

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАДИОЛОКАЦИИ**

**ТЕОРИЯ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ  
СИГНАЛОВ.**

**ФУНКЦИИ РАССОГЛАСОВАНИЯ В РАДИОЛОКАЦИИ**

# СОДЕРЖАНИЕ

## **1 Принципы фильтровой обработки когерентных сигналов.**

1.1 Импульсная характеристика оптимального фильтра.

1.2 Согласованная фильтрация как операция обнаружения на фоне стационарного белого шума.

1.3 Оптимальная фильтрация как операция обнаружения на фоне стационарного небелого шума.

## **2 Особенности многоканального обнаружения когерентных сигналов со случайными неинформативными параметрами.**

2.1 Методика учета неинформативных параметров сигнала и ее приложение к обнаружению на фоне гауссовских помех.

2.2 Отношение правдоподобия и алгоритм оптимального обнаружения сигнала со случайной начальной фазой.

2.3 Отношение правдоподобия и алгоритм оптимального обнаружения сигналов со случайными амплитудой и начальной фазой.

# СОДЕРЖАНИЕ

2.4 Структурные схемы обнаружителей сигналов со случайной начальной фазой и со случайными амплитудой и начальной фазой.

2.5 Показатели качества двухальтернативного оптимального обнаружения когерентных сигналов со случайными параметрами.

**3 Оптимальное обнаружение простейших некогерентных сигналов в гауссовских помехах при многоканальном приеме.**

3.1 Общие сведения о некогерентных сигналах.

3.2 Обнаружение пачки сигналов.

## 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Считая, по-прежнему, параметры сигнала  $x(t, \alpha)$  полностью известными, потребуем, чтобы элемент схемы оптимального приема вычислял **корреляционный интеграл  $z(\alpha)$**  для произвольного времени запаздывания ожидаемого сигнала:  $x(t, \alpha) = u(t - \alpha)$  (1)

Тогда корреляционный интеграл  $z(\alpha)$  будет представлен в виде:

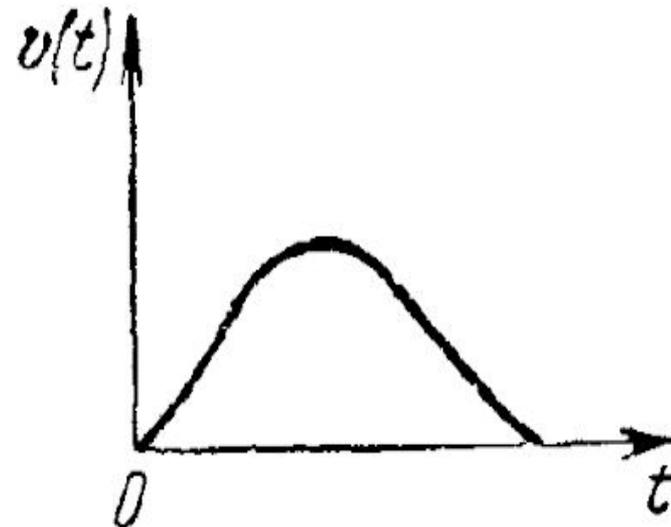
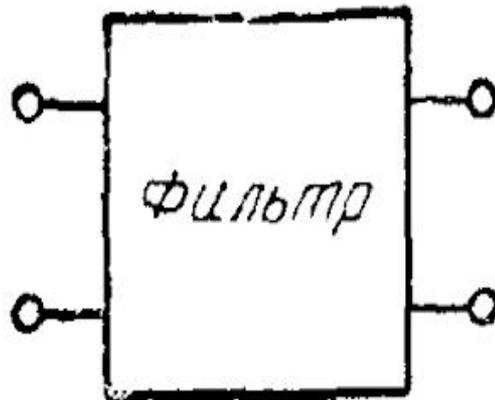
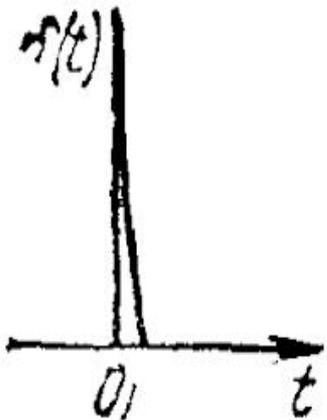
$$z(\alpha) = z[y(t) | \alpha] = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot u(t - \alpha) dt \quad (2)$$

Видно, что схема вычисления корреляционного интеграла должна осуществлять **интегральную свертку**. Из теории цепей известно, что для ее вычисления можно использовать фильтр, называемый **оптимальным**, так как он реализует основную операцию оптимальной обработки — вычисление корреляционного интеграла (в литературе его называют **согласованным фильтром**).

# 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Одной из основных характеристик произвольного линейного фильтра является его импульсная характеристика (функция веса)  $v(t)$ , которая описывает реакцию системы на входное напряжение в виде единичного импульса  $\delta(t)$ , поданного в момент времени  $t=0$ .

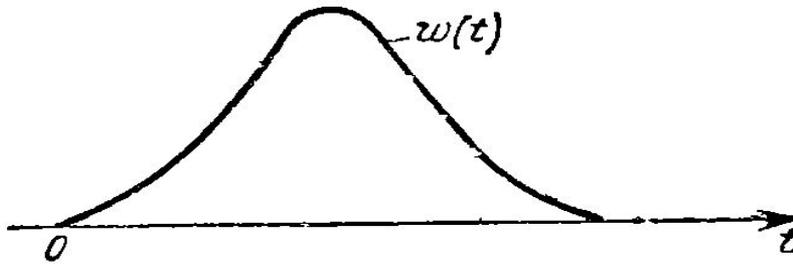
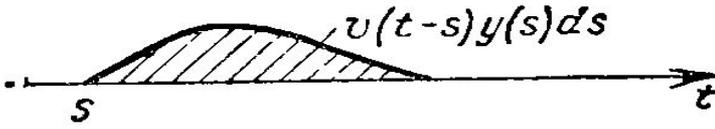
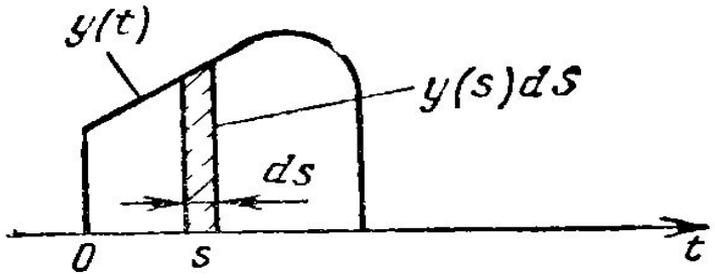
Импульсная характеристика принимает отличные от нуля значения лишь при  $t>0$ , так как следствие не возникает ранее вызвавшей его причины.



# 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Воздействие на фильтр колебания  $y(t)$  в моменты времени от  $s$  до  $s+ds$  эквивалентно подаче весьма короткого импульса «с площадью»  $y(s)ds$ .

Реакция на этот импульс в произвольный момент времени  $t > s$  равна произведению **импульсной характеристики** на этот импульс  $v(t-s) \cdot y(s)ds$  и обращается в нуль, если  $t < s$ , откуда по принципу суперпозиции:



$$w(t) = \int_{-\infty}^t v(t-s) \cdot y(s) ds \qquad 0 = \int_t^{\infty} v(t-s) \cdot y(s) ds$$

Почленно, суммируя написанные равенства, находим **реакцию фильтра** на произвольное  $\infty$ воздействие  $y(t)$  в виде известного **интеграла свертки**:  $w(t) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t-s) \cdot y(s) ds$

## 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Для определения импульсной характеристики оптимального фильтра приравняем с точностью до вещественного множителя напряжение на его выходе  $W$  в момент времени  $t = \alpha + t_0$  ( $t_0$  — постоянная задержка фильтра,  $C$  - порог) значению корреляционного интеграла  $z$  для ожидаемого сигнала с запаздыванием  $\alpha$ :  $w(\alpha + t_0) = C \cdot z(\alpha)$  4

Это требование сводится к тому, чтобы на выходе фильтра последовательно во времени воспроизводились значения корреляционного интеграла  $z$  с некоторой постоянной задержкой на  $t_0$ . Использование временной развертки позволит при этом установить факт превышения порогового уровня для произвольного запаздывания сигнала.

В силу приведенных ранее соотношений получим равенство:

$$\int_{-\infty}^{\infty} v(\alpha + t_0 - s) \cdot y(s) ds = C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} u(s - \alpha) \cdot y(s) ds$$
 5

## 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Равенство (5) выполняется, если выполняется равенство между импульсной характеристикой  $v$  и произведением порога  $C$  на выходное напряжение  $u$ :  $v(\alpha + t_0 - s) = C \cdot u(s - \alpha)$

Вводя новую независимую переменную  $t = \alpha + t_0 - s$ , получим окончательное выражение для импульсной характеристики оптимального фильтра:  $v(t) = v_{opt}(t) = C \cdot u(t_0 - t)$  (6)

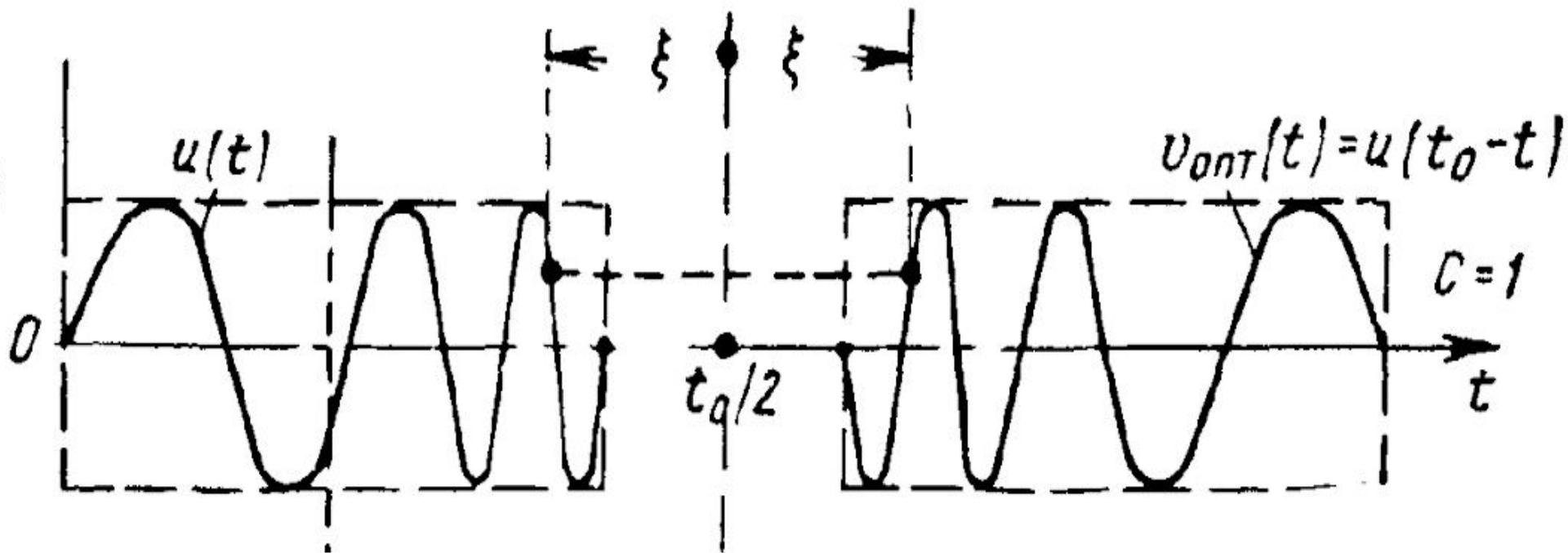
где  $C$  и  $t_0$  — постоянные, определяемые параметрами фильтра.

