Конспект лекций по электротехнике

Подготовлен:
Степановым К.С., Беловой Л.В.,
Кралиным А.А., Панковой Н.Г.

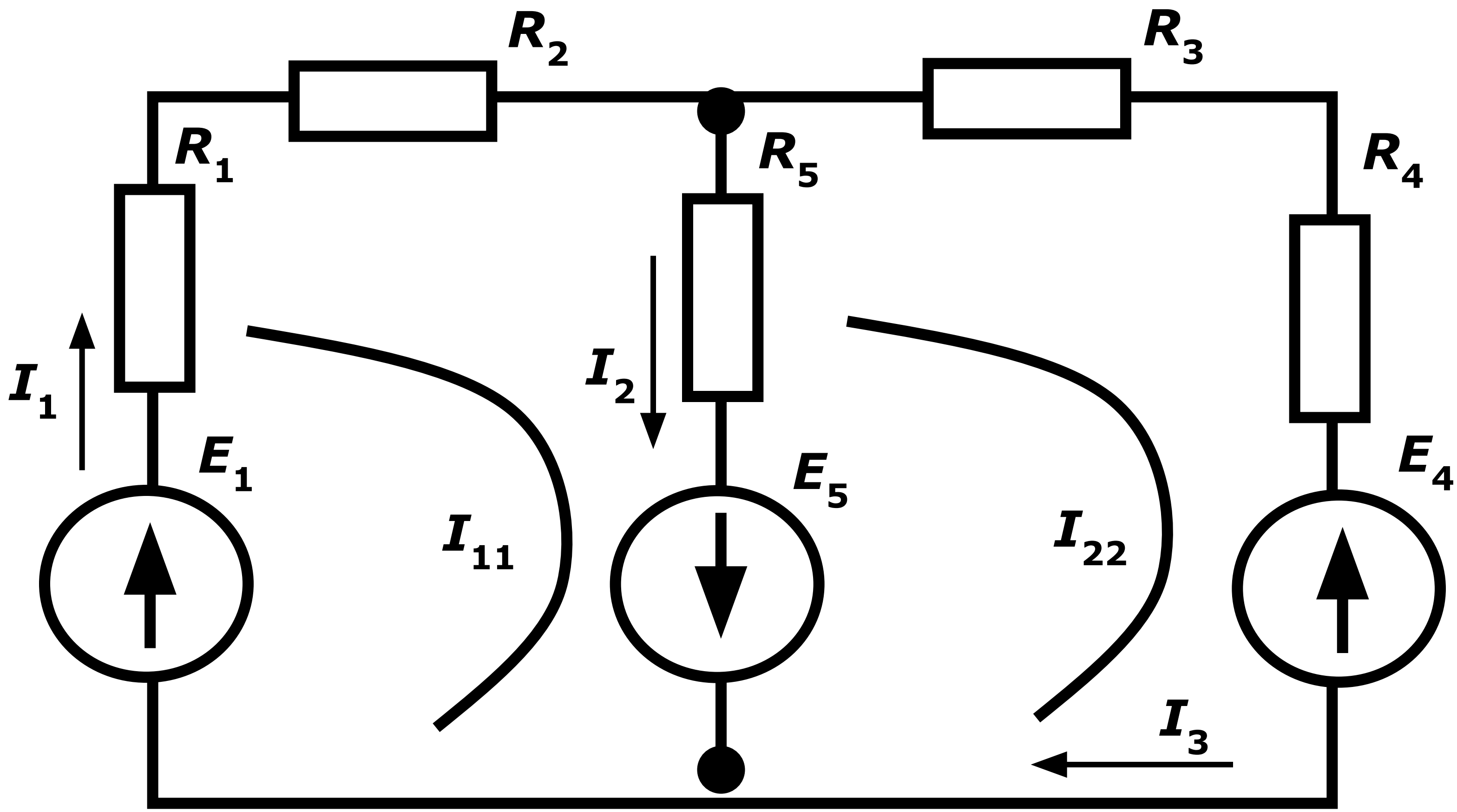
Кафедра теоретической и общей электротехники.

Лекция 5

Методы расчёта электрических цепей

Метод контурных токов

Пусть задана схема, определить токи в ветвях.



Метод контурных токов

- При расчете методом контурных токов полагают, что в каждом независимом контуре схемы течет свой контурный ток. Уравнения составляют относительно контурных токов, после чего через них определяют токи ветвей.

Метод контурных токов

- Уравнение для первого контура

$$(R_1 + R_2)I_{11} + R_5(I_{11} - I_{22}) = E_1 + E_5$$

- Уравнение для второго контура

$$-R_5(I_{11} - I_{22}) + (R_3 + R_4)I_{22} = -E_3 - E_4$$

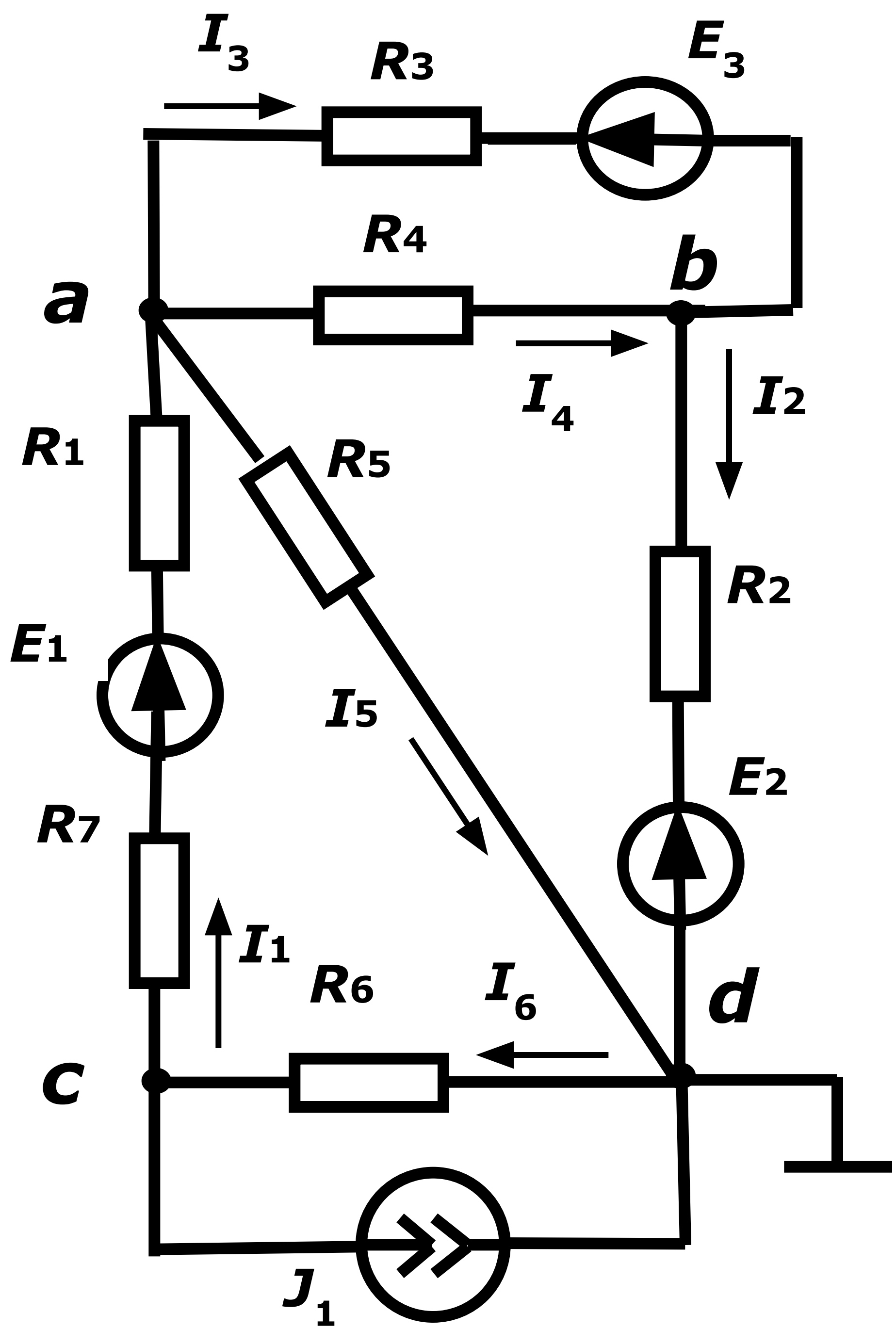
- Выражения для токов в ветвях

$I_1 = I_{11}$; $I_2 = I_{11} - I_{22}$; $I_3 = I_{22}$.

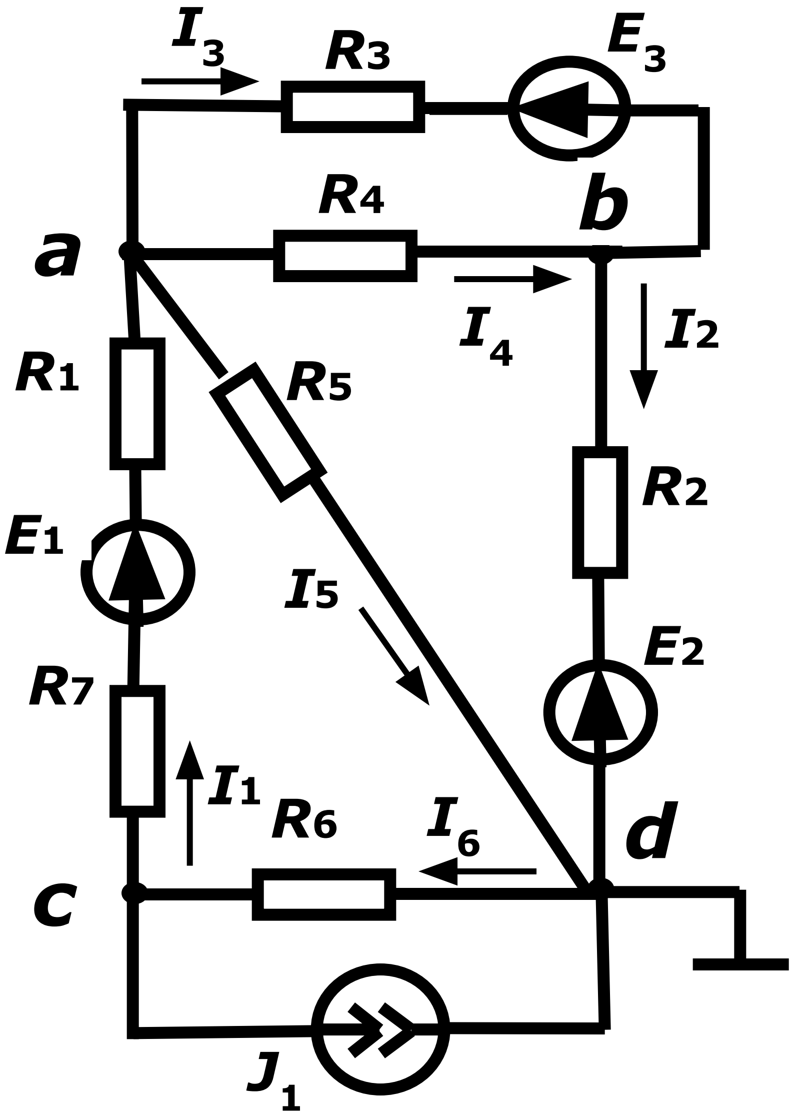
Метод узловых потенциалов

Метод узловых потенциалов

- Основан на применении 1-го закона Кирхгофа
- Пусть требуется составить уравнения по методу узловых потенциалов для узлов ***a,b,c*** нижеприведённой схемы. Потенциал узла ***d*** приравниваем к 0.


