

# Практическое занятие 11

Следствия из уравнений Максвелла:

распространение электромагнитных волн (ЭМВ) в пространстве, свойства ЭМВ, скорость распространения ЭМВ в вакууме и среде.

Интенсивность ЭМВ.

Шкала ЭМВ.

Интерференция света: опыт Юнга, интерференция в тонких пленках (нормальное падение).

Дифракция света.

Дифракционная решетка, как спектральный прибор.

Поляризация света.

Законы Малюса и Брюстера. Поляриметр.

Поглощение и рассеяние света.

# Система уравнений Максвелла:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} q_i}{\epsilon_0} \quad (1)$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (2)$$

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3)$$

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I + \mu_0 \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad (4)$$

Решение системы уравнений:

$$E = E_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$B = B_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

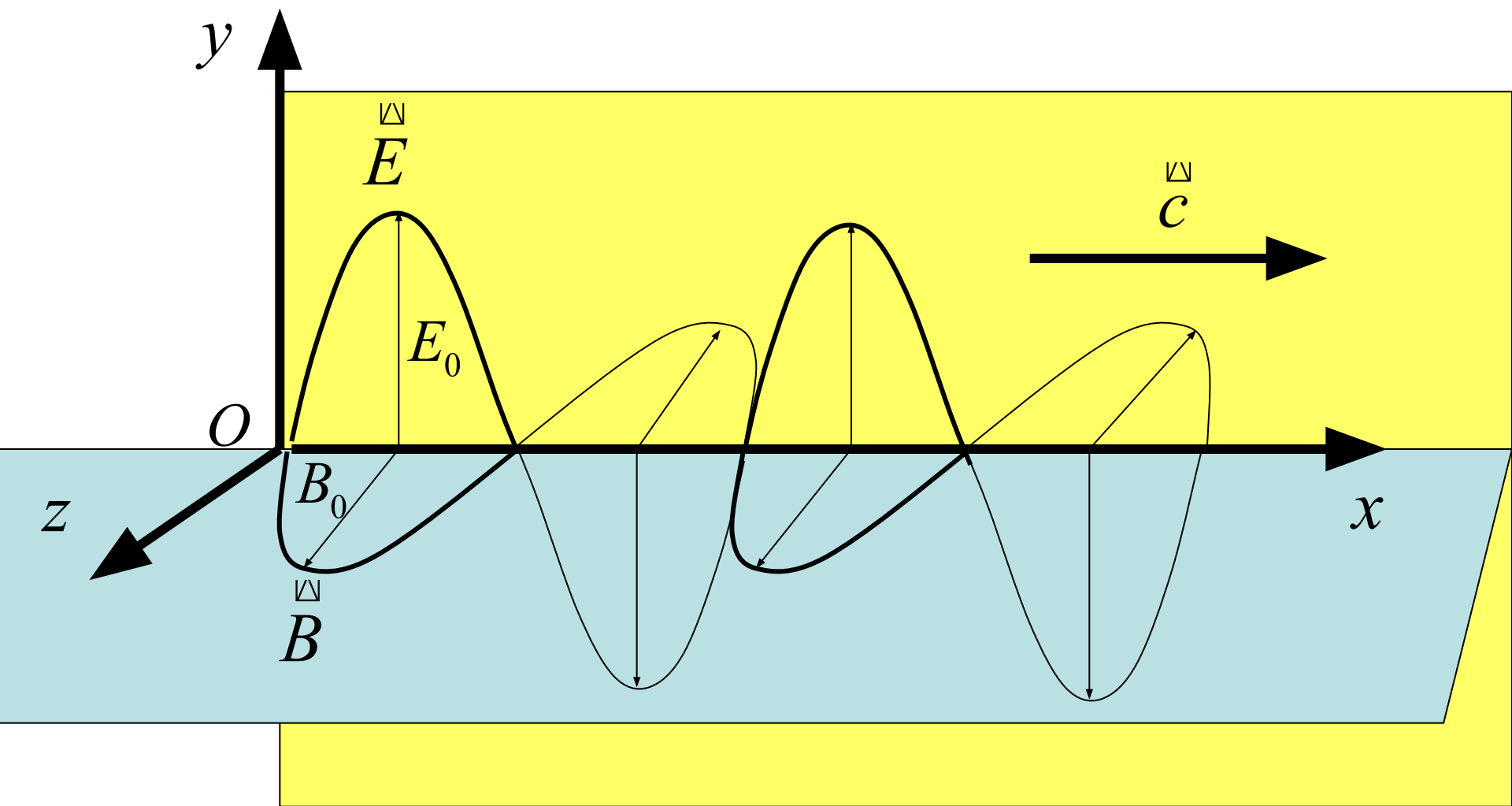
Уравнения, описывающие периодические процессы:

1. во времени для отдельной точки пространства;
2. в пространстве для совокупности точек  
в данный момент времени

$E_0, B_0$  – амплитуды колебаний электрического и магнитного полей

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$  – циклическая частота колебаний

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число



## Следствия:

1. ЭМВ – волна, характеризуется колебаниями не частиц среды, а взаимосвязанных полей: *изменяющихся во времени и пространстве электрического и магнитного полей*

2. ЭМВ – *поперечная* волна: вектор напряженности электрического поля колеблется перпендикулярно направлению распространения волны (*именно составляющая электрического поля определяет ощущение зрения*), вектор индукции магнитного поля колеблется в перпендикулярной плоскости.

3. Источниками ЭМВ являются движущиеся с переменной скоростью (ускорением) заряженные частицы (f.eg.: электроны в атоме при переходе из одного стационарного состояния в другое для световых волн и ЭМВ больших частот)

Очень грубая модель энергетического состояния  
 электрона, связанного с атомом:  
 ступеньки разной высоты и ширины

$E$  – энергия данного состояния;

$P$  – вероятность состояния  
 (ширина ступеньки)

Ступеньки возбужденных состояний

$$E_{\max} =$$

$$E_3 \boxtimes E_2$$

$$P_3 \boxtimes P_2$$

$$E_2 \boxtimes E_1$$

$$P_2 \boxtimes P_1$$

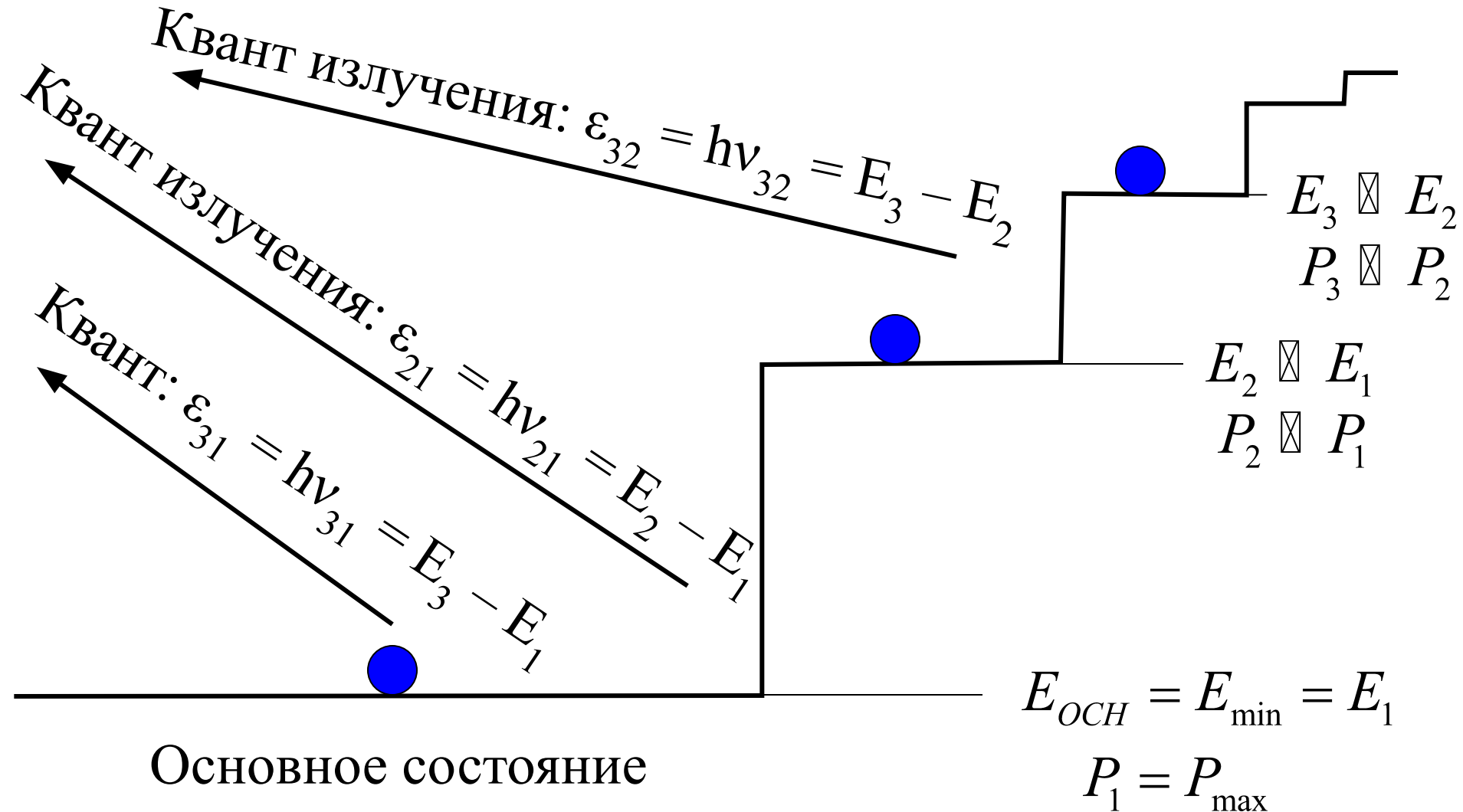
Карьерная  
 лестница

$$E_{OCH} = E_{\min} = E_1$$

$$P_1 = P_{\max}$$

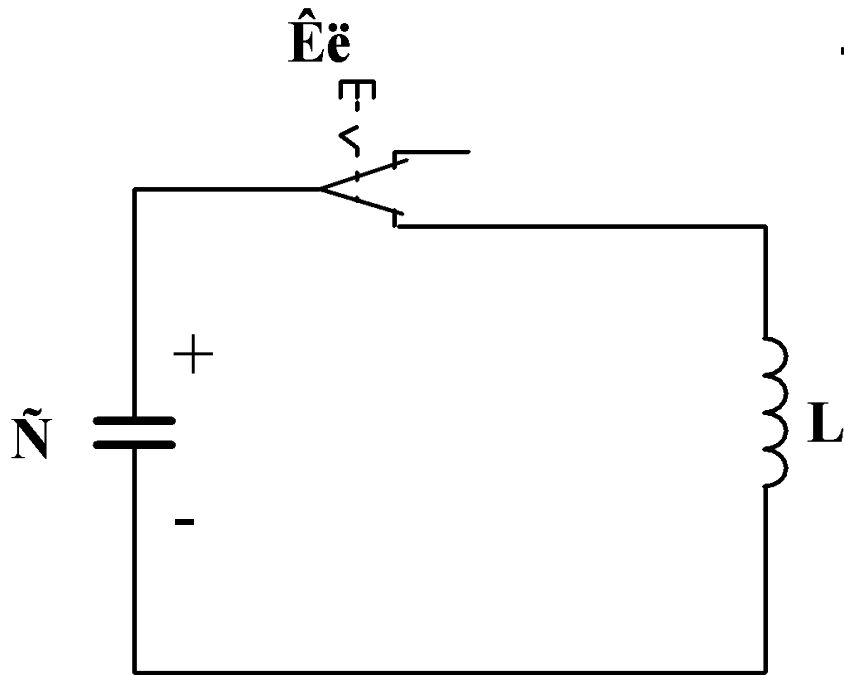
