B1
B2
B3
B4
B5
B6
B7
B8
B9
B10
B11

B12

Решение текстовых задач

- Задачи на «проценты»
- Задачи на «концентрацию смеси и сплавы»
- Задачи на «работу»
- Задачи на «движение»

Задачи на «проценты»

- Теоретический материал

Примеры задач с решениями

№1№1 №2№1 №2 №3№1 №2 №3 №4

Задачи для самостоятельного решения

№1№1 №2№1 №2 №3№1 №2 №3 №4

Самоконтроль

- Понятие процента
- Нахождение процента от числа
- Нахождение числа по его процентам
- Нахождение процентного отношения чисел

Процентом называется одна сотая часть числа.

$$1\% = \frac{1}{100} \text{ или } 1\% = 0{,}01$$

1% равен сотой части величины, поэтому вся величина равна 100%.

- Чтобы обратить десятичную дробь в проценты, нужно её умножить на 100.
- Чтобы перевести проценты в десятичную дробь, нужно разделить число процентов на 100.

Чтобы найти p % от a, нужно: $\boxed{\dfrac{a \cdot p}{100}}$.

Чтобы найти число, p % которого равно b,

нужно: $\boxed{\dfrac{b \cdot 100}{p}}$.

Чтобы найти сколько % a составляет от b,

нужно: $\boxed{\frac{a}{b} \cdot 100\%}$.

Пример №1

В двух школах поселка было 1500 учащихся. Через год число учащихся первой школы увеличилось на 10%, а второй – на 20%, и в результате общее число учащихся стало равным 1720. Сколько учащихся было в каждой школе первоначально?

Решение: Пусть первоначальное количество учащихся в первой школе x, а во второй – y.

Составим систему: $$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1{,}1x + 1{,}2y = 1720 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} x &= 800 \\ y &= 700 \end{aligned}$$

Ответ: 800; 700

Пример №2

Цену товара сперва снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15% и, наконец, после перерасчета произвели снижение еще на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Решение: Пусть *х* руб. – первоначальная цена товара, что соответствует 100%.

Тогда после I снижения цена товара будет: $x - 0{,}2x = 0{,}8x$ **(руб.).**

После II снижения: $0{,}8x - 0{,}15 \cdot 0{,}8x = 0{,}68x$ **(руб.),**

а после III снижения: $0{,}68x - 0{,}68x \cdot 0{,}1 = 0{,}612x$ **(руб.).**

Всего цена товара снизилась на: $x - 0{,}612x = 0{,}388x$ **(руб.).**

Составим пропорцию:

$$\begin{aligned} &x - 100\%, \\ &0{,}388x - y\ \%, \end{aligned} \Longrightarrow y = (0{,}388x \cdot 100\%) : x = 38{,}8\%$$

Таким образом, первоначальную цену товара всего снизили на 38,8 %.

Ответ: 38,8

Пример №3

Брюки дороже рубашки на 20% и дешевле пиджака на 46%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Решение: Пусть пиджак стоит 100руб., тогда брюки стоят 54руб.

Т.к. брюки дороже рубашки на 20%, то от стоимости рубашки они составляют 120%.

Составим пропорцию: 54 руб. – 100%

рубашка – 80%

Получаем, что рубашка стоит 45 руб. это на 55% меньше стоимости пиджака.

Ответ: 55

Пример №4

Объемы ежемесячной добычи газа на первом, втором и третьем месторождениях относятся как 7:6:14. Планируется уменьшить месячную добычу газа на первом месторождении на 14% и на втором – тоже на 14%. На сколько процентов нужно увеличить месячную добычу газа на третьем месторождении, чтобы суммарный объем добываемого за месяц газа не изменился?

Решение: Пусть x - коэффициент пропорциональности. Тогда объем ежемесячной добычи газа на первом месторождении 7x, на втором – 6x и на третьем – 14x.

Общая добыча газа на трех месторождениях: 7x+6x+14x=27x.

После уменьшения добычи газа на первом месторождении стало:
7x-0,14•7x=7x-0,98=6,02x, а на втором – 6x-0,14•6x=6x-0,84x=5,16x.