I3
R3
E3
R4
a
b
I4
I2
R1
R5
R2
E1
I5
E2
R7
I1
R6
I6
d
c
J1

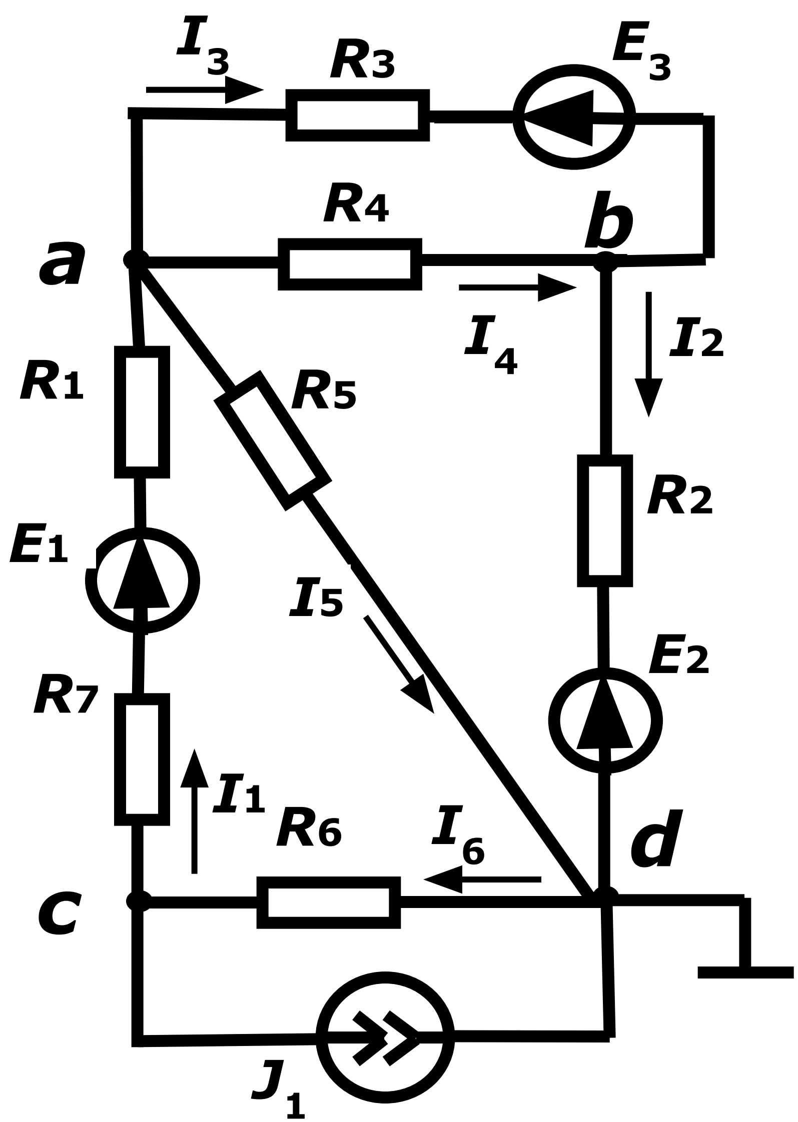
Для узла ***a:*** - $\boldsymbol{\phi_a(1/(z_1+z_7) + 1/z_3 + 1/z_4 + +1/z_5) - }$
$\boldsymbol{-\phi_b(1/z_3 + 1/z_4) - \phi_c(1/(z_1+z_7)) = E_1/(z_1+z_7) +}$
$\boldsymbol{+ E_3/z_3 = J_a}$



Для узла ***b***: -

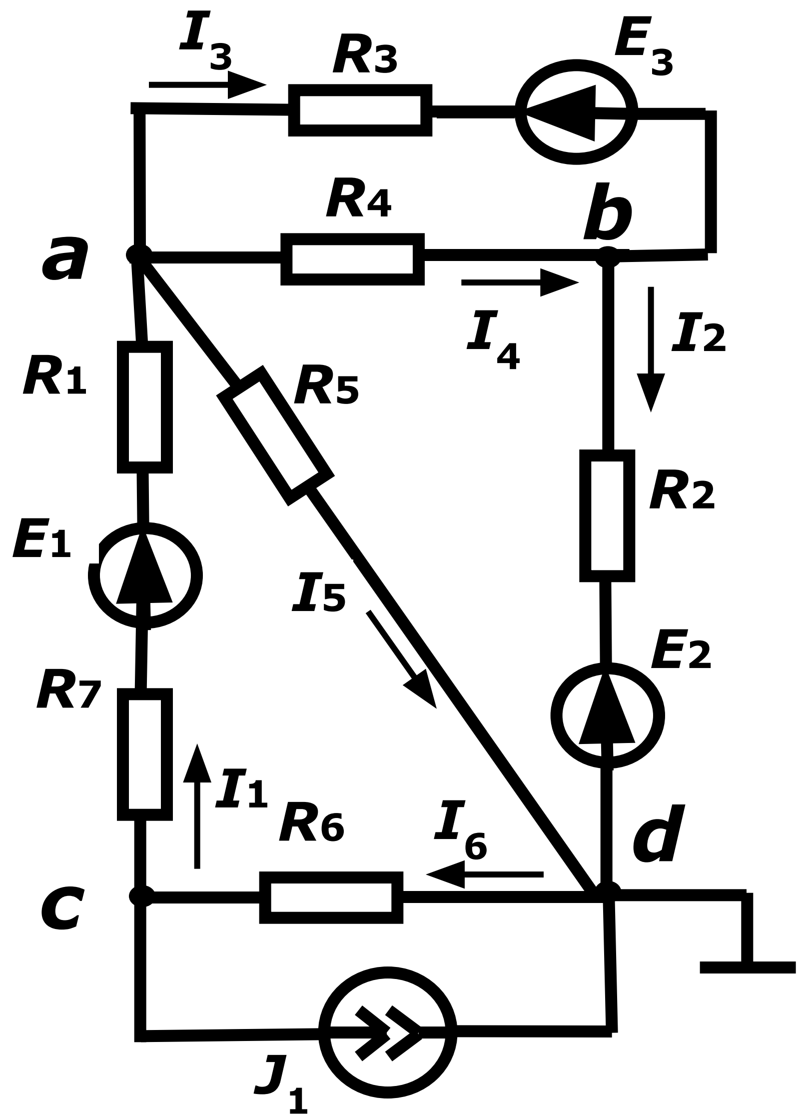
$$\phi_a(1/z_3+1/z_4)+\phi_b(1/z_3+1/z_4+1/z_2)=E_2/z_2-E_3/z_3=J$$

b



Для узла $\boldsymbol{c}$:

$$-\phi_a/(z_1+z_7)+\phi_c(1/(z_1+z_7)+1/z_6)=-E_1/(z_1+z_7)-J_1=J_c$$



*В общем виде уравнение для **k**-го узла:*

$$\varphi_k \cdot \sum_l \mathrm{Y}_{kl} - \varphi_l \cdot \sum_l \mathrm{Y}_{kl} = \sum_l \mathrm{Y}_{kl} \cdot \mathrm{E}_k + \sum_l J_k$$

ΣYkl - сумма узловых проводимостей ***k***-го узла, представляя собой сумму проводимостей ветвей, подключенных к ***k***-му узлу. Это собственная про водимость ***k***-го узла.

ΣJk - алгебраическая сумма источников токов ветвей, подключённых к к-му узлу.

ΣEk*Ykl - алгебраическая сумма произведений ***E*** ветвей, сходящихся в ***k***-м узле на проводимости этих ветвей.

Правило:

*Если ЭДС **E,** или ток источника **J** направлены к узлу, то в правой части уравнения перед этими слагаемыми ставится знак **"+"**.*

Система уравнений для потенциалов узлов будет иметь вид:

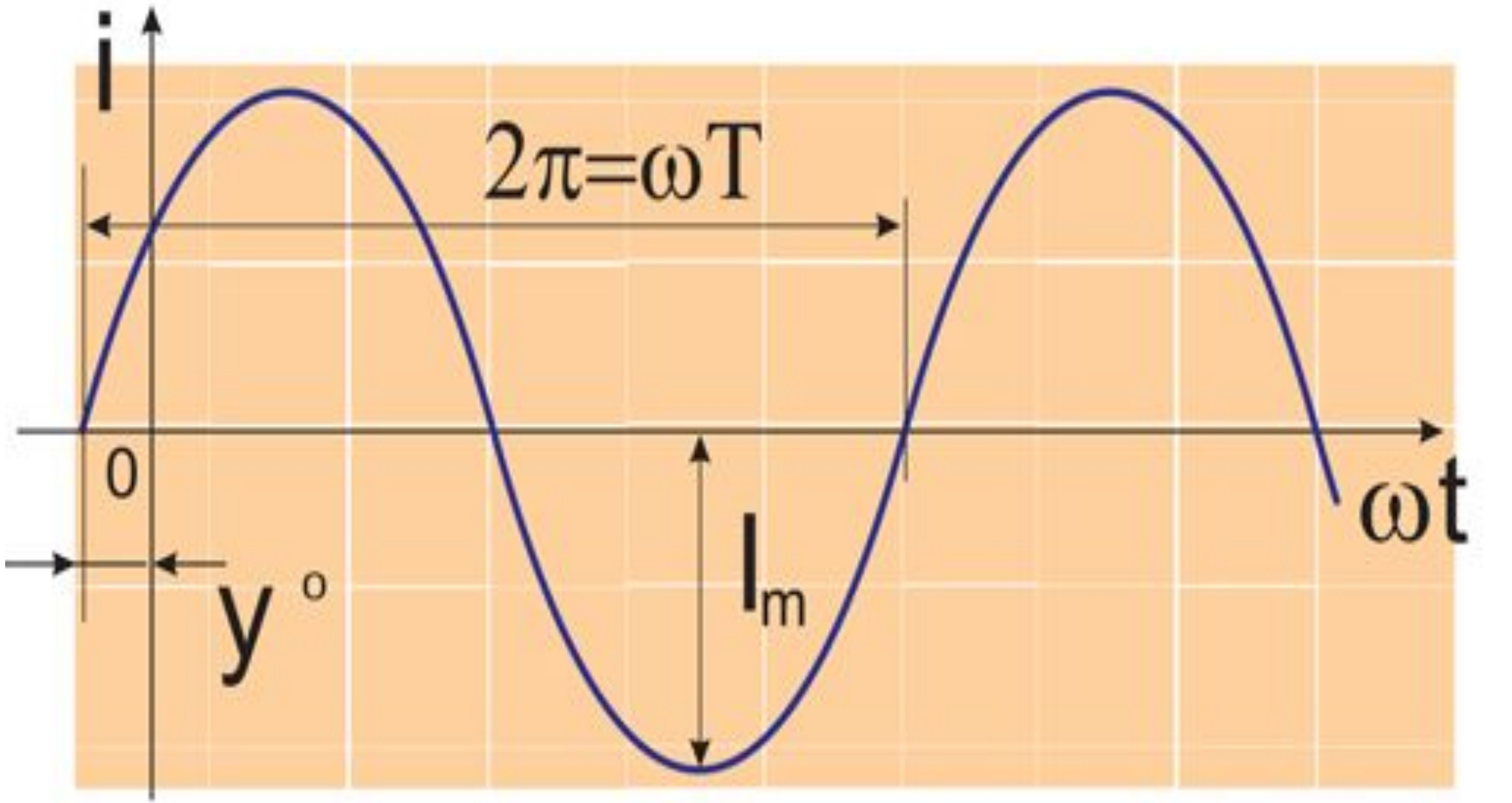
- $\boldsymbol{\varphi_a \cdot Y_{aa} + \varphi_b \cdot Y_{ab} - \varphi_c \cdot Y_{ac} = J_a}$
- $\boldsymbol{\varphi_a \cdot Y_{ba} + \varphi_b \cdot Y_{bb} = J_b}$
- $\boldsymbol{\varphi_a \cdot Y_{ca} + \varphi_c \cdot Y_{cc} = J_c}$

Метод узловых потенциалов

- Решая систему относительно потенциалов и тогда токи в ветвях определяться следующим образом:
- $I_1=(\varphi_c-\varphi_a+E_1)Y_1$; $I_4=(\varphi_a-\varphi_b)Y_4$;
  $I_2=(\varphi_b-E_2)Y_2$; $I_5=Y_5\varphi_a$;
- $I_3=(\varphi_a-\varphi_b-E_3)Y_3$; $I_6=Y_6\varphi_c$.