Выражение (6) показывает, что импульсная характеристика оптимального фильтра получается из функции  $u(t)$ , описывающей сигнал с нулевым временем запаздывания, путем замены в ней аргумента  $t$  на  $t_0 - t$ . Такое преобразование соответствует зеркальному отображению функции  $u(t)$  относительно прямой  $t = t_0/2$ . Проводя замену переменных  $t = t_0/2 + \xi$ , получим  $v$  опт-ю:

$v_{opt}\left(\frac{t_0}{2} + \xi\right) = C \cdot u\left(\frac{t_0}{2} - \xi\right)$  что свидетельствует о зеркальном преобразовании относительно прямой  $t_0/2$ .

# 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Зеркальная импульсная характеристика оптимального фильтра (рис 3, а) обеспечивает наилучшее обнаружение сигнала на фоне белого гауссова шума.

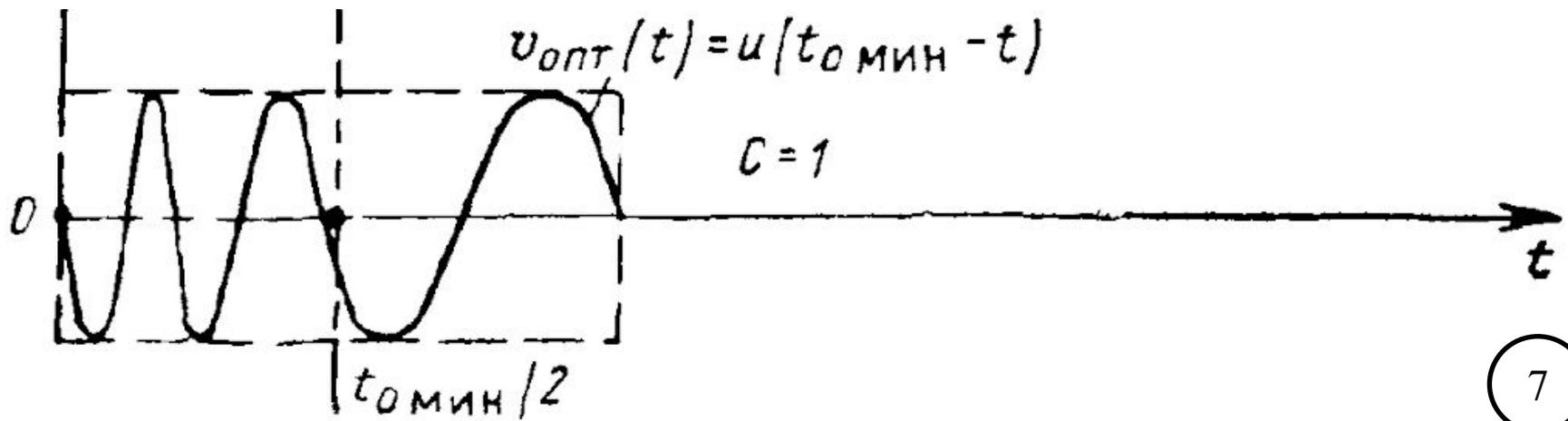


# 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Постоянные  $C$  и  $t_0$  позволяют учесть практические особенности оптимальной обработки:

-коэффициент  $C$  учитывает возможность выбора произвольного коэффициента усиления, в соответствии с которым выбирается **уровень порога**, обеспечивающий заданное значение условной вероятности ложной тревоги (зависимое или независимое от времени запаздывания);

-постоянная  $t_0$ , также произвольная в определенных пределах, выбирается из условия реализуемости так, чтобы отличные от нуля значения **импульсной характеристики  $v$**  располагались в области  $t \geq 0$ .



## 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

**Напряжение на выходе оптимального фильтра** может быть представлено в виде:

$$w(t) = C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} u(t_0 - t + s) \cdot y(s) ds \quad (7)$$

Для нахождения амплитуды этого напряжения в функции времени перейдем к комплексной записи:

$$y(s) = \frac{1}{2} Y(s) \cdot e^{j \cdot \omega_0 \cdot s} + \frac{1}{2} Y^*(s) \cdot e^{-j \cdot \omega_0 \cdot s}$$
$$u(t_0 - t + s) = \frac{1}{2} U(t_0 - t + s) \cdot e^{j \cdot \omega_0 \cdot (t_0 - t + s)} + \frac{1}{2} U^*(t_0 - t + s) \cdot e^{-j \cdot \omega_0 \cdot (t_0 - t + s)}$$
$$w(t) = \frac{1}{2} W(t) \cdot e^{j \cdot \omega_0 \cdot t} + \frac{1}{2} W^*(t) \cdot e^{-j \cdot \omega_0 \cdot t}$$

После подстановки которых в (7) и пренебрегая быстро осциллирующими подынтегральными выражениями, находим **комплексную амплитуду на выходе оптимального фильтра:**

$$W(t) \approx C \cdot e^{-j \cdot \omega_0 \cdot t_0} \cdot W(t) = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} Y(s) \cdot V_{onm}(t - s) ds \cdot \int_{-\infty}^{\infty} U^*(t_0 - t + s) \cdot Y(s) ds \quad (8)$$

## 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Откуда амплитуда колебания в момент отсчета  $t_0 + \alpha$  будет иметь вид:

$$|W(t_0 + \alpha)| = \frac{1}{2} C \cdot \left| \int_{-\infty}^{\infty} U^*(s - \alpha) \cdot Y(s) ds \right| = \frac{1}{2} C \cdot |Z(\alpha)| \quad (9)$$

Замечая, что  $U(s-a)=X(s)$  — комплексная амплитуда ожидаемого сигнала, убеждаемся, что амплитуда сигнала на выходе оптимального фильтра определяет модульное значение корреляционного интеграла.

Также выражение для комплексной амплитуды  $W(t)$  можно записать так же в виде (10):

$$W(t) = \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} Y(s) \cdot V_{onm}(t - s) ds, \quad (10)$$

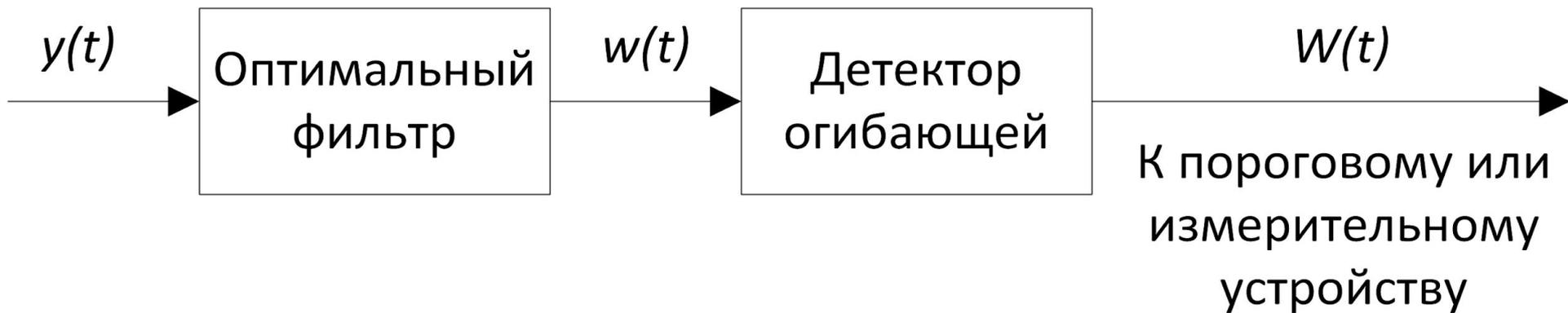
Где комплексная амплитуда:  $V_{onm}(t) = C \cdot U^*(t_0 - t) \cdot e^{-j \cdot \omega_0 \cdot t_0}$  (11)

- комплексная амплитуда импульсной характеристики  $V_{onm}(t)$ .

## 1.1 ИМПУЛЬСНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОПТИМАЛЬНОГО ФИЛЬТРА

Амплитуда напряжения на выходе оптимального фильтра в момент  $t_0 + \alpha$  представляет собой с точностью до множителя величину корреляционного интеграла  $Z(\alpha)$ , которую и требуется сравнивать с порогом для каждого испытуемого времени запаздывания.

Чтобы перейти от мгновенных значений напряжения на выходе фильтра к амплитудным, следует предусмотреть в оптимальном обнаружителе детектор огибающей.



В результате один канал оптимальной обработки позволит производить обнаружение сигналов отличающихся временем запаздывания. Далее увидим что полученные выражения будут справедливы и для сигналов со случайной начальной фазой.

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Наряду с импульсными характеристиками фильтров весьма широко пользуются их частотными характеристиками. **Частотную характеристику  $K(f)$**  линейной цепи (в комплексной форме) определяют, подавая на вход цепи гармоническое колебание  $y(t)=e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t}$ . Напряжение на выходе будет  $K(f) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t}$ , и частотную характеристику определяют как отношение:

$$K(f) = \frac{w(t)}{y(t)} \quad \text{при} \quad y(t) = e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} \quad (12)$$

С учетом ранее введенной импульсной характеристики  **$v(t)$**  в (3), получим частотную характеристику:

$$K(f) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} = \int_{-\infty}^{\infty} v(t-s) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot s} ds$$

Поделив обе части равенства на множитель  $e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t}$  и произведя замену переменных  $t-s=\tau$ , найдем выражение частотной характеристики в виде преобразования Фурье от импульсной характеристики:

$$K(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot \tau} d\tau \quad (13) \quad (11)$$

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Тогда частотная характеристика оптимального фильтра будет иметь вид:

$$K_{opt}(f) = C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} u(t_0 - \tau) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot \tau} d\tau$$

или после замены переменных  $t_0 - \tau = s$ :

$$K_{opt}(f) = C \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_0} \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (14)$$

Отсюда получим частотную характеристику оптимального фильтра:

$$K_{opt}(f) = C \cdot g^*(f) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_0} \quad (15)$$

Видно, что частотная характеристика с точностью до произвольного вещественного множителя  $C$  и множителя запаздывания  $e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_0}$  описывается сопряженной спектральной плотностью  $g(f)$  ожидаемого сигнала.

$$g(f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (16)$$

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Воспользуемся записью спектральной плотности через ее модуль и аргумент:

$$g(f) = |g(f)| \cdot e^{j \cdot \arg g(f)} \quad (17)$$

где модуль  $|g(f)|$  соответствует амплитудно-частотному спектру ожидаемого сигнала, а аргумент  $\arg g(f)$  — его фазо-частотному спектру. В сопряженном спектре модуль тот же, а аргумент имеет противоположный знак, следовательно ЧХ оптимального фильтра:

$$K_{opt}(f) = C |g(f)| \cdot e^{-j \cdot \arg g(f)} \cdot e^{-j 2\pi f t_0} \quad (18)$$

Беря от обеих частей последнего равенства модуль и аргумент можно перейти к амплитудно- и фазо-частотным характеристикам оптимального фильтра.

**АЧХ оптимального фильтра пропорциональна АЧ спектру ожидаемого сигнала:**

$$|K_{opt}(f)| = C \cdot |g(f)| \quad (19)$$

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Оптимальный фильтр наилучшим образом пропускает спектральные составляющие, наиболее сильно выраженные в спектре. Слабые спектральные составляющие подавляются, в противном случае наряду с ними пройдут интенсивные составляющие помехи в широком диапазоне частот.

Форма амплитудно-частотного спектра на выходе фильтра искажается, что является одной из причин искажения сигнала. Однако задачей фильтрации является не точное воспроизведение формы сигнала, а наилучшее выделение его на фоне помехи.

