Прямоугольная система координат в пространстве

- Вы уже знакомы с прямоугольной (Декартовой) системой координат на **плоскости**, которую

в XIX в. ввёл

французский

математик

Рене Декарт

- А, вот, прямоугольную систему координат в **пространстве** ввёл швейцарский,

немецкий,

российский

математик

Леонард Эйлер

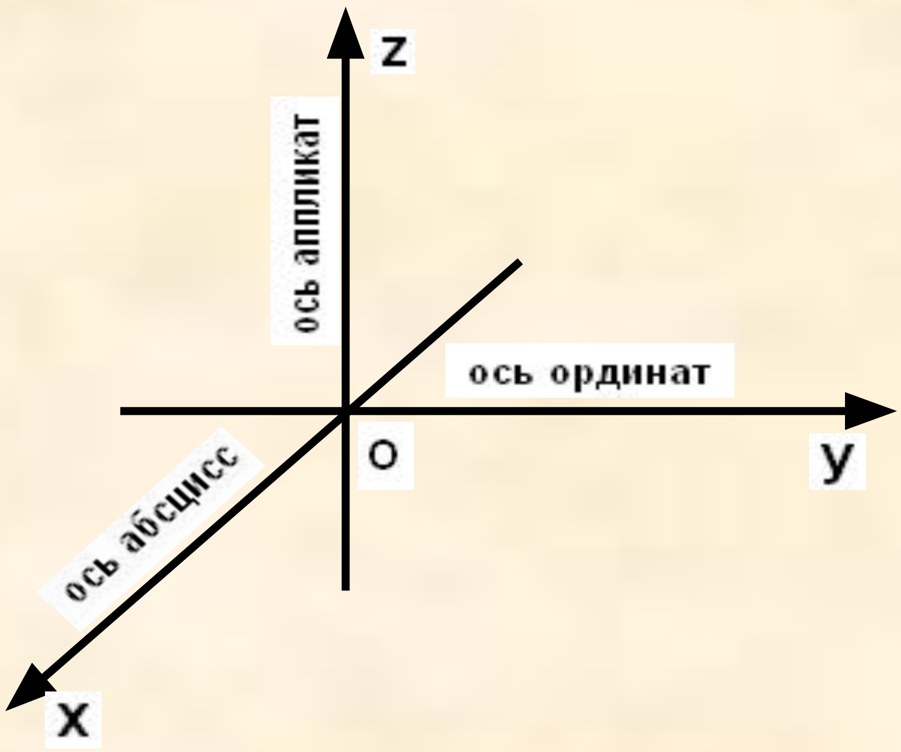
в XVIIIв.

Прямые с выбранными на них направлениями называются осями координат, а их общая точка – началом координат.