Основное состояние

Вероятность состояния 3 меньше, чем 1 или 2,  
 происходит самопроизвольный процесс





# Источник «длинных» ЭМВ: LC – контур:



$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0 \Leftrightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 \cdot x = 0$$

$$q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{LC}$$

Вывод: частота ЭМВ определяется только свойствами источника излучения

4. Скорость распространения ЭМВ в вакууме:

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Длина ЭМВ в вакууме:

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{\nu}$$

5. Скорость распространения ЭМВ в среде:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \mu \cdot \varepsilon_0 \varepsilon}} = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$$

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} = \sqrt{\epsilon}$$

Показатель преломления среды относительно вакуума

Скорость распространения света в среде:

$$v = \frac{c}{n}$$

Длина волны в среде:

$$\lambda = vT = \frac{c}{n}T = \frac{\lambda_0}{n}$$

## 6. Интенсивность световой волны

(энергия, переносимая световой волной за единицу времени через единичную поверхность):

$$I = \frac{dW}{dS \cdot dt} \quad I = \frac{1}{\mu} \cdot \epsilon_0 \cdot E_o^2 \cdot c = \frac{1}{2} \cdot B_o^2 \cdot c$$

Колебательный контур аппарата для терапевтической диатермии состоит из катушки индуктивности и конденсатора емкостью  $C = 30$  мкФ. Определить индуктивность катушки, если частота генератора  $1,0$  МГц.