Фазо-частотная характеристика оптимального фильтра складывается из аргумента **спектра ожидаемого сигнала**, взятого с обратным знаком, и аргумента задержки —  $2\pi \cdot f \cdot t_0$ .

$$\arg K_{opt}(f) = -\arg g(f) - 2\pi \cdot f \cdot t_0$$

20

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Чтобы убедиться в целесообразности такого выбора ФЧХ, найдем сигнальную составляющую напряжения на выходе фильтра, зная спектральные плотности сигнала  $u(t-a)$  на входе:  $g(f) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot a}$  и на выходе:

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_{opt}(f) \cdot g(f) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot a}$$

По принципу суперпозиции напряжение полезного сигнала на выходе фильтра в произвольный момент времени с учетом временного множителя  $e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot a}$  будет:

$$w_c(t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{opt}(f) \cdot g(f) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot a} \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} df$$

Подставляя выражение для ЧХ  $K_{opt}(f)$ , приходим к соотношению:

$$w_c(t) = C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot (t-a-t_0)} df \quad (21)$$

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Используя формулу Эйлера и учитывая нечетность функции  $\sin[2\pi \cdot f \cdot (t - \alpha - t_0)]$ , окончательно находим напряжение полезного сигнала на выходе фильтра :

$$w_c(t) = C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 \cdot \cos(2\pi \cdot f(t - \alpha - t_0)) df \quad (22)$$

То есть напряжение на выходе оптимального фильтра, являясь наложением гармонических составляющих разных частот, определяется амплитудно-частотным спектром сигнала.

Оно не зависит от фазо-частотного спектра, так как последний компенсируется фазо-частотной характеристикой фильтра.

Поэтому все гармонические составляющие одновременно достигают амплитудных значений в момент времени  $t = \alpha + t_0$  и эти значения налагаются друг на друга (след. Рис. 5).

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

В этот момент времени имеет место максимум напряжения выходного полезного сигнала:

$$w_{c \text{ макс}} = w_c(\alpha + t_0) = C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 df \quad (23)$$

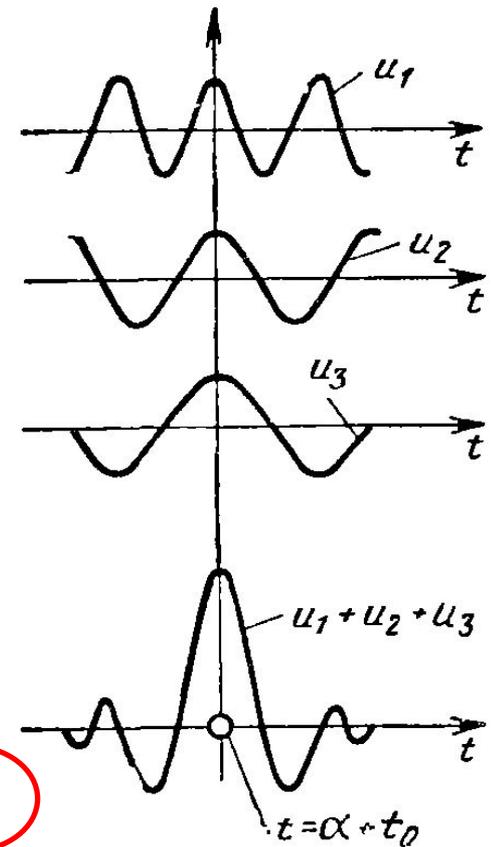
В силу теоремы Парсеваля:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 df = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t) dt = \mathcal{E} \quad (24)$$

Этот максимум определяется величиной энергии входного сигнала

$$w_{c \text{ макс}} = C \cdot \mathcal{E} \quad (25)$$

При отступлении от оптимальной ФЧХ, последняя не компенсирует фазовые сдвиги, и пик суммарного колебания полезного сигнала начнет рассыпаться, что ухудшает условия обнаружения сигнала на фоне шумов.



## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Отношение максимального значения сигнала к эффективному (среднеквадратичному) значению помехи  $W_{с макс} / W_{с скв}$  называется **отношением сигнал / помеха по напряжению**.

При спектральной плотности мощности  $N(f)$  на входе фильтра средний квадрат напряжения помехи на выходе представлен в виде:

$$w_{n скв}^2 = [w_n^2(t)]_{cp} = \int_0^{\infty} N(f) \cdot |K_{онт}(f)|^2 df$$

или для белого шума  $N(f)=N_0$ :  $w_{n скв}^2 = N_0 \cdot C^2 \cdot \int_0^{\infty} |g(f)|^2 df$

Поскольку спектральная плотность вещественной функции времени  $g(-f)=g^*(f)$ , то АЧ спектр сигнала  $|g(-f)|=|g(f)|$ , а ее интеграл

$$\int_0^{\infty} |g(f)|^2 df = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |g(f)|^2 df = \frac{1}{2} \mathcal{E} \quad , \quad \text{тогда} \quad w_{n скв} = C \cdot \sqrt{\frac{1}{2} N_0 \cdot \mathcal{E}} \quad (26)$$

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Отношение сигнал/помеха на выходе оптимального фильтра по напряжению:

$$\frac{w_{с макс}}{w_{п скв}} = \frac{C \cdot \mathcal{E}}{C \cdot \sqrt{\frac{1}{2} N_0 \cdot \mathcal{E}}} = C \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \mathcal{E}}{N_0}} \quad (27)$$

зависит только от энергии полезного сигнала и спектральной плотности помехи  $N_0$  и не зависит от формы сигнала.

То же справедливо и для отношения сигнал/помеха по мощности:

$$\frac{w_{с макс}^2}{w_{п скв}^2} = \frac{2\mathcal{E}}{N_0} \quad (28)$$

Ни один из линейных фильтров не может дать отношение сигнал/помеха большее, чем оптимальный фильтр, иначе можно было бы получить большую вероятность правильного обнаружения  $D$  при заданной вероятности ложной тревоги  $F$ .

Но именно оптимальный приемник дает наивысшую  $D$  при заданной  $F$ . Значит, и оптимальный фильтр этого приемника при заданных условиях дает отношение сигнал/помеха, наивысшее по сравнению с другими линейными фильтрами.

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Еще одна форма записи для случая, когда используется комплексная амплитуда  $\mathbf{U}(t)$  высокочастотного напряжения

$$\text{Re}[U(t) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot t}]$$

Заменяя:

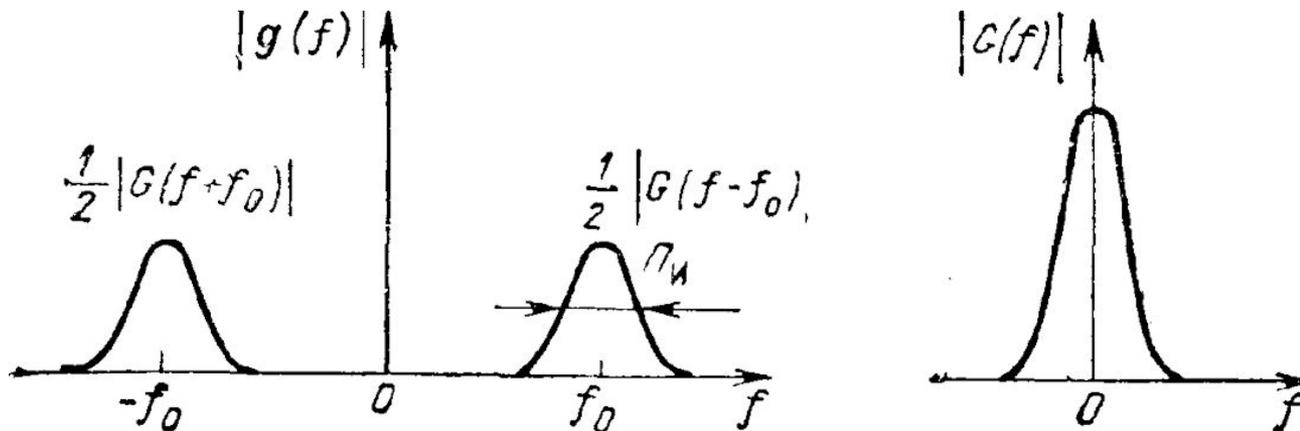
$$u(t) = \frac{1}{2} \mathbf{U}(t) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot t} + \frac{1}{2} \mathbf{U}^*(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot t} \quad (29)$$

Получим спектральную плотность:  $g(f) = \frac{1}{2} G(f - f_0) + \frac{1}{2} G(f + f_0)$  (30)

где  $\mathbf{G}(f)$  — спектральная плотность комплексной огибающей:

$$G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{U}^*(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (31)$$

На рисунке для сравнения показаны АЧ спектр радиоимпульса  $|g(f)|$  и спектр его огибающей  $|G(f)|$ .



## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Здесь видно, что для соответствующего этому рисунку случая достаточно большой несущей частоты  $f_0$  спектральная плотность будет определяться:

$$g(f) = \begin{cases} \frac{1}{2} G(f - f_0) & \text{для } f > 0, \\ \frac{1}{2} G(f + f_0) & \text{для } f < 0. \end{cases} \quad (32)$$

Оценим форму вершины на выходе фильтра, для чего обозначим:

$$C \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot (t - \alpha - t_0)} df = 2 \cdot W_c(t) \quad (33)$$

Тогда напряжение:

(34)

$$w_c(t) = \frac{1}{2} W_c(t) \cdot \left[ e^{j \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \alpha - t_0)} + e^{-j \cdot 2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \alpha - t_0)} \right] = W_c(t) \cdot \cos(2\pi \cdot f_0 \cdot (t - \alpha - t_0)).$$

где  $w_c(t)$  — огибающая напряжения на выходе оптимального фильтра. Считая, что АЧ спектр  $|G(f)|$  симметричен (т. е.  $|G(-f)| = |G(f)|$ ) тогда  $w_c(t) = w$  и в соответствии с формулой Эйлера получим комплексную амплитуду сигнала:

$$W_c(t) = \frac{C}{2} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot (t - \alpha - t_0)) df \quad (35)$$

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Полученное соотношение (35) позволяет оценить форму вершины огибающей на выходе фильтра. Для большинства важных случаев можно воспользоваться приближенным разложением  $\cos[2\pi \cdot f \cdot (t - \alpha - t_0)]$  в окрестности максимума:

откуда  $W_c(t) = C \cdot \mathcal{E} \cdot \left[ 1 - \frac{1}{2} \Pi_{\mathcal{E}}^2 \cdot (t - \alpha - t_0)^2 \right]$  (36), где

$$\Pi_{\mathcal{E}}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |2\pi \cdot f \cdot G(f)|^2 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df} \quad (37)$$

Приведенные соотношения справедливы, если спектр огибающей  $|G(f)|$  убывает с ростом  $|f|$  быстрее чем  $1/|f|$ , и интегралы сходятся (что не соблюдается, например, для прямоугольного радиоимпульса). В тех случаях, когда приведенные соотношения справедливы, вершина импульса на выходе оптимального фильтра имеет **параболическую форму** и тем уже, чем больше величина  $\Pi_{\mathcal{E}}$ .

## 1.2 СОГЛАСОВАННАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО БЕЛОГО ШУМА

Величина  $\Pi_{\text{Э}}$  имеет размерность частоты, она тем больше, чем шире спектр сигнала, и может быть названа поэтому **эффективной шириной спектра сигнала**. Чем больше  $\Pi_{\text{Э}}$ , тем острее вершина огибающей сигнала на выходе оптимального фильтра.

Выражение  $|2\pi \cdot f \cdot G(f)|$  можно трактовать как модуль спектральной плотности  $U'(t)$ . Тогда по теореме Парсеваля **эффективная ширина спектра сигнала в квадрате равна:**

$$\Pi_{\text{Э}}^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |U'(t)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{\infty} |U(t)|^2 dt} \quad (38)$$

Величину  $\Pi_{\text{Э}}$  не следует отождествлять с полосой  $\Pi_{\text{И}}$  на каком-то общепринятом уровне (**0,7; 0,5; 0,46** и т.д.). Для колокольного радиоимпульса полоса  $\Pi_{\text{Э}} = \sqrt{\pi} \cdot \Pi_{\text{И}}$ , где  $\Pi_{\text{И}}$  — полоса на уровне **0,46**; она соответствует уровню  $\exp[-\pi^2/4] = 0,08$

Для другой формы импульса этот уровень может быть иным.

### 1.3 ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО НЕБЕЛОГО ШУМА

Небелым назовем стационарный шум с неравномерной спектральной плотностью мощности  $N_0$  для  $f > 0$ .