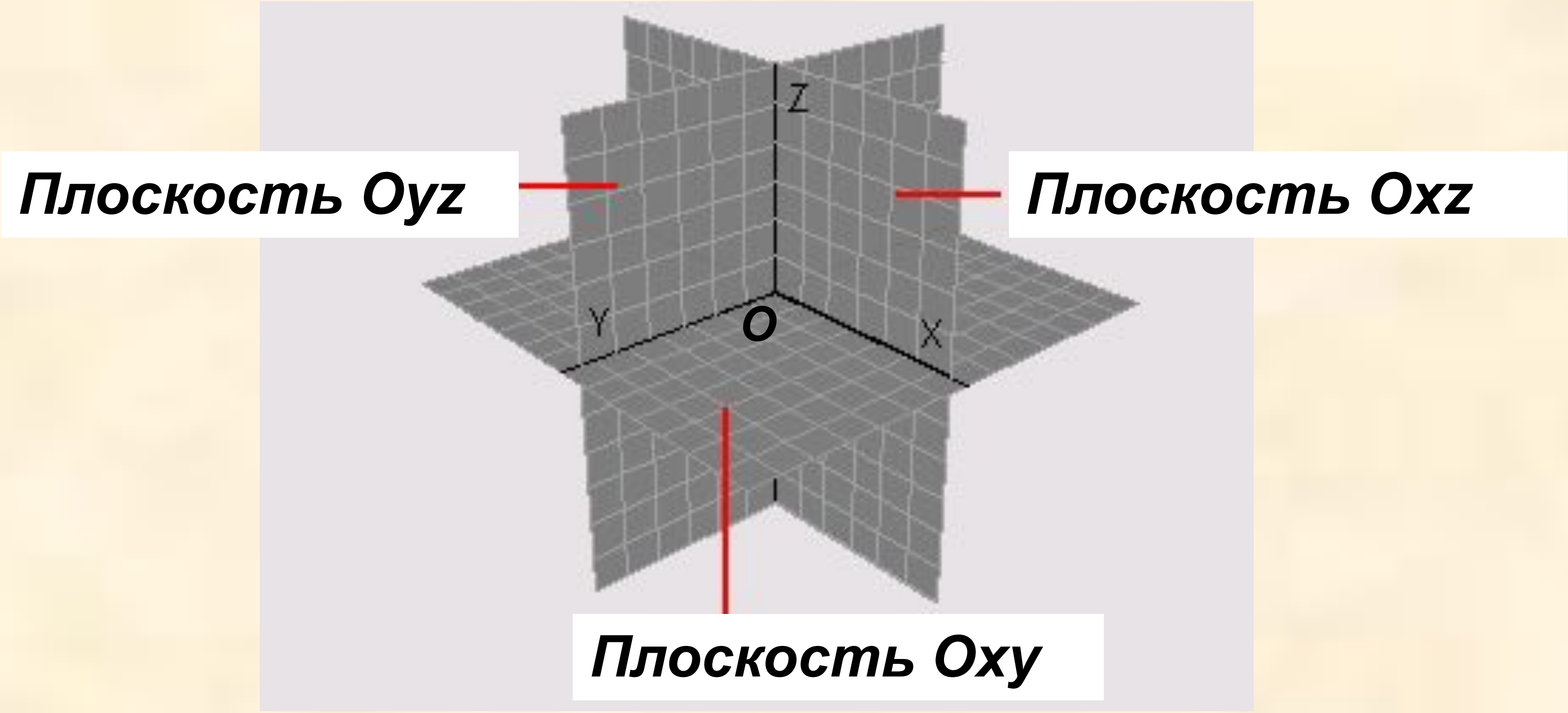
Ox – ось абсцисс,

Oy – ось ординат,

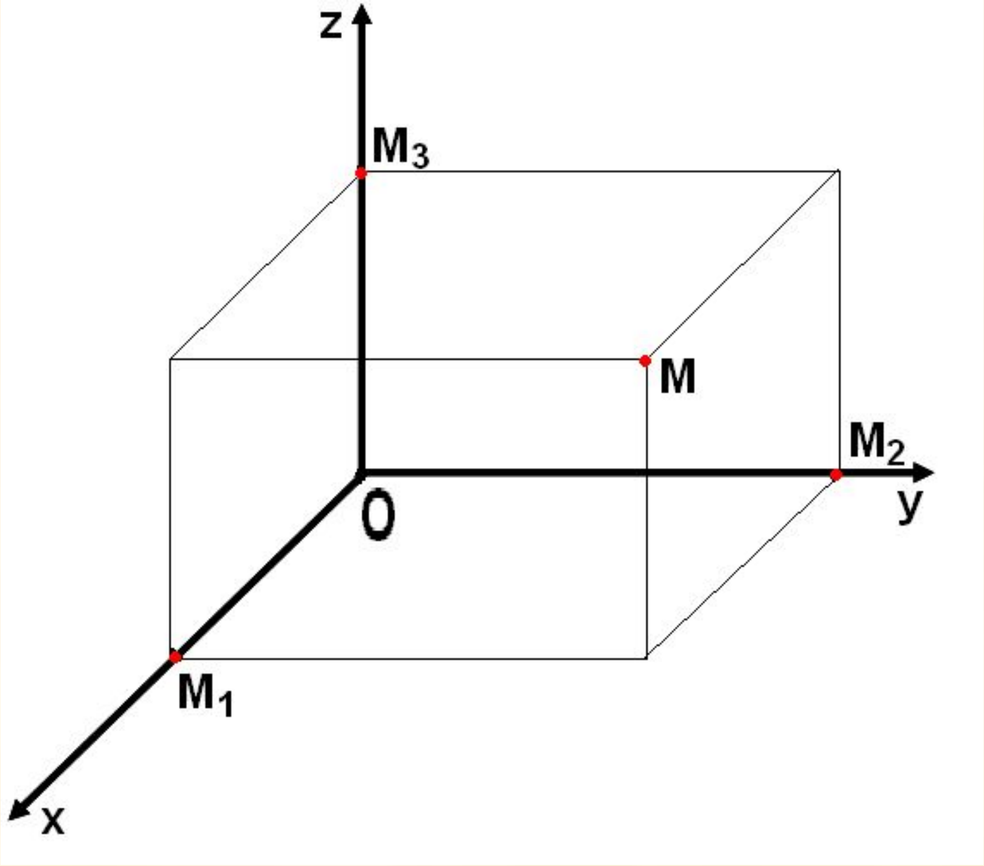
Oz – ось аппликат.