Переменный ток.

Синусоидальный ток



Синусоидальный ток

I_m - амплитудное значение тока

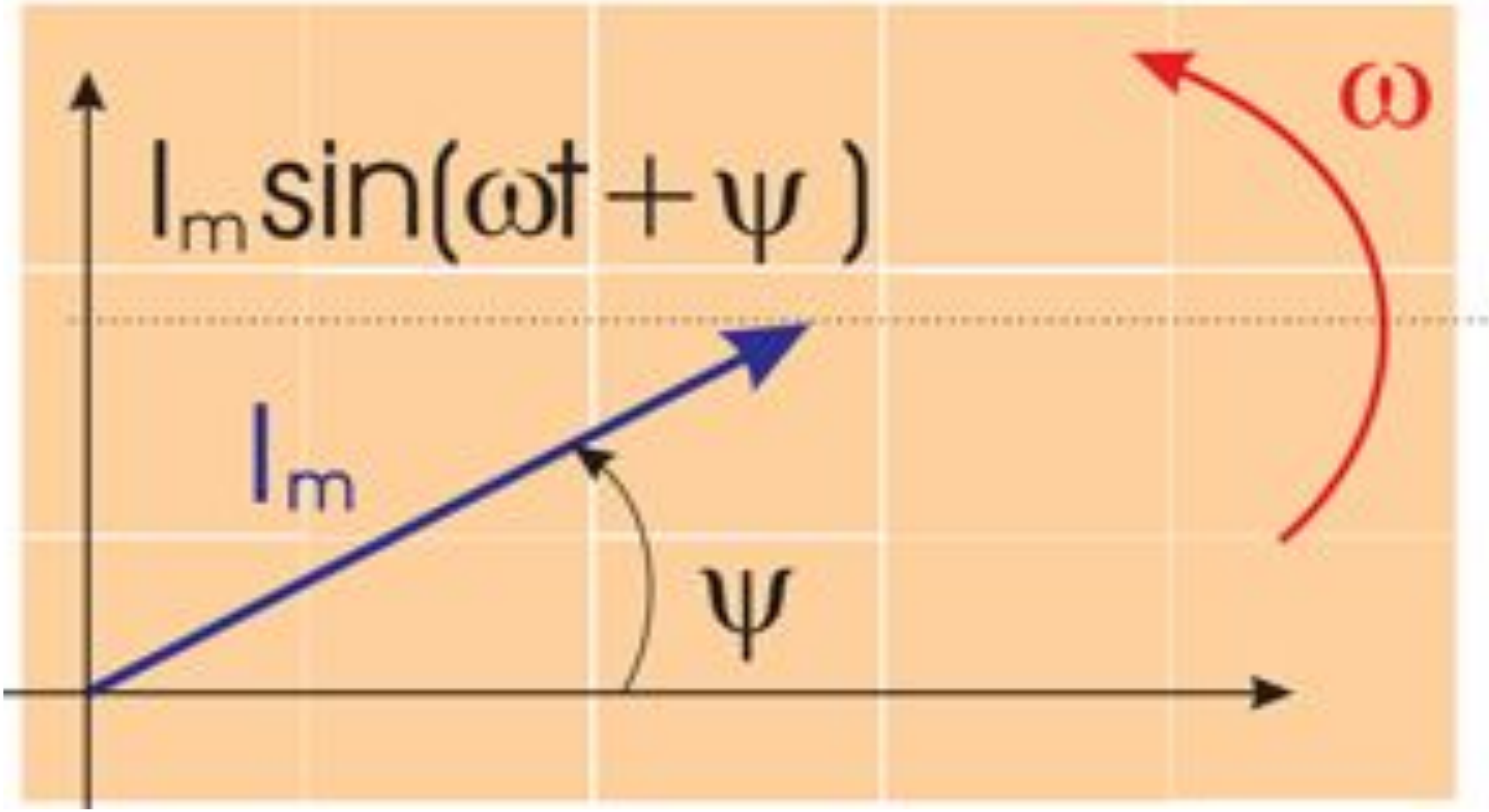
T, с - период синусоиды

$1/T = f$, Гц - циклическая частота

$\omega = 2\pi f$, $1/с$ - круговая частота

ψ, Град(рад) - начальная фаза

Представление синусоиды вращающимся вектором



ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

- Переменным током называется ток, величина и направление которого изменяются во времени.
- Мгновенное значение переменного тока определяется выражением:

$$i(t) = I_m \sin(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_i) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

- Действующим значением переменного тока называется среднеквадратичное значение тока за период

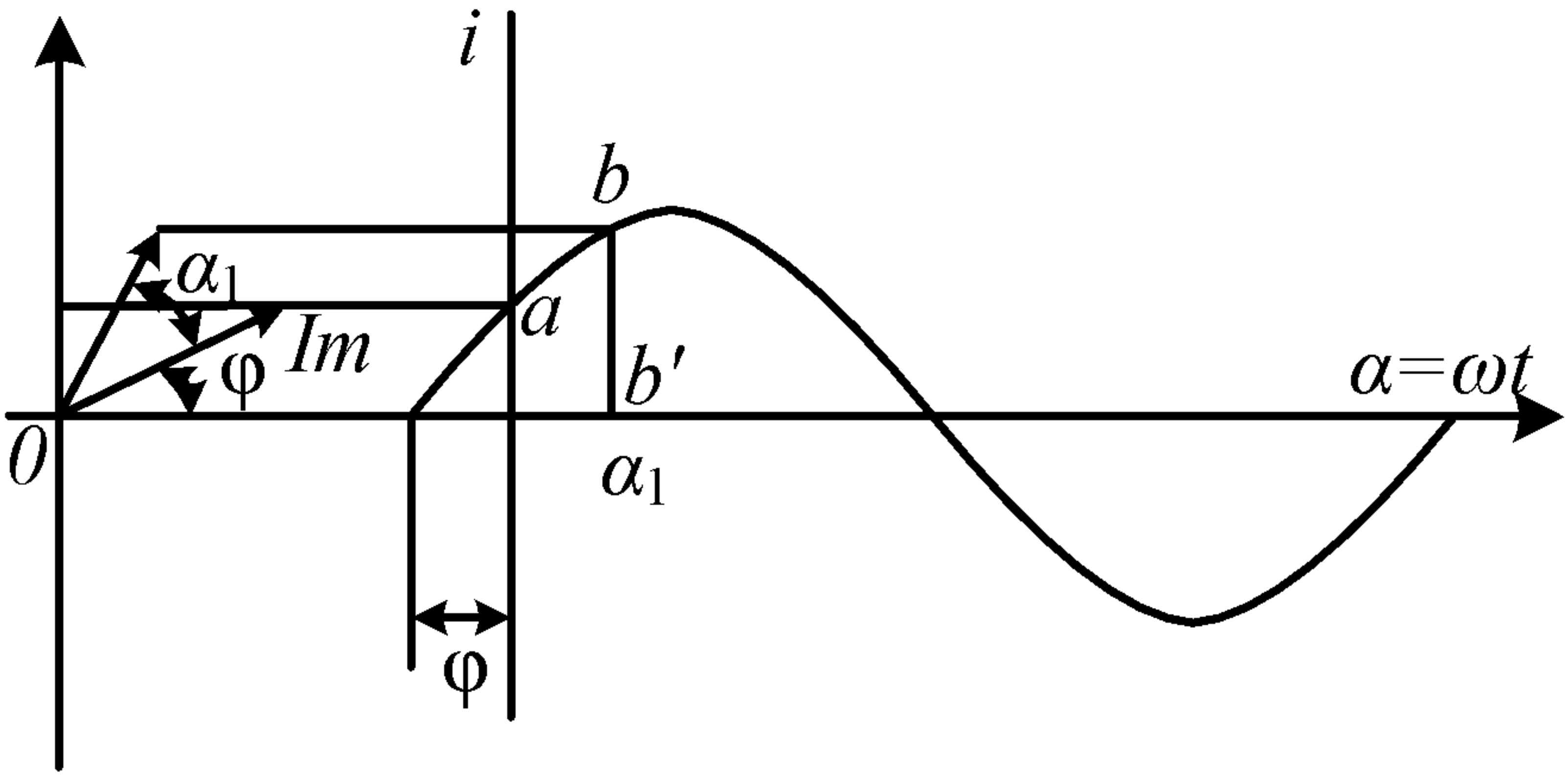
Действующее значение переменного тока

Измеряют приборы электромагнитной системы

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

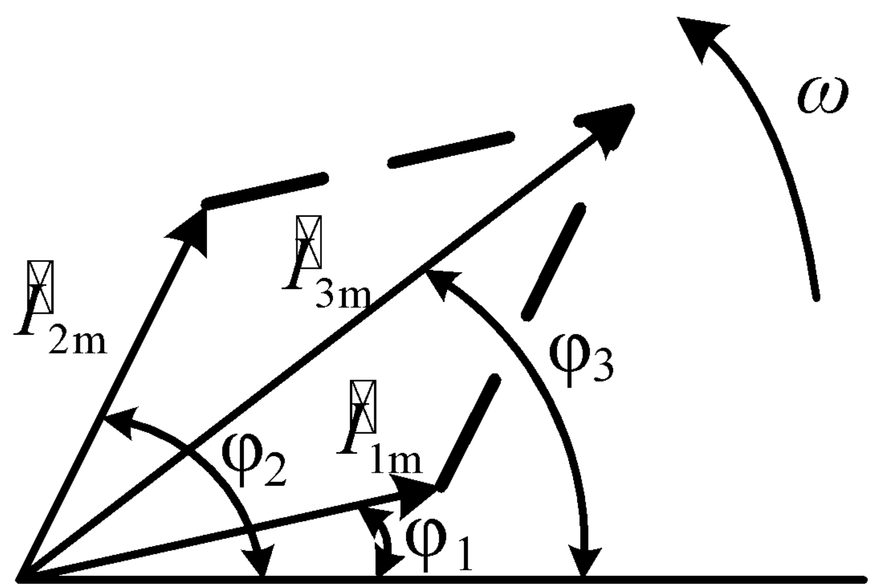
ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

- Начальная фаза φ и текущая - α_1 поясняются следующим рисунком



ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

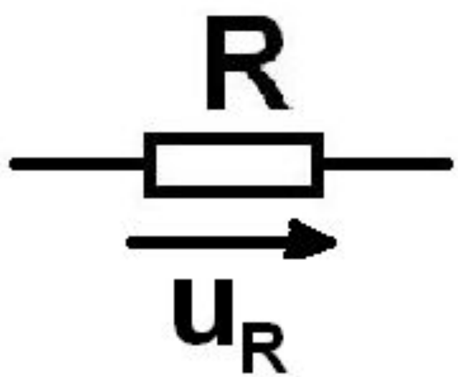
- Переменный ток можно изобразить в виде вектора на комплексной плоскости.
- Векторная диаграмма - это совокупность векторов, изображающих синусоидальные напряжения, токи и ЭДС одинаковой частоты.