Его корреляционная (автокорреляционная) функция определяется по теореме Хинчина:

$$\varphi(t, s) = \int_0^{+\infty} N(f) \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot (t - s)) df = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N(f)}{2} \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot (t - s)) df \quad (39)$$

Весовая функция  $r(s, \alpha)$  линейной обработки при одноканальном обнаружении сигнала определяется из интегрального уравнения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t, s) \cdot r(s, \alpha) ds = u(t - \alpha) \quad (40)$$

Это уравнение в силу стационарности помехи  $\varphi(t, s) = \varphi(t - \alpha, s - \alpha)$  удовлетворяется решением  $r(t, s) = r(t - \alpha, s - \alpha)$ , где  $r(s)$  — решение уравнения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t, s) r(s) ds = u(t) \quad (41)$$

# 1.3 ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО НЕБЕЛОГО ШУМА

**Весовой интеграл**  $\zeta(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot r(t, \alpha) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot r(t - \alpha) dt$  (42)

оказывается интегралом типа свертки и сводится к **выходному напряжению**  $w(t_0 + \alpha) = \zeta(\alpha)$  оптимального фильтра с **импульсной характеристикой**  $v(t) = r(t_0 + t)$  (43)

Оптимальная ЧХ фильтра:

$$K_{opt}(f) = g_r^*(f) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_0}$$
 (44)

выражается через комплексно-сопряженное значение спектральной

плотности **весовой функции**  $r(t)$ :  $g_r(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} r(t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} dt$  (45)

Вычислим значение (45) из интегрального уравнения (41). Подставляя (39) и выражая сигнал  $u(t)$  через спектр  $g(f)$ , находим:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} N(f)/2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} r(s) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot s} ds \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} df = \int_{-\infty}^{+\infty} g(f) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t} df$$
 (46)

# 1.3 ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО НЕБЕЛОГО ШУМА

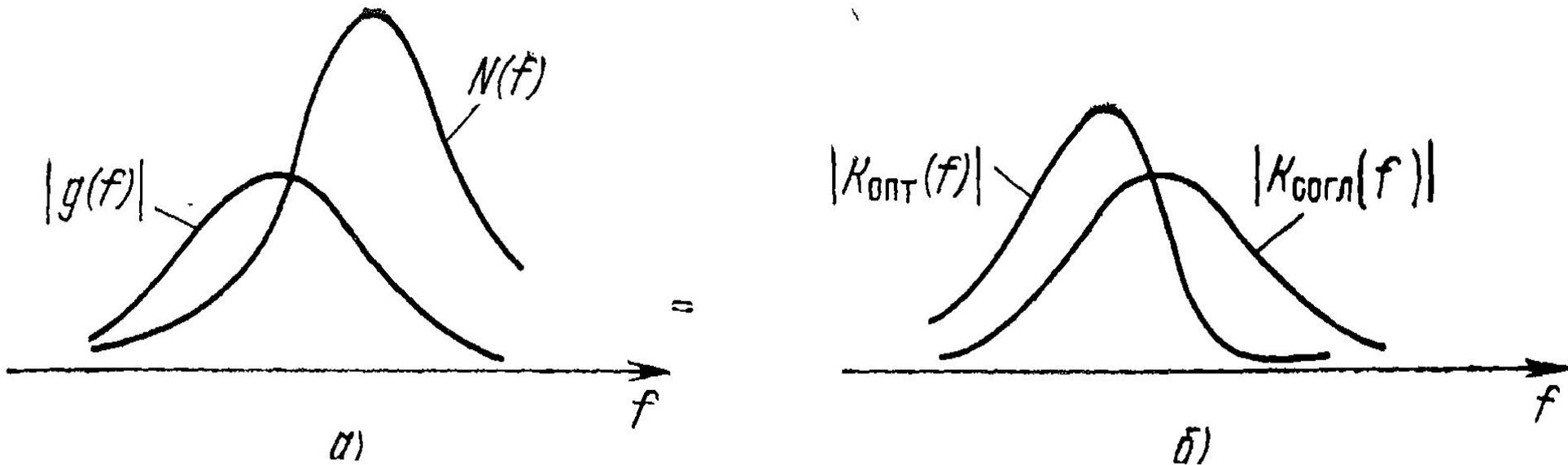
Используя (45) и сопоставляя подынтегральные выражения (46), получаем спектр:

$$N(f) \cdot g_r(f) / 2 = g(f) \quad (47)$$

Тогда из (44) и (47) оптимальная частотная характеристика будет:

$$K_{opt}(f) = 2g^*(f) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot f \cdot t_0} / N(f) \quad (48)$$

которой подавляются спектральные составляющие, наиболее забитые шумом (рис. 7).



## 1.3 ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ НА ФОНЕ СТАЦИОНАРНОГО НЕБЕЛОГО ШУМА

Импульсная характеристика фильтра согласована с **весовой функцией  $r(t)$** , а не с ожидаемым сигналом. Аналогично (22) **сигнальная составляющая выходного напряжения:**

$$w_c(t) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|g(f)|^2}{N(f)} \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot (t - \alpha - t_0)) df$$

в момент времени  $t - t_0 + \alpha$  образует пик.

Мгновенное значение этого пика соответствует **параметру обнаружения:**

$$q^2(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} [2\mathcal{E}_{y\partial}(f) / N(f)] df$$

где  $\mathcal{E}_{y\partial}(f) = 2|g(f)|^2$  **удельная энергия сигнала на единицу ширины спектра частот.**

## 2.1 МЕТОДИКА УЧЕТА НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К ОБНАРУЖЕНИЮ

К числу случайных нефиксируемых при обнаружении неинформативных параметров принадлежат случайные начальные фазы и случайные амплитуды. Считается, что высокочастотный сигнал, характеризуемый только одной случайной начальной фазой и одним случайным амплитудным множителем, в основном еще сохраняет свою структуру. Его называют **когерентным**.

Структура сигнала, характеризуемого более чем одной случайной начальной фазой и более чем одним случайным амплитудным множителем, явно нежесткая. Такой сигнал не может считаться когерентным. Как для когерентных, так и для некогерентных сигналов реализация принимаемых колебаний зависит в общем случае от **вектора неинформативных случайных параметров** сигнала  $\beta$ , который объединяет совокупность его начальных фаз, амплитудных множителей, а иногда и некоторых других неинформативных параметров, не фиксируемых при обнаружении.

## 2.1 МЕТОДИКА УЧЕТА НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К ОБНАРУЖЕНИЮ

Плотности вероятности  $p_{\text{сш}}(\mathbf{y})$  дискретных реализаций принимаемых колебаний  $\mathbf{y}$  в присутствии полезного сигнала можно выразить через условные плотности вероятности  $p_{\text{сш}}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\beta})$  при фиксированных значениях вектора  $\boldsymbol{\beta}$ . Воспользуемся формулой полной вероятности, связывающей безусловную вероятность  $P(A)$  события  $A$  с его условными вероятностями  $P(A|B_i)$ , соответствующими условиям реализации некоторых других событий  $B_i$  ( $i=1, 2 \dots$ ) с вероятностями  $P(B_i)$ :

$$P(A) = \sum_i P(A | B_i) \cdot P(B_i)$$

Реализацию непрерывно распределенного многомерного вектора сигнала и помех в пределах от  $\mathbf{y}$  до  $\mathbf{y}+d\mathbf{y}$  примем за событие  $A$  с вероятностью  $P(A) \approx p(\mathbf{y})d\mathbf{y} = p_{\text{сш}}(\mathbf{y})d\mathbf{y}$ . Пусть события  $B_i$  состоят в реализациях непрерывно распределенных значений вектора  $\boldsymbol{\beta}$  на различающихся интервалах  $d\boldsymbol{\beta}$ . Тогда запишем вероятности:

$$P(A | B_i) \approx P(\mathbf{y} | \boldsymbol{\beta})d\mathbf{y}, \quad P(B_i) \approx P(\boldsymbol{\beta})d\boldsymbol{\beta}$$

## 2.1 МЕТОДИКА УЧЕТА НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К ОБНАРУЖЕНИЮ

Подставляя приведенные выражения в формулу полной вероятности и сокращая обе части равенства на  $dy$ , находим аналог этой формулы для непрерывно распределенных событий  $\beta$ :

$$p(y) = \int_{(\beta)} p(y | \beta) \cdot p(\beta) d\beta \quad (49)$$

Реализация  $y$  возможна не только в присутствии полезного сигнала, но и в его отсутствие. Она характеризуется в этом случае **плотностью вероятности  $p_{\Pi}(y)$** . Поделив на указанную плотность вероятности обе части последнего равенства, найдем отношение правдоподобия:

$$l(y) = p_{cn}(y) / p_n(y) = \int_{(\beta)} l(y | \beta) \cdot p(\beta) d\beta \quad (50)$$

Оно оказывается результатом усреднения **частных** отношений правдоподобия  **$l(y|\beta) = p_{cn}(y|\beta) / p_{\Pi}(y) = l(\beta)$** , рассчитанных для фиксированных реализаций  $\beta$ , по всем возможным этим реализациям. Иначе говоря, оно является математическим ожиданием частного отношения правдоподобия  **$l(y|\beta) = l(\beta)$** .

## 2.1 МЕТОДИКА УЧЕТА НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЕ К ОБНАРУЖЕНИЮ

Частное отношение правдоподобия соответствует сигналу  $\mathbf{x}(\boldsymbol{\beta})$  с полностью известными параметрами.

Применительно к обнаружению на фоне гауссовских помех такое отношение правдоподобия было найдено ранее.

С учетом зависимостей  $\mathbf{l}$ ,  $\xi$ ,  $q^2$  от  $\boldsymbol{\beta}$ , имеем  $l(\boldsymbol{\beta}) = e^{\xi(\boldsymbol{\beta}) - q^2(\boldsymbol{\beta})/2}$

Тогда отношение правдоподобия принимает вид:

$$l = \int_{(\boldsymbol{\beta})} e^{\xi(\boldsymbol{\beta}) - q^2(\boldsymbol{\beta})/2} \cdot p(\boldsymbol{\beta}) d\boldsymbol{\beta} \quad (51)$$

$$\text{где } \xi(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{Y}^T(t) \cdot \mathbf{R}^*(t, \boldsymbol{\beta}) dt, \quad (52) \quad q^2(\boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t, \boldsymbol{\beta}) \cdot \mathbf{R}^*(t, \boldsymbol{\beta}) dt \quad (53)$$

Комплексный вектор весовых функций  $\mathbf{R}(t, \boldsymbol{\beta})$  находится из уравнения:

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\Phi}(t, s) \cdot \mathbf{R}(s, \boldsymbol{\beta}) ds = \mathbf{X}(t, \boldsymbol{\beta}) \quad (54)$$

## 2.2 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Вектор  $\beta$  вырождается в данном случае в единственный скалярный параметр — начальную фазу  $\beta$ , а вектор-столбец комплексных амплитуд сигнала принимает вид

$$\mathbf{X}(t, \beta) = \mathbf{X}(t) \cdot e^{j\beta} \quad (55)$$

Распределение случайной начальной фазы  $\beta$  задаем равномерным:

$$p(\beta) = 1/2\pi, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi \quad (56)$$

Решение уравнения, содержащего комплексный вектор весовых функций  $\mathbf{R}(t, \beta)$ , с правой частью  $\mathbf{X}(t, \beta)$  принимает вид:

$$\mathbf{R}(t, \beta) = \mathbf{R}(t) \cdot e^{j\beta} \quad (57)$$

Входящий в выражение комплексный весовой вектор  $\mathbf{R}(t)$  определяется из несодержащего  $\beta$  интегрально-матричного уравнения:

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(t, s) \cdot \mathbf{R}(s) ds = \mathbf{X}(t) \quad (58)$$

## 2.2 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

**Весовой интеграл (52)** после подстановки (57) в последнее выражение принимает вид:  $\xi(\beta) = \operatorname{Re}(Z \cdot e^{-j \cdot \beta}) = |Z| \cdot \cos(\beta - \arg Z)$  (59)

куда входит модуль комплексного **веса интеграла**:

$$Z = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{Y}^T(t) \cdot \mathbf{R}^*(t) dt \quad (60)$$

**Параметр обнаружения (53)** от  $\beta$  не зависит:  $q^2(\beta) = q^2$  (61)

где  $q^2 = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{X}^T(t) \cdot \mathbf{R}^*(t) dt$  (62)

**Отношение правдоподобия (51)** после подстановок принимает вид:

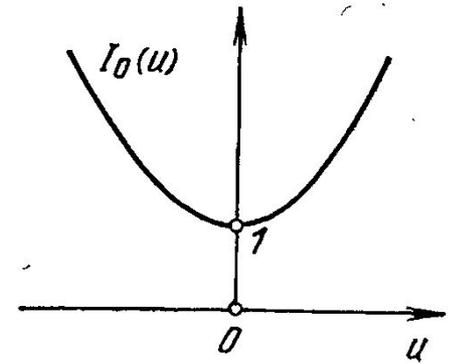
$$l = e^{-q^2/2} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{(\beta)} e^{|Z| \cdot \cos(\beta - \arg Z)} d\beta \quad (63)$$

Интеграл (63) в последнем выражении сводится к табличному:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{(\beta)} e^{|Z| \cdot \cos(\beta - \arg Z)} d\beta = I_0(u) \quad (64)$$

## 2.2 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Функция  $I_0(u)$  — модифицированная функция Бесселя нулевого порядка. Модифицированной называют вещественную функцию  $I_0(u)$ , получаемую из степенного ряда обычной функции Бесселя первого рода  $J_0(u)$  путем замены  $u$  на  $ju$ .