Три плоскости, проходящие через оси координат Ox и Oy, Oy и Oz, Oz и Ox, называются координатными плоскостями: Oxy, Oyz, Oxz.



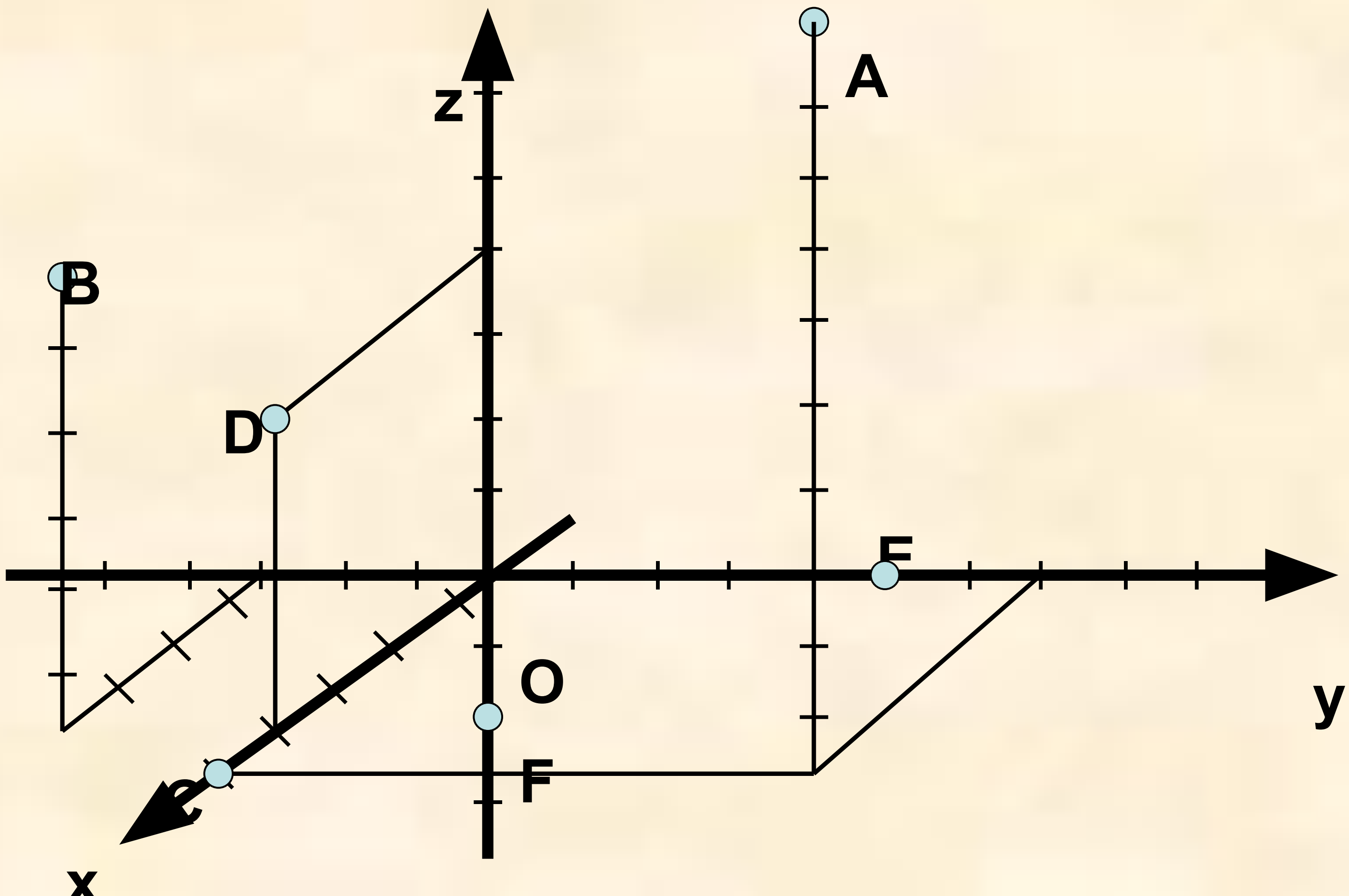
В прямоугольной системе координат каждой точке М пространства сопоставляется тройка чисел – её координаты: М (x, y, z), где x – абсцисса, y – ордината, z - аппликата.



Нахождение точки на координатной плоскости.

