

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

В4. В треугольнике ABC BD — биссектриса (см. рис. 20). Угол A равен 94° , угол ABD равен 7° . Найдите градусную меру угла C .

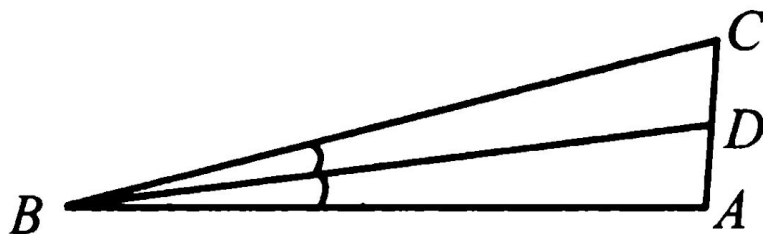


Рис. 20.



В6. Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис. 21). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

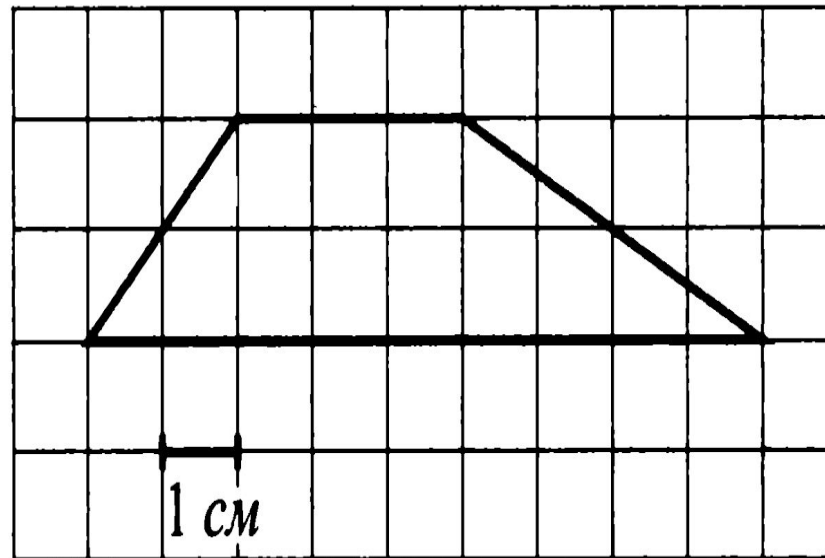
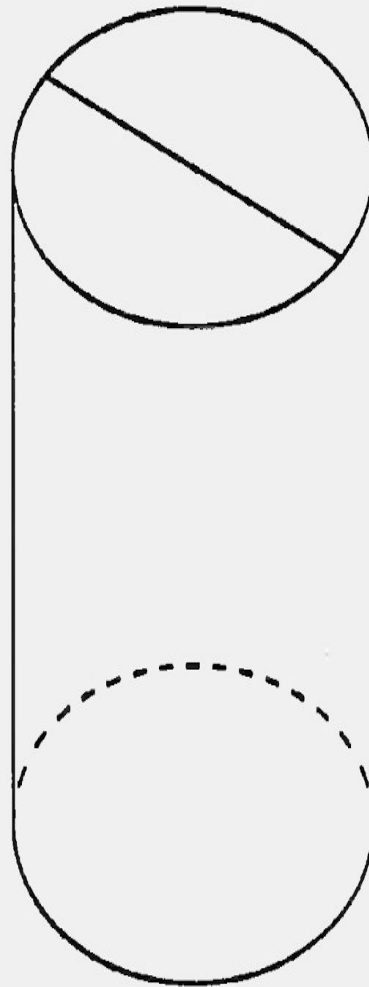


Рис. 21.



B9

Площадь боковой поверхности цилиндра равна 18π , а диаметр основания равен 9. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: 2.



В9. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 3 (см. рис. 23). Найдите объём параллелепипеда.

