МБОУ «Гимназия №1»

Равносильность уравнений.

Логарифмические уравнения

с. Красногвардейское

Ответы к заданиям с выбором ответа

А1. Найдите значение выражения $5^{\log_5 3^7}$

Вариант 1

1) 5 2) 3^7 3) 3 4) $\sqrt[7]{3}$

А2. Вычислите $\log_2 \frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$

1) 0 2) - 1 3) 1 4) 5

А3. Укажите значение выражения $\dfrac{5^{\log_5 8}}{\log_8 2}$

1) 1 2) 3 3) 2 4) 24

А4. Найдите область определения функции $f(x) = \log_{0,5}\left(2x - x^2\right)$

1) $(0;\ 2)$ 2) $(-\infty;\ 0) \cup (2;\ +\infty)$ 3) $[0;\ 2]$ 4) $(-\infty;\ 0] \cup [2;\ +\infty)$

А5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения $\log_7(2x+5) = 2$

1) (0;5) 2) (5;15) 3) (15;25) 4) (25;100)

Ответы к заданиям с выбором ответа

А1. Найдите значение выражения $\frac{1}{2}\cdot 2^{\log_2 10}$

Вариант 2

1) 10 2) 5 3) $\log_2 10$ 4) 20

А2. Вычислите $2\log_6 3 - \log_6 \frac{1}{4}$

1) 1 2) 2 3) - 1 4) - 2

А3. Укажите значение выражения $\frac{\lg 128}{\lg 4}$

1) $\lg 124$ 2) $\lg 32$ 3) 3,5 4) 4

А4. Найдите область определения функции $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}\left((x-1)(x+2)\right)$

1) $(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$ 2) $(-\infty;-2]\cup[1;+\infty)$ 3) $(-2;1)$ 4) $[-2;1]$

А5. Укажите промежуток, содержащий корень уравнения

$$\lg\log_3\log_5 x = 0$$

1) (1;30) 2) (30;50) 3) (50;100) 4) (100;200)

Задание 1.

Преобразование, приводящее к потере корней уравнения.

$\log_2 x^2 = 8,$

$2\log_2 x = 8,$

$\log_2 x = 4,$

$x = 2^4,$

x=16.

Преобразование, не приводящее к потере корней уравнения.

$\log_2 x^2 = 8,$

$2\log_2 |x| = 8,$

$\log_2 |x| = 4,$

$|x| = 2^4,$

x=16 или x = -16.

Свойства логарифмов.

$$\log_a b^{2n} = 2n\log_a |b|, a > 0, a \neq 1, b \neq 0, n \in N.$$

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a |b| + \log_a |c|, a > 0, a \neq 1, b \cdot c > 0.$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a |b| - \log_a |c|, a > 0, a \neq 1, \frac{b}{c} > 0.$$

$$\log_{a^{2n}} b = \frac{1}{2n} \cdot \log_{|a|} b, a \neq \pm 1, b > 0, n \in N.$$

Задание 2.

Решить уравнение

$$\log_{x+1}\left(x^2+x-6\right)^2=4$$

Решение. $\log_{x+1}\left(x^2+x-6\right)^2=4,$ **используя свойство логарифмов**

$$\log_a b^{2n}=2n\log_a|b|, a>0, a\neq 1, b\neq 0, n\in N,$$ **получим:**

$$2\log_{x+1}\left|x^2+x-6\right|=4,\quad \log_{x+1}\left|x^2+x-6\right|=2.$$

По определению логарифма

$$\begin{cases}\left|x^2+x-6\right|=(x+1)^2,\\ x+1>0,\\ x\neq 0,\\ x^2+x-6\neq 0;\end{cases}\qquad \begin{cases}x^2+x-6>0,\\ x>-1,\\ x\neq 0,\\ x^2+x-6=x^2+2x+1;\end{cases}$$

или

$$\begin{cases}x^2+x-6<0,\\ x>-1,\\ x\neq 0,\\ -x^2-x+6=x^2+2x+1;\end{cases}$$

Первая система решений не имеет, решение второй системы:

$$\begin{cases}-1<x<2,\\ x\neq 0,\\ x=-\frac{5}{2}, x=1;\end{cases}$$

X=1.