Если, например, точка M лежит на координатной плоскости или на оси координат, то некоторые её координаты равны нулю. Так, если M принадлежит Oxy, то аппликата точка M равна нулю: $z=0$. Аналогично если M принадлежит Oxz, то $y=0$, а если M принадлежит Oyz, то $x=0$. Если M принадлежит Ox, то ордината и аппликата точки M равна нулю: $y=0$ и $z=0$. Если M принадлежит Oy, то $x=0$ и $z=0$; если M принадлежит Oz, то $x=0$ и $y=0$. Все три координаты начала координат равны нулю: O (0;0;0).

Задание: Напиши координаты для точек A, B, C, D, E, F на рисунке.



Ответы.

1. A(5; 4; 10),
2. B(4; -3; 6),
3. C(5; 0; 0),
4. D(4; 0; 4),
5. E(0; 5; 0),
6. F(0; 0; -2).

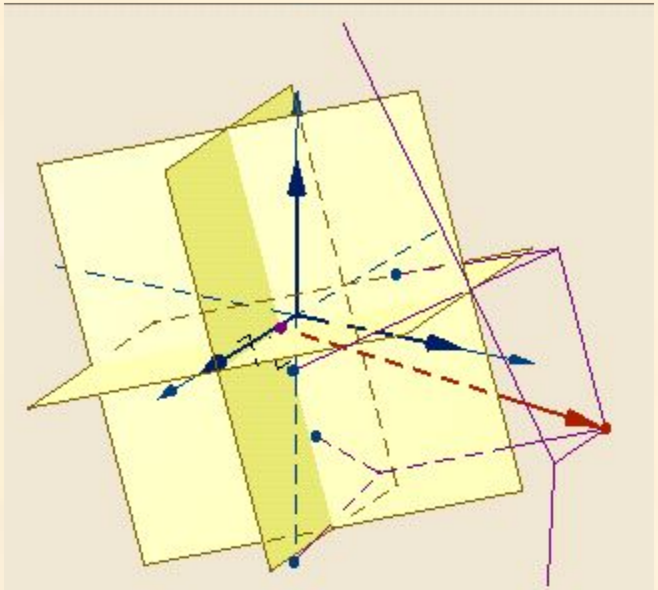
Сравни свои ответы.

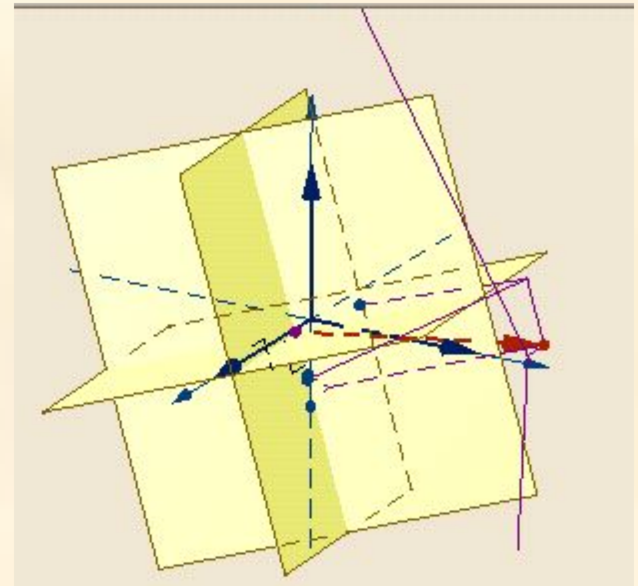
Точка лежит

- **на оси**
  - **Ox** $(x,0,0)$
  - **Oy** $(0,y,0)$
  - **Oz** $(0,0,z)$
- **в координатной плоскости**
  - **Oxy** $(x,y,0)$
  - **Oyz** $(0,y,z)$
  - **Oxz** $(x,0,z)$

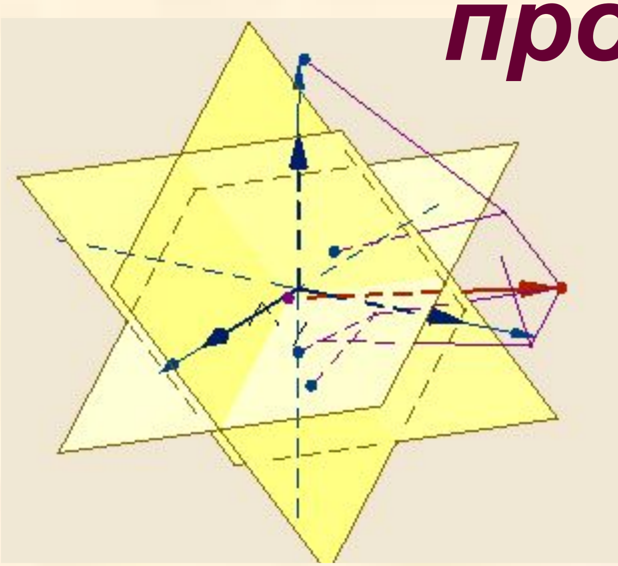
Нахождение точки на координатной плоскости.

