



# Введение в строительную механику космических аппаратов

А. В. Попов

Москва, 2015

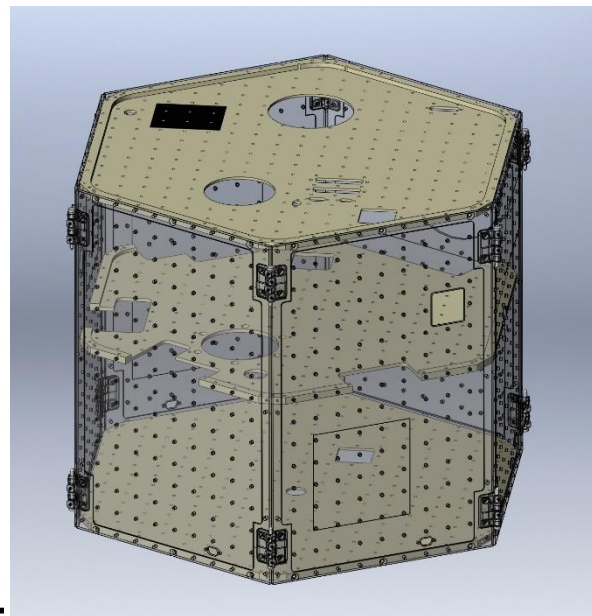
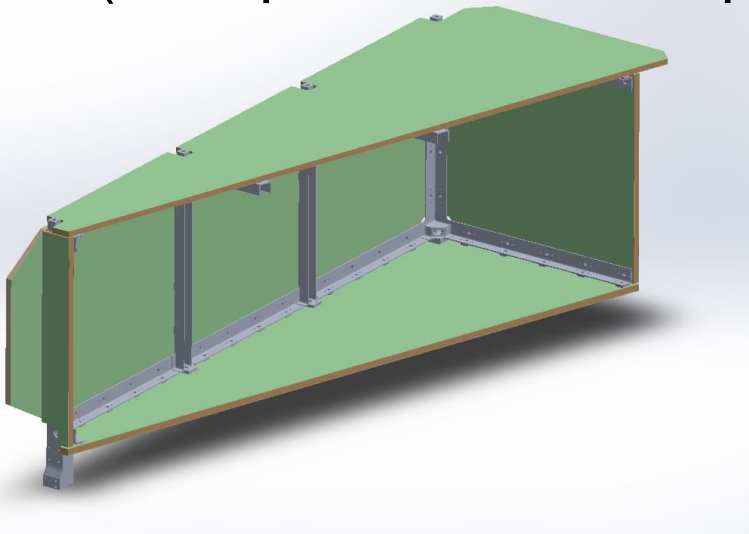


## План лекции

1. Конструктивные решения современных КА.
2. Понятие о расчете на прочность, жесткость, об оценке собственных частот.
3. Статические и динамические нагрузки, действующие на КА при наземной подготовке, транспортировке, выведении на ракете-носителе.
4. Тепловые нагрузки на элементы конструкции КА, тепловые деформации.
5. Нагрузки, действующие на КА при маневрах.
6. Нагрузки, действующие на СА при полете в атмосфере.
7. Обоснованный выбор размеров элементов конструкции.

## Конструктивные решения современных КА

- Каркасная схема (набор пластин и стержней)

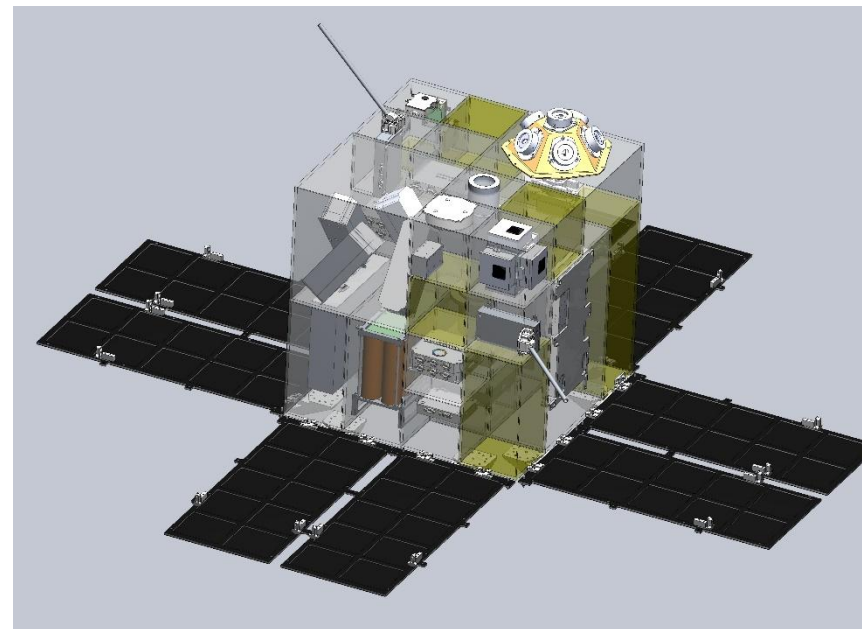
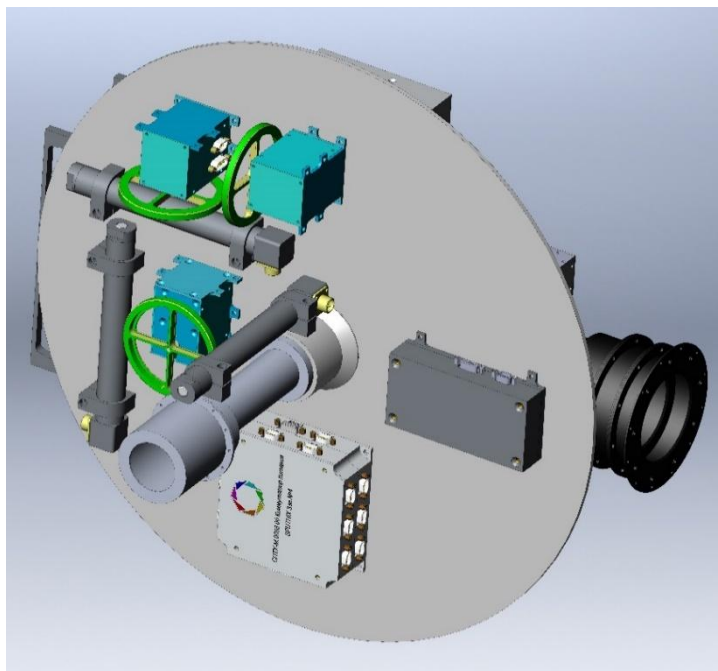


- Бескаркасная схема
  - «Несущий корпус» (Набор пластин, цилиндров)

## Основные конструктивно-компоновочные схемы

### КА

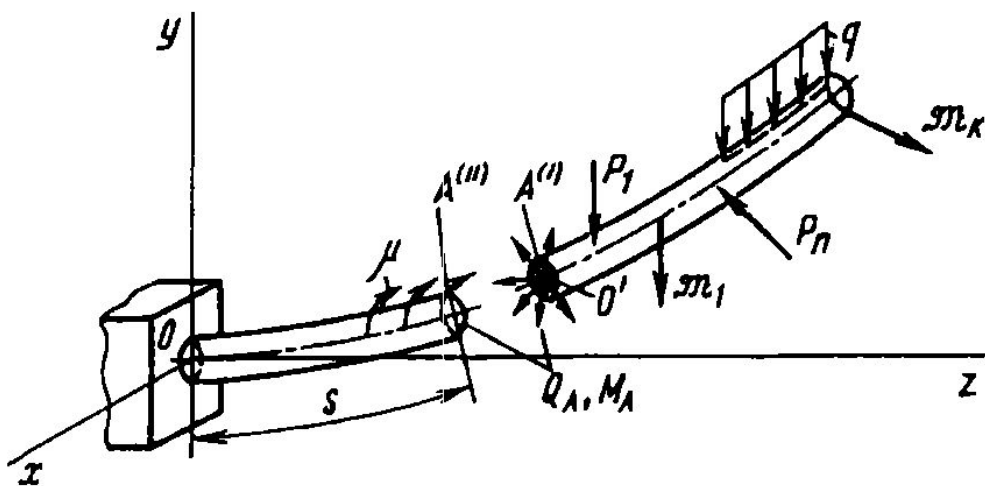
- Бескаркасная схема
  - «Несущая полезная нагрузка» (пластина, кронштейн)