Активное сопротивление на переменном токе

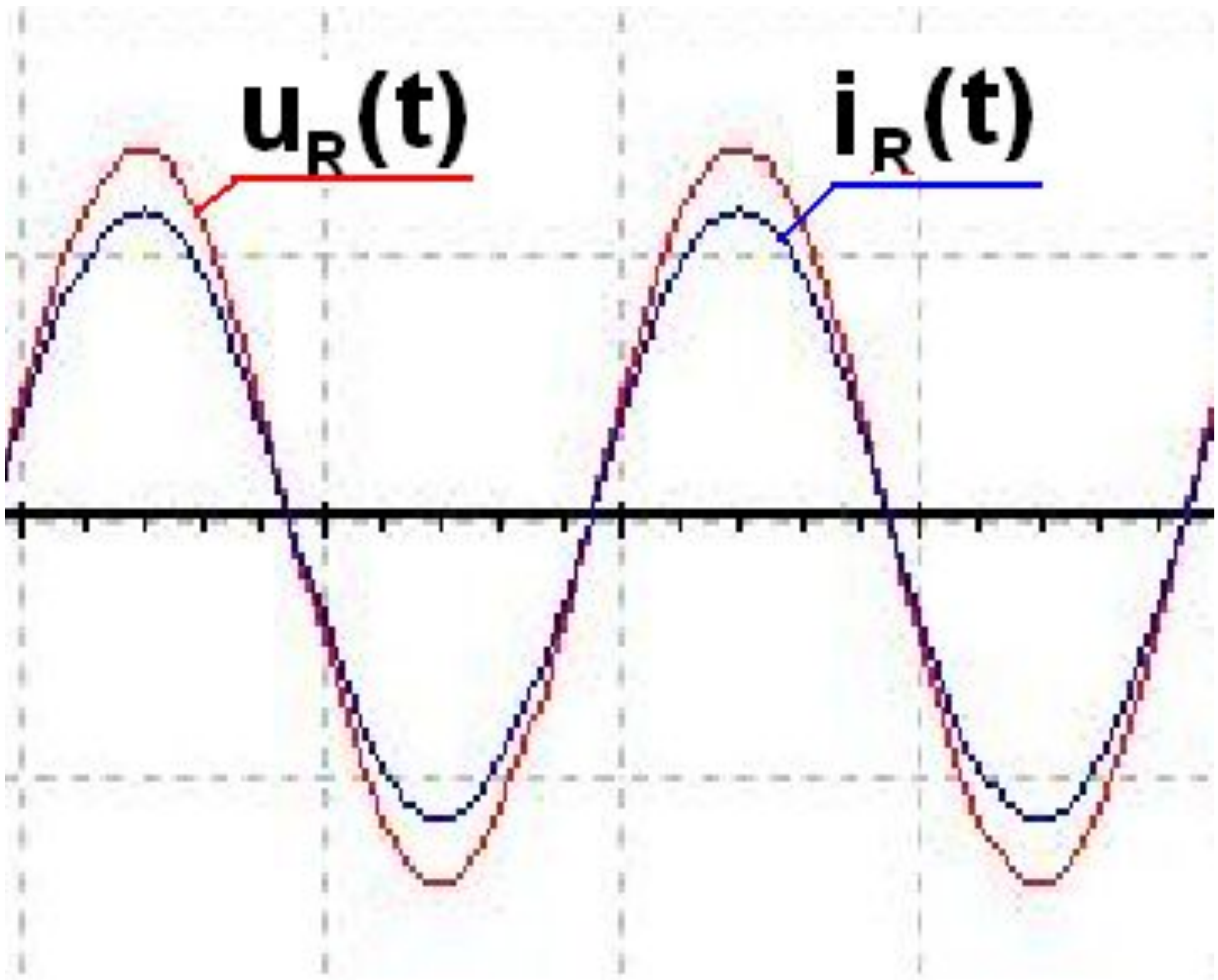
- Пусть по активному сопротивлению протекает ток ***i(t)=Im sinωt.***
- По закону Ома падение напряжения на R равно ***u(t) = R·i(t) = R·Imsinωt = Um Rsinωt*** Мгновенная мощность

$$p_R(t) = i(t) \cdot u(t) = I_m \sin\omega t \cdot U_m \sin\omega t \frac{I_m \bullet U_m}{2}(1 - \mathrm{Cos}2\omega t)$$

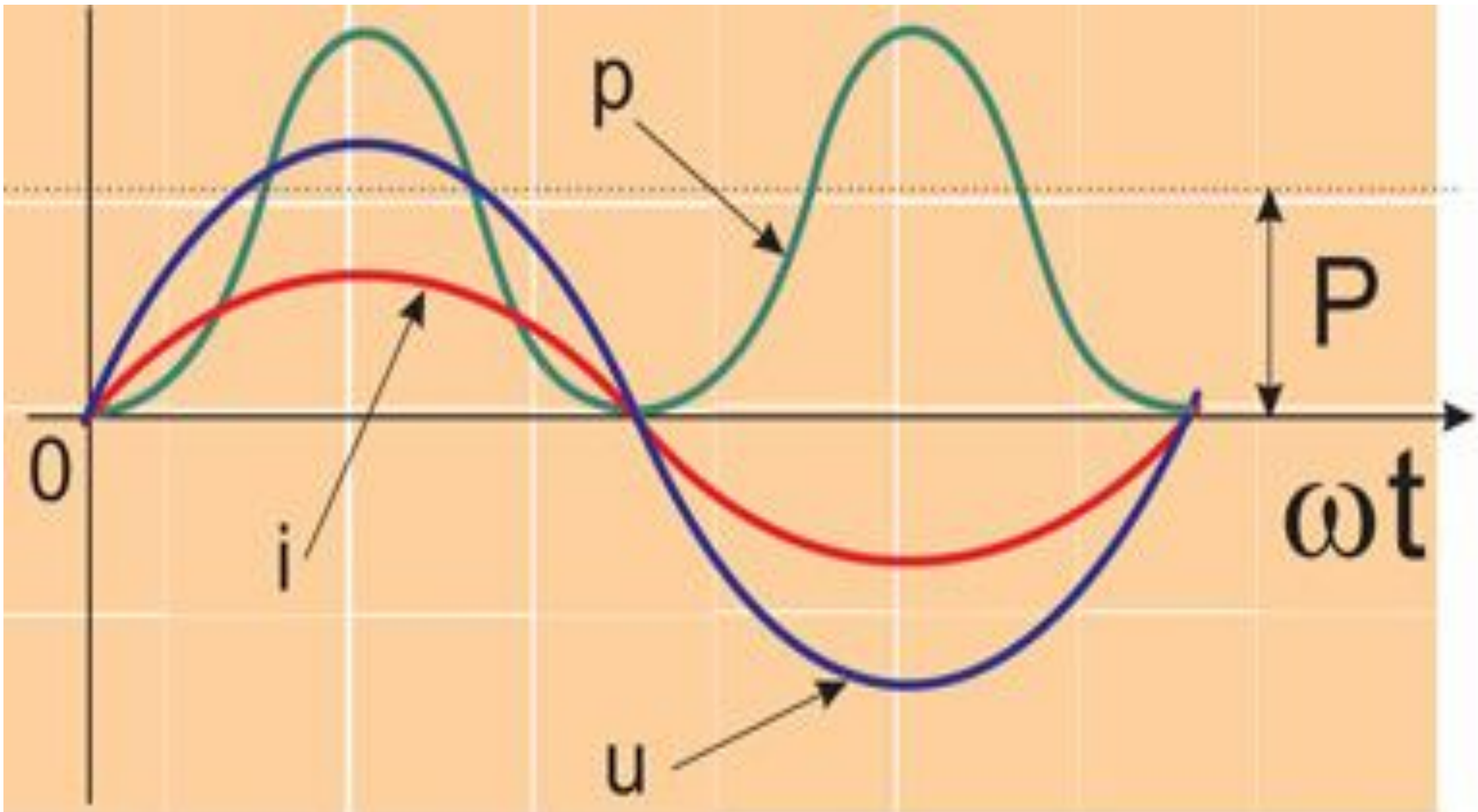


Активное сопротивление на переменном токе

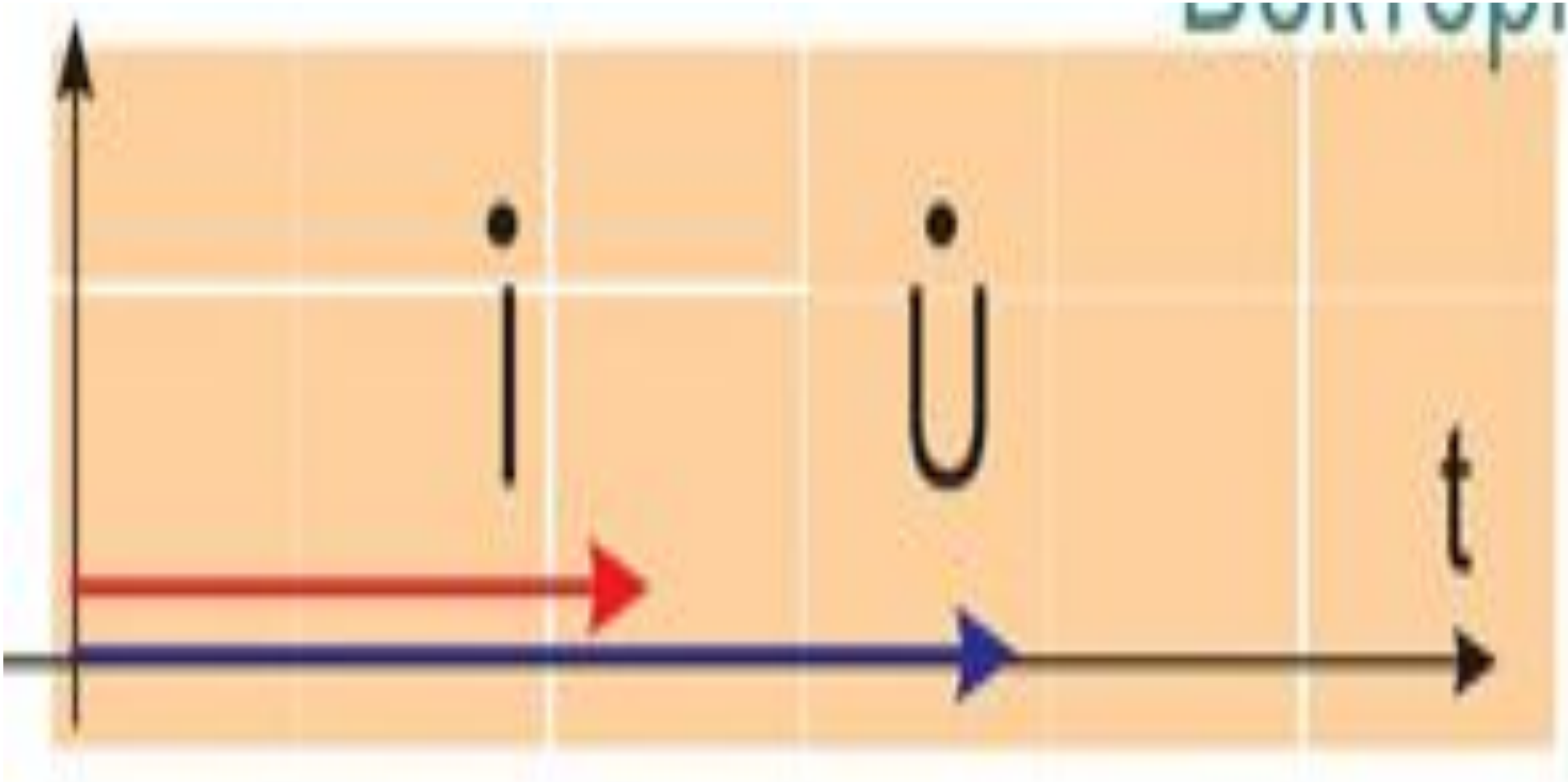
- Осциллограммы тока напряжения



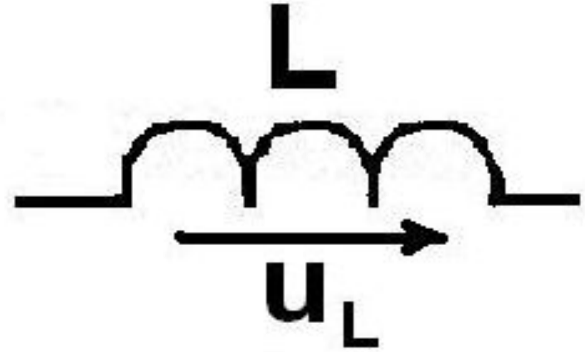
Временные диаграммы при активном сопротивлении