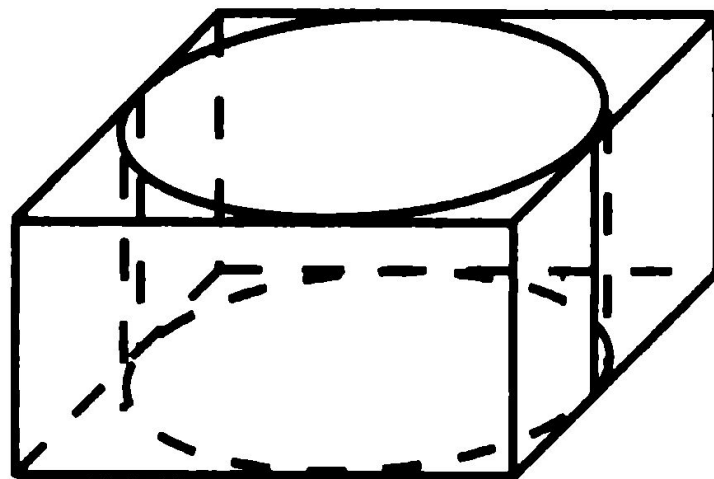


Рис. 23.



С2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все рёбра которой равны 5, найдите расстояние от точки C до прямой $D_1 E_1$.



В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 18$,
 $\sin \angle A = \frac{1}{3}$. Найдите BH .



В9. Объём куба равен 20. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины (см. рис. 31).

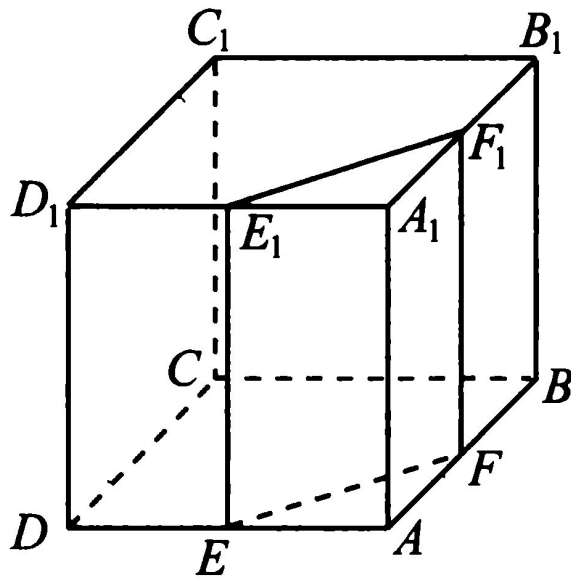


Рис. 31.



C2

В правильной шестиугольной пирамиде $SABCDEF$, стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите угол между прямыми SB и CD .



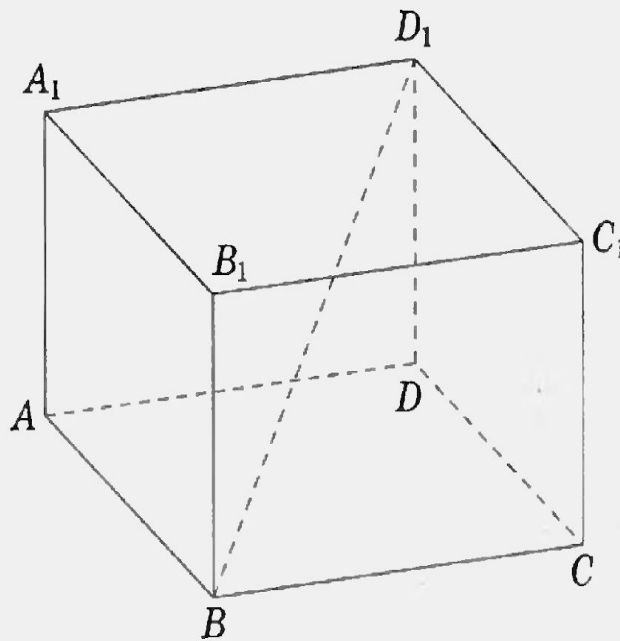
B6

В треугольнике ABC AD — биссектриса, угол C равен 53° , угол CAD равен 39° .
Найдите угол B . Ответ дайте в градусах.



В9

В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $BD_1 = 6$; $CC_1 = 2$; $AD = \sqrt{7}$. Найдите длину ребра $D_1 C_1$.



В4. PQ и KF — диаметры окружности с центром в точке O (см. рис. 36). Угол PQF равен 42° . Найдите угол KOP . Ответ дайте в градусах.

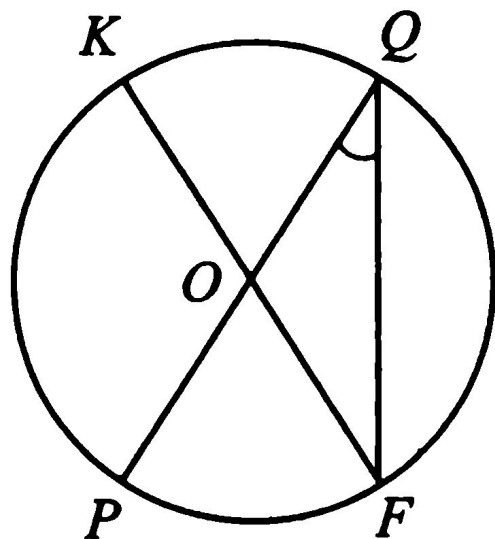


Рис. 36.