- Бескорпусная блочно-модульная схема (стержни, пластины)

## Понятие о расчете на прочность и жёсткость

Метод сечений



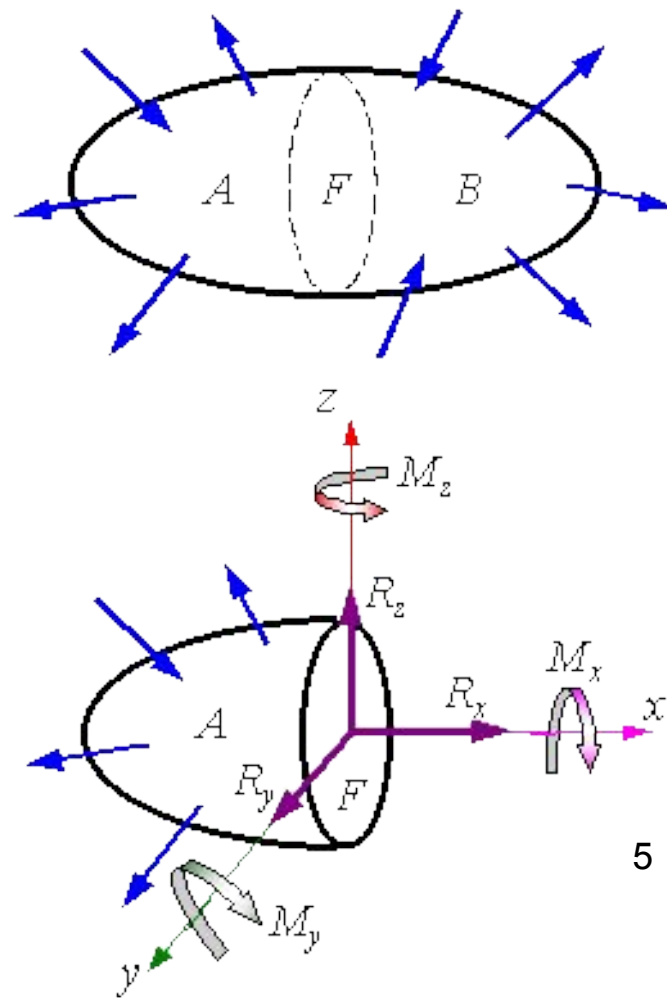
В сечении могут возникать:

$R_x = N$  – осевая сила

$R_y, R_z$  – перерезывающие силы

$M_x$  – крутящий момент

$M_y, M_z$  – изгибающие моменты

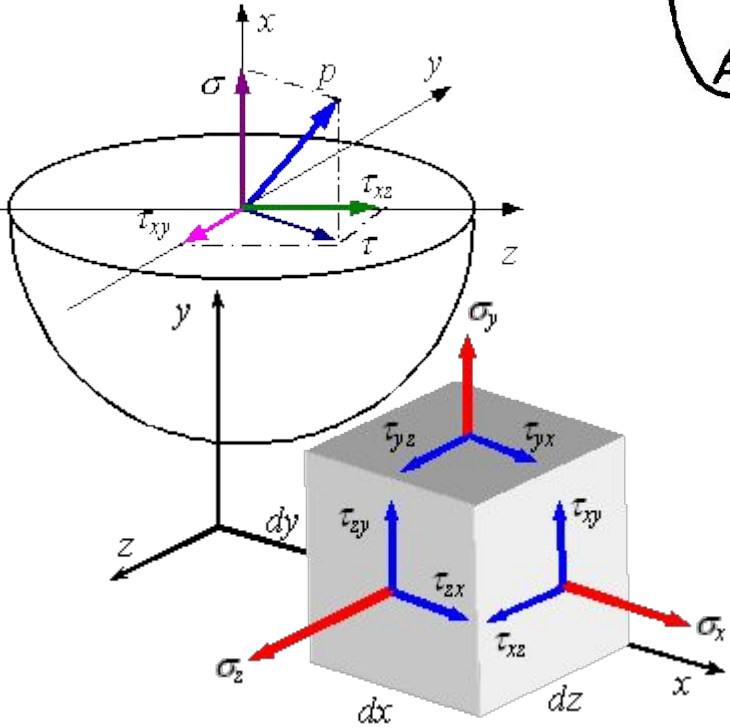




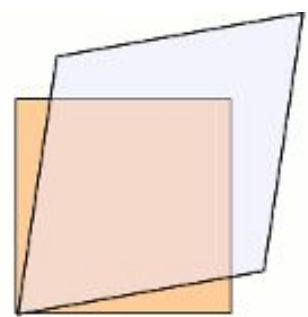
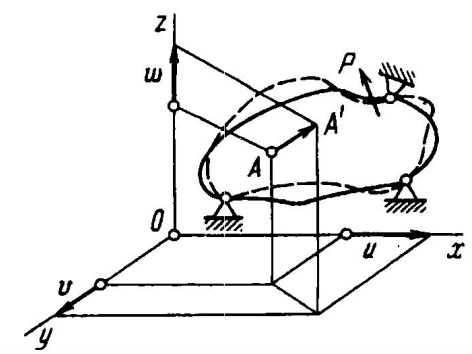
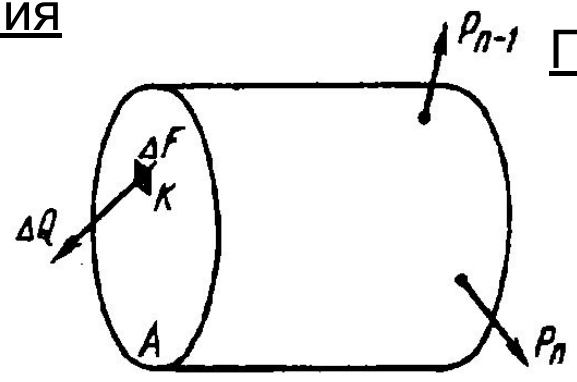
## Понятие о расчете на прочность и жёсткость

Напряжения

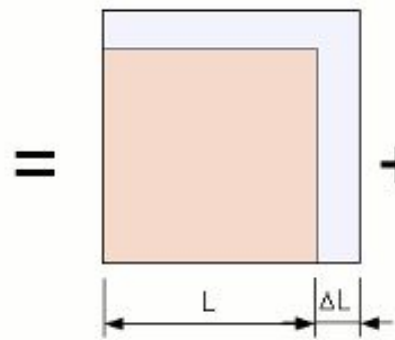
$$\lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta F} = p$$