На первом и втором месторождениях после уменьшения добычи газа стало: 6,02x+5,16=11,18x.

Значит, чтобы общий объем не изменился, на третьем месторождении объем добычи газа должен быть: 27x-11,18x=15,82x;

что составляет: $\frac{15{,}82 \cdot 100}{14} = 113\%$

Следовательно, на 13% нужно увеличить месячную добычу газа на третьем месторождении.

Ответ:13

Задача №1

В двух селах было 900 жителей. Через год число жителей в первом селе уменьшилось на 10%, а во втором – на 30%. В результате в этих двух селах стало 740 жителей. Сколько жителей было в каждом селе первоначально?

Задача №2

Цену товара первоначально понизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 30% и, наконец, после пересчета произвели снижение на 50%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Задача №3

Брюки дороже рубашки на 30 % и дешевле пиджака на 22 %. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

Задача №4

Объемы ежемесячной добычи газа на первом, втором и третьем месторождениях относятся как 7:5:11. Планируется уменьшить месячную добычу газа на первом месторождении на 11% и на втором – тоже на 11%. На сколько процентов нужно увеличить месячную добычу газа на третьем месторождении, чтобы суммарный объем добываемого за месяц газа не изменился?

Ответы

№1	550; 350
№2	72
№3	40
№4	12

Задачи на «концентрацию смеси и сплавы»

- Теоретический материал

Примеры задач с решениями

№1№1 №2№1 №2 №3№1 №2 №3 №4

Задачи для самостоятельного решения

№1№1 №2№1 №2 №3№1 №2 №3 №4

Самоконтроль

В задачах этого типа обычно присутствуют следующие величины:

- ✔ c - концентрация;
- ✔ m - масса чистого вещества;
- ✔ M - масса смеси и сплава;
- ✔ p - процентное содержание вещества.

Существует следующее соотношение между этими величинами:

$$m = cM$$

$$M = \frac{m}{c}$$

$$p = c \cdot 100\%$$

$$c = \frac{m}{M}$$

$$c = \frac{p}{100\%}$$

Пример №1

Свежие яблоки содержат 80% воды, а сушеные 10%. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 6 кг сушеных?

Решение: Если в сушеных яблоках содержится 10% воды, то сухое вещество составляет 90%. Найдем массу сухого вещества в 6 кг сушеных яблок: 6•0,9=5,4 кг. Та же масса сухого вещества была и в свежих яблоках(т.к масса сухого вещества не меняется), и она составляла 20% от их массы. Найдем массу свежих яблок: 5,4:0,2=27кг.

Ответ: 27

Пример №2

Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

Решение: Пусть х кг олова стало в новом сплаве.

45 % составляет 0,45 всего сплава, поэтому в сплаве содержится меди 0,45 · 12 = 5,4 кг, а олова (12 – 5,4) = 6,6 кг. В новом сплаве медь будет составлять 40 %, а олово – 60 %. Составим пропорцию: 5,4 кг – 40 %

х кг – 60 % $\Rightarrow$ х=8,1 кг

В новом сплаве олова 8,1 кг, следовательно, добавка олова составила (8,1 – 6,6) = 1,5 кг.

Ответ: 1,5

Пример №3

Смешали 30%-ый раствор соляной кислоты с 10%-ым и получили 600г 15%-го раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Решение: Пусть взяли х г первого раствора, у г – второго раствора, тогда масса третьего раствора – (х + у).

Определим количество растворенного вещества в первом, втором, третьем растворах, т.е. найдем 30% от х, 10% от у, 15% от 600.

Составим систему:

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0{,}3x + 0{,}1y = 90 \end{cases}$$

Получаем: х=150; у=450

Ответ: 150; 450

Пример №4

Имеются два куска сплава меди и цинка с процентным содержанием меди 42% и 65% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив, получить сплав, содержащий 50% меди?

Решение: Пусть х масса первого сплава, а второго – у.

Составим уравнение: 0,42х+0,65у=0,5(х + у). В этом уравнении две неизвестных, а в задаче требуется найти их отношение $\frac{x}{y}$.