C2

В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки B до прямой $E_1 F_1$.



C4

В треугольнике ABC $AB = 7$, $BC = 9$, $CA = 4$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD:DC = 1:5$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB , касаются стороны AD в точках E и F . Найдите длину отрезка EF .



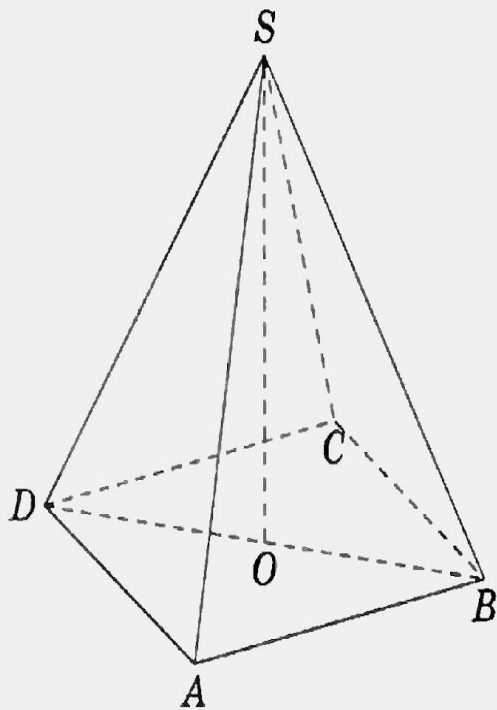
B6

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 12$, $\cos A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите высоту CH .



В9

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O — центр основания, S — вершина, $SO = 12$, $BD = 18$. Найдите боковое ребро SA .



В6. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты $(1; 1)$, $(1; 4)$, $(10; 0)$, $(10; 7)$ (см. рис. 37).

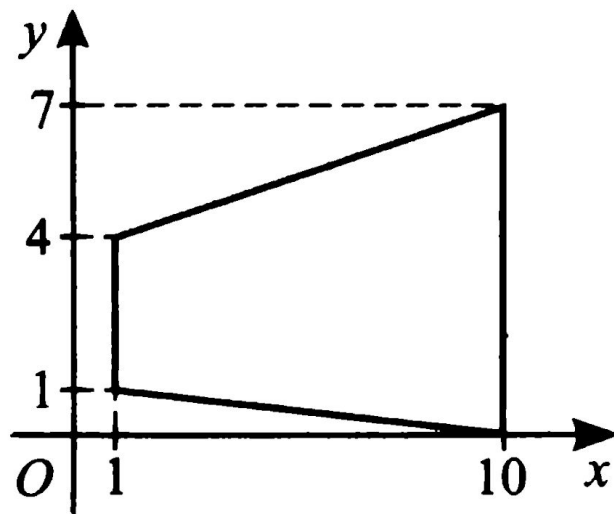


Рис. 37.



В6. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты $(1; 2)$, $(1; 5)$, $(10; 3)$, $(10; 8)$ (см. рис. 41).

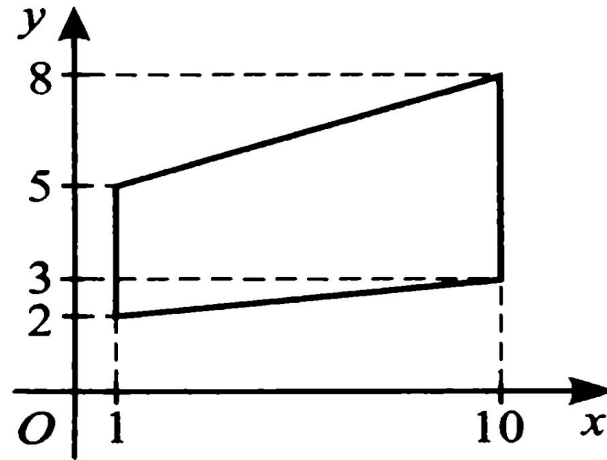


Рис. 41.