Перемещения и деформации

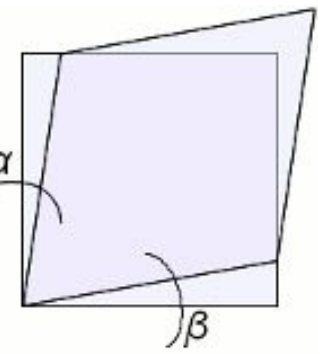


Полная деформация



Линейная деформация

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$



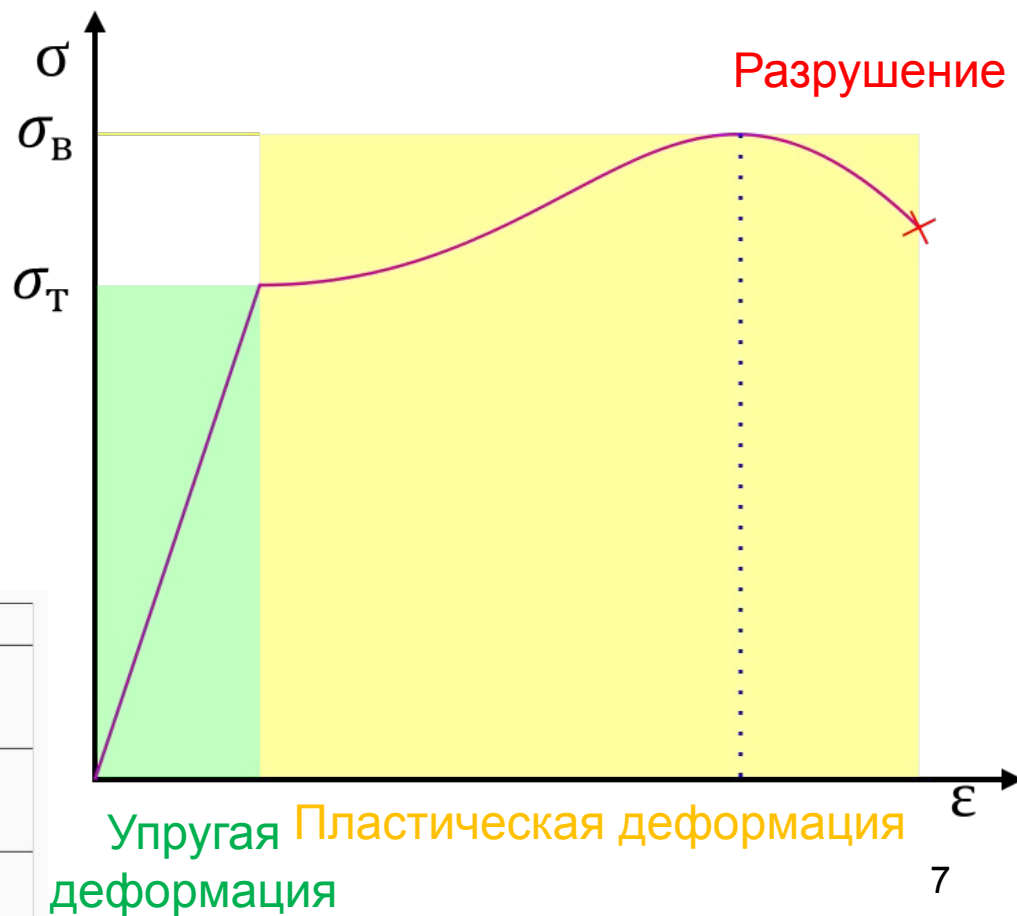
Угловая деформация

$$\gamma = \alpha + \beta$$

## Понятие о расчете на прочность и жёсткость

Закон Гука

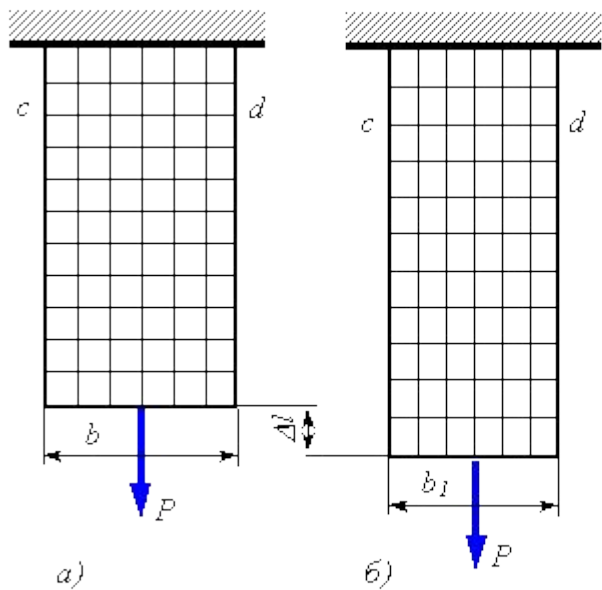
$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \cdot \left[ \sigma_x - \mu \cdot (\sigma_y + \sigma_z) \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \cdot \left[ \sigma_y - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_z) \right] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \cdot \left[ \sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y) \right] \end{aligned} \right\}$$



Удлинение	от $\sigma_x$	от $\sigma_y$	от $\sigma_z$
В направлении $\sigma_x$	$\frac{\sigma_x}{E}$	$-\mu \cdot \frac{\sigma_y}{E}$	$-\mu \cdot \frac{\sigma_z}{E}$
В направлении $\sigma_y$	$-\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$	$\frac{\sigma_y}{E}$	$-\mu \cdot \frac{\sigma_z}{E}$
В направлении $\sigma_z$	$-\mu \cdot \frac{\sigma_x}{E}$	$-\mu \cdot \frac{\sigma_y}{E}$	$\frac{\sigma_z}{E}$

## Формулы для расчёта на прочность и жёсткость

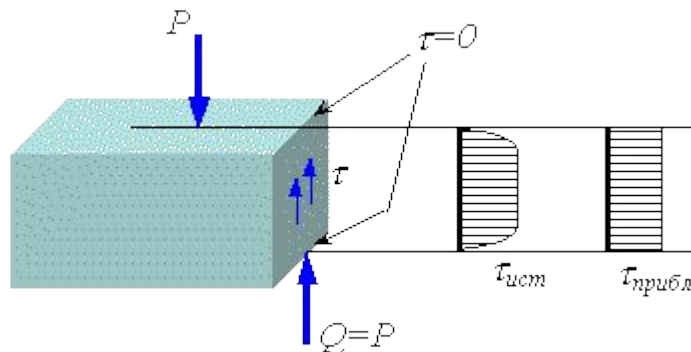
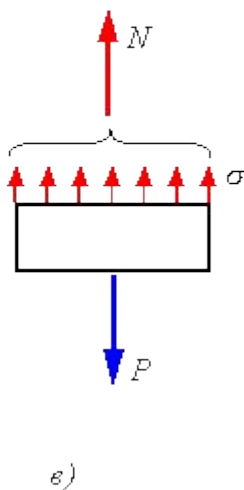
### Растяжение-сжатие



$$\sigma = \frac{N}{F}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

Закон Гука для растяжения/сжатия



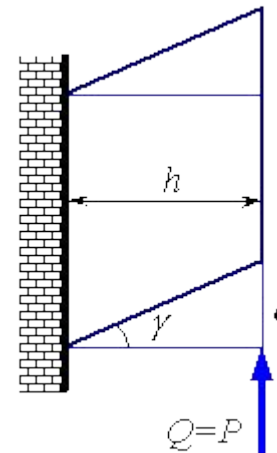
$$\tau = \frac{Q}{F}$$

$$\delta = \frac{Q \cdot h}{G \cdot F}$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}$$

Закон Гука для сдвига. G – модуль сдвига







## Формулы для расчёта на прочность и жёсткость

### Кручение

$$\tau_{\rho} = \frac{M_{\text{кр}}}{I_p} \cdot \rho \quad I_p = \int_F \rho^2 dF$$

$$\varphi = \int_l \frac{M_{\text{кр}} \cdot dx}{GI_p}$$

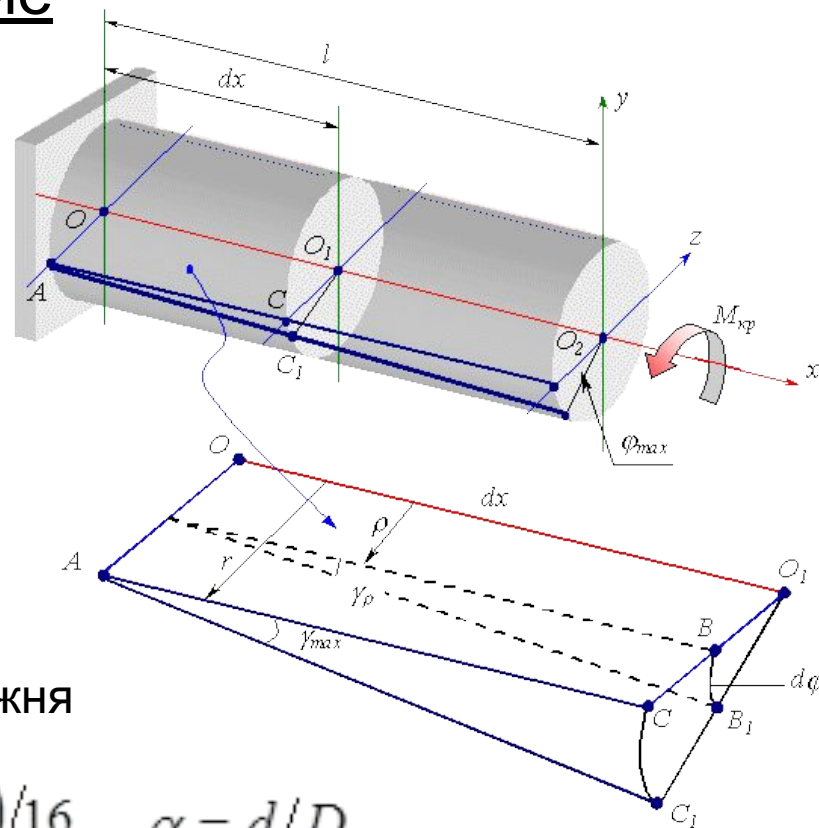
$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{I_p} \cdot r = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p}$$