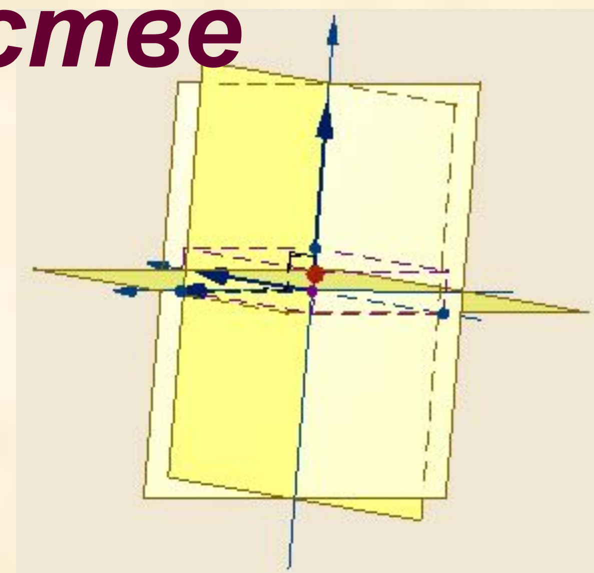
1. Если М $\in$ OXУ, то z=0
2. Если М $\in$ OXZ, то y=0
3. Если М $\in$ OУZ, то X=0
4. Если М $\in$ OX, то У=0 и Z=0
5. Если М $\in$ OУ, то X=0 и Z=0
6. Если М $\in$ OZ, то X=0 и У=0





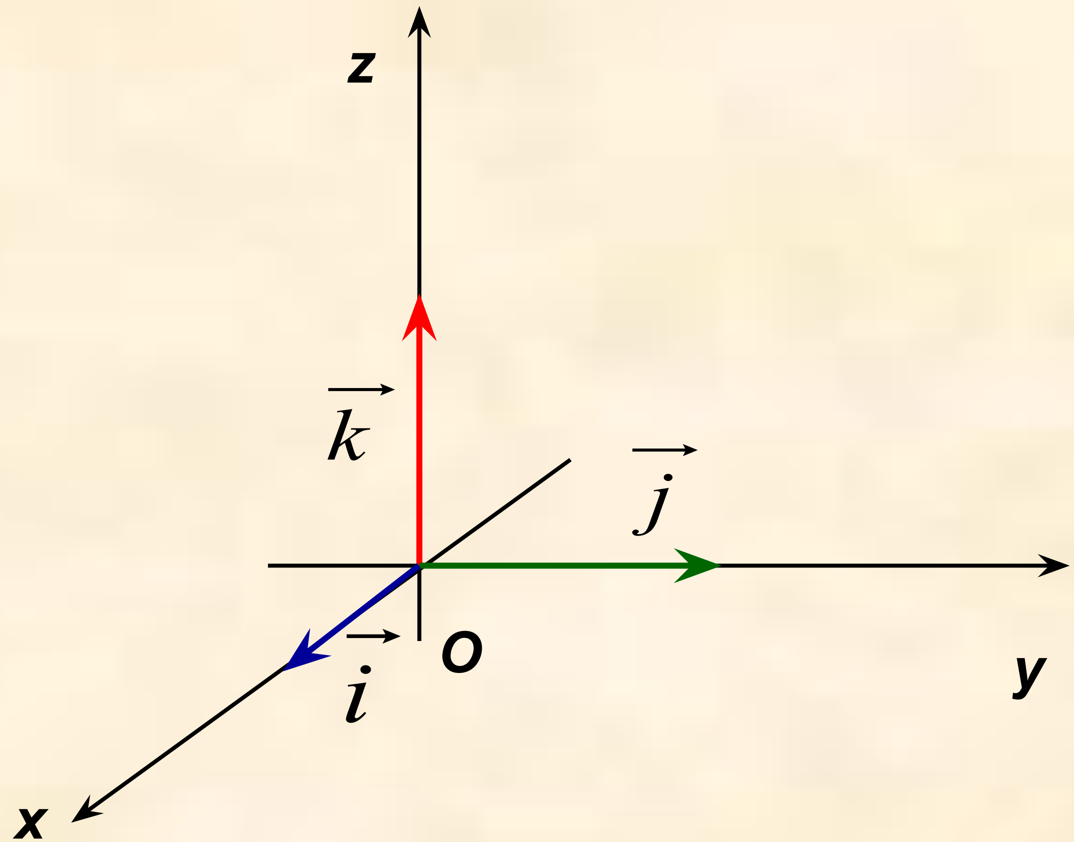
Координаты вектора в пространстве





Единичный вектор – вектор, длина которого равна 1.

i – единичный вектор оси абсцисс, **j** – единичный вектор оси ординат, **k** – единичный вектор оси аппликат.