Степенной ряд функции  $J_0(u)$  не содержит слагаемых с нечетными показателями степени. Указанная замена при вещественных значениях независимой переменной  $u$  поэтому не выводит функцию  $J_0(ju)$  за пределы вещественной области. Справа приведен график модифицированной функции Бесселя нулевого порядка  $n=0$ .

Выражения отношения правдоподобия и его логарифма для сигнала с равновероятной начальной фазой принимают вид:

$$l = e^{-q^2/2} \cdot I_0(|Z|) \quad (65)$$

$$\ln l = \ln I_0(|Z|) - q^2/2 \quad (66)$$

Правило сравнения  $|Z|$  с порогом является удобным алгоритмом оптимального решения в силу монотонно-нарастающей зависимости  $\ln l$  от  $|Z|$ .

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Для произвольного сигнала со случайными амплитудой и начальной фазой имеем  $\beta = (b, \varphi)$ , и  $X(t, \beta) = b \cdot X(t) \cdot e^{j\beta}$  (67)

где  $b$  — амплитудный множитель. Пусть исходные значения корреляционного интеграла  $Z$  и квадратичного параметра обнаружения  $q^2$  вычислены при  $b=1$ . Аналогичные значения при неравном единице, но фиксированном  $b$  определяются выражениями  $Z(b) = b \cdot Z$ ,  $q^2(b) = b^2 \cdot q^2$ . Частное отношение правдоподобия при фиксированном амплитудном множителе, но случайной начальной фазе  $\beta$  принимает вид:

$$l(\beta) = e^{-b^2 \cdot q^2 / 2} \cdot I_0(b \cdot |Z|) \quad (68)$$

Полученное выражение следует усреднить по возможным значениям амплитудного множителя  $b$  для каждой принятой модели его распределения. Распределения  $b$  в активной радиолокации связаны с распределением ЭПР цели

$$\sigma_{\varphi} = b^2 \cdot \overline{\sigma_{\varphi}} \quad (35)$$

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Математическое ожидание квадрата амплитудного множителя  $p(b^2)$  равно единице. Величина  $q^2$  в выражении  $q^2(b) = q^2 \cdot b^2$  приобретает смысл параметра обнаружения, рассчитанного на среднее значение энергии сигнала. Широкий класс реальных распределений амплитудного множителя  $b$ , в частности, для самолетов описывается моделью  $m$ -распределения Накагами:

$$p(b) = K_m \cdot b^{2m-1} \cdot e^{-mb^2} \quad (69)$$

Здесь  $K_m = 2m^m / \Gamma(m)$  — нормирующий коэффициент;  $\Gamma(m)$  — гамма-функция. Для целых  $m \geq 2$  значение  $\Gamma(m) = (m-1)!$ ;  $\Gamma(1) = 1$ . Соответствующие распределения  $\sigma_u$  находятся по правилу трансформации законов распределения:

$$p(\sigma_u) = p(b) \cdot db / d\sigma_u, \quad \text{где} \quad b = \sqrt{\sigma_u / \overline{\sigma_u}} \quad (70)$$

Таким образом, получаем гамма-распределение:

$$p(\sigma_u) = (K_m / 2\overline{\sigma_u}) \cdot (\sigma_u / 2\overline{\sigma_u})^{m-1} \cdot e^{-m\sigma_u / \overline{\sigma_u}} \quad (71)$$

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

При  $m=1$  распределение Накагами переходит в релеевское  $p(b) = 2b, \bar{b}^2$  гамма-распределение в экспоненциальное.

Эта модель правильно описывает распределение амплитуд и мощностей сигналов, отраженных от целей с большим числом случайно расположенных, независимо отражающих и равноценных элементов (блестящих точек). Цель с доминирующим отражающим элементом лучше описывается вторым **распределением** Накагами:

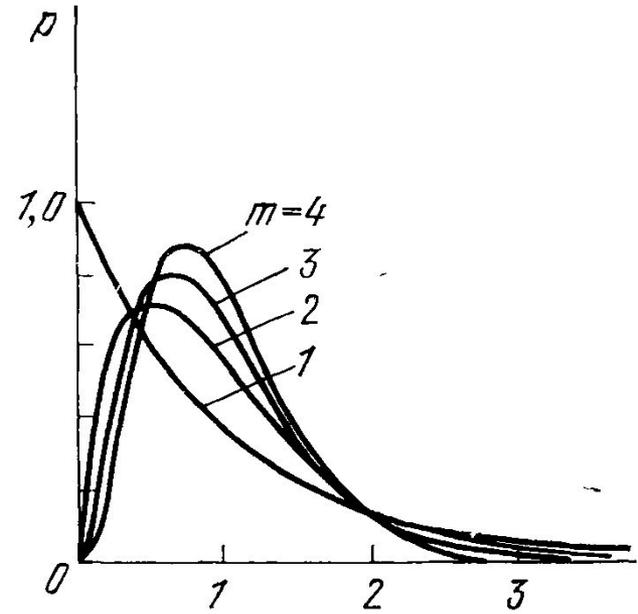
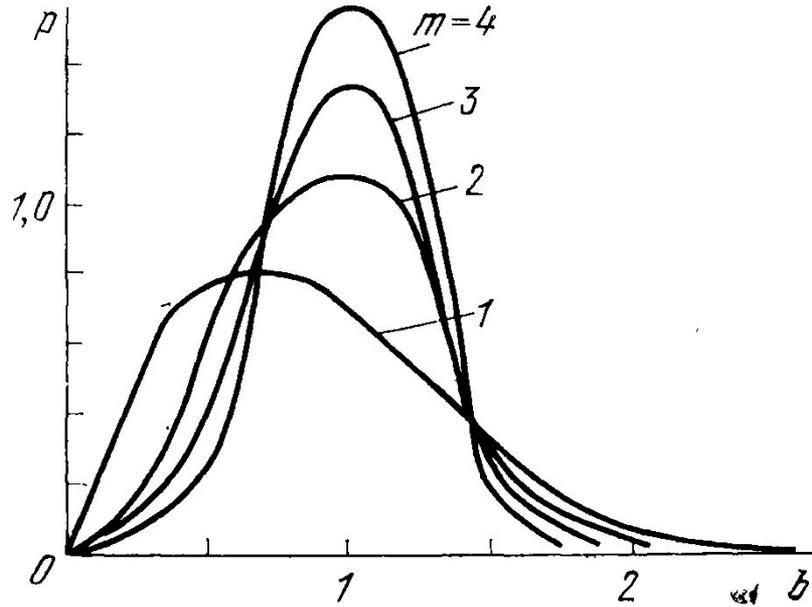
$$p(b) = 8b^3 \cdot e^{-2b^2}$$

и так называемым вторым **распределением** Сверлинга:

$$p(\sigma_{\psi}) = 4 \cdot \sigma_{\psi} / \bar{\sigma}_{\psi}^2 \cdot e^{-2\sigma_{\psi} / \bar{\sigma}_{\psi}}$$

(след. рис. 9 и 10). Подобная модель, приближаясь к более сложной и точной в указанном случае модели обобщенного закона Релея, удобна при проведении расчетов.

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ



Второе распределение Накагами и второе распределение Сверлинга

Найдем выражение **отношения правдоподобия** для сигнала со случайными равновероятно распределенной **начальной фазой** и с амплитудным множителем **b**, удовлетворяющим **распределению Накагами**:

$$l = K_m \cdot \int_0^{\infty} b^{2m-1} \cdot I_0(\mu \cdot b) \cdot e^{-\nu \cdot b^2} db \quad (72) \quad , \text{где}$$

$$\mu = |Z| = |Z_n|, \quad \nu = m + q^2 / 2$$

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Используя правила дифференцирования по параметру и сводя определенный интеграл к табличному, при целых  $m$ , получим:

$$l = (-1)^{m-1} \cdot K_m \cdot \frac{d^{(m-1)}}{dv^{(m-1)}} \cdot \int_0^{\infty} b \cdot I_0(\mu \cdot b) \cdot e^{-v \cdot b^2} db \quad \text{и окончательно:}$$

$$l = (-1)^{m-1} \cdot K_m \cdot \frac{d^{(m-1)}}{dv^{(m-1)}} \cdot \left[ \frac{1}{2v} \cdot \exp(\mu^2 / 4v) \right] \quad (73)$$

где  $v = m + q^2/2$ . Для  $m=1$  и  $m=2$ , в частности, имеем:

$$\ln l = \frac{q^2 |Z_H|^2 / 2}{2(1 + q^2 / 2)} - \ln(1 + q^2 / 2) \quad (74)$$

$$\ln l = \frac{q^2 |Z_H|^2 / 4}{2(1 + q^2 / 4)} + \ln(1 + q^2 |Z_H|^2 / 4) - 2 \ln(1 + q^2 / 4) \quad (75)$$

Функции (74) и (75) являются монотонно нарастающими функциями аргументов  $|Z_H|$  и  $|Z|$ . Их сравнение с порогом (порогами) сводится к сравнению со своими порогами нормированных  $|Z_H|$  или ненормированных  $|Z|$  модульных значений весовых интегралов.

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Указанный вывод относится не только к использованию распределений значений  $\mathbf{b}$  типа Накагами, релеевского в частности. Он справедлив для произвольной плотности вероятности  $p(\mathbf{b})$ . Последняя всегда выражается неотрицательной величиной. Функция  $I_0(\mathbf{b} \cdot |\mathbf{Z}|)$  при любом  $\mathbf{b}$  — монотонно нарастающая аргумента  $|\mathbf{Z}|$ . Сравнение  $\mathbf{I}$  с порогом (порогами) может быть заменено сравнением  $|\mathbf{Z}|$  со своим порогом (порогами). Последнее замечание существенно, поскольку наряду с распределением Накагами могут использоваться другие распределения  $\mathbf{b}$ .

Показателем применимости распределений Накагами является отношение  $k_{\text{ц}} = \overline{\sigma_{\text{ц}}} / \sigma_{\text{ц,мед}}$  среднего значения ЭПР реальной цели к ее медианному значению. Медианным называют такое значение  $\sigma_{\text{ц}}$ , вероятности превышения и не превышения которого составляют  $1/2$ . Для закона  $m=1$  (релеевского) значение  $k_{\text{ц}}=1,44$ ; для закона  $m=2$  значение  $k_{\text{ц}}=1,18$ .