Для сплошного стержня

$$W_p = \pi d^3 / 16 \approx 0,2d^3$$

Для полого стержня

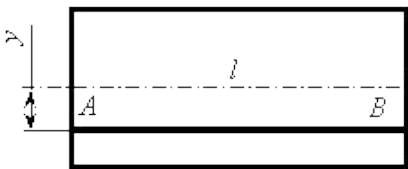
$$W_p = \pi d^3 (1 - \alpha^4) / 16 \quad \alpha = d/D$$



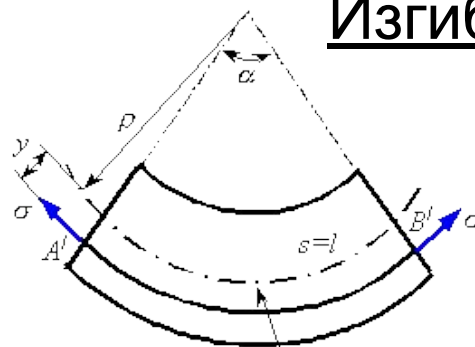


## Формулы для расчёта на прочность и жёсткость

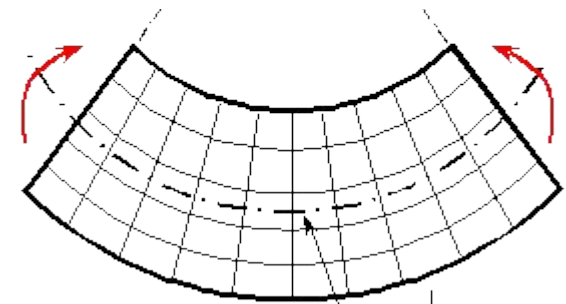
### Изгиб



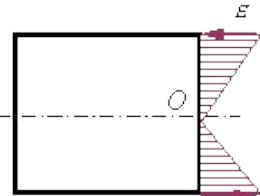
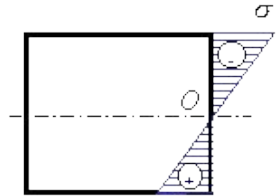
Нейтральный слой



Нейтральный слой

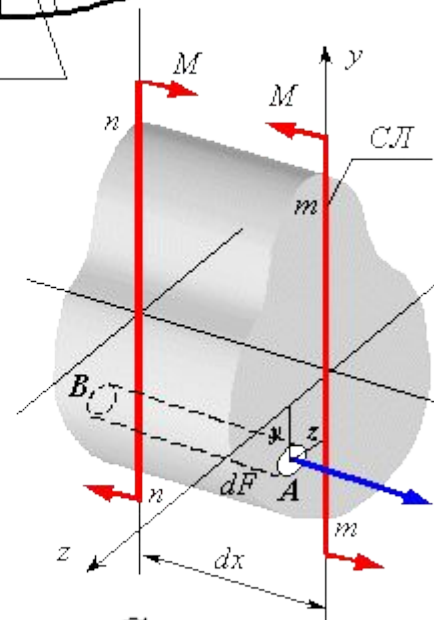


Нейтральный слой



$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

Напряжения при изгибе



Уравнение изогнутой оси

$$\frac{y'''}{[1 + (y')^2]^{3/2}} = \pm \frac{M_z}{EI_z}$$

$$y''' = \pm \frac{M_z}{EI_z} \quad y' = \theta = \int \frac{M_z(x)}{EI_z(x)} dx + C_1 \quad y = \int dx \int \frac{M_z(x)}{EI_z(x)} dx + C_1 x + C_2$$



## Формулы для расчёта на прочность и жёсткость

### Изгиб пластин

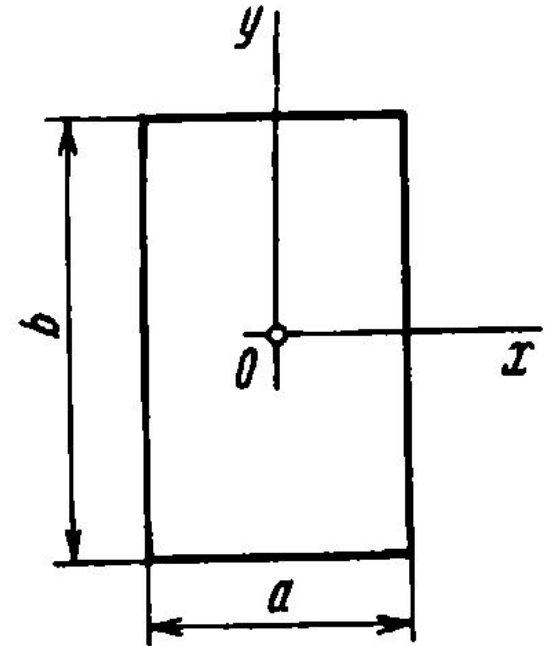
Свободно опёртая пластина

$$w^{\max} = \alpha \frac{pa^4}{Eh^3}$$

где  $\alpha$  – коэффициент, зависящий от отношения  $b/a$ ;  $a$  – меньшая сторона пластины.

$$M_x^{\max} = \beta pa^2, \quad M_y^{\max} = \gamma pa^2$$

$$w^{\max} = \alpha_1 \frac{pa^4}{Eh^3}$$





## Формулы для расчёта на прочность и жёсткость

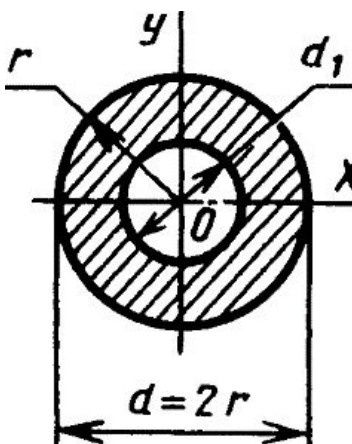
Расчёт момента инерции сечения для изгиба

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z} \cdot y$$

**Круг**

$$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64} = \frac{\pi r^4}{4}$$

$$J_x = J_y \approx 0,05d^4$$



**Кольцо**

$$J_x = J_y = \frac{\pi(d^4 - d_1^4)}{64} = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4)$$

$$J_x = J_y = \frac{\pi r^4}{4} (1 - c^4)$$

$$J_x = J_y \approx 0,05d^4(1 - c^4)$$

$$c = \frac{d_1}{d}$$

**Прямоугольник**

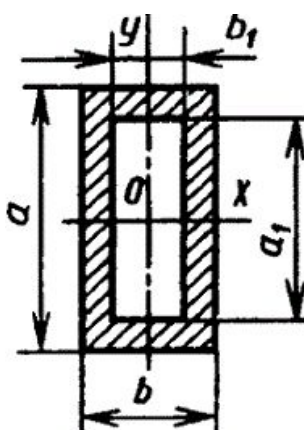
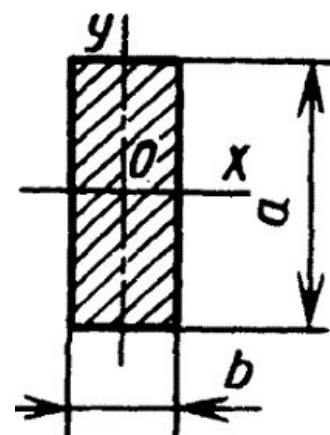
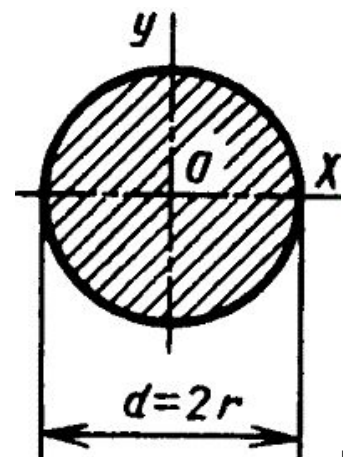
$$J_x = \frac{ba^3}{12}$$