Любой вектор ā можно разложить по координатным векторам, т.е. представить в виде:

$$\overrightarrow{a} = x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j} + z\overrightarrow{k}$$

Нулевой вектор можно представить в виде:

$$\overrightarrow{0} = 0\overrightarrow{i} + 0\overrightarrow{j} + 0\overrightarrow{k}$$

Координаты равных векторов соответственно равны, т.е., если

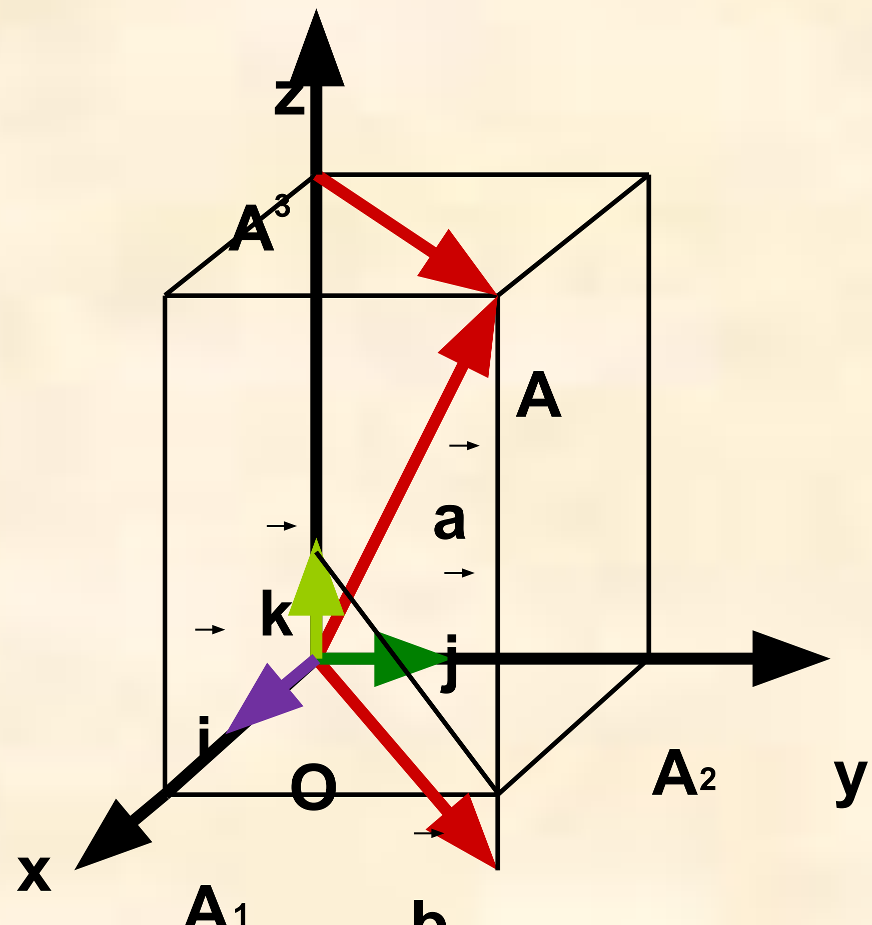
ā $\{x_1; y_1; z_1\} = \vec{b}\ \{x_2; y_2; z_2\}$, то

$x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$, $z_1 = z_2$.

Запись координат вектора.

- Координаты вектора а будут записываться в фигурных скобках после обозначения вектора: $\vec{a}$ {x; y; z}.
- На рисунке справа изображен прямоугольный параллелепипед имеющий измерения: OA_1 =2, OA_2 =2, OA_3 =3.
- Координаты векторов изображенных на этом рисунке, таковы:

$\vec{a}$ {2; 2; 4}, $\vec{b}$ {2; 2; -1},
$\overrightarrow{AA_3}$ {2; 2;0}, $\vec{i}$ {1; 0; 0},
$\vec{j}$ {0;1;0}, $\vec{k}$ {0; 0; 1}



