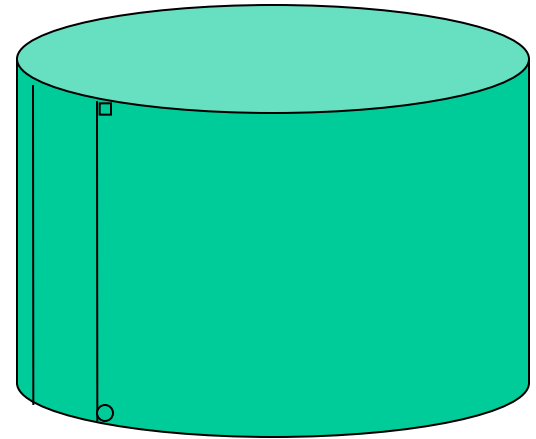
Как называется отрезок, соединяющий точки окружностей оснований, перпендикулярный плоскостям оснований?

Образующая цилиндра

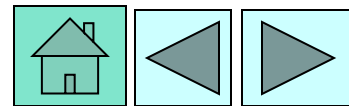
Все образующие параллельны оси вращения и имеют одинаковую длину, равную высоте цилиндра.

Чему будет равна высота цилиндра,

если длина образующей цилиндра 5 см?



5 см

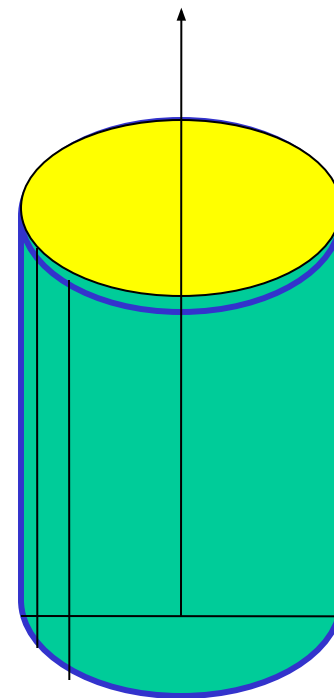


Сделайте чертёж цилиндра.

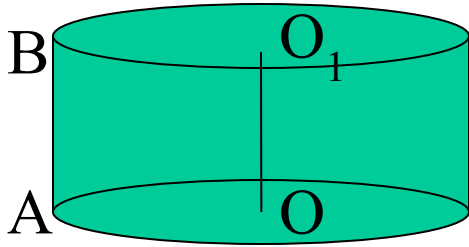
- Проведите 2 образующие.

- Выделите верхнее основание.

- Проведите ось вращения.



Прямой круговой цилиндр называется тело, образованное вращением прямоугольника вокруг своей стороны.



OO_1 -ось вращения
(ось цилиндра)
является
высотой
цилиндра.

Основания цилиндра –
равные круги, расположенные
в параллельных плоскостях.

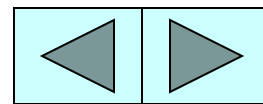
$$H = OO_1$$

Радиусом цилиндра называется
радиус его основания.

$$R = OA$$

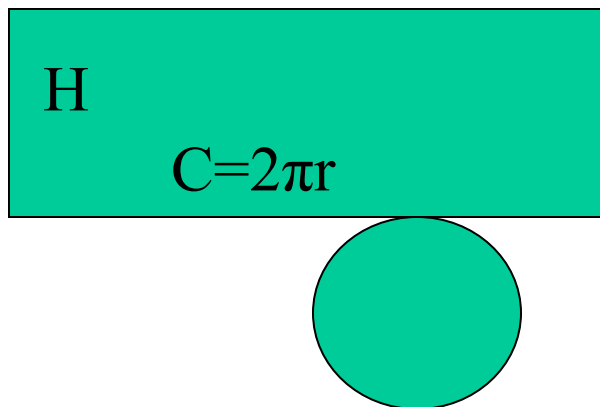
Высотой цилиндра называют
также расстояние между
плоскостями его оснований.

$$H = OO_1 = AB$$



Так выглядит развертка цилиндра.

Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник со сторонами H и C , где H – высота цилиндра, C – длина окружности основания.