Решив уравнение, получим: 15у = 8х

х : у = 15 : 8

Ответ: 15:8

Задача №1

В свежих грибах 70% влаги, а в сушеных 10%. Сколько килограммов свежих грибов надо собрать, чтобы получить 30кг сушеных?

Задача №2

Кусок сплава меди и цинка массой 36 кг , содержит 45% меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску , чтобы полученный новый сплав содержал 60% меди.

Задача №3

Смешали 10%-ный и 25%-ный растворы соли и получили 3 кг 20%-ного раствора. Какое количество каждого раствора в килограммах было использовано?

Задача №4

Имеются два куска сплава золота и меди с процентным содержанием золота 30% и 55% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы, переплавив, получить сплав, содержащий 50% золота?

Ответы

№1	90
№2	13,5
№3	1; 2
№4	3:2

Задачи на «работу»

- Теоретический материал

Примеры задач с решениями

№1№1 №2№1 №2
№3№1 №2 №3
№4

Задачи для самостоятельного решения

№1№1 №2№1 №2
№3№1 №2 №3
№4

Работу характеризуют три компонента действия:

- t - время работы,
- A - работа,
- P - производительность (количество произведенной работы в единицу времени).

Существует следующие соотношение между этими компонентами:

$$t = \frac{A}{P}$$

$$A = P \cdot t$$

$$P = \frac{A}{t}$$

В тех задачах, в которых объем выполняемой работы не задан, вся работа принимается за 1.

Пример №1

На изготовление 9 деталей первый рабочий тратит на 8 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 45 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

<u>Решение:</u> Пусть х деталей в час делает второй рабочий, тогда первый делает в час – (х+4) детали.

Составим уравнение: $\frac{45}{x} - \frac{9}{(x+4)} = 8$ **,преобразовав его получаем**

квадратное уравнение: $2x^2 - x - 45 = 0$ **,корни которого**

равны: $x_1 = 5$ **;** $x_2 = -4{,}5$ **(посторонний корень)**

Ответ:5

Пример №2

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 575 литров она заполняет на 2 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 600 литров?

<u>Решение:</u> Пусть х литров в минуту пропускает вторая труба, тогда первая труба пропускает (х-1) литров в минуту.

Составим уравнение: $\frac{600}{x-1} - \frac{575}{x} = 2$, преобразовав его

получаем квадратное уравнение: $2x^2 - 27x - 575 = 0$, корни

которого равны: $x_1 = 25$; $x_2 = -11{,}5$ (посторонний корень)

Ответ: 25

Пример №3

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 ч. Через 5 ч после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

Решение: Примем всю работу за 1.

Производительность каждого рабочего равна $\frac{1}{15}$.

За 5 часов первый рабочий выполнил: $\left(\frac{1}{15}\right)\cdot 5=\frac{1}{3}$ всей работы.

Поэтому, работая совместно, они выполнили: $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ всей работы.

Совместная производительность двух рабочих равна: $\frac{1}{15}\cdot 2=\frac{2}{15}$

Тогда $\frac{2}{3}$ оставшейся работы они выполнят за $\frac{2}{3}\div\frac{2}{15}=5$ часов.

Значит, вся работа будет выполнена за $5+5=10$ часов.

Ответ: 10

Пример №4

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

Решение: Примем всю работу за 1. Пусть x дней будет работать первый рабочий, а второй – y дней.

Т.к. двое рабочих могут выполнить работу за 12 дней, составим первое уравнение: $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{12}$.

Т.к. первый рабочий за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй за три дня, то составим второе уравнение: $\frac{2}{x}=\frac{3}{y}$.

Получаем систему: $\begin{cases}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{1}{12}\\ \frac{2}{x}=\frac{3}{y}\end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} x=20 \\ y=30\end{matrix}$

Ответ: 20

Задача №1

На изготовление 63 деталей первый рабочий затрачивает на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 72 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

Задача №2

Первая труба пропускает на 4 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 480 литров она заполняет на 8 минут позже, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 384 литров?

Задача №3

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 8 часов. Через 2 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. За сколько часов был выполнен весь заказ?

Задача №4

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 6 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 2 дня?