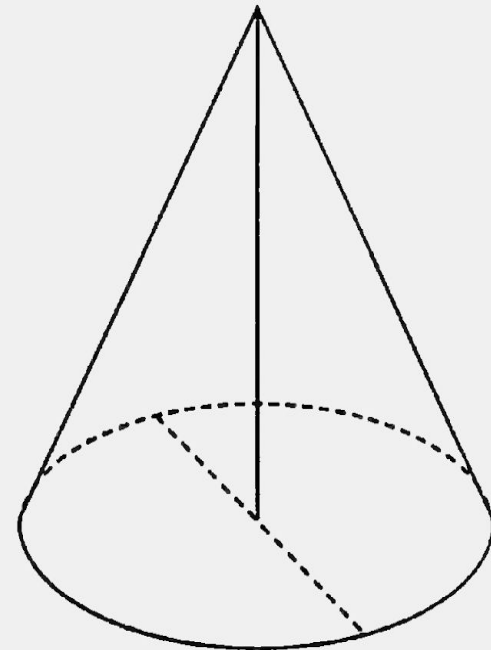
C4

Основание равнобедренного треугольника равно 40, косинус угла при вершине равен $\frac{15}{17}$. Две вершины прямоугольника лежат на основании треугольника, а две другие — на боковых сторонах. Найдите площадь прямоугольника, если известно, что одна из его сторон вдвое больше другой.



B9

Высота конуса равна 5, а диаметр основания — 24.
Найдите образующую конуса.



В9. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1. Найдите объем параллелепипеда (см. рис. 38).

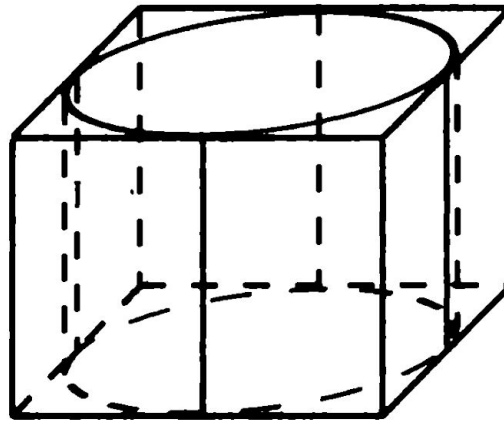
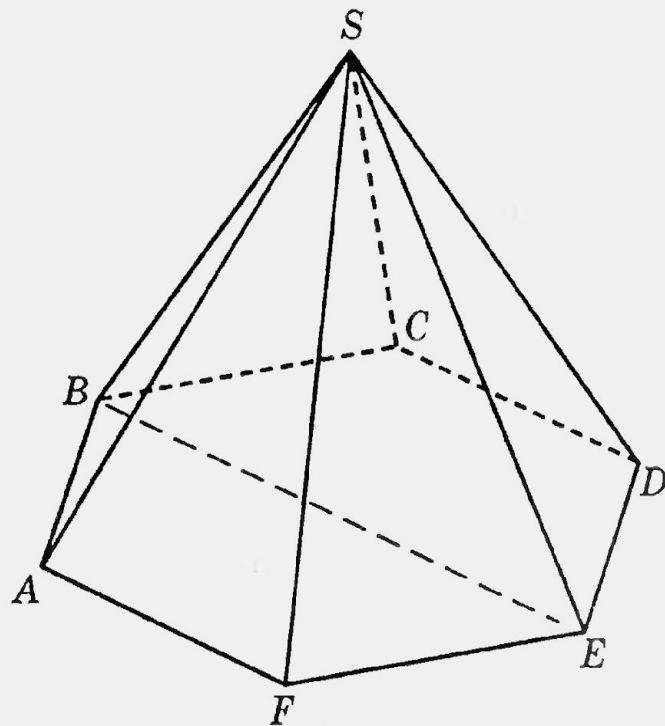


Рис. 38.



Решение.