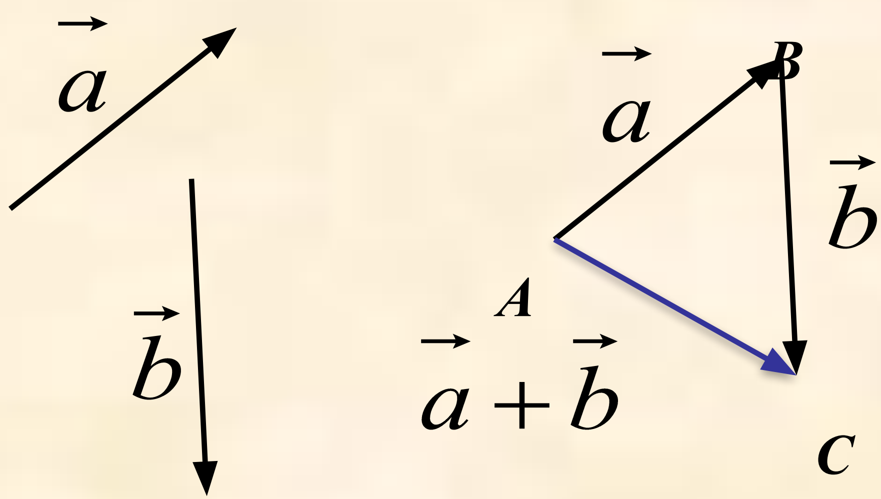
Сложение векторов

1. Правило треугольника.
2. Правило параллелограмма.
3. Правило многоугольника.
4. Правило параллелепипеда.

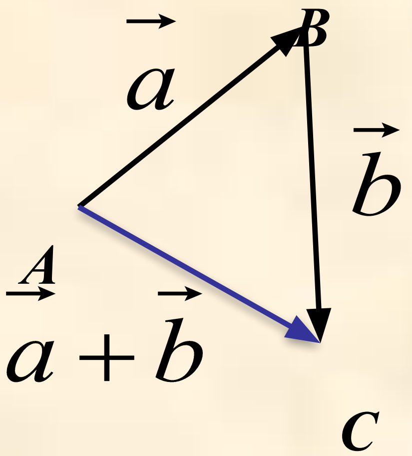
Правило треугольника

Для сложения двух векторов необходимо:

1. *отложить от какой – нибудь точки A вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$*
2. *от точки B отложить вектор $\overrightarrow{BC}$, равный $\vec{b}$*
3. *вектор $\overrightarrow{AC}$ называется суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$*



Правило треугольника



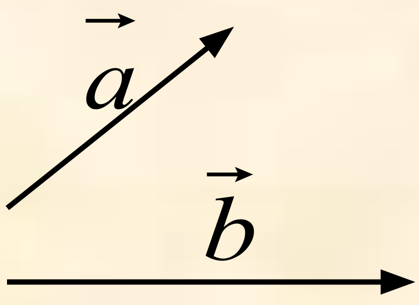
Для любых трех точек A, B и C справедливо равенство:

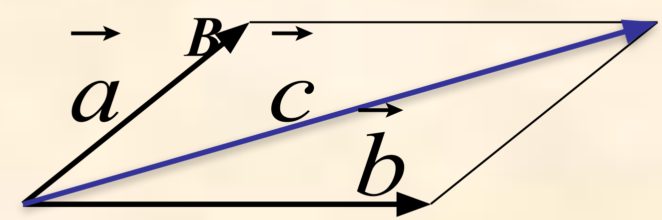
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

Правило параллелограмма

Для сложения двух векторов необходимо:

1. *отложить от какой – нибудь точки A вектор $\overrightarrow{AB}$, равный $\vec{a}$*
2. *от точки A отложить вектор $\overrightarrow{AC}$, равный $\vec{b}$*
3. *достроить фигуру до параллелограмма, проведя дополнительные линии параллельно данным векторам*
4. *диагональ параллелограмма – сумма векторов*

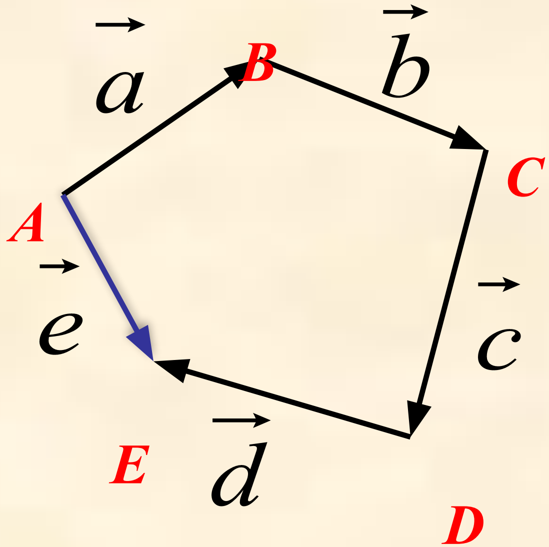




$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

Правило многоугольника

Сумма векторов равна вектору, проведенному из начала первого в конец последнего(при последовательном откладывании).