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Встречаются между тем цели, для которых  $k_{ц} > 10$ . К ним относятся корабли и другие цели с клиновидными элементами, отражающими при некоторых углах падения почти зеркально. Тогда переходят к модели **логарифмически-нормального распределения**:

$$p(\sigma_{ц}) = (1 / \sigma_{ц} \sqrt{2\pi \cdot D}) \cdot \exp \left[ - (\ln \sigma_{ц} - \overline{\ln \sigma_{ц}})^2 / 2D \right] \quad (76)$$

Значения  $\ln \sigma_{ц}$  и  $\ln b$  распределены в этом случае по нормальному закону, отношение  $k_{ц} = \sigma_{ц} / \sigma_{ц\text{мед}}$  определяется выражением  $k_{ц} = e^{D/2}$ . При изменении дисперсии  $D$  величина  $k_{ц}$  изменяется от  $1$  до  $\infty$ , что является достоинством приведенной аппроксимации.

Еще более широкие возможности аппроксимации дает совокупность **распределений Джонсона**. Это распределения случайных величин  $s = \sigma_{ц}$  или  $s = b$ , трансформированных из гауссовских величин  $z$  с единичной дисперсией и нулевым матожиданием при помощи нелинейных функций  $s_i(z)$  ( $i=1,2,3$ ) трех типов, одна из которых приводит к последнему выражению (76).

## 2.3 АЛГОРИТМ ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Подбор типа функции осуществляется по соотношению коэффициентов асимметрии и эксцесса экспериментальной кривой, например распределение  $p(\sigma_{\text{ц}})$ . Для простых целей с малым числом блестящих точек лучший результат дает ограниченное с двух сторон по переменной  $s$  преобразование:

$$s_2(z) = \varepsilon + \lambda \cdot \{\exp[(\gamma - z)/\eta] + 1\}^{-1}$$

где  $\varepsilon, \lambda, \gamma, \eta$  — параметры.

Широкое развитие электронно-вычислительной техники позволяет моделировать случайные числа  $z$  и величины  $s_i(z)$ , соответствующие найденным распределениям.

Могут моделироваться также дискреты помехи и значения  $b$  и  $\sigma_{\text{ц}}$  для каждого возможного расположения отражающих элементов цели в пространстве. Это обеспечивает прямое моделирование процесса обнаружения.

## 2.4 СХЕМЫ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

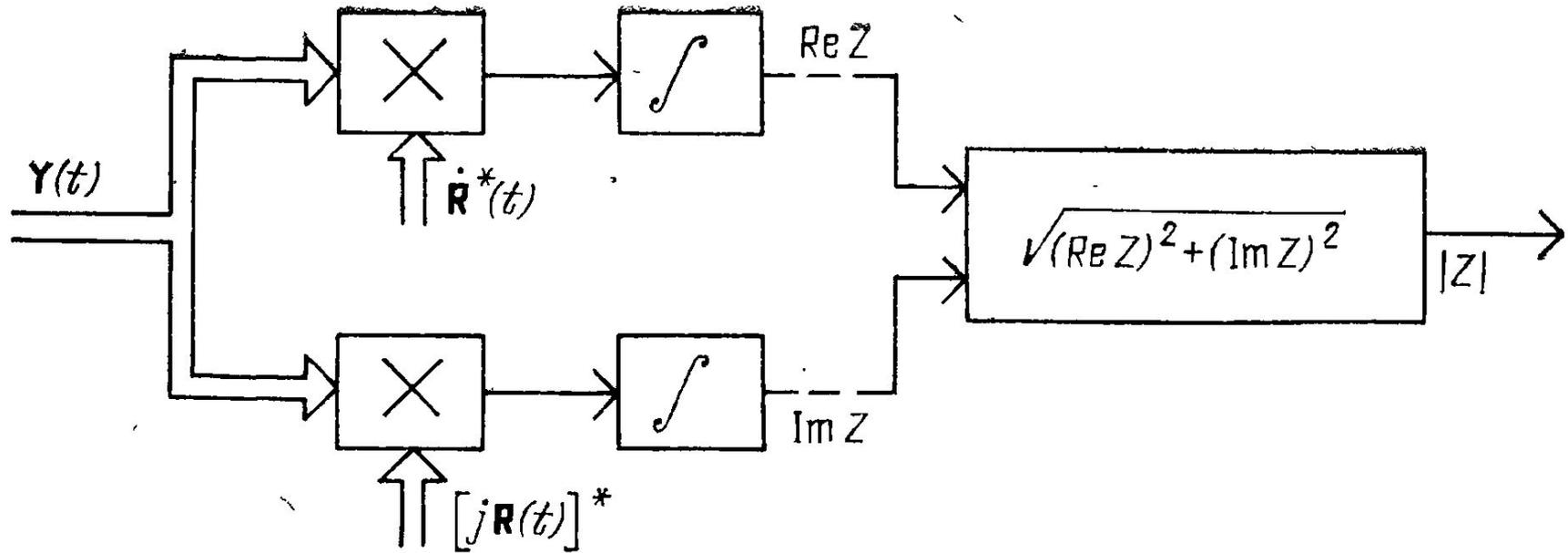
Алгоритмы оптимального многоканального обнаружения когерентных сигналов со случайной начальной фазой и со случайными амплитудой и начальной фазой одинаковы. Отношение правдоподобия (его логарифм) является в обоих случаях монотонной функцией от модульного значения  $|Z|$  комплексного весового интеграла  $Z$ . Алгоритм оптимального обнаружения может быть сведен к сравнению этого значения с порогом (порогами).

Вычисление модульного значения весового интеграла реализуется путем квадратурной обработки:

$$|Z| = \sqrt{(\operatorname{Re} Z)^2 + (\operatorname{Im} Z)^2} \quad (77)$$

Обработка (след. рис. 11) проводится в двух независимых каналах, называемых **квадратурными**. На каждый из них подается совокупность опорных напряжений, сдвинутых по фазе на  $90^\circ$  относительно совокупности напряжений другого канала.

## 2.4 СХЕМЫ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ



Опорные напряжения описываются вектор-столбцом комплексных амплитуд  $\mathbf{R}(t)$  в первом канале и вектор-столбцом —  $j\mathbf{R}(t)$  — во втором. Интегрирование в каждом канале проводится на видеочастоте. Результаты поканальной обработки объединяются в квадратуре и сравниваются с порогом. Возможно такое соотношение начальных фаз сигнала и опорного напряжения, при котором полезный эффект полностью пропадает в одном из квадратурных каналов, тогда он максимален в другом.

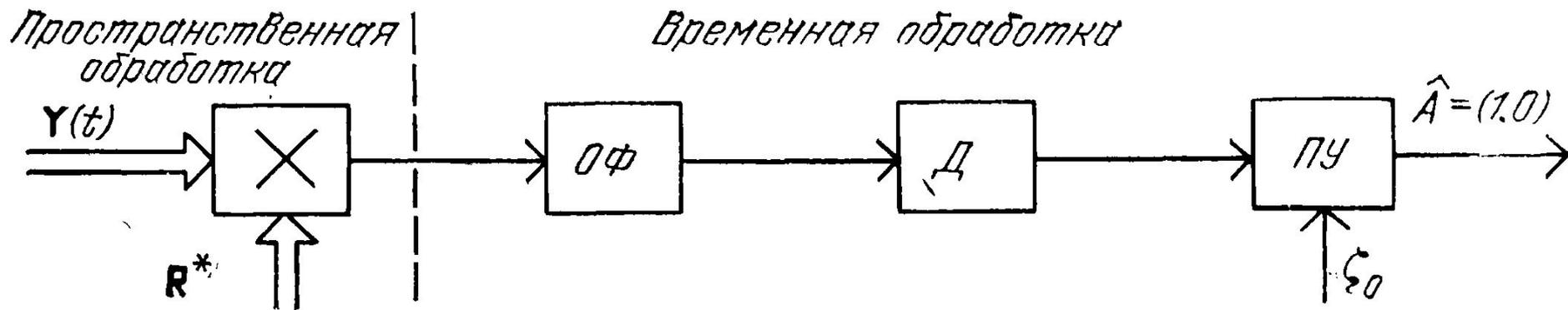
## 2.4 СХЕМЫ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Выходной эффект всей квадратурной схемы в целом от соотношения начальных фаз не зависит. При разделении обработки на пространственную и временную квадратурная временная обработка может проводиться после пространственной, реализуемой на радиочастоте.

Квадратурная обработка может быть проведена в принципе начиная от модулей антенной решетки (в частности, в цифровой форме). Недостатком такого варианта обработки является необходимость отдельного ее проведения в каждом элементе разрешения.

В условиях стационарных помех аналоговую квадратурную обработку во временной области обычно заменяют **сочетанием фильтровой обработки и амплитудного детектирования**. Операция вычисления весового интеграла или часть ее, составляющая временную обработку, выполняется оптимальным фильтром (ОФ).

## 2.4 СХЕМЫ ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ СИГНАЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ



Значение  $|Z|$  находится как амплитуда напряжения на выходе фильтра. Она определяется по величине напряжения, снимаемого с амплитудного детектора, стоящего на выходе фильтра. Последнее подлежит сравнению с порогом. Структурная схема обработки разделяется на составные части, реализующие пространственную и временную обработки. Схема рассчитана на сигналы как со случайной начальной фазой, так и со случайными амплитудой и начальной фазой. Фильтровая обработка позволяет избежать многоканальности корреляционной обработки при обнаружении сигналов с различным запаздыванием.

## 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

При одинаковом алгоритме сравнения  $|Z|$  или  $|Z_H|$  с порогом показатели качества обнаружения не зависят от варианта построения схемы обработки. Поэтому при их расчете ориентируемся на квадратурную схему. Ее квадратурные ветви представляют собой устройства обработки сдвинутых по фазе на  $90^\circ$  сигналов с известными параметрами. В отсутствие полезного сигнала выходные напряжения ветвей распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией  $\sigma_0^2 = q^2$ . Значение  $|Z_H| = s$  распределено по закону Релея:

$$p_n(s) = s \cdot e^{-s^2/2} \quad (78)$$

Условная вероятность ложной тревоги  $F$ :

$$F = \int_{s_0}^{\infty} s \cdot e^{-s^2/2} ds = e^{-s_0^2/2} \quad (79)$$

Отсюда уровень порога:  $s_0 = \xi_{0H} = \sqrt{2 \ln(1/F)}$  (80)

## 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

Условная вероятность правильного обнаружения находится из соотношения:

$$D = \int_{s_0}^{\infty} p_{cn}(s) ds = \int_{s_0}^{\infty} l(s) \cdot p_n(s) ds \quad (81)$$

Функция  $l(s)$  здесь описывает зависимость отношения правдоподобия от модульного значения весового интеграла  $s=|Z_H|$ .