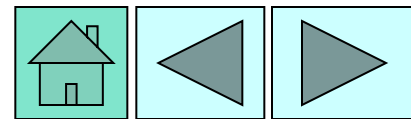
Формулы

для вычисления площади боковой поверхности и площади полной поверхности цилиндра.

$$S_{\text{бок.}} = HC = 2\pi RH$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2,$$

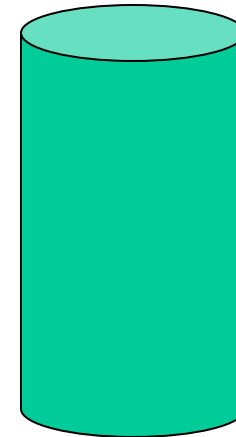
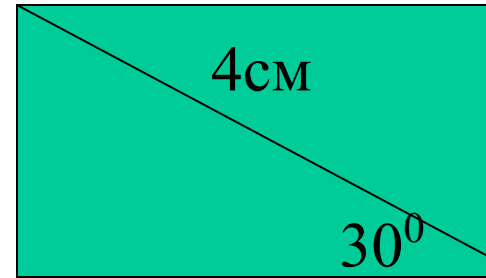
$$S_{\text{п.п.ц.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}} = \\ = 2\pi R (R+H)$$



Решим задачу

- Диагональ развёртки боковой поверхности цилиндра составляет угол 30° с основанием развёртки, длина этой диагонали равна 4 см.

Найти площадь полной поверхности цилиндра.

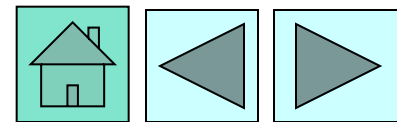
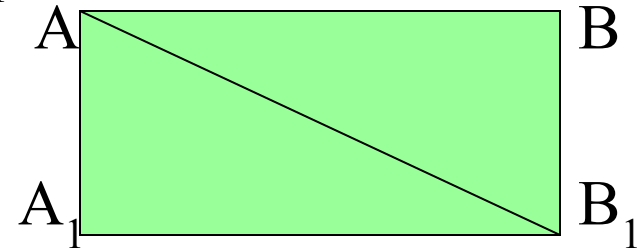


- 1 шаг. Разверткой боковой поверхности является прямоугольник AA_1B_1B .

Из прямоугольного треугольника AA_1B
находим

$$AA_1 = A_1B * \sin 30^\circ = 4 * 1/2 \\ = 2 \text{ см} = H,$$

$$AB = A_1B * \cos 30^\circ = 4 * \frac{\sqrt{3}}{2} = \\ 2\sqrt{3} \text{ см} = C = 2\pi R$$



- **2 шаг.** из последнего $2\pi R = 2\sqrt{3}$ см
следует, что

$$R = \frac{2\sqrt{3}}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{\pi} (\text{см})$$

3 шаг. Далее имеем

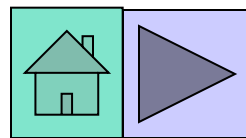
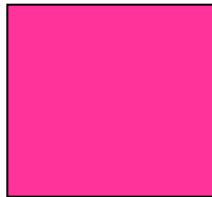
$$S_{\text{п.п.}} = 2\pi R(R + H) =$$
$$2\pi \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} + 2 \right) = 2\sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{\pi} + 2 \right) = \frac{6}{\pi} + 4\sqrt{3}$$

Ответ: $\frac{6}{\pi} + 4\sqrt{3} \text{ см}^2$



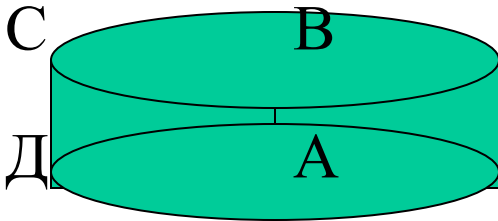
Практическая работа

- Оборудование.
- Раздаточный материал для
- 1и 3 группы прямоугольник (со сторонами 16х20 см),
- 2 группа квадрат (со стороной 15 см),
- 4 группа прямоугольник (со сторонами 12х16 см)



Задание для 1 группы

- Цилиндр получается вращением прямоугольника вокруг меньшей его стороны. Вычислить площадь полной поверхности, получившегося цилиндра.