$$J_y = \frac{ab^3}{12}$$

**Полый прямоугольник**

$$J_x = \frac{ba^3 - b_1a_1^3}{12}$$

$$J_y = \frac{ab^3 - a_1b_1^3}{12}$$





# Формулы для

## Расчёт

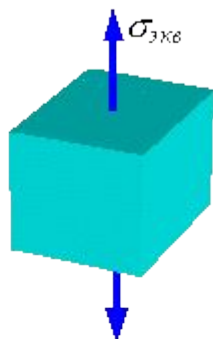
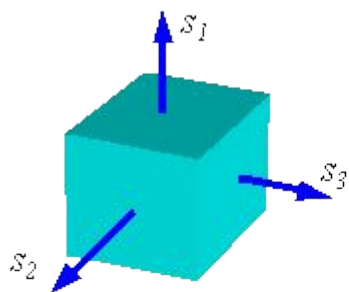
# жесткость

Форма сечения	Площадь сечения	Момент инерции	Момент сопротивления
<p>квадрат</p>	$F = a^2$	$I_z = I_y = \frac{a^4}{12}$	$W_z = W_y = \frac{a^3}{6}$
<p>прямоугольник</p>	$F = bh$	$I_z = \frac{bh^3}{12}$ $I_y = \frac{hb^3}{12}$	$W_z = \frac{bh^2}{6}$ $W_y = \frac{hb^2}{6}$
<p>круг</p>	$F = \frac{\pi D^2}{4}$	$I_z = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \approx$ $\approx 0,0491D^4$	$W_z = W_y = \frac{\pi D^3}{32} \approx$ $\approx 0,1D^3$
<p>труба</p>	$F = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$	$I_z = I_y = \frac{\pi D^4}{64} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right)$	$W_z = W_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32D}$
<p>Тонкостенная труба</p>	$F = \pi D \delta$ при $\delta \leq \frac{D}{10}$	$I_z = I_y = \frac{\pi D^3 \delta}{8} \approx$ $\approx 0,3926 D^3 \delta$	$W_z = W_y = \frac{\pi D^2 \delta}{4} \approx$ $\approx 0,7853 D^2 \delta$



## Формулы для расчёта на прочность, жёсткость и устойчивость

Критерии предельного состояния материала



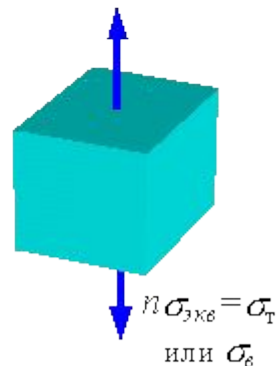
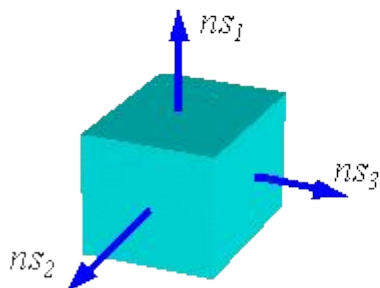
$\sigma_{3кв} = \sigma_1 - \sigma_3$ . Гипотеза Треска - Сен-Венана

$$\sigma_{3кв} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}.$$

Гипотеза Хубера-Мизеса

$$\sigma_{3кв} \leq [\sigma]$$

$[\sigma]$  – допустимые напряжения (с учётом коэффициента запаса)

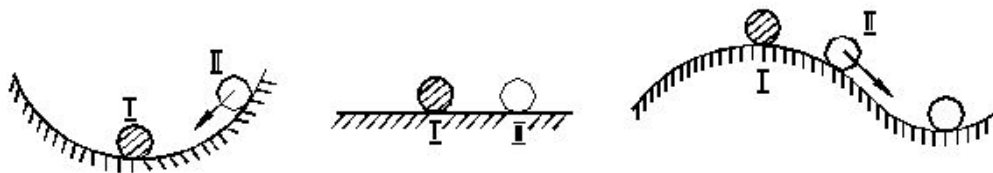


$$\sigma_{3кв} = \sigma_T \quad \sigma_{3кв} = \sigma_B$$



## Формулы для расчёта на устойчивость

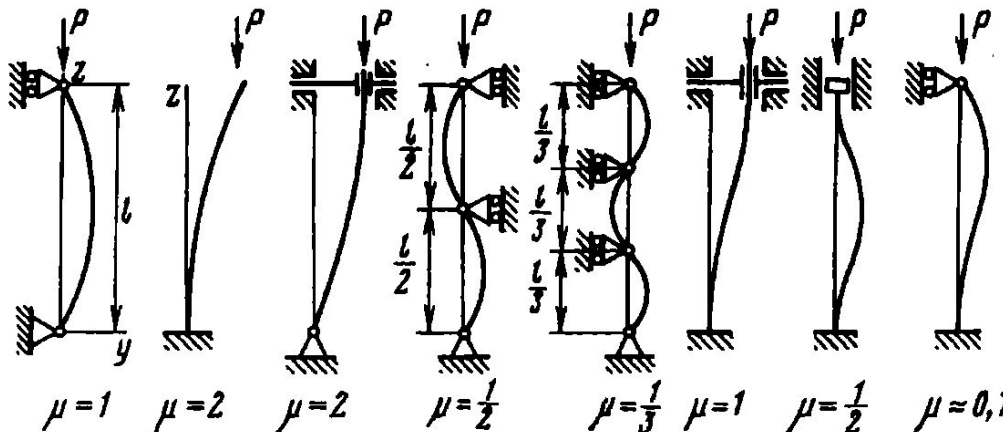
Критическая сила Эйлера для оценки устойчивости



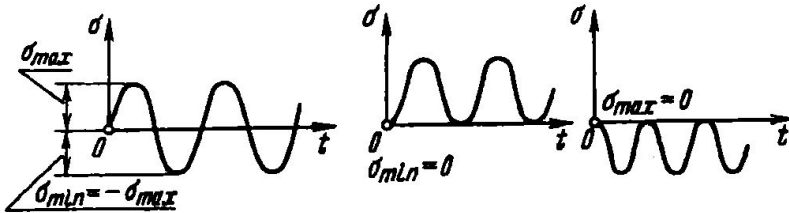
$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EJ}{(\mu l)^2}$$

Формула Эйлера для расчёта критической силы

$\mu$  – коэффициент приведения длины



## Расчёт на усталостную прочность



Симметричный цикл

Пульсационные циклы

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}; \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = R_\sigma$ . Коэффициент асимметрии цикла