Для сигнала со случайной равномерно распределенной начальной фазой:

$$D = \int_{\sqrt{2 \ln(1/F)}}^{\infty} s \cdot I_0(qs) \cdot e^{-(s^2+q^2)/2} ds \quad (82)$$

Для сигнала со случайными амплитудой и равномерно распределенной начальной фазой расчет проведем применительно к произвольному  $m$ -распределению амплитудного множителя. Подставляя (72), (78), (80) в (81) и заменяя  $\mu=q|Z_H|=qs$ , находим:

$$D = (-1)^{m-1} \cdot K_m \cdot \frac{d^{(m-1)}}{dv^{(m-1)}} \cdot \left[ \frac{e^{-s_0^2 \cdot (2v - q^2) / 4v}}{2v - q^2} \right] \quad (83)$$

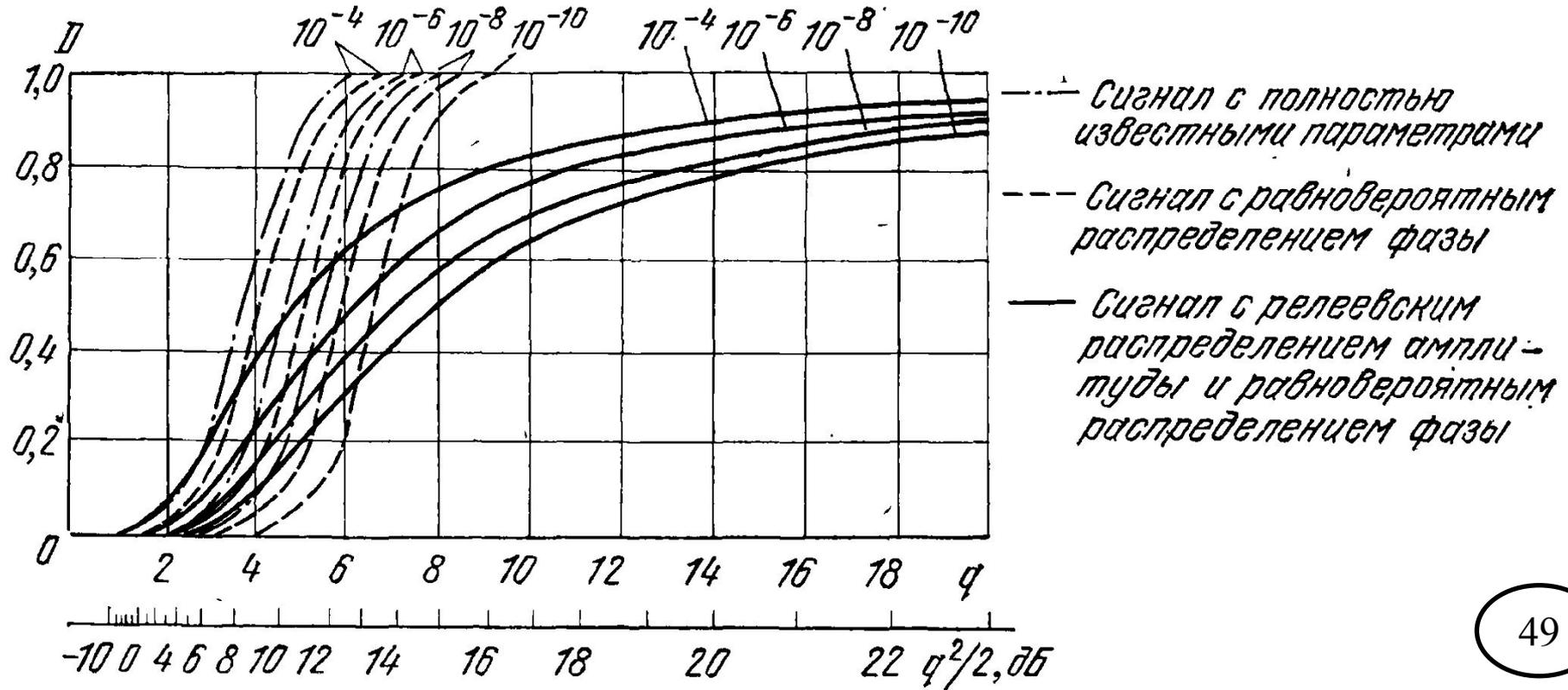
где  $v=m+q^2/2$ ,  $K_m=2m^m/\Gamma(m)$ ,  $s_0 = \sqrt{2 \ln(1/F)}$

# 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

Для релеевского распределения **m=1**:  $D = F^{1/(1+q^2/2)}$  84

Для распределения **m=2** (Сверлинга):  $D = \left[ 1 + \frac{q^2/4}{(1+q^2/4)^2} \ln \frac{1}{F} \right] \cdot F^{1/(1+q^2/4)}$  85

На рисунке показаны кривые обнаружения **D(q)** при различных **F=const** для сигналов с различными известными параметрами.



## 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

Как видно, по сравнению с кривыми для сигнала с полностью известными параметрами кривые обнаружения для сигнала со случайной начальной фазой несколько сдвинуты вправо. Последнее связано с необходимостью увеличения порога из-за незнания начальной фазы. Отбор принимаемых реализаций помехи окажется иначе недостаточно строгим и возрастет вероятность **F**.

Для сохранения прежнего значения **D** при увеличенном пороге **s<sub>0</sub>** требуется несколько повысить энергию сигнала, а значит, параметры **q** и **q<sup>2</sup>**.

Значение **q<sup>2</sup>** на кривых соответствует отношению пиковой (за период **1/f<sub>0</sub>** высокочастотных колебаний) мощности сигнала к средней мощности шума на выходе линейной системы обработки. При случайной амплитуде сигнала отложено среднее значение **q<sup>2</sup>=M[q<sup>2</sup>(b)]**. Наряду со шкалой **q** вдоль оси абсцисс на рисунке нанесена децибельная шкала **10 lg(q<sup>2</sup>/2)**.

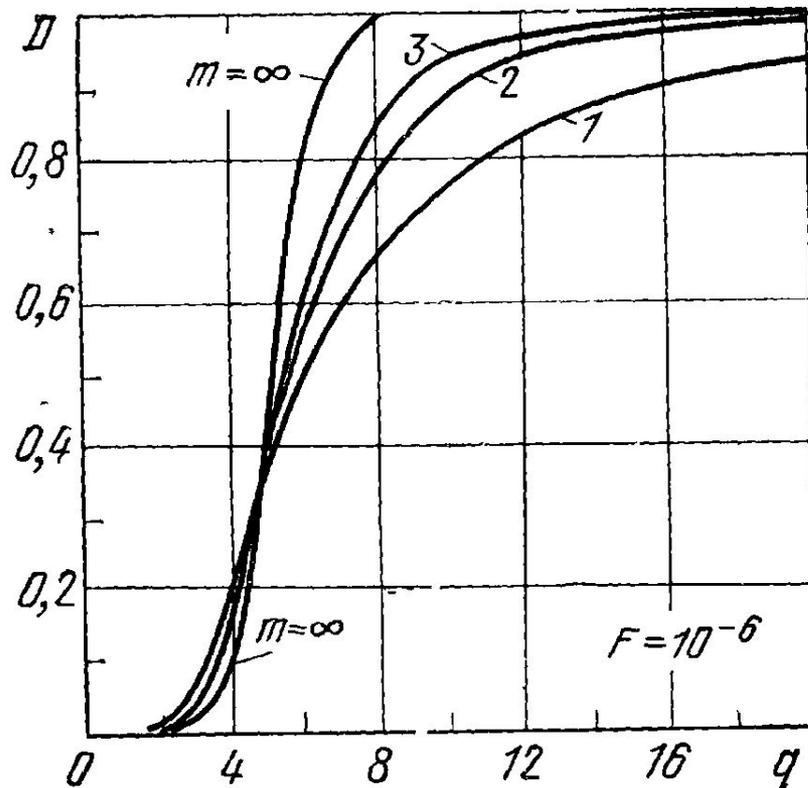
## 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

Величина  $q^2/2$  характеризует отношение средней (за период  $1/f_0$  высокочастотных колебаний) мощности сигнала к средней мощности шума. При случайной амплитуде учитывается дополнительное усреднение по реализациям. Величина  $10 \lg(q^2/2)$  при обнаружении на фоне стационарного некоррелированного шума — это  $(\mathcal{E}_{\text{ср}}/N_0)$  [дБ].

Кривые обнаружения для сигнала с релеевской случайной амплитудой и начальной фазой существенно сдвинуты вправо в области больших значений  $D$  в связи с возможными флуктуационными замираниями сигнала. В области малых  $D$  ( $D < 0,2$ ) флуктуации амплитуды облегчают обнаружение сигнала, а кривые обнаружения сдвинуты влево.

Влияние распределений Накагами на кривые обнаружения поясняется на следующем слайде для  $m=1$  (релеевских флуктуаций амплитуды),  $m=2$  (второго случая Сверлинга),  $m=3$  и  $m \rightarrow \infty$  (нефлуктуирующего сигнала со случайной начальной фазой).

## 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ



Видно, что случай  $m=2$  – промежуточный между  $m=1$  и  $m \rightarrow \infty$ . Аналогично можно говорить и о влиянии на кривые обнаружения параметра  $k_{\Pi}$  при логарифмически-нормальных распределениях. При обнаружении на фоне стационарного некоррелированного шума параметр обнаружения  $q$  определяется только суммарной энергией сигнала и спектральной плотностью мощности шума.

## 2.5 ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ОПТИМАЛЬНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ

При обнаружении на фоне стационарного некоррелированного шума параметр обнаружения  $q = \sqrt{2\mathcal{E}_\Sigma / N_0}$  определяется только суммарной энергией сигнала и спектральной плотностью мощности шума. При заданных **D** и **F** несущественно, какую форму имеет когерентный сигнал, существенно лишь отношение  $\mathcal{E}_\Sigma / N_0$ .

Если же задана вероятность ложной тревоги  $F_m \ll 1$  на интервале, содержащем  $m$  разрешаемых объемов, то значение  $F \approx F_m / m$ .

Таким образом, для когерентного сигнала со случайными релеевской амплитудой и начальной фазой потребная энергия возрастает независимо от закона модуляции в логарифмической зависимости от числа **m**:  $\mathcal{E}_\Sigma / N_0 = [\ln(1 / F_m) + \ln m] / \ln(1 / D)$

### 3.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НЕКОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛАХ

Некогерентными называют сигналы с нежесткой структурой, образованные случайным наложением когерентных:

$$\mathbf{X}(t, \boldsymbol{\beta}) = \sum_{\mu} b_{\mu} \cdot \mathbf{X}_{\mu}(t) \cdot e^{j\beta_{\mu}} \quad (86)$$

Число слагаемых в этом выражении превышает единицу.

В нем  $b_{\mu}$ ,  $\beta_{\mu}$  — случайные амплитудные множители и начальные фазы, приводящие к нежесткости структуры сигнала.

Когерентность и некогерентность бывает **временной, частотной, пространственной, поляризационной, комбинированной.**

Примером сигнала с **временной** некогерентностью является пачка радиоимпульсов со случайными независимыми начальными фазами  $\beta_{\mu}$  или начальными фазами  $\beta_{\mu}$  и амплитудными множителями  $b_{\mu}$  ( $\mu=1, 2, \dots, M$ ). Случайность начальных фаз радиоимпульсов иногда проявляется уже при зондировании, когда не предусмотрена стабилизация передатчика или запоминание фаз зондирующих колебаний с последующим их исключением при приеме.

### 3.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НЕКОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛАХ

Примером сигнала с **частотной** некогерентностью является многочастотный (двухчастотный) отраженный сигнал, разнос частот в котором заметно превышает величину, обратную запаздыванию на радиальном интервале между крайними элементами сложной цели. Примером сигнала с **пространственной** некогерентностью является сигнал:

$$\mathbf{X}(t, \boldsymbol{\beta}) = \begin{Bmatrix} b_1 X_1(t) \cdot e^{j\beta_2} \\ b_2 X_2(t) \cdot e^{j\beta_2} \end{Bmatrix} = b_1 \cdot \begin{Bmatrix} X_1(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot e^{j\beta_1} + b_2 \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ X_2(t) \end{Bmatrix} \cdot e^{j\beta_2}$$

составляющими которого являются комплексные амплитуды напряжений в двух точках приема ( $\mu=1,2$ ). Пространственная некогерентность вызывается неодинаковыми условиями возбуждения и распространения радиоволн. В аналогичной форме может быть представлен и сигнал с поляризационной некогерентностью, составляющие которого принимаются различными поляризационными каналами антенны. Источниками поляризационной некогерентности могут быть особенности распространения вторичного и первичного излучений.

### 3.1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О НЕКОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛАХ

Когерентность и некогерентность по различным параметрам часто взаимно не связаны. Сигнал, когерентный по времени, может быть пространственно (поляризационно) некогерентен. Некогерентная по времени шумовая реализация в благоприятных условиях распространения оказывается пространственно-когерентным сигналом. Важной характеристикой принимаемых сигналов является матрица взаимных корреляционных функций их комплексных амплитуд:

$$\Phi_c(t, s) = M \left[ \mathbf{X}(t, \boldsymbol{\beta}) \cdot \mathbf{X}^{*T}(s, \boldsymbol{\beta}) / 2 \right] \quad (87)$$

Обозначая  $M \left[ b_\mu \cdot b_\lambda \cdot e^{j(b_\mu - b_\lambda)} \right]_{\mu\lambda}$ , получаем:

$$\Phi_c(t, s) = \sum_{\mu, \lambda} \alpha_{\mu\lambda} \cdot \mathbf{X}_\mu(t) \cdot \mathbf{X}_\lambda^{*T}(s) \quad (88)$$

Матрица  $\Phi_c$  сводится к одному слагаемому в случае когерентного сигнала. Для некогерентных сигналов с большим числом слагаемых она аппроксимируется интегралом.