Ответ: 1.

Задание 3. **Решите уравнение**

$$\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -\frac{1}{\log_x \sqrt{5}}$$

В ответе запишите число корней уравнения.

Решение. Преобразуем уравнение с помощью свойств логарифма, учитывая, что $x \neq 1, x > 0.$

$$\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -\log_{\sqrt{5}} x,$$

$$\log_5^3 x + 3\log_5^2 x = -2\log_5 x.$$

Перенесём все члены уравнения в левую часть и разложим на множители:

$$(\log_5^2 x + 3\log_5 x + 2)\cdot\log_5 x = 0.$$

Корнями этого уравнения являются числа 1; 0,2 и 0,04. С учётом области определения получаем ,что корнями уравнения являются числа 0,2 и 0,04.

Ответ: 2.

Задание 4. Представьте, что решая некоторое уравнение, вы на каком-то шаге переходите от уравнения (1) к уравнению (2). Что произошло с корнями уравнения (1) при этом переходе?

Поставьте в колонке I знак «+», если при переходе от (1) к (2) ни один из корней (1) не потерялся, знак « - » - если потерялся;

в колонке II знак «+», если при переходе от (1) к (2) не появилось новых корней, знак « - » - если они появились;

в колонке III знак «+», если уравнения (1) и (2) равносильны, знак « - » - в противном случае.

	(1)	(2)	I	II	III
1.	$\log_2(x+2)=\log_2(3-x)$	$x+2=3-x$			
2.	$\lg(x+1)=\lg(2x+3)$	$x+1=2x+3$			
3.	$\ln(x+1)+\ln(2-x)=0$	$\ln(x+1)(2-x)=0$			
4.	$\log_x(2x+3)=1$	$x=2x+3$			
5.	$\log_{(x+2)^2}(2x+1)^2=0$	$\log_{(x+2)}(2x+1)=0$			
6.	$\log_2(x(x+9))+\log_2\frac{x+9}{x}=0$	$2\log_2(x+9)=0$			
7.	$x+3=7-x$	$\ln(x+3)=\ln(7-x)$			
8.	$x^2=2^{x+1}$	$2\ln x=(x+1)\ln 2$			

Ответы

	(1)	(2)	I	II	III
1.	$\log_2(x+2)=\log_2(3-x)$	$x+2=3-x$	+	+	+
2.	$\lg(x+1)=\lg(2x+3)$	$x+1=2x+3$	+	-	-
3.	$\ln(x+1)+\ln(2-x)=0$	$\ln(x+1)(2-x)=0$	+	+	+
4.	$\log_x(2x+3)=1$	$x=2x+3$	+	-	-
5.	$\log_{(x+2)^2}(2x+1)^2=0$	$\log_{(x+2)}(2x+1)=0$	-	+	-
6.	$\log_2(x(x+9))+\log_2\frac{x+9}{x}=0$	$2\log_2(x+9)=0$	+	-	-
7.	$x+3=7-x$	$\ln(x+3)=\ln(7-x)$	+	+	+
8.	$x^2=2^{x+1}$	$2\ln x=(x+1)\ln 2$	-	+	-

Проверь своё внимание!

1) $\log_{-3}\dfrac{x-1}{5}=?$

2) $f(x)=\log_5\left(121-x^2\right), \left(121-x^2\right)\geq 0, x\leq -11, x\geq 11.$

3) $3^{2x}=5, \log_5 3=2x, x=\dfrac{\log_5 3}{2}.$

4) $9^{2\log_3 5}=3^{4\log_3 5}=4^5.$

5) $\lg x^2=2\lg x.$

Логарифмическая «комедия 2>3».

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

верно?

$$\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{2}\right)^3,$$

$$2\lg\frac{1}{2} > 3\lg\frac{1}{2},$$

$$2<3$$

2>3.