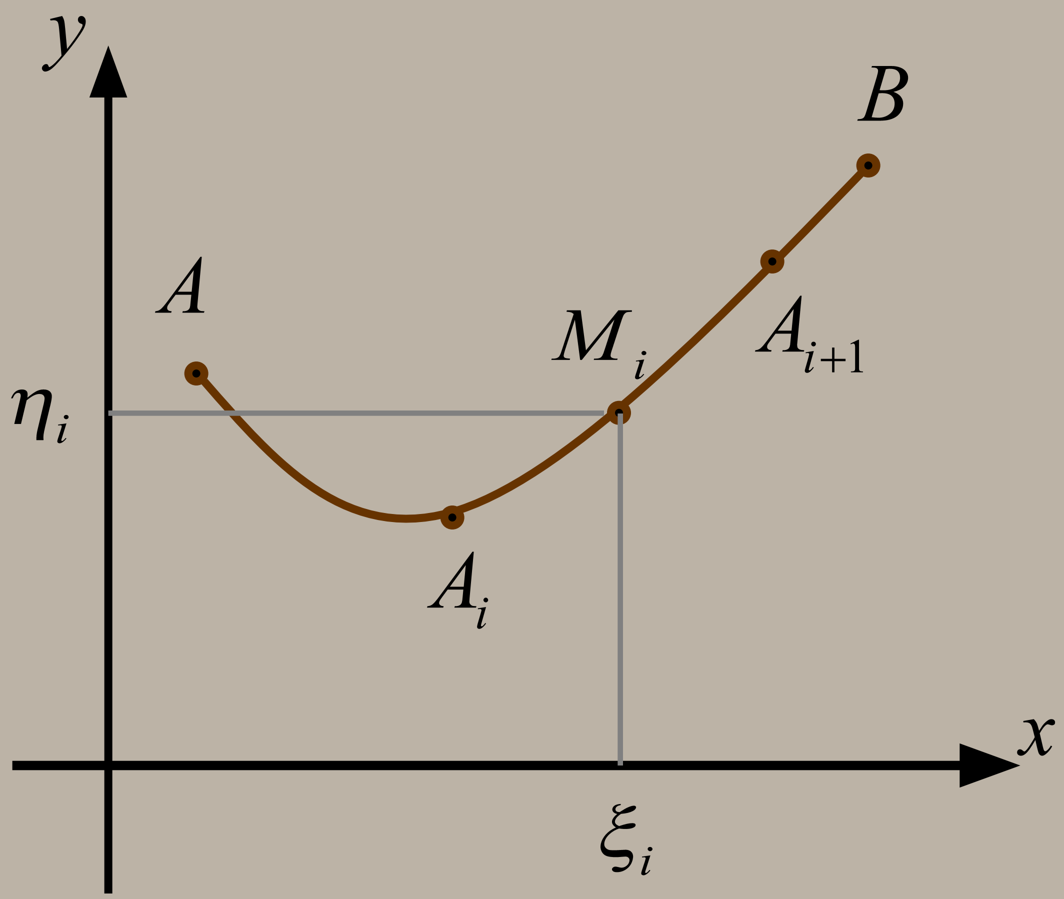
19. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

19.1. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ 1 РОДА

Рассмотрим произвольную функцию f(x,y), заданную вдоль непрерывной плоской кривой AB.

Разобьем эту кривую на элементарные дуги A_iA_{i+1}. На каждой дуге выберем точку $M_i(\xi_i,\eta_i)$ и вычислим значение функции в этой точке:

$$f(\xi_i,\eta_i)=f(M_i)$$


y
B
A
M i
A i+1
η i
A i
x
ξ i

Сумму вида

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i) \cdot \sigma_i}$$

где σ_i – длина элементарной дуги, называют интегральной суммой для функции $f(x,y)$ по кривой АВ.

Если существует конечный предел интегральной суммы при стремлении к нулю наибольшей из всех длин дуг, не зависящий от способа разбиения кривой АВ и выбора точек M_i, то он называется <u>криволинейным интегралом первого рода</u> от функции f(x,y) по кривой АВ.

$$\lim_{\max \sigma_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(\xi_i, \eta_i) \cdot \sigma_i = \int_{AB} f(x, y) dS$$

Где S – длина дуги кривой.

Направление кривой роли не играет:

$$\int_{AB} f(x,y)dS = \int_{BA} f(x,y)dS$$

Аналогично строятся рассуждения для пространственных кривых:

$$\int_{AB} f(x,y,z)dS = \int_{BA} f(x,y,z)dS$$