**СИ:**

$$C = 30 \text{ мкФ} =$$

$$f = 1,0 \text{ МГц} =$$

$$T = \frac{1}{f} \sqrt{LC} \quad f = \frac{1}{T}$$

$$f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$f^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow L =$$

В физиотерапии часто применяются электромагнитные волны с частотой 460 МГц. Определить длину волны в воздухе ( $\epsilon = 1,00$ ) и в мягких тканях ( $\epsilon = 1,40$ ).

**СИ:** 
$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Воздух:  $v = c$

$$f = 460 M =$$

$$\lambda_0 =$$

Ткани:  $v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon}} =$

$$\lambda =$$

На какой частоте суда передают сигнал бедствия, если по международному соглашению длина радиоволны *SOS* равна 600 м?

**СИ:**

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$$

В микроволновой терапии используются ЭМВ в дециметровом диапазоне  $\lambda_1 = 65,0$  см и сантиметровом диапазоне  $\lambda_2 = 12,6$  см. Определить частоты этих волн.

**СИ:**

$$c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$$

$$\lambda_1 = 65,0 \text{ см} =$$

$$\lambda_2 = 12,6 \text{ см} =$$

Длина световой волны в вакууме равна 555 нм.  
Определить частоту волны, скорость распространения  
волны и длину волны в воздухе и воде.

## Спектр ЭМВ

Радиоволны  $\lambda > 5 \cdot 10^{-5}$  м (12 диапазонов)

Оптическое излучение  $1 \text{ мм} > \lambda > 10 \text{ нм}$   
(ИК, видимое  $780 \text{ нм} > \lambda > 380 \text{ нм}$ , УФ)

Рентгеновское (X – излучение)  $10 \text{ нм} > \lambda > 0,01 \text{ пм}$

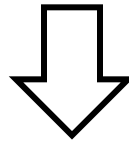
$\gamma$  – излучение  $0,1 \text{ нм} > \lambda$



Экспериментальное доказательство волновой природы явления (процесса) – опыты по интерференции и дифракции