Вместо прямой CD рассмотрим параллельную ей прямую BE . Искомый угол равен углу SBE . Треугольник SBE равносторонний, поскольку $BE=2$. Значит, $\angle SBE = 60^\circ$

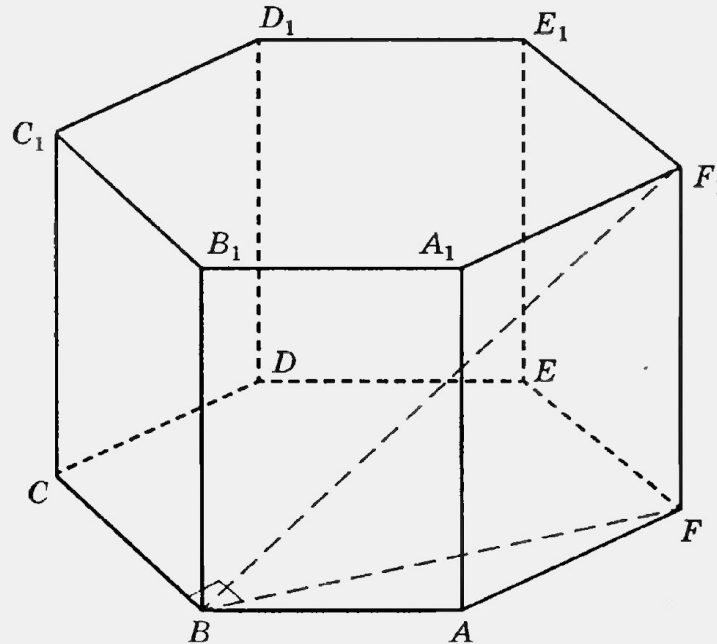


Ответ: 60° .



Решение.

Проведем отрезки BF и BF_1 . $BF \perp BC$, поскольку $\angle CBA = 120^\circ$, а $\angle ABF = 30^\circ$. BF — проекция BF_1 на плоскость основания. По теореме о трех перпендикулярах $BF_1 \perp BC$ и, значит, $BF_1 \perp E_1F_1$. Таким образом искомое расстояние — длина отрезка BF_1 .



Рассмотрим треугольник BFF_1 . Он прямоугольный, $BF = \sqrt{3}$, $FF_1 = 1$. По теореме Пифагора находим: $BF_1 = \sqrt{3+1} = 2$.

Ответ: 2.



Решение.

Пусть $AD=d$, $BD=x$, $DC=y$. Подсчитывая разными способами периметры треугольников ADC и ABD , получаем: $DE = \frac{d+y-4}{2}$, $DF = \frac{d+x-7}{2}$. Возможны два случая.

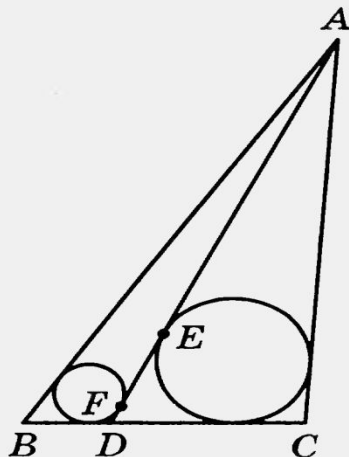


Рис. 1

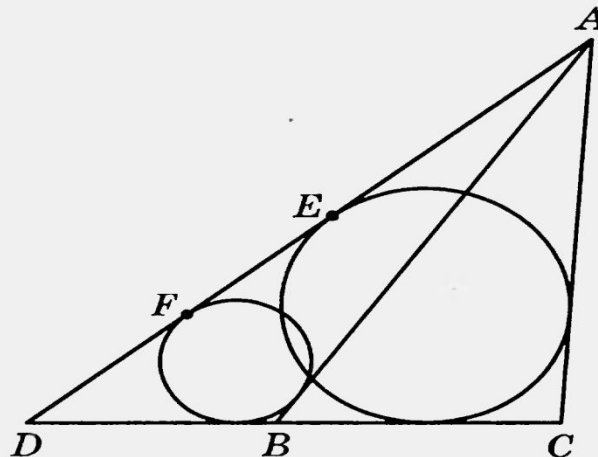


Рис. 2

1. Точка D лежит на отрезке BC (рис. 1). Тогда $x=1,5$, $y=7,5$. Значит, $EF = \frac{3+y-x}{2} = 4,5$.
2. Точка D лежит вне отрезка BC (рис. 2). Тогда $x = \frac{9}{4}$, $y = x + 9 = \frac{45}{4}$. Значит, $EF = 6$.

Ответ: 4,5 или 6.



Решение.

Пусть вершины K и L прямоугольника $KLMN$ лежат на основании BC равнобедренного треугольника ABC (точка K — между B и L), а вершины M и N — на боковых сторонах AC и AB соответственно.