Векторные диаграммы при активном сопротивлении



Индуктивное сопротивление на переменном токе



$$u_L = -e_L = L\frac{di}{dt}$$

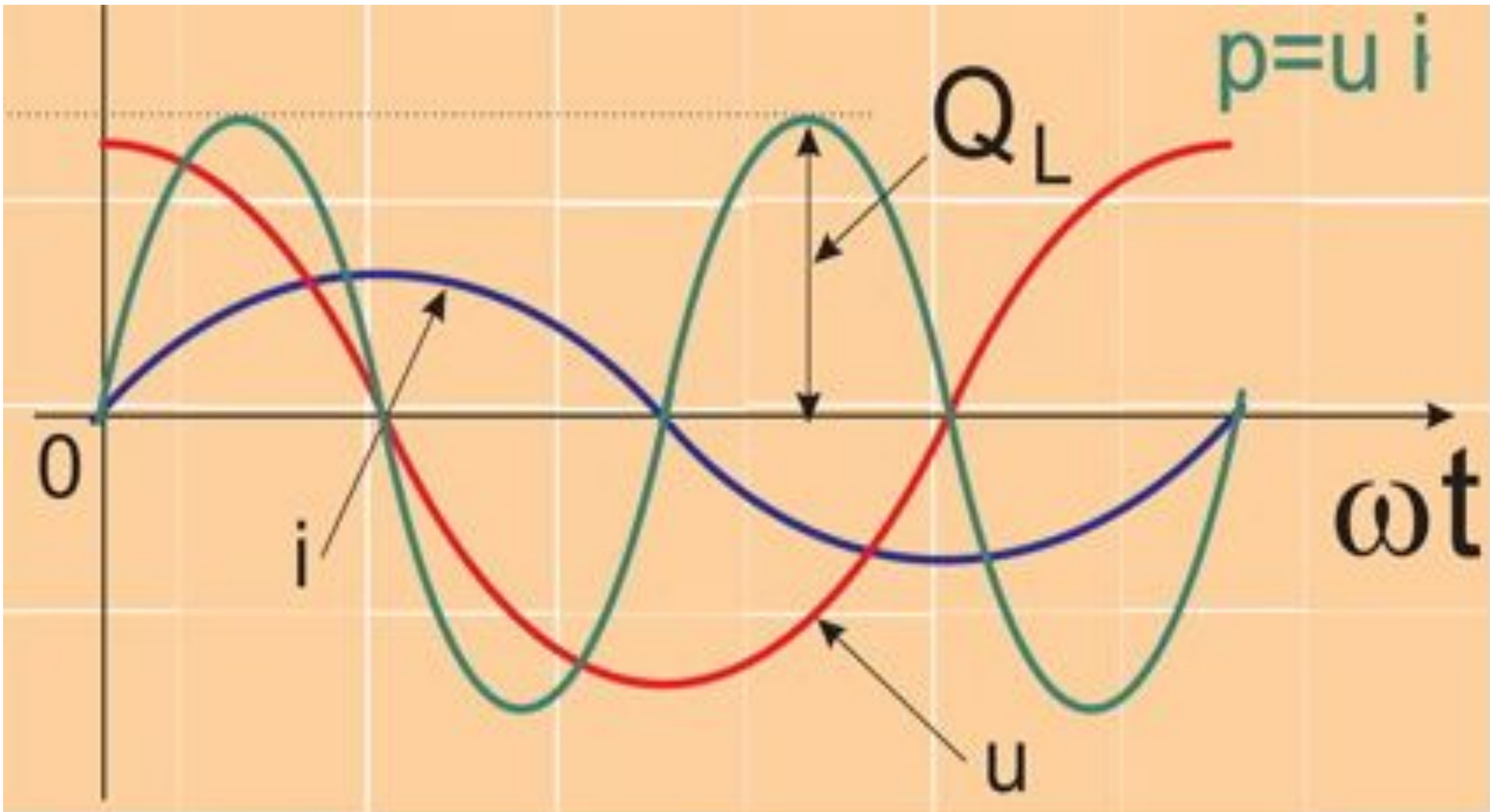
Возьмём первую производную от синусоидальной функции тока и получим

$u_L(t) = L \cdot di(t)/dt = L \cdot \omega\ I_m \cos\omega t = X_L I_m \cos\omega t =\ \ \ = U_m \sin(\omega t+\pi/2)$

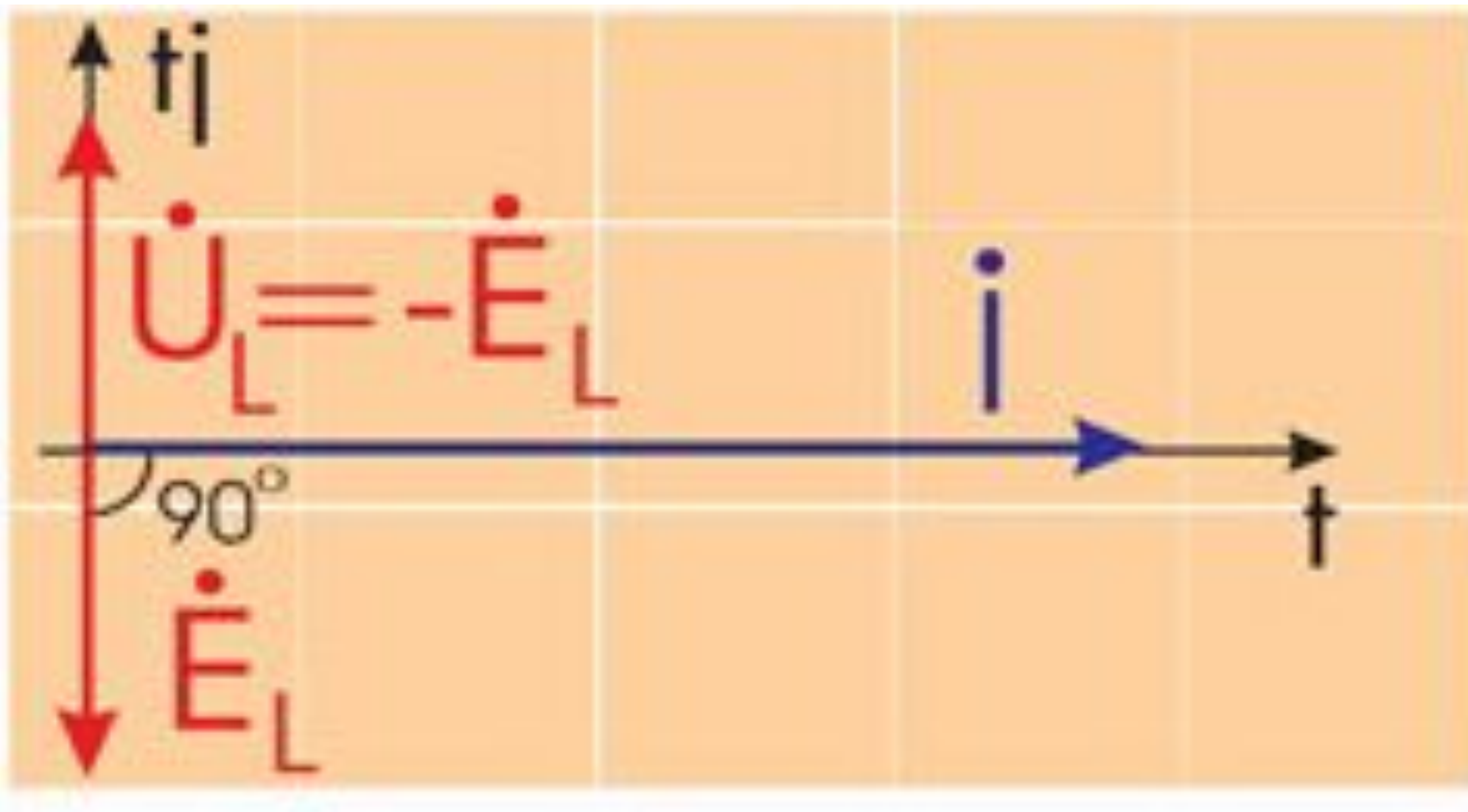
Мгновенная мощность на индуктивностии

$p_L(t) = i(t) \cdot u(t) = I_m \sin\omega t \cdot U_m \sin(\omega t+\pi/2) = = (I_m U_m/2)\sin 2\omega t$

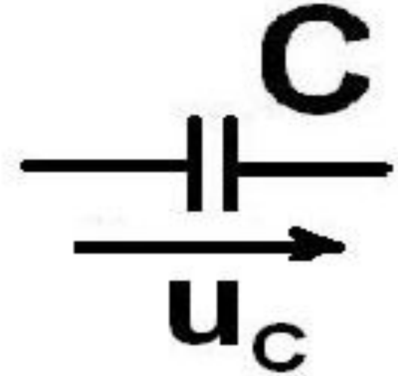
Временные диаграммы при индуктивном сопротивлении