Ответы

№1	8
№2	20
№3	5
№4	10

Задачи на «движение»

- Теоретический материал

Примеры задач с решениями

№1№1 №2№1 №2 №3№1 №2 №3 №4№1 №2 №3 №4 №5

Задачи для самостоятельного решения

№1№1 №2№1 №2 №3№1 №2 №3 №4 №5

Самоконтроль

Задачи на движение обычно содержат следующие величины:

- *t* – время,
- *v* – скорость,
- *S* – расстояние.

Связь между ними выражается формулами:

$$v = \frac{S}{t}$$

$$S = v \cdot t$$

$$t = \frac{S}{v}$$

В задачах на движение по реке необходимо помнить следующие формулы:

Vпо теч. =V соб. + V теч.

Vпротив теч. =V соб.-V теч.

Vсоб. =(Vпо теч. +Vпротив теч.)

Пример №1

Два велосипедиста одновременно отправились в 130-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Решение: Пусть x км/ч скорость первого велосипедиста, тогда скорость второго – (x-3) км/ч.

Составим уравнение: $\frac{130}{x-3} - \frac{130}{x} = 3$, преобразовав его

получаем квадратное уравнение: $x^2 - 3x - 130 = 0$,корни которого

равны: $x_1 = 13$; $x_2 = -10$ (посторонний корень)

Ответ: 13

Пример №2

Лодка в 5:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 30 км от A. Пробыв в пункте B 2 часа, лодка отправилась назад и вернулась в пункт A в 23:00. Определите (в км/ч) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.

<u>Решение:</u> Пусть x – собственная скорость лодки, тогда скорость лодки по течению (x+1), а против течения – (x-1).

Т.к. нужно найти собственную скорость лодки, определим, сколько времени лодка находилась в движении: 23:00 - 5:00 - время остановки = 18 - 2=16 часов

Составим уравнение: $\frac{30}{x+1}+\frac{30}{x-1}=16$, преобразовав его получаем

квадратное уравнение: $4x^2-15-4=0$, корни которого

равны: $x_1=4$; $x_2=-0,25$ (посторонний корень)

Ответ: 4

Пример №3

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 30 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 20 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть x - скорость первого автомобилиста, 1 – длина всего пути.

Составим уравнение: $\frac{1}{x} = \frac{1}{(2 \cdot 30)} + \frac{1}{2(x+20)}$ **, преобразовав его**

получаем квадратное уравнение: $x^2 - 10x - 1200 = 0$ **, корни которого**

равны: $x_1 = 40$; $x_2 = -30$ **(посторонний корень)**

Ответ:40

Пример №4

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо платформы, длина которой 300 м, за 30 с. Найдите длину поезда в метрах.

Решение: Пусть x – собственная длина поезда.

Составим уравнение: 300м + x = 90км/ч · 30с

Переведем всё в км и ч: 0,3км + x = 90км/ч · $\frac{1}{120}$ ч

0,3км + x = 0,75км

x = 0,45км или 450м

Ответ:450

Пример №5

Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 38 км/ч, а вторую – со скоростью 57 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

<u>Решение:</u> Пусть весь путь - 2S

$\frac{S}{38}$ - время, за которое автомобиль проехал первую половину трассы

$\frac{S}{57}$ - время, за которое автомобиль проехал вторую половину трассы

$\frac{S}{38}+\frac{S}{57}=\frac{95S}{2166}$ - всё время

Средняя скорость = весь путь/всё время

Средняя скорость = $\frac{2S}{\frac{95S}{2166}}=2\cdot\frac{2166}{95}=45{,}6$

Ответ: 45,6

Задача №1

Два велосипедиста одновременно отправились в 108-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Задача №2

Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 30 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 40 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 21:00. Определите (в км/ч) собственную скорость баржи, если известно, что скорость течения реки 2 км/ч.

Задача №3

Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 16 км/ч, а вторую половину пути проехал со скоростью 96 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 57 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Задача №4

Поезд, двигаясь с постоянной скоростью 60 км/ч, проезжает мимо платформы длиной 300 м за 30 с. Найдите длину поезда (в метрах).

Задача №5

Первую половину трассы автомобиль проехал со скоростью 90 км/ч, а вторую – со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Ответы

№1	12
№2	7
№3	64
№4	200
№5	72