$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{e}$$

~~Приме~~ р

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}$$

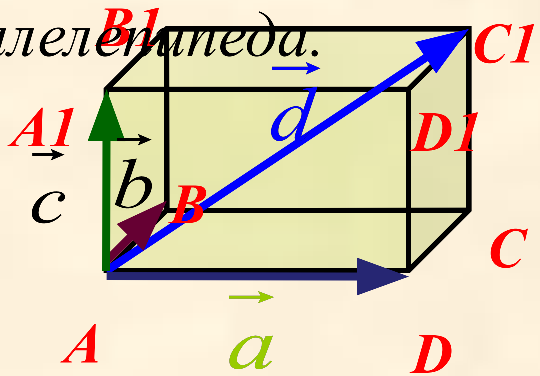
Правило параллелепипеда

Вектор, лежащий на диагонали параллелепипеда,

равен сумме векторов, проведенных из той же

точки и лежащих на трех измерениях

параллелепипеда.



$$\overrightarrow{AD} = \vec{a}$$

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b}$$

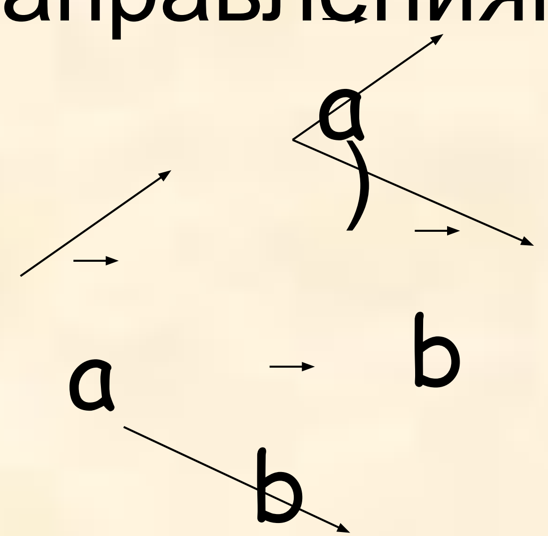
$$\overrightarrow{AA_1} = \vec{c}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = \vec{d}$$

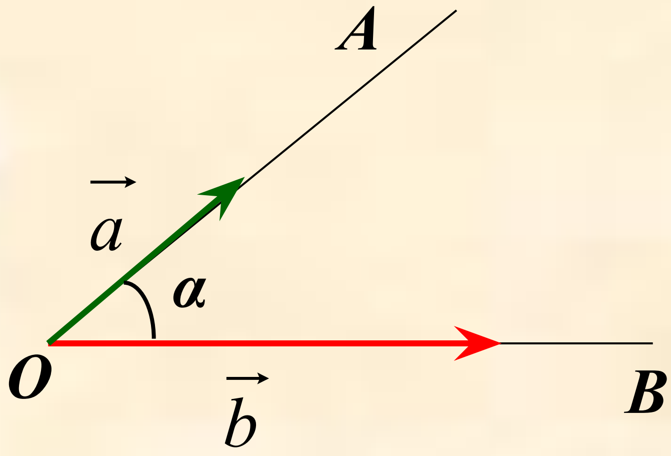
$$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}$$

Угол между векторами

Угол между двумя ненулевыми векторами называется угол между направлениями этих векторов.



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = \alpha$$



$$\widehat{\vec{a}\,\vec{b}} = \alpha$$

- ***Если a || b и a и b сонаправлены, то α = 0°.***
- ***Если a || b и a и b противоположно направлены, то α = 180°.***
- ***Если a ⊥ b, то α = 90°.***

Перпендикулярные векторы (или ортогональные)	Коллинеарные векторы	
	Сонаправленные	Противоположно направленные
$\vec{a} \perp \vec{b}$	$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$	$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$
90°	0°	180°

Скалярное произведение векторов

Скалярное произведение

Скалярным произведением *двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.*

$$\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\vec{a};\vec{b})$$

$$1)\ \vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a}\wedge\vec{b})$$

$$2)\ \vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}\ u\ \vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

$$3)\ \vec{a}^2=|\vec{a}|^2$$

$$\cos\alpha=\frac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$$

$$\cos\alpha=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}$$

Спасибо за внимание!