Векторные диаграммы при индуктивном сопротивлении



Емкостное сопротивление на переменном токе



$$u = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

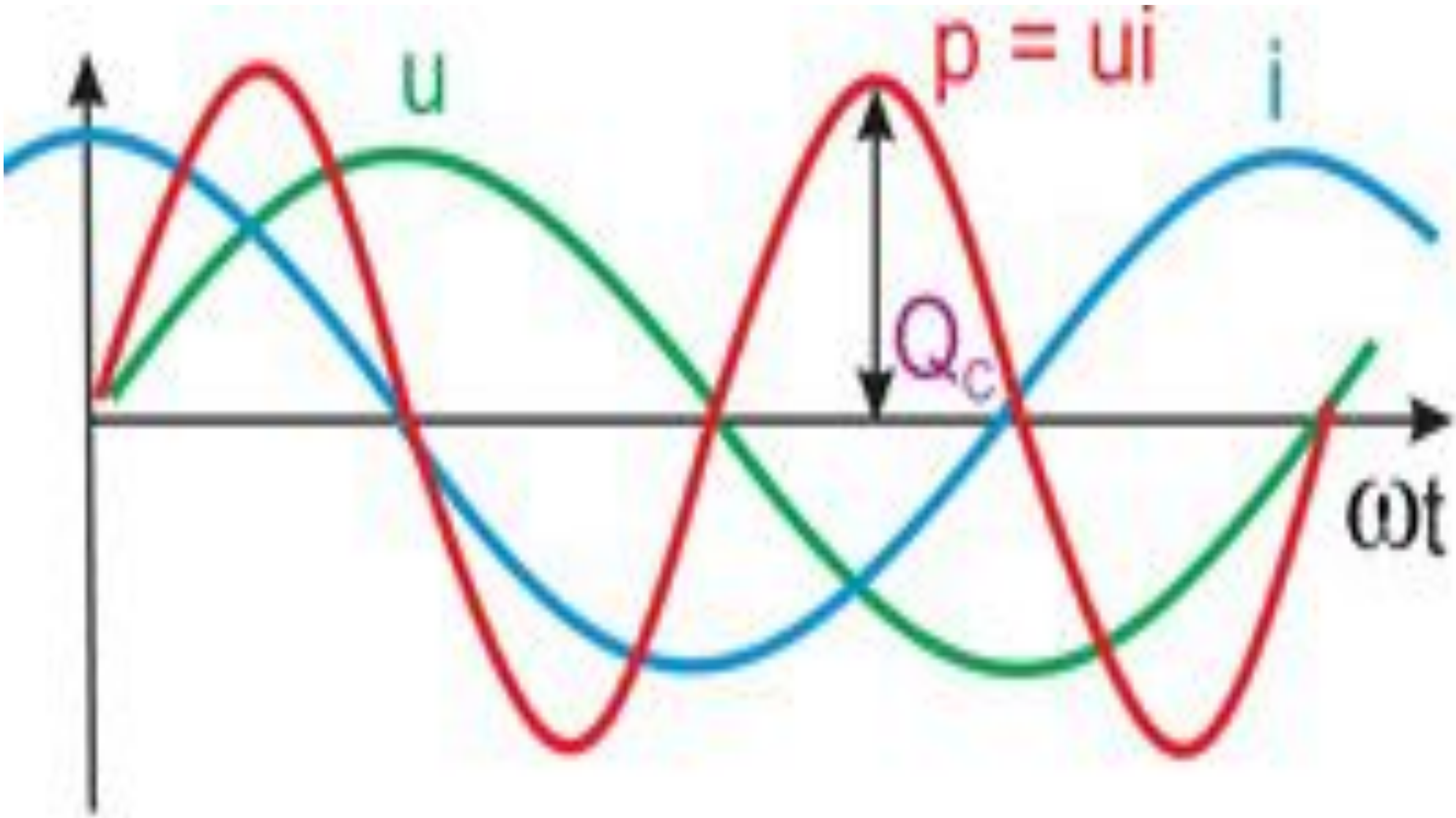
Возьмем интеграл от синусоидальной функции тока и получим

$u(t) = 1/c \int i(t)dt = 1/\omega c \cdot I_m(-\cos\omega t) =$ $= X_c I_m \sin(\omega t - \pi/2) = U_m \sin(\omega t - \pi/2)$

Мгновенная мощность на ёмкости

$p_c(t) = I_m U_m/2(-\sin 2\omega t)$

Временные диаграммы при ёмкостном сопротивлении



Векторные диаграммы при ёмкостном сопротивлении

Символический метод анализа линейных цепей на синусоидальном токе

- Есть две основные формы записи комплексных чисел
- Показательная $\dot{C} = ce^{j\varphi}$
- Алгебраическая $\dot{C} = a + jb$

Символический метод анализа

- С помощью формулы Эйлера можно перейти от показательной формы записи комплексного числа к алгебраической:

$$ce^{j\varphi} = c \cdot \cos\varphi + jc\sin\varphi = a + jb$$

$$a = c \cdot \cos\varphi \qquad\qquad b = c\sin\varphi$$

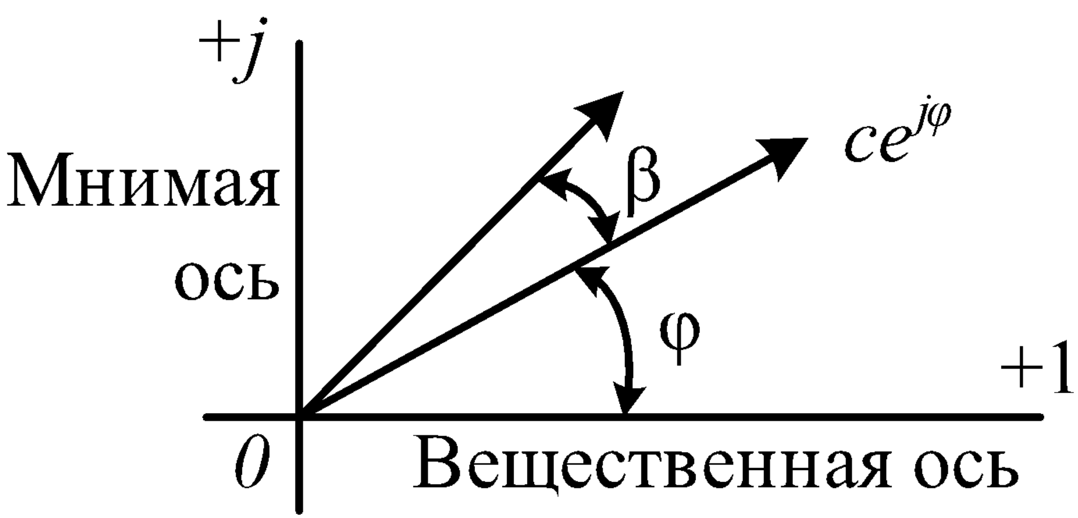
Символический метод анализа

- От алгебраической формы записи переходят к показательной форме с помощью формул

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad . \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}$$

Символический метод анализа

- Комплексное число может быть представлено в виде радиус - вектора на комплексной плоскости с длиной, равной модулю *c*, расположенного в начальный момент времени под углом φ относительно вещественной оси



Символический метод анализа

- Два комплексных числа, имеющие равные модули и равные, но противоположные по знаку аргументы, называют комплексно сопряжёнными числами. Если исходное комплексное число , $\dot{C} = a_1 + jb_2 = ce^{+j\psi}$ то комплексно сопряжённым числом будет

$$\overset{*}{C} = a_1 - jb_2 = ce^{-j\psi}$$

Свойства комплексно сопряжённых чисел

$$Re(C) = (C + \overset{*}{C})/2$$

$$Im(C) = (C - \overset{*}{C})/2j.$$

$$C \cdot \overset{*}{C} = c^2$$

Операции в комплексными числами

- При сложении и вычитании комплексных чисел используют алгебраическую форму записи.
- При умножении и делении комплексных чисел используют показательную форму записи.
- Пример: сложение

$$\dot{C}_1 = a_1 + jb_1 \qquad \dot{C}_2 = a_2 + jb_2$$

Их сумма

$$\dot{C}_{\text{Ý}} = a_1 + a_2 + jb_1 + jb_2$$

Операции в комплексными числами

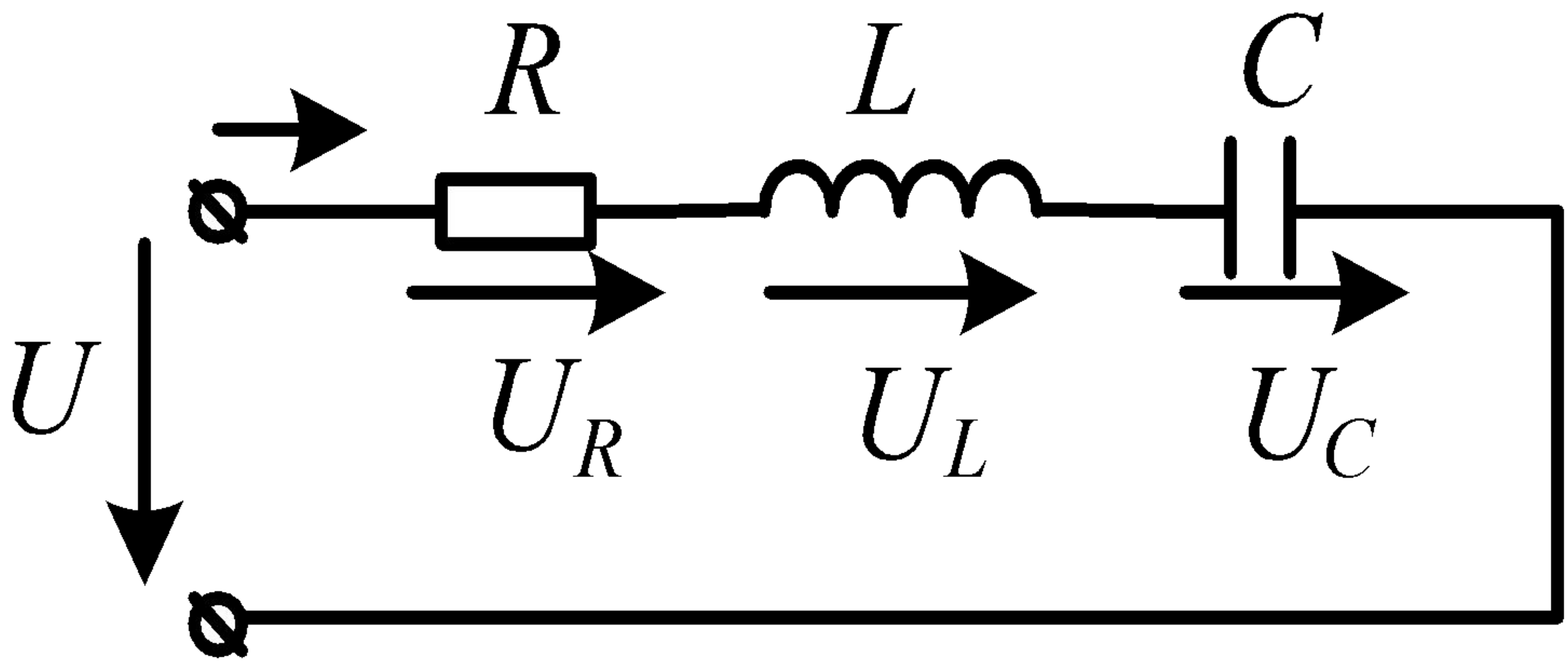
- Умножение

$$\dot{C}_1 = c_1 e^{j\varphi_1} \qquad \dot{C}_2 = c_2 e^{j\varphi_2}$$

$$\dot{C}_1 \cdot \dot{C}_2 = c_1 \cdot c_2 e^{j\varphi_1 + \varphi_2}$$

Последовательное соединение RLC элементов

- Пусть дана такая цепь



Последовательное соединение RLC элементов

- Второй закон Кирхгофа в комплексной форме для этой цепи

$$\dot{U}_m = \left(R\dot{I}_m + X_L\dot{I}_m e^{j90^\circ} + X_c\dot{I}_m e^{-j90^\circ}\right).$$

Полное сопротивление

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = R + j\left(X_L - X_c\right)$$