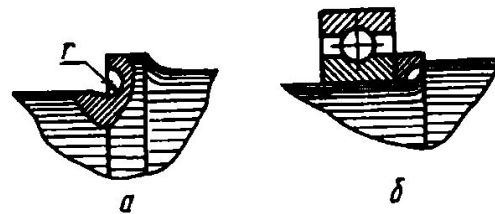
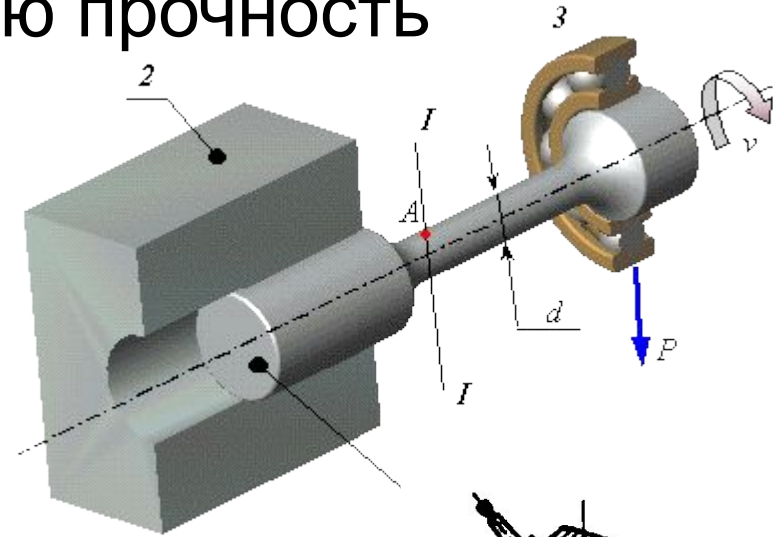
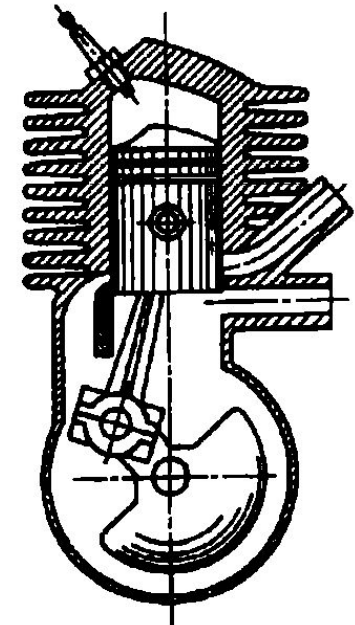
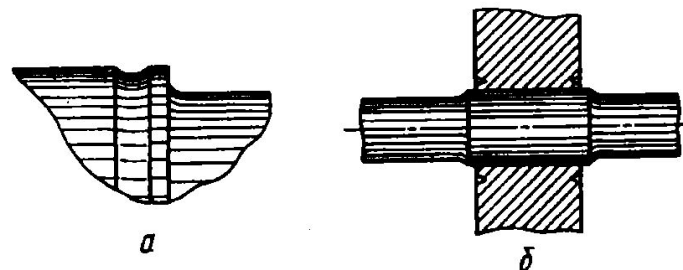


Рис. 12.15



Концентраторы напряжений





## Расчёт на усталостную прочность

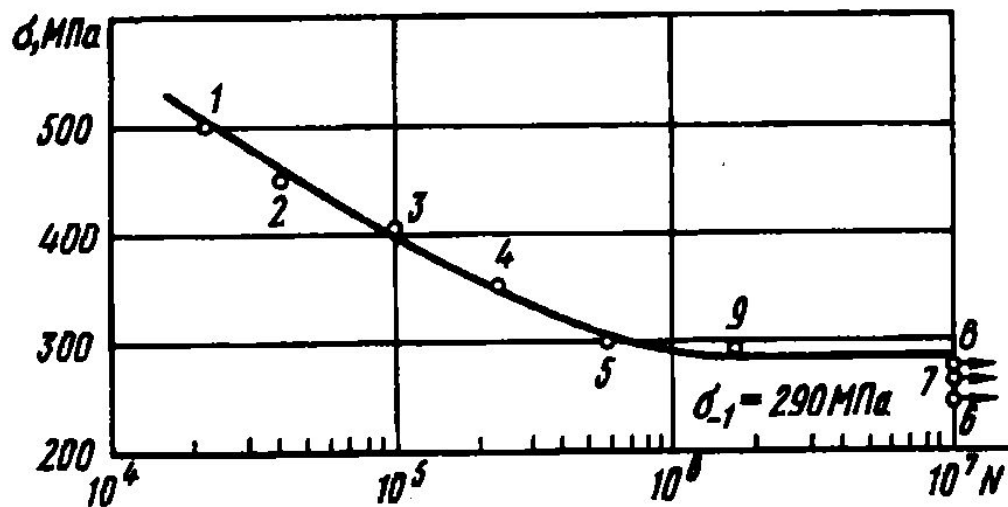
$$\sigma_{-1} \approx 0,5 \cdot \sigma_B$$

Предел выносливости сталей

$$\sigma_{-1} = (0.25 - 0.5) \sigma_e$$

Предел выносливости цветных металлов

Кривая усталости



$$\sigma_2 = \sigma_{-1} + a \cdot (N)^{-\alpha}$$

Уравнение Строймера для сплавов на основе железа

$$\sigma_2 = \sigma_{-1} + c \cdot (\lg N)^{-\beta}$$

Для алюминиевых, титановых и магниевых сплавов.  $\beta=2$

$$\sigma_{\text{расч}}(N.n) := \sigma_{\hat{a}} \cdot \left[ \frac{1 + \frac{0.0031(\log(N.n))^4}{1 + 0.0064\sigma_{\hat{a}}}}{1 + 0.0031(\log(N.n))^4} \right]$$

Расчетный метод Хейвуда построения кривых усталости при симметричном цикле напряжений

## Понятие о собственных частотах конструкции и связь их с жёсткостью конструкции

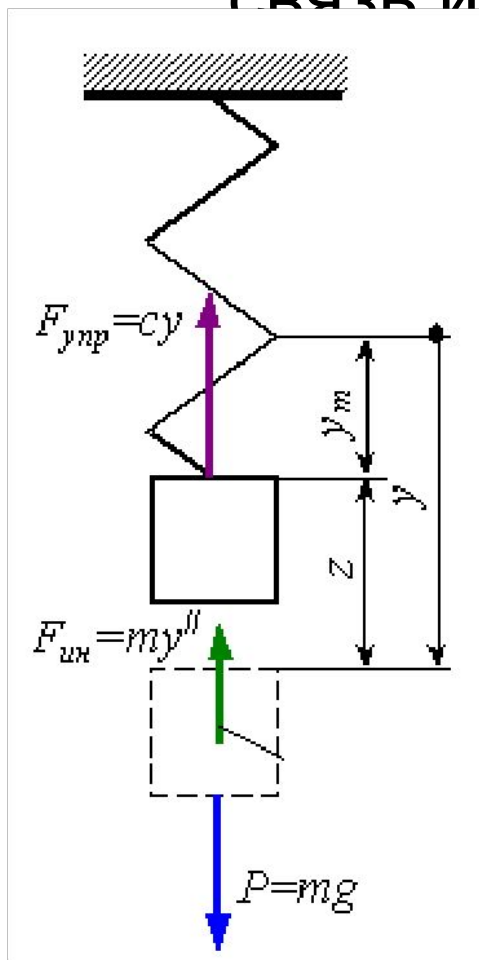


Рис. 1.1.

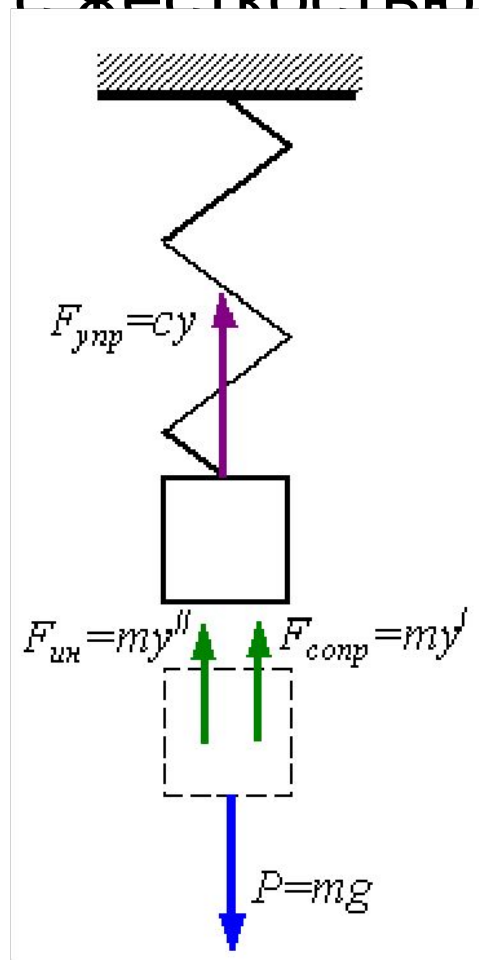


Рис.1.2.