Дано: цилиндр, ABCD-
прямоугольник,

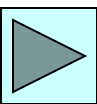
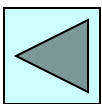
$$H=AB=16\text{см}, R=AD=20\text{см}$$

Найти: Sp.п.

Решение:

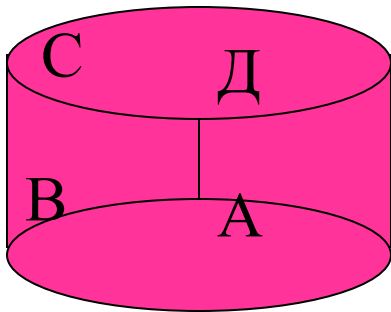
$$\begin{aligned} \text{Sp.п.} &= 2 \pi R(R + H) = \\ &= 2 \pi 20(20+16) = \\ &= 40 \pi * 36 = 1440 \pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

Ответ: $1440\pi \text{ см}^2$



Задание для 2 группы

Цилиндр получается вращением квадрата вокруг его стороны. Вычислите площадь полной поверхности, получившегося цилиндра.



Дано: цилиндр, ABCD-прямоугольник

$$R=AB= 16 \text{ см,}$$

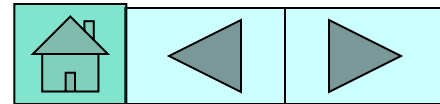
$$H=AD= 20 \text{ см}$$

Найти: $S_{\text{п.п.}}$

Решение:

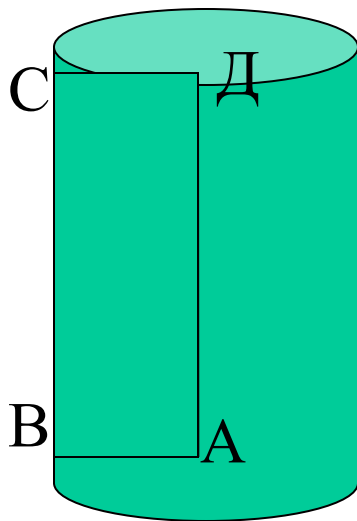
$$\begin{aligned} S_{\text{п.п.}} &= 2\pi R(R+H) = 2\pi * 16(20+16) = \\ &= 32\pi * 36 = 1152\pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

Ответ: $1152\pi \text{ см}^2$



Задание для 3 группы

- Цилиндр получается вращением прямоугольника вокруг большей его стороны. Вычислите площадь полной поверхности, получившегося цилиндра.



Дано: цилиндр, ABCD-
прямоугольник

$$R=AB= 16 \text{ см,}$$

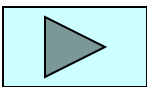
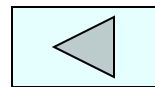
$$H=AD= 20 \text{ см}$$

Найти: $S_{\text{п.п.}}$

Решение:

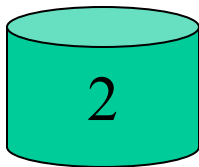
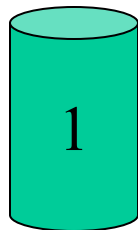
$$\begin{aligned} S_{\text{пп}} &= 2\pi R(R+H) = \\ &= 2\pi \cdot 16(20+16) = \\ &= 32\pi \cdot 36 = 1152\pi \text{ см}^2 \end{aligned}$$

Ответ: $1152\pi \text{ см}^2$



Задание для 4 группы

- Трубка, цилиндрической формы получается из прямоугольника. Вычислите радиус основания



- **Дано:** цилиндры 1 и 2
прямоугольник 12 x 16 см

Найти: R_1 , R_2

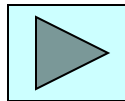
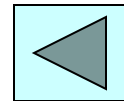
Решение:

$$C = 2\pi R$$

$$C_1 = 2\pi R_1 = 12, \quad R_1 = C/2\pi = 12/2\pi = 6\pi$$

$$C_2 = 2\pi R_2 = 16, \quad R_2 = C/2\pi = 16/2\pi = 8\pi$$

Ответ: $R_1 = 6\pi$ см, $R_2 = 8\pi$ см

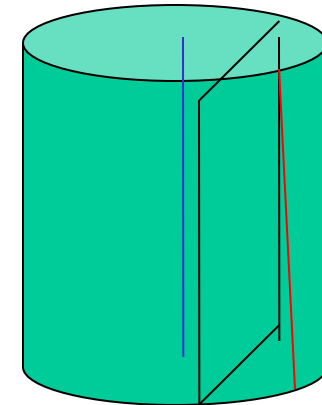
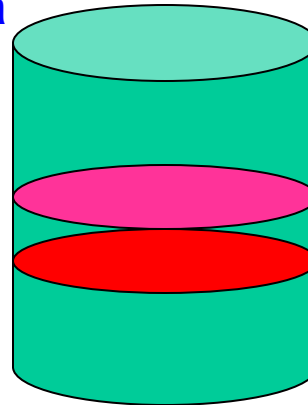
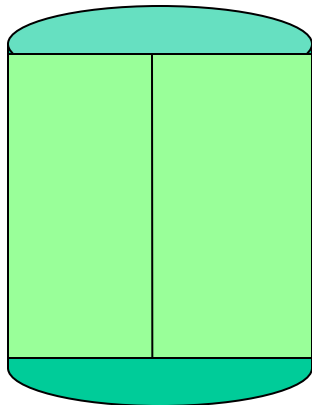
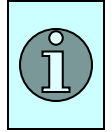


Сечения

Осевым сечением цилиндра называется сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось вращения.

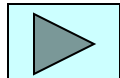
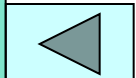
ВСЕ осевые сечения цилиндра – **равные** прямоугольники.

- Сечения бывают параллельны



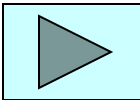
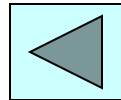
- плоскостям оснований (а)

- оси вращения цилиндра (б)



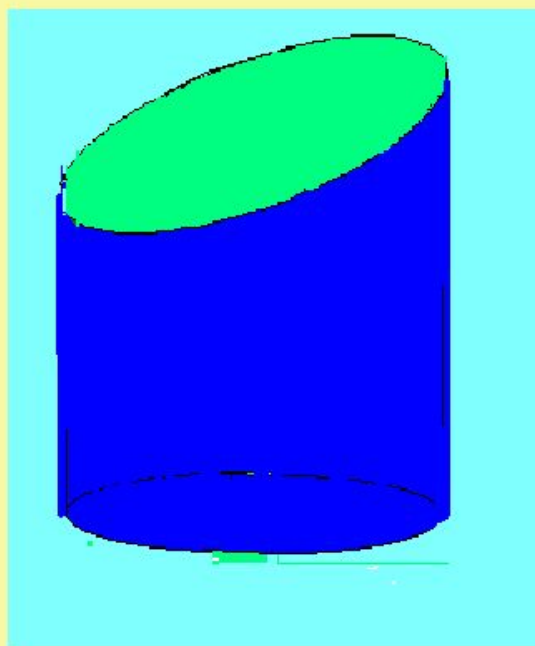
Знай, что

- *если плоскость сечения параллельна основаниям цилиндра, то это круг и он перпендикулярен его оси вращения.*
- *если плоскость параллельна оси вращения и проходит на расстоянии от оси, меньшем радиуса цилиндра, то это будет прямоугольник и он перпендикулярен основаниям.*

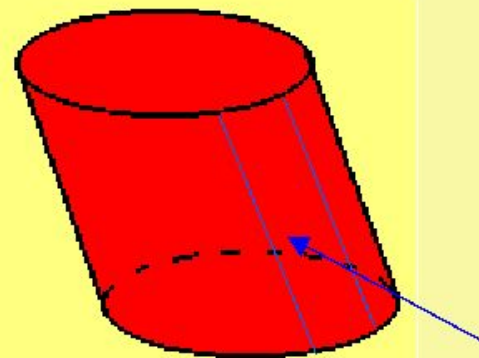


На практике нередко встречаются предметы,

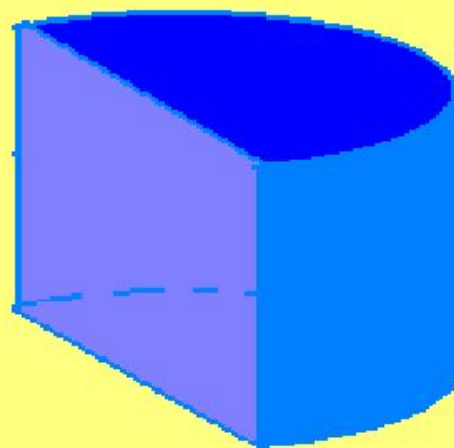
*которые имеют форму
более сложных
цилиндров.*