Последовательное соединение RLC элементов

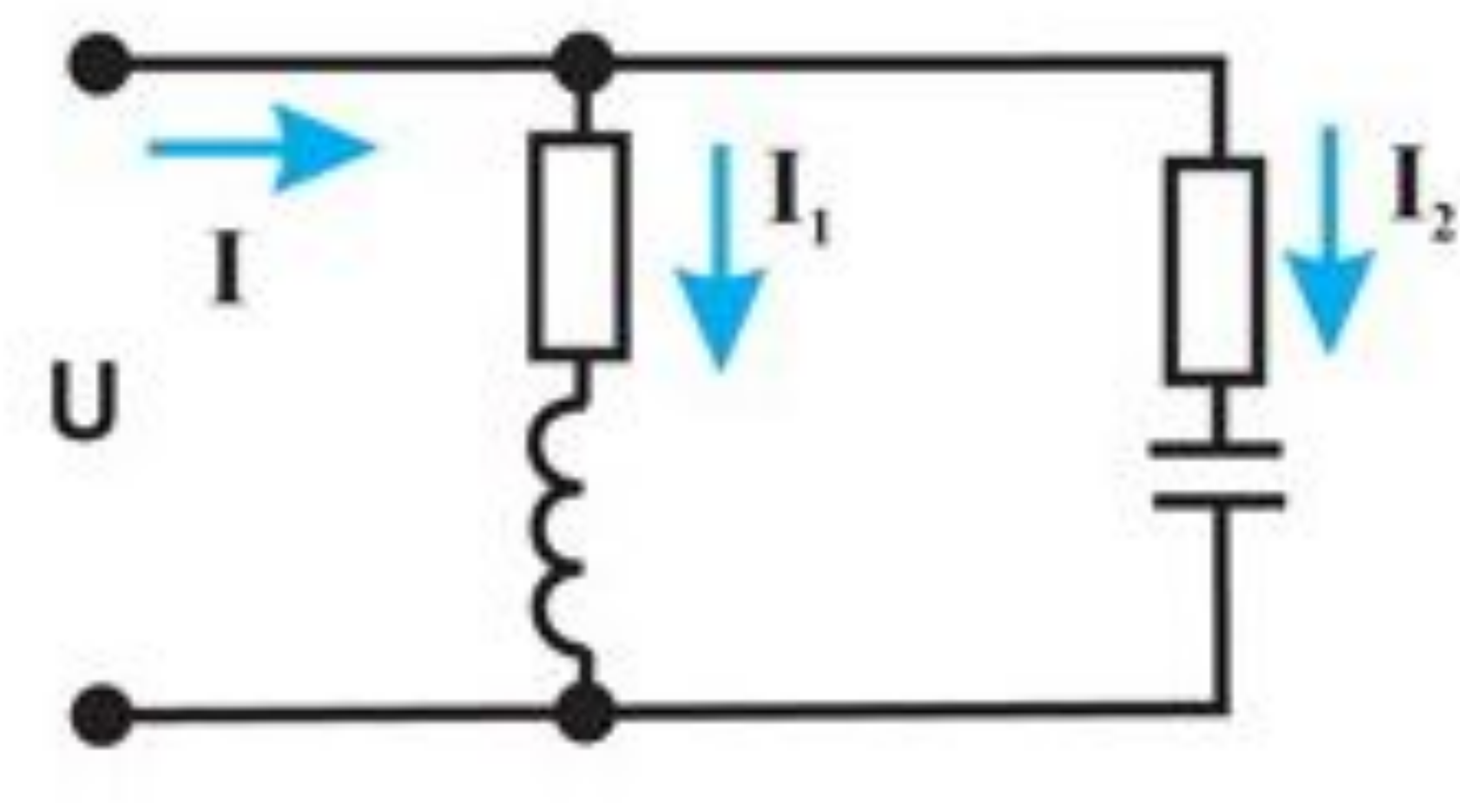
- Условие резонанса напряжений

$x_L = x_C$; $\omega_L = 1/\omega_C$

Резонансная частота

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \qquad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}$$

Параллельное соединение RLC элементов



Параллельное соединение RLC элементов

- При параллельном соединении складывают проводимости

$$Y = \frac{1}{ze^{j\varphi}} = ye^{-j\varphi} = y\cos\varphi - jy\sin\varphi = g - jb,$$

$$g = \frac{R}{R^2 + X^2}, \quad b = \frac{X}{R^2 + X^2},$$

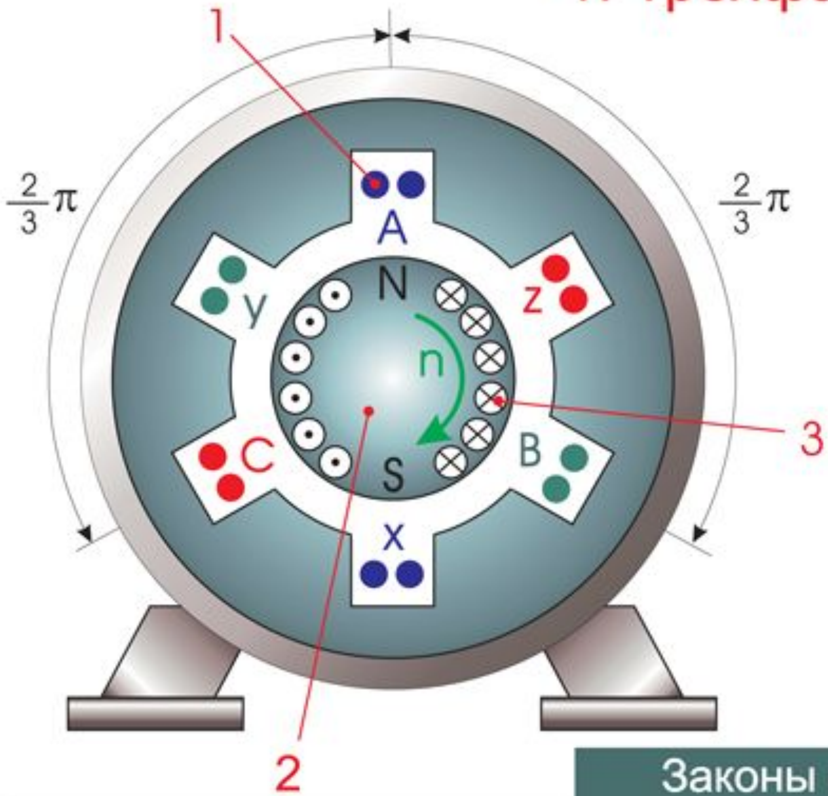
Параллельное соединение RLC элементов

- Условие резонанса $b_L = b_C$
- Резонансная частота

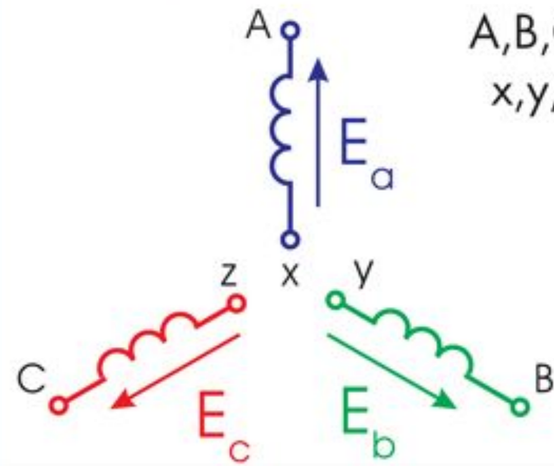
$$\omega_{\eth} = \frac{1}{\omega_o}\sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R_1^2}{\frac{L}{C} - R_2^2}} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$$

- ТРЁХФАЗНЫЕ ЦЕПИ

1. Трехфазные генераторы



Условное обозначение трехфазной обмотки статора



A,B,C - начала фаз

x,y,z - концы фаз

Условные обозначения:

1 - трехфазная обмотка статора

2 - сердечник ротора

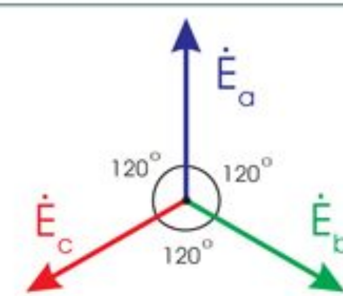
3 - обмотка возбуждения

Законы изменения ЭДС при прямом порядке чередования фаз

$$e_a = E_m \sin \omega t$$

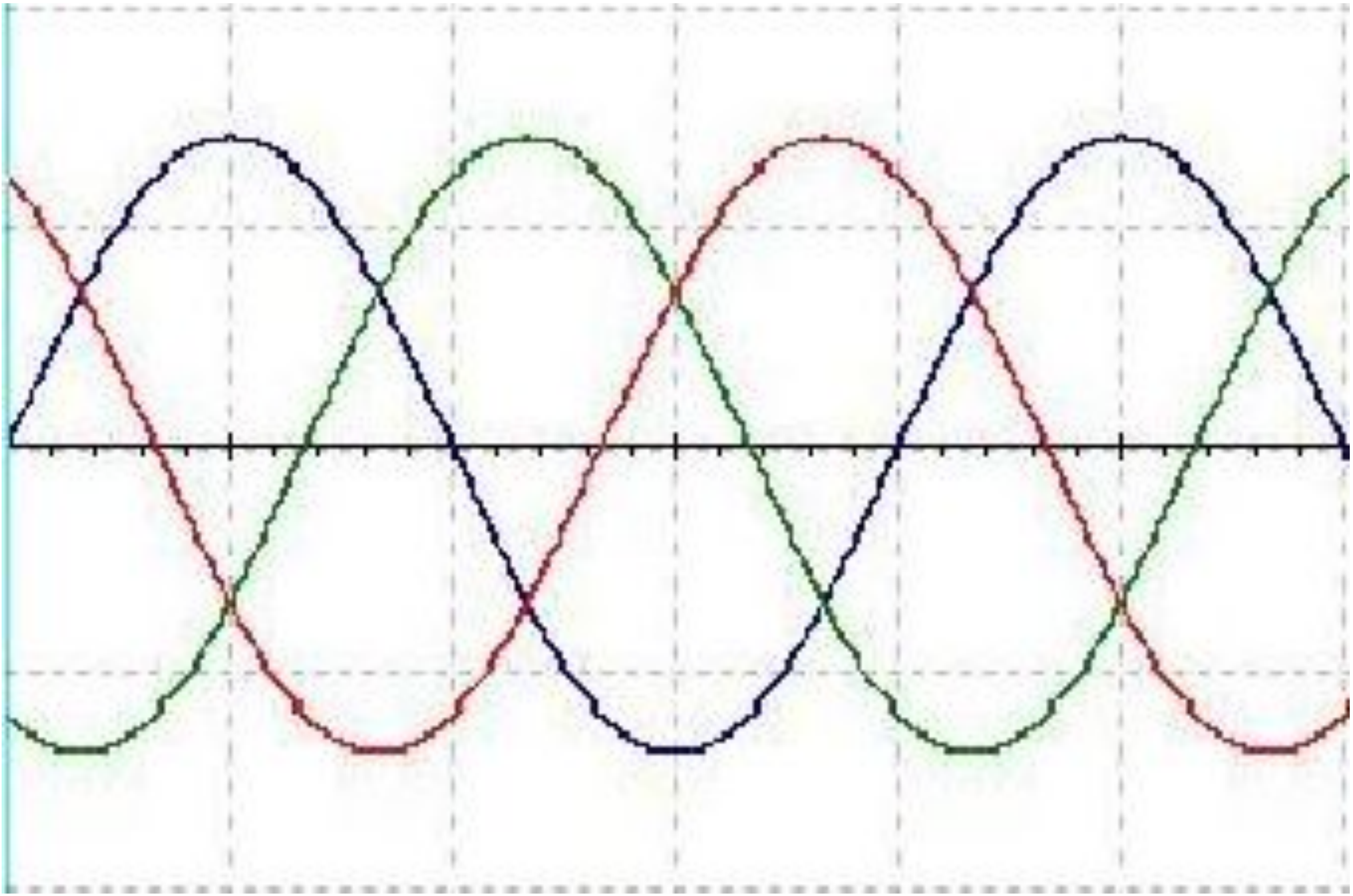
$$e_b = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