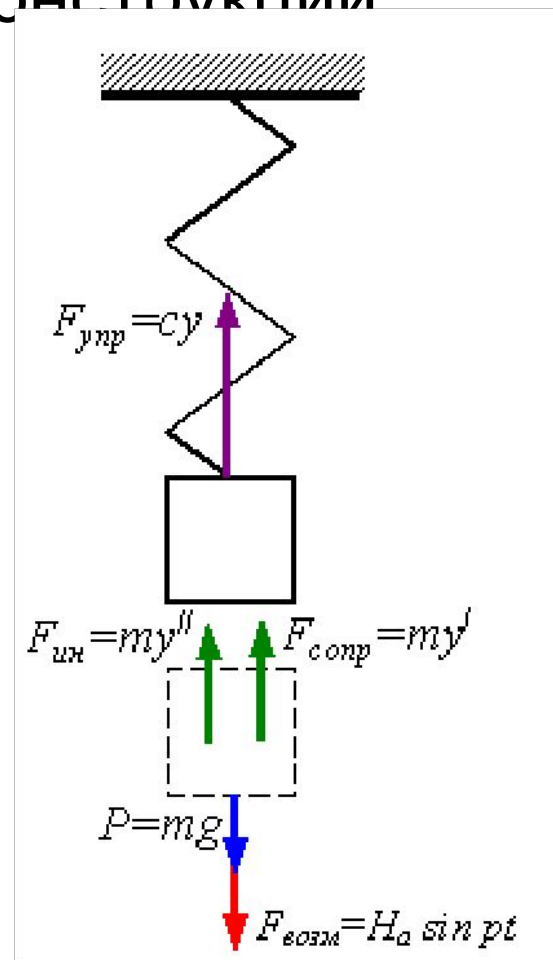


Рис.1.3.



## Понятие о собственных частотах конструкции и СВЯЗЬ ИХ С ЖЁСТКОСТЬЮ КОНСТРУКЦИИ

Колебания	Свободные	Свободные с учетом сил сопротивления	Вынужденные с учетом сил сопротивления
Схема колебательного процесса	Рис. 1.1.	Рис. 1.2.	Рис. 1.3.
Дифференциальное уравнение	$m \cdot \ddot{y} + c \cdot y = mg$ $c \cdot y_m = mg, z = y - y_m$ $\ddot{z} + \omega^2 \cdot z = 0$	$m \cdot \ddot{y} + \mu \cdot \dot{y} + c \cdot y = mg$ $\ddot{z} + 2n \cdot \dot{z} + \omega^2 \cdot z = 0$	$m \cdot \ddot{y} + \mu \cdot \dot{y} + c \cdot y = mg + H_a \cdot \sin pt$ $\ddot{z} + 2n \cdot \dot{z} + \omega^2 \cdot z = h_a \cdot \sin pt$ $h_a = \frac{H_a}{m}$
Решение	$z = C_1 \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$	$z = C_1 \cdot e^{-nt} \cdot \sin(\omega_1 \cdot t + \varphi)$	$z = z_1 + z_2 = C_1 \cdot e^{-nt} \cdot \sin(\sqrt{\omega^2 - n^2} \cdot t + \varphi) + \frac{h_a \cdot \sin(pt - \psi)}{\sqrt{(\omega^2 - p^2)^2 + (2n \cdot p)^2}}$



## Понятие о собственных частотах конструкции и СВЯЗЬ ИХ С ЖЁСТКОСТЬЮ КОНСТРУКЦИИ

График решения	Рис. 16.5.	Рис. 16.6.	-
Частота колебаний	$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{g}{y_m}}$	$\omega_1 = \sqrt{\omega^2 - n^2}$	$p$
Амплитуда и сдвиг фаз колебаний	$A = C_1 = \sqrt{z_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega^2}};$ $\varphi = \arctg \frac{z_0 \cdot \omega}{v_0}$	$A = C_1 \cdot e^{-nt}$	$A = y_{cm}(H_a) \cdot \beta;$ $y_{cm}(H_a) = \frac{H_a}{m \cdot \omega^2} = \frac{H_a}{c};$ $\beta = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{p^2}{\omega^2}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2} \cdot \frac{p^2}{\omega^2}}};$ $\lambda = \omega / 2n, \sin \psi = p \cdot \beta / (\lambda \cdot \omega)$

## Понятие о собственных частотах конструкции и связь их с жёсткостью конструкции

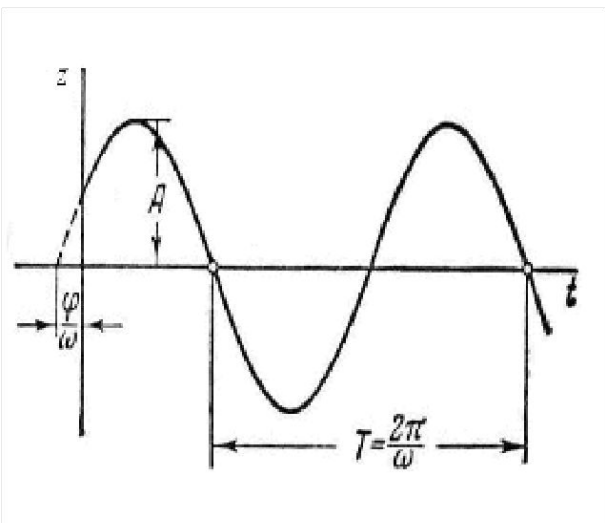


Рис. 1.4.

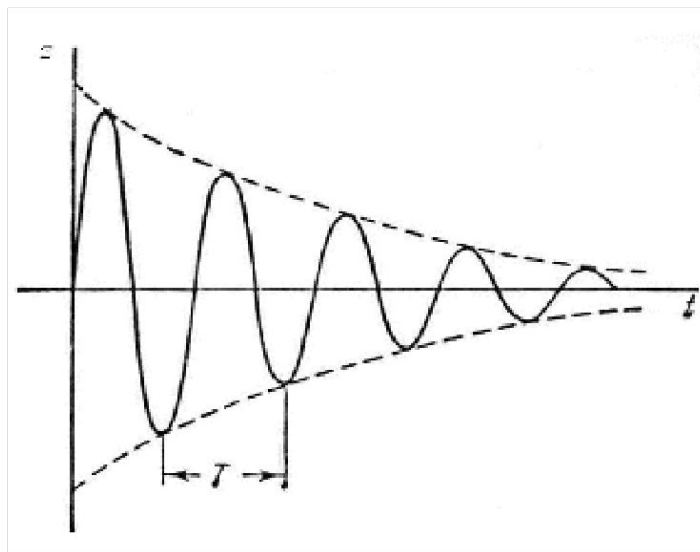
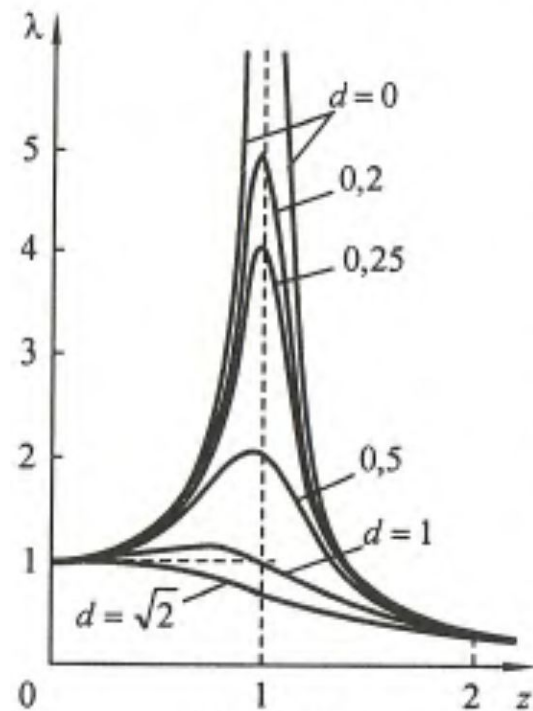


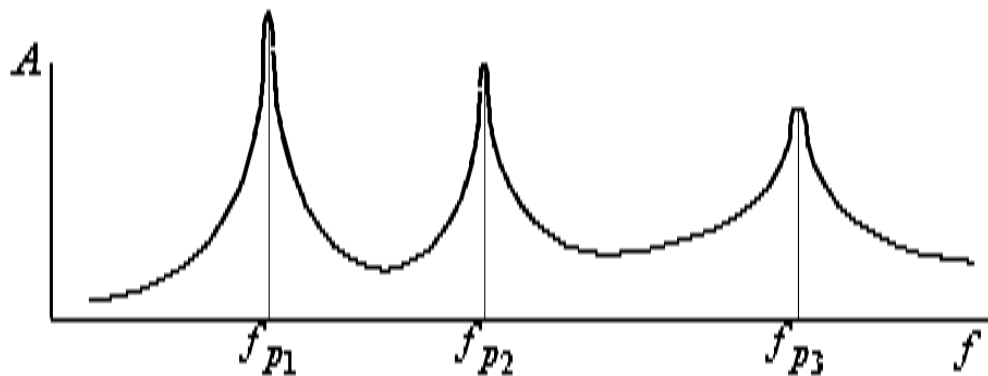
Рис. 1.5.