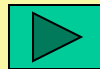
Сечение не параллельно
основанию



образующая



парабола



Самостоятельная работа

1 вариант

2 вариант

1) Заполните пустые клетки и найдите значение y

	r	h	$S_{\text{бок}}$	$S_{\text{цил}}$
а)	1 см	2 см		
б)	$y/2$	y	28	

	r	h	$S_{\text{бок}}$	$S_{\text{цил}}$
а)	2 см	1 см		
б)	$y/2$	y		12 л

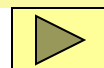
2) Пусть r - радиус, h - высота, а S - площадь основания данного цилиндра.

Найти $S_{\text{цил.}}$, если $h = 2r$, а

$$S = 45 \text{ м}^2.$$

Найти r , если $r - h = 5 \text{ см}$, а

$$S_{\text{цил.}} = 300 \text{ л см}^2$$



Сверь ответ
1 вариант

1 задание

$$\text{а) } S_{\text{бок.}} = 4\pi \text{ см}^2,$$

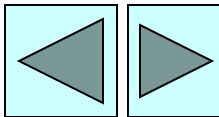
$$S_{\text{цил.}} = 6\pi \text{ см}^2$$

$$\text{б) } y = \sqrt{\frac{28}{\pi}}$$

$$S_{\text{цил.}} = 42$$

2 задание

$$S_{\text{цил.}} = 270 \text{ м}^2$$



Сверь ответ
2 вариант

1 задание

а) $S_{\text{бок.}} = 4\pi \text{ см}^2,$

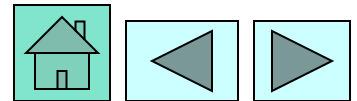
$S_{\text{цил.}} = 12\pi \text{ см}^2$

б) $y = 2\sqrt{2}$

$S_{\text{бок.}} = 8\pi$

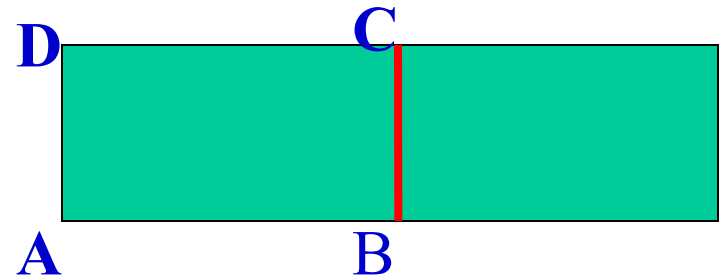
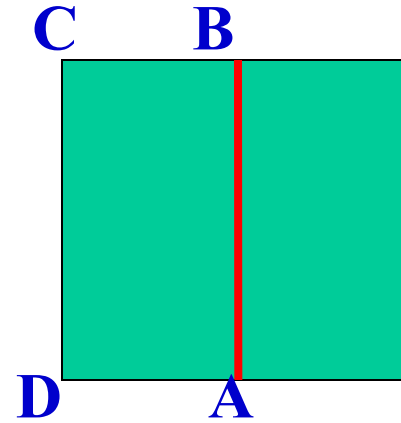
2 задание

$h = 5 \text{ см}, r = 10 \text{ см}$



Слабо?

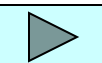
- **Один цилиндр** получен вращением в пространстве прямоугольника ABCD вокруг прямой AB, а **другой цилиндр** – вращением того же прямоугольника вокруг прямой BC.
- Доказать, что площади боковых поверхностей этих цилиндров равны.



- Площади боковых поверхностей этих цилиндров равны

$$S_{\text{бок.}} = 2\pi R * H$$

$$\begin{array}{l} \text{В первом случае } R = AD, H = AB \\ \text{Во втором случае } R = AB, H = AD \end{array} \quad \Bigg| \quad \longrightarrow \quad S = 2 \pi * AD * AB$$



Подведем итог.

- Составьте 5 основных вопросов по теме «Цилиндр».
- Какое тело получится при вращении квадрата вокруг его диагонали?
- Это тема следующих уроков.