### 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Сигнал, отраженный от цели, представляет собой последовательность радиоимпульсов (пачку радиоимпульсов). Число  $N$  импульсов в пачке зависит от времени облучения цели, периода повторения радиоимпульсов и определяется отношением:

$$N = T_{обл} / T_n$$

Рассмотрим теперь обнаружение некогерентной пачки радиоимпульсов, когда амплитуды радиоимпульсов известны, а их начальные фазы представляют собой независимые случайные величины с равномерным законом распределения.

Для решения этой задачи необходимо вычислить отношение правдоподобия, которое с учетом статистической независимости начальных фаз радиоимпульсов можно записать в виде:

$$l(u) = \prod_{i=1}^N \exp\left(-\frac{E_i}{N_0}\right) \cdot I_0\left(\frac{2Z_i}{N_0}\right) \quad (89)$$

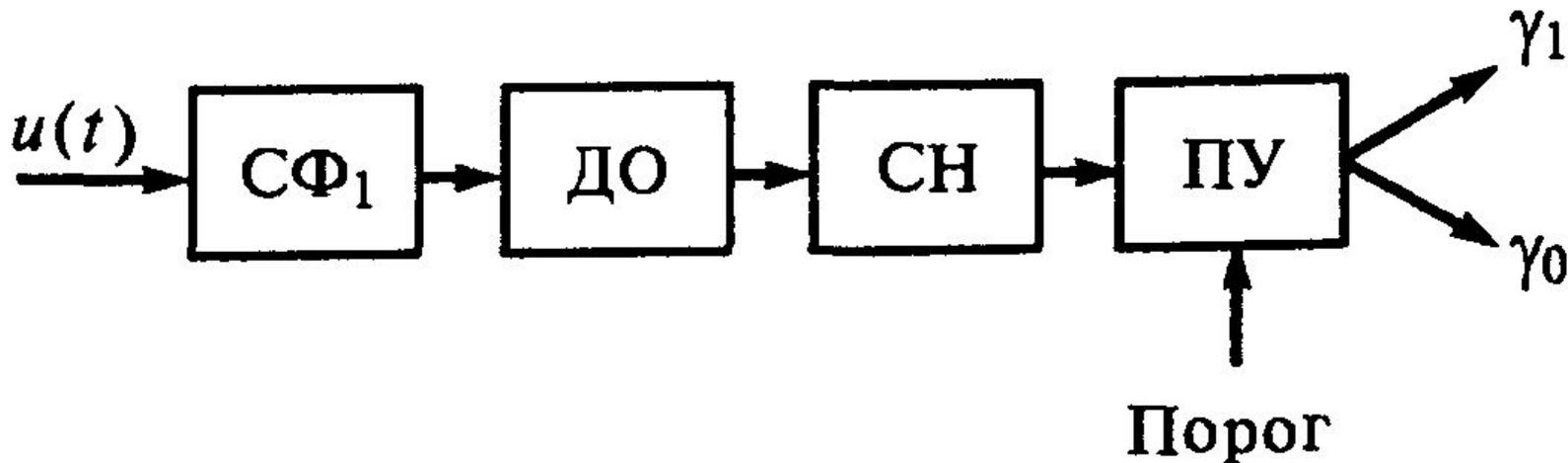
где  $E_i$  — энергия  $i$ -го радиоимпульса,  $Z_i$  — огибающая  $i$ -го радиоимпульса на выходе фильтра, согласованного с одиночным радиоимпульсом.

### 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Прологарифмируем последнее выражение и перенесем постоянные величины в правую часть. Тогда алгоритм работы оптимального обнаружителя можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^N \ln I_0 \left( \frac{2Z_i}{N_0} \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} C \quad (90)$$

где  $C$  — величина порога, выбираемая из условия обеспечения заданной вероятности ложной тревоги. В соответствии с приведенным алгоритмом на рисунке представлена структурная схема оптимального обнаружителя некогерентной пачки радиоимпульсов с известными амплитудами и случайными фазами.



### 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Обнаружитель состоит из фильтра, согласованного с одиночным радиоимпульсом (СФО), детектора огибающей (ДО), синхронного накопителя (СН) и порогового устройства (ПУ).

На практике вместо согласованного фильтра СФ часто используют квазиоптимальный фильтр, полоса пропускания которого выбирается из условия получения максимально возможного отношения сигнал/шум на выходе. В частности, при прямоугольной частотной характеристике фильтра ширина полосы пропускания определяется формулой Сифорова:  $\Delta f_{opt} \approx 1,37 / \tau_u$

Характеристика детектора огибающей должна описываться функцией  $f(x) = \ln I_0(x)$ . Поскольку:

$$\ln I_0(x) \approx \begin{cases} \frac{1}{4} x^2, & x \ll 1 \\ x, & x \gg 1 \end{cases}$$

то характеристика ДО при малых отношениях сигнал/шум является **квадратичной**, а при больших отношениях сигнал/шум — **линейной**.

## 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Следовательно, решающей статистикой является либо  $\sum_{i=1}^N x_i^2$   
либо  $\sum_{i=1}^N x_i$

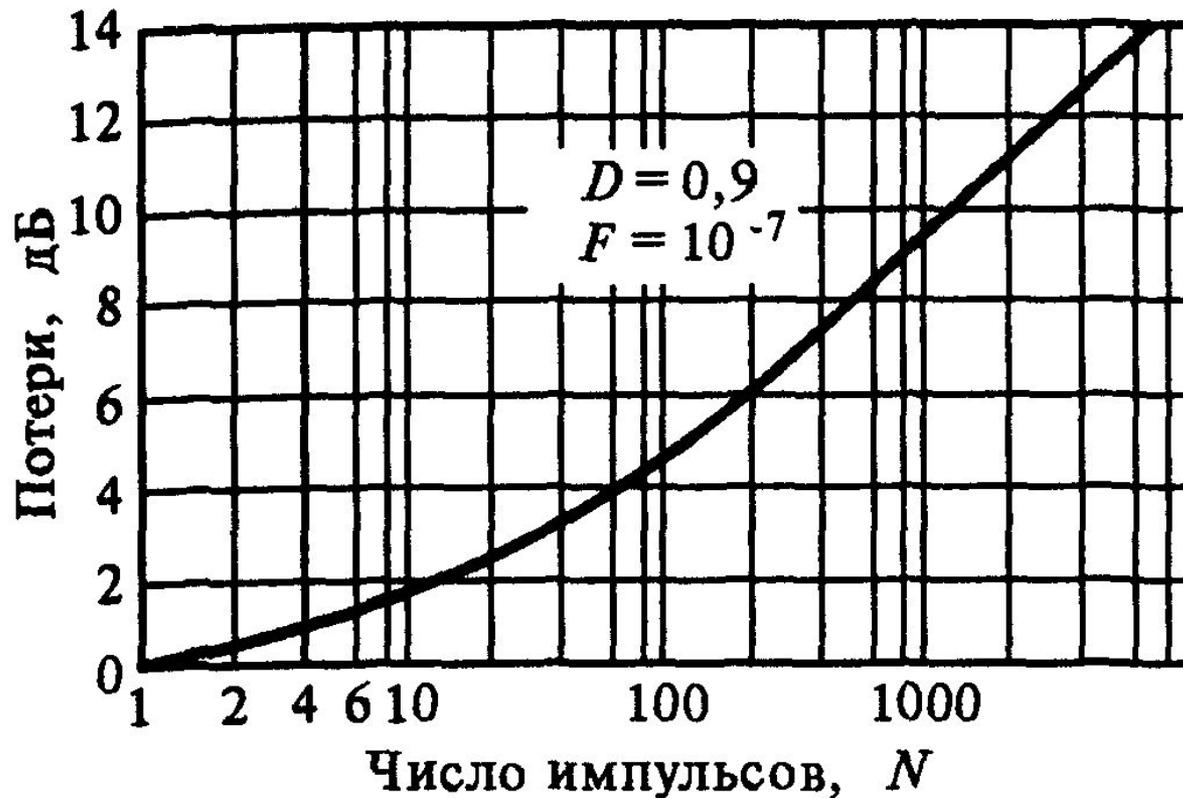
Помехоустойчивость оптимального обнаружителя некогерентной пачки радиоимпульсов с известными амплитудами существенно ниже помехоустойчивости обнаружителя когерентной пачки. Это объясняется тем, что некогерентное накопление менее эффективно по сравнению с когерентным.

**В случае прямоугольной пачки при слабых сигналах и больших  $N$  отношение сигнал/шум на выходе некогерентного накопителя увеличивается пропорционально  $N^2$ , а при когерентном накоплении — пропорционально  $N$ .**

На следующем слайде представлена зависимость потерь некогерентного накопления по отношению к когерентному при  **$D=0,9$ ,  $F=10^{-7}$**  от числа импульсов в пачке.

### 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Используя решающую статистику  $\sum_{i=1}^N z_i$ , можно получить практически такую же помехоустойчивость, что и при статистике  $\sum_{i=1}^N x_i^2$ .



Рассмотрим обнаружение некогерентной пачки радиоимпульсов со случайными амплитудами. Различают следующие виды флуктуаций некогерентной пачки радиоимпульсов:

### 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

- независимые (быстрые); характеризуются тем, что амплитуды радиоимпульсов статистически независимы;
- дружные (медленные); характеризуются тем, что амплитуды радиоимпульсов полностью коррелированы;
- частично коррелированные; характеризуются тем, что интервал корреляции сравним с периодом повторения радиоимпульсов и длительностью пачки.

Пусть флуктуации амплитуд радиоимпульсов независимы и описываются законом Рэлея, начальные фазы распределены по равномерному закону. Тогда отношение функций правдоподобия для рассматриваемого случая можно записать в виде:

$$l(u) = \prod_{i=1}^N \frac{N_0}{N_0 + \tilde{E}} \cdot I_0 \left( \frac{2\sigma_a^2 \cdot Z_{1i}^2}{N_0 \cdot (N_0 + \tilde{E})} \right) \quad (91)$$

где  $Z_{1i}$  — огибающая  $i$ -го импульса на выходе оптимального приемника, настроенного на прием радиоимпульса единичной амплитуды.

## 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Логарифмируя последнее выражение, алгоритм работы оптимального обнаружителя можно представить в виде:

$$\sum_{i=1}^N Z_{1i}^2 \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} C$$

Структурная схема оптимального обнаружителя некогерентной пачки независимо флуктуирующих радиоимпульсов совпадает со схемой, приведенной ранее. Характеристика детектора огибающей должна быть квадратичной.

При дружных флуктуациях амплитуд радиоимпульсов отношение правдоподобия можно записать в виде:

$$l(u) = \int_0^{+\infty} \prod_{i=1}^N \exp\left(-\frac{a^2 \cdot E_1}{N_0}\right) \cdot I_0\left(\frac{2a \cdot Z_{1i}}{N_0}\right) \cdot w(a) da$$

где  $w(a)$  — закон распределения амплитуд, обычно рэлеевский; начальные фазы распределены по равномерному закону.

## 3.2 ОБНАРУЖЕНИЕ ПАЧКИ СИГНАЛОВ

Структурная схема обнаружителя оказывается такой же, как на ранее приведенная. Характеристика детектора огибающей должна быть **линейной** при **больших** отношениях сигнал/шум и **квадратичной** при **малых**.

При частично коррелированных флуктуациях синтез оптимального обнаружителя представляет более сложную задачу по сравнению с рассмотренными выше случаями.

Оценка помехоустойчивости оптимальных обнаружителей некогерентной пачки флуктуирующих радиоимпульсов достаточно сложна и осуществляется обычно численными методами на ЭВМ.

Заметим, что при увеличении интервала корреляции флуктуаций характеристики обнаружения ухудшаются. Поэтому на практике стараются обеспечить независимость флуктуаций радиоимпульсов пачки. Этого можно, в частности, добиться изменением частоты несущей от импульса к импульсу.