Обозначим $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABC = \angle ACB = \beta$. Тогда

$$\cos \alpha = \frac{15}{17}, \quad \sin \alpha = \frac{8}{17}, \quad \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 + \frac{15}{17}}{\frac{8}{17}} = 4.$$

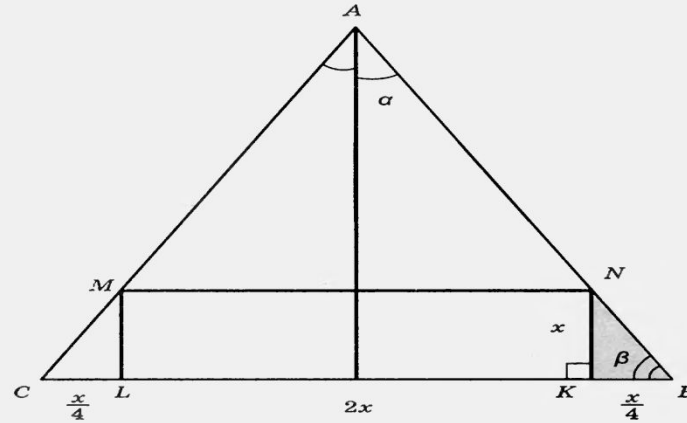


Рис. 1

Предположим, что сторона KL прямоугольника вдвое больше его стороны KN . Положим $KN = x$, $KL = 2x$. Из прямоугольного треугольника BKN находим, что $BK = KN \operatorname{ctg} \alpha = \frac{x}{4}$. Тогда $LC = BK = \frac{x}{4}$, а так как $KL = MN = 2x$, то

$$BC = BK + KL + LC = \frac{x}{4} + 2x + \frac{x}{4} = \frac{5}{2}x = 40,$$

откуда $x = 16$. Тогда $KL = 2x = 32$. Следовательно,

$$S_{KLMN} = KL \cdot KN = 16 \cdot 32 = 512.$$

Пусть теперь сторона KN прямоугольника вдвое больше его стороны KL . Положим $KL = y$, $KN = 2y$. Из прямоугольного треугольника BKN находим, что $BK = KN \operatorname{ctg} \alpha = \frac{y}{2}$. Тогда $LC = BK = \frac{y}{2}$, а так как $KL = MN = y$, то

$$BC = BK + KL + LC = \frac{y}{2} + y + \frac{y}{2} = 2y = 40,$$

откуда $y = 20$. Тогда $KN = 2y = 40$. Следовательно,

$$S_{KLMN} = KL \cdot KN = 20 \cdot 40 = 800.$$

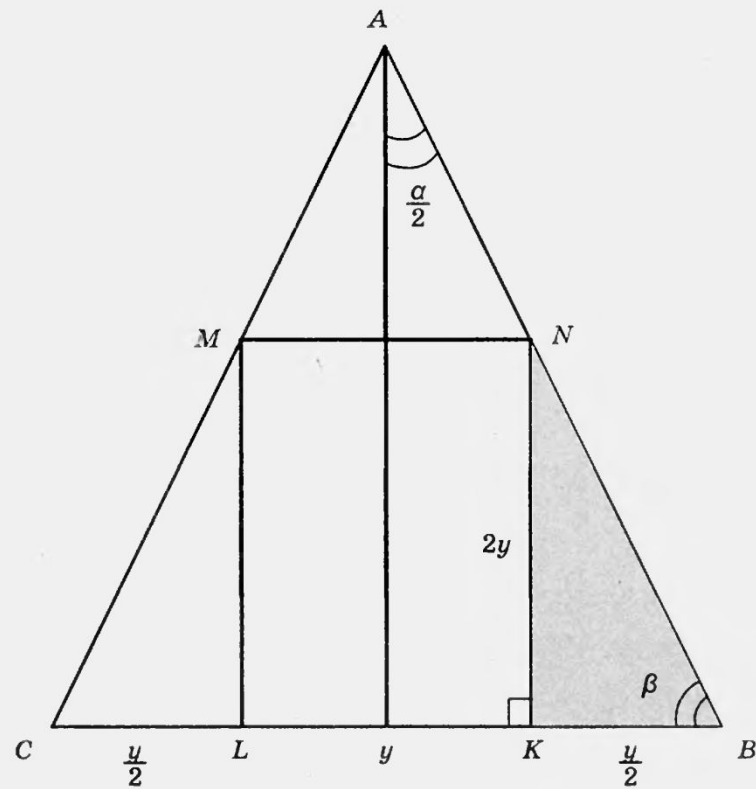


Рис. 2

Ответ: 512 или 800.