$$e_c = E_m \sin(\omega t - 240^\circ)$$

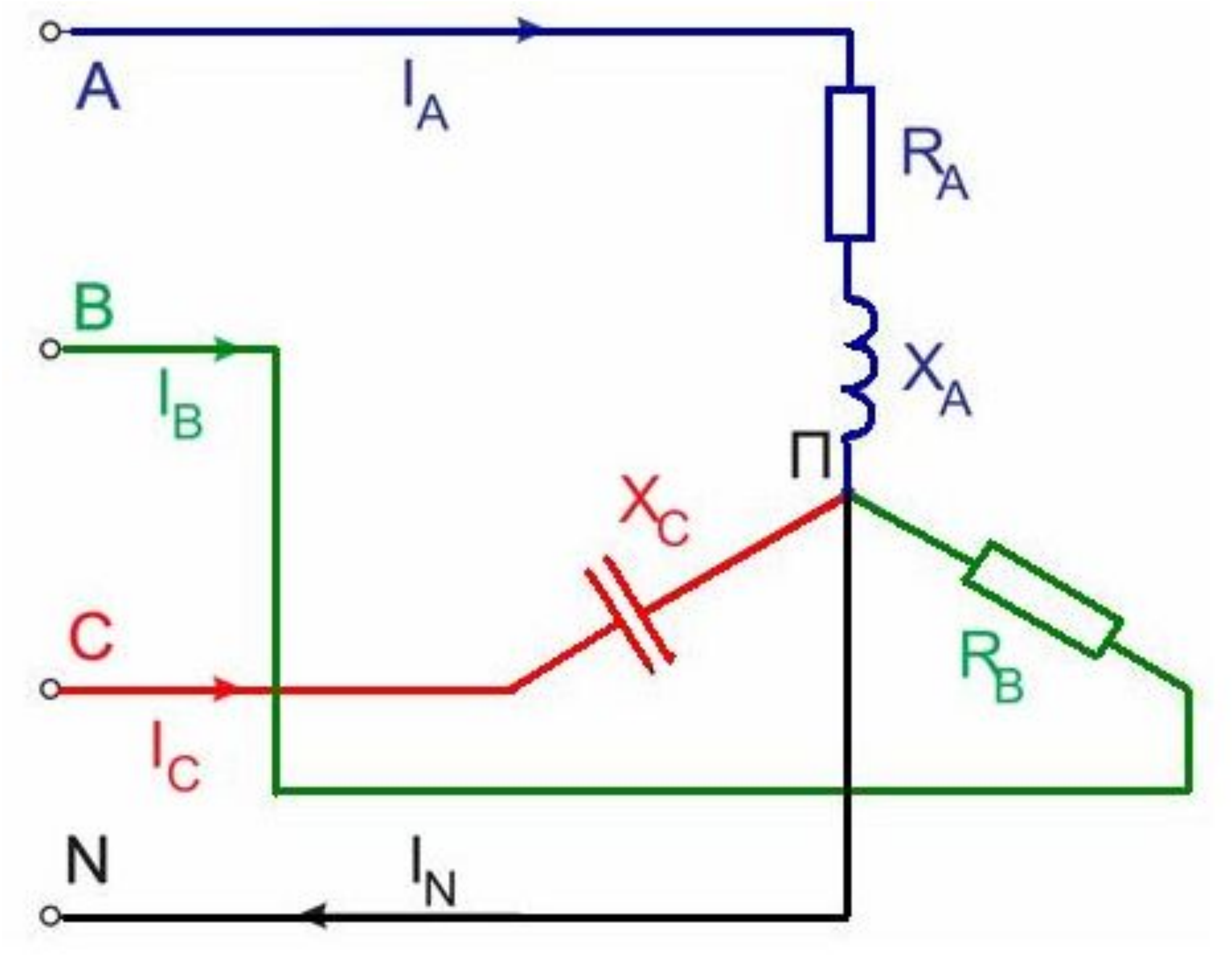


Векторная диаграмма ЭДС генератора

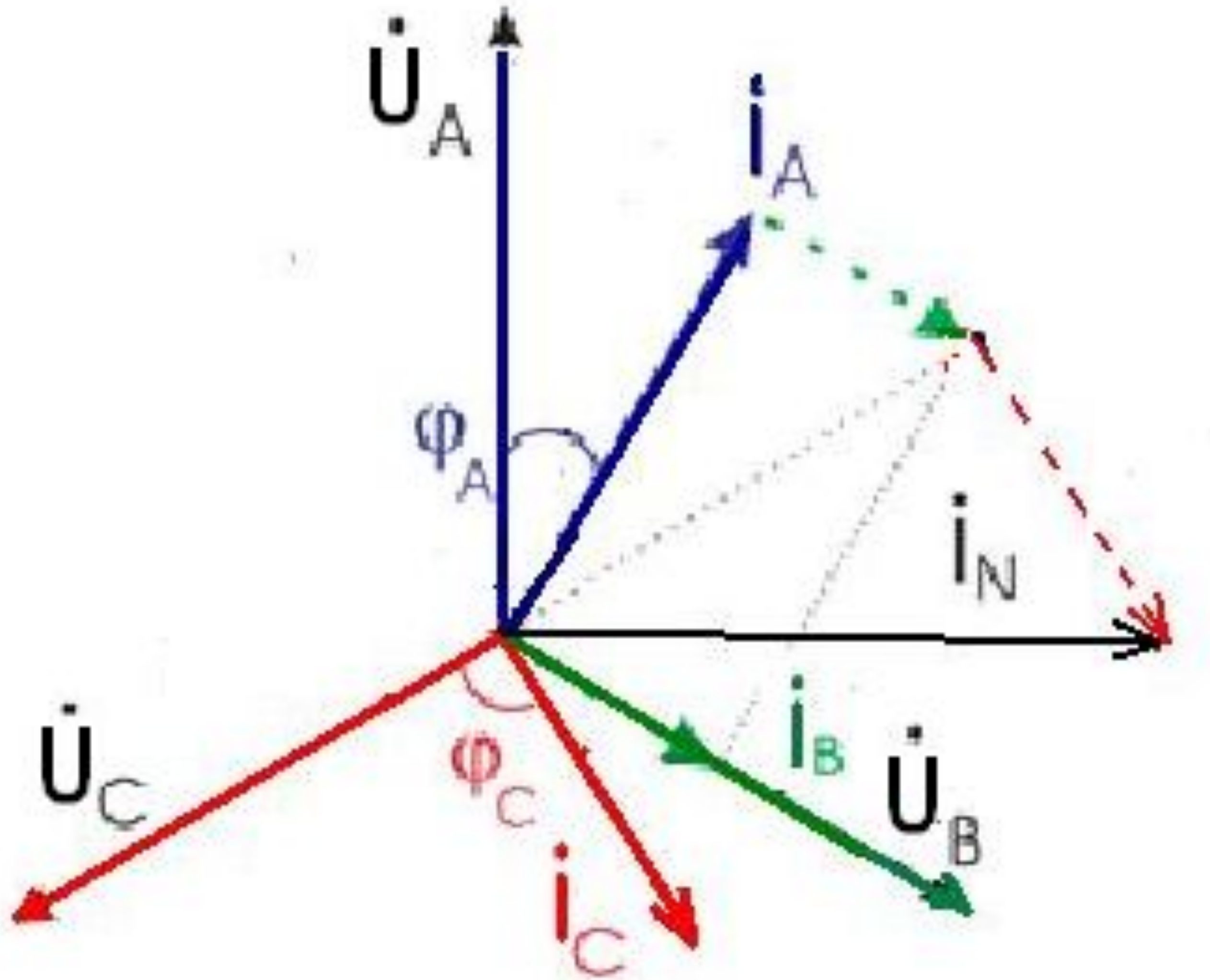
Трёхфазные осциллограммы



Трёхфазные цепи



Трёхфазные цепи



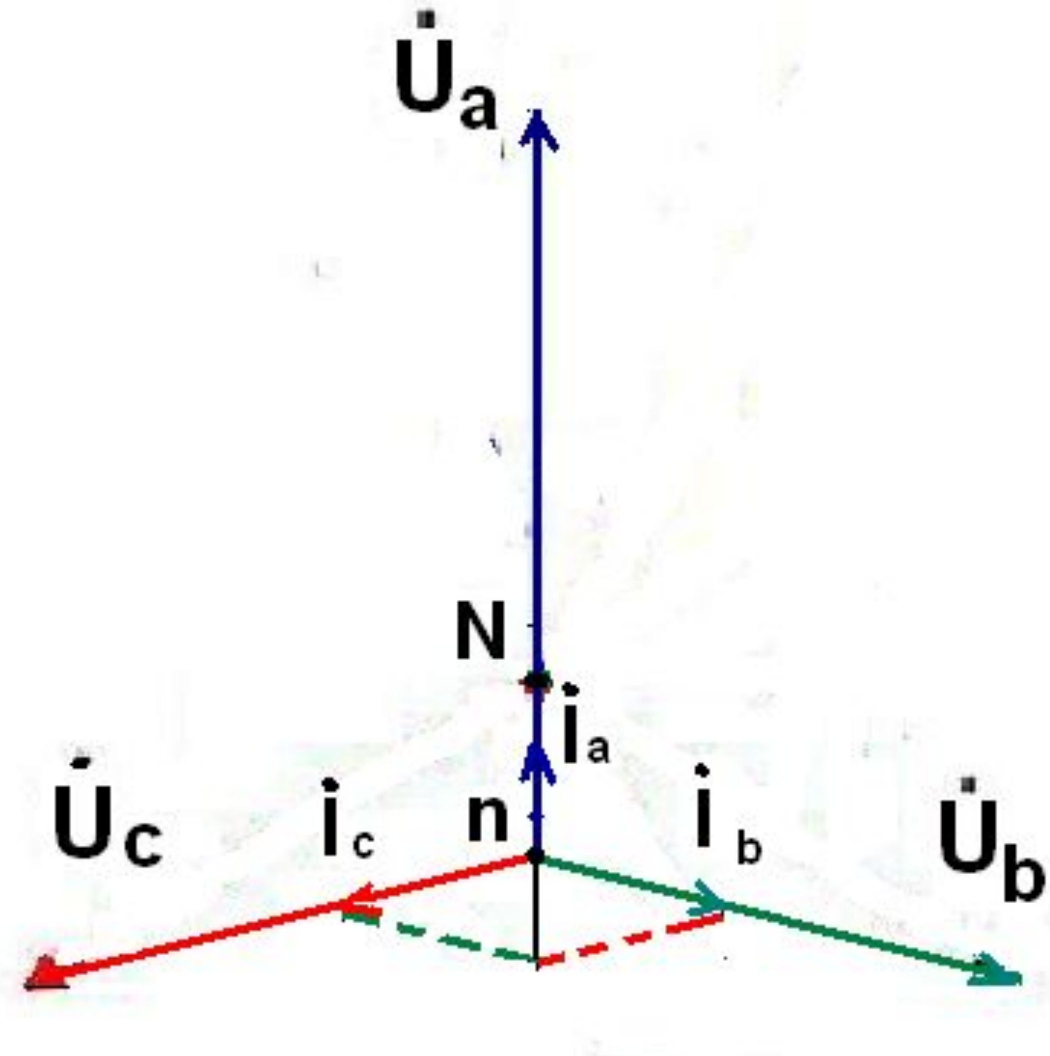
Трёхфазные цепи

- **Если в нейтрального провода не будет, или в нем будет будет сопротивление $\underline{Z}$, то появится**
- **Напряжение смещения нейтрали:**

где $\underline{Y}$=1/$\underline{Z}$, Ua,Ub,Uc-фазные напряжения

$$\dot{U}_{nN} = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_a + \dot{U}_B \underline{Y}_b + \dot{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c + \underline{Y}_{nN}}$$

Трёхфазные цепи



Литература

- Алтунин Б.Ю., Кралин А.А. Электротехника и электроника. Ч.1. Н.Н.: Издательство НГТУ 2007г.
- Веселовский О.Н., Шнейберг Я.А. Очерки по истории электротехники. М.: Издательство МЭИ 1993г.
- Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника. М.: Высшая школа 2002г.

Благодарю за внимание