## Оценка собственных частот конструкции

Собственные частоты зависят от:

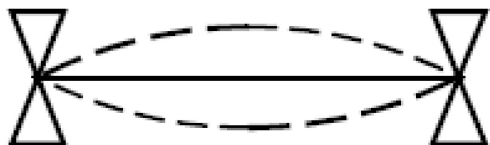
- Материала
- Формы изделия
- Способа закрепления



Амплитуда колебаний любой конструкции в зависимости от частоты.

$f_{p1}, f_{p2}, f_{p3}, \dots$  – частоты колебаний на разных тонах колебаний

Для примера: Частоты колебаний шарнирно опёртого стержня



Где  $m$  – погонная масса

Для более точного определения частот колебаний используются

Программы конечноэлементного анализа: Ansys, Nastran, NX, Cosmos, Comsol



# Статические и динамические нагрузки, действующие на КА при наземной подготовке и транспортировке

Вид нагрузки	Способ описания
Линейная перегрузка	Величина перегрузки от времени
Синусоидальные колебания	Спектр колебаний, амплитуда, длительность
Случайные колебания	Спектр колебаний, амплитуда, длительность
Ударные нагрузки	Ударным спектром

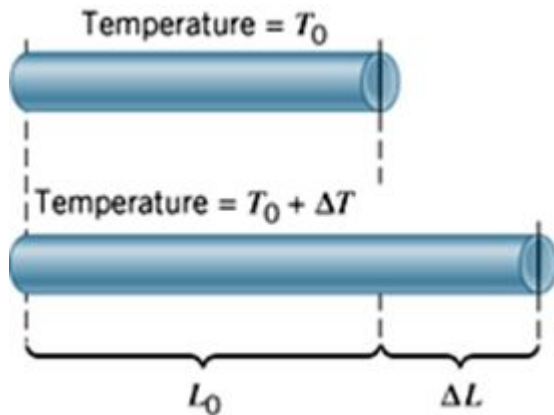


## Статические и динамические нагрузки, действующие на КА при выведении на ракетене- носителе

Вид нагрузки	Способ описания
Линейная перегрузка	Величина перегрузки от времени
Синусоидальные колебания	Спектр колебаний, амплитуда, длительность
Случайные колебания	Спектр колебаний, амплитуда, длительность
Акустические нагрузки	Звуковым давлением
Ударные нагрузки	Ударным спектром
Перепад давления	Скорость изменения давления
Тепловые нагрузки	Интегральным тепловым потоком



## Тепловые нагрузки на элементы конструкции КА, тепловые деформации



$$\Delta L = \alpha L \Delta T \quad \text{удлинение}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \alpha \Delta T \quad \text{деформация}$$

Тепловое расширение происходит без появления напряжений в материале



### Нагрузки, действующие на КА при маневрах

Нагрузки при включении двигательной установки:

- Линейная перегрузка по линии действия тяги
- Случайные вибрации
- Вынужденные синусоидальные колебания с частотой включения двигателя

Нагрузки при выполнении разворотов:

- Центробежная сила
- Синусоидальные колебания с частотой вращения мотора
- Случайные вибрации

## Нагрузки, действующие на СА при полете в атмосфере

- Перегрузка торможения от аэродинамических сил

$$F_x = C_x \frac{\rho V^2}{2} S_m$$

Сила лобового сопротивления

$$F_y = C_{y\alpha} \alpha \frac{\rho V^2}{2} S_m$$

Подъёмная сила

- Аэродинамический нагрев

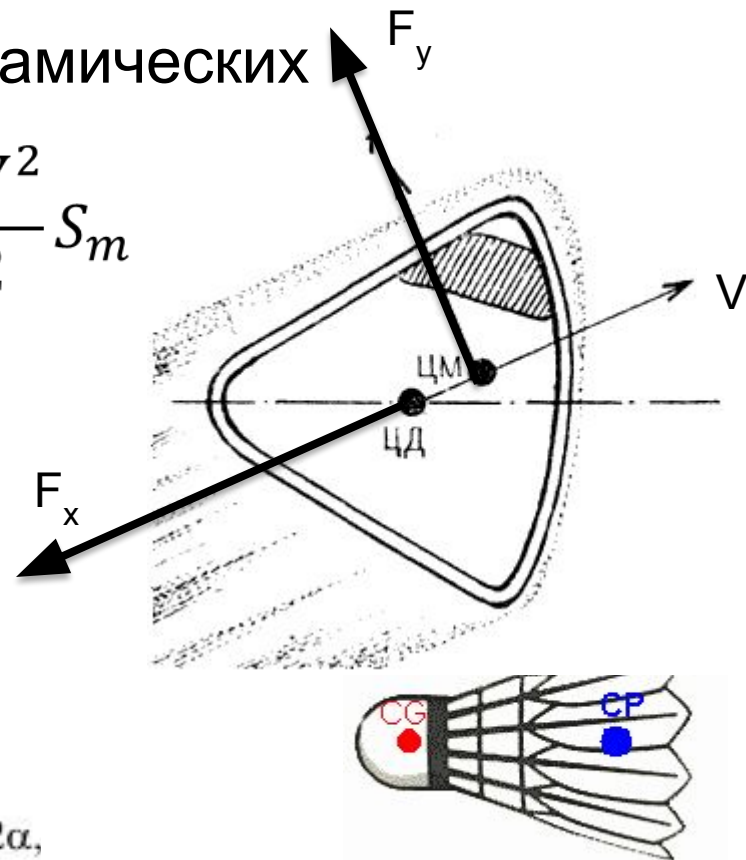
$$q_0 = \frac{1}{2} \rho V^3, \quad f(\alpha) = \cos^3 \alpha$$

q – тепловой поток Вт/м<sup>2</sup>

Формула Мурзинова для спуска сферы в атмосфере:

$$q_0 = 0,578 \cdot 10^{-3} r^{-1/2} (\rho/\rho_0)^{1/2} V^{3,15}, \quad f(\alpha) = 0,55 + 0,45 \cos 2\alpha,$$

r – радиус сферы в см, V- скорость полёта в м/с, ρ – плотность атмосферы на высоте полёта, ρ<sub>0</sub> – плотность атмосферы на уровне моря





## Обоснованный выбор размеров элементов конструкции

Выбор размеров конструкции осуществляется исходя из свойств материала и закладываемого коэффициента запаса [n]

Для космической техники:

Наземная эксплуатация [n]=2

Во время полёта [n]=1,3-1,5

$$\sigma = \frac{\sigma_{\text{ПП}}}{[n]}$$

$\sigma_{\text{ПП}}$  - предел прочности

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_x - \mu \cdot (\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_y - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \cdot [\sigma_z - \mu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)] \end{aligned} \right\}$$



Введение.

Состав систем космического аппарата.

Проведение литературного обзора

## Список литературы

1. Ресурс <http://mysopromat.ru>
2. Ресурс <http://www.soprotmat.ru/>
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999



**Введение.**

**Состав систем космического аппарата.**

**Проведение литературного обзора**

## Спасибо за внимание

Попов Александр Викторович, технический директор ООО  
«Спутникс»,

[www.sputnix.ru](http://www.sputnix.ru)

123995, г. Москва, Бережковская набережная, д. 20, стр. 6

Кафедра SM-1 «Космические аппараты и ракеты-носители»

107005, Москва, Госпитальный переулок, дом 10

E-mail: [kafsm1@sm.bmstu.ru](mailto:kafsm1@sm.bmstu.ru)

Телефон: +74992610107