Интерференция волн

Наложение когерентных волн



Перераспределение энергии колебаний в пространстве

Области  
взаимного усиления

Области  
взаимного ослабления

$$e_1(t) = E_{01} \cos t$$

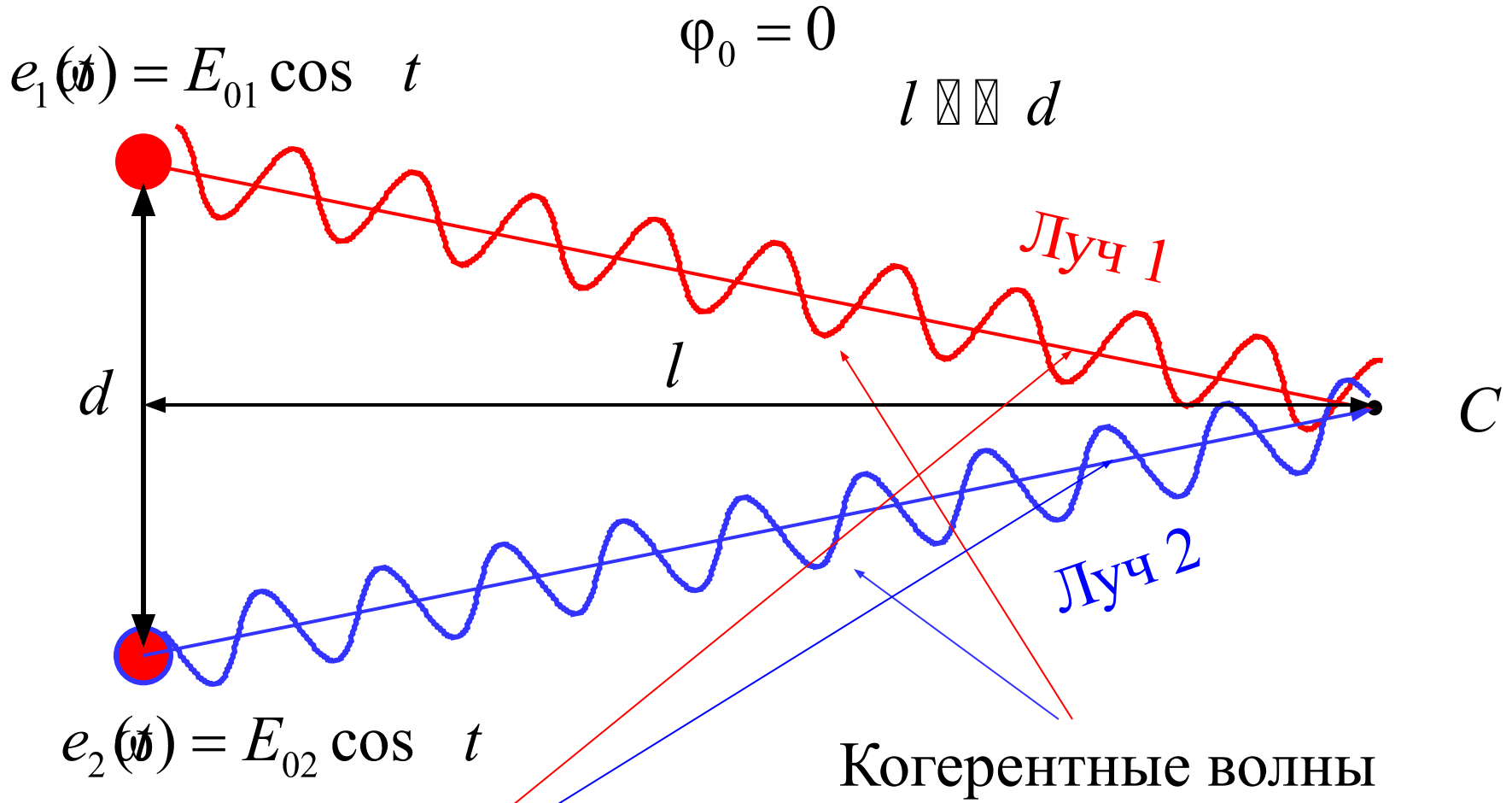
Когерентные источники:

● одинаковая частота (период) колебаний  $\omega$  ( $T$ );

неизменная во времени разность фаз  
колебаний  $\varphi_0$



$$e_2(t) = E_{02} \cos(t + \varphi_0)$$



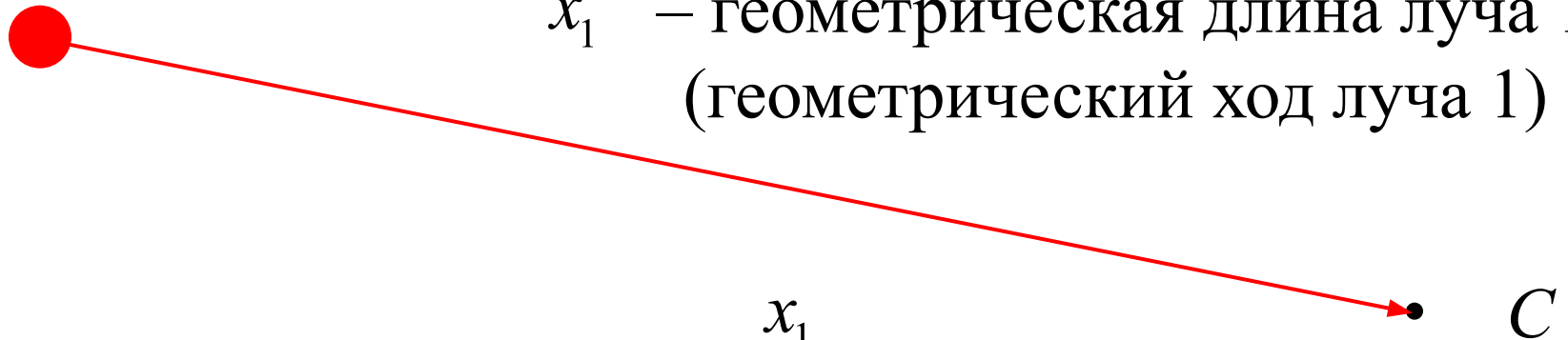
Лучи – направленные отрезки от источников  
 в рассматриваемую точку пространства

Колебания электрического поля в точке С:

$$e_{1C}(t) = E_{01} \cos(\omega t - \varphi_1) \quad t - \text{1}$$

$$e_1(t) = E_{01} \cos t$$

$x_1$  – геометрическая длина луча 1  
(геометрический ход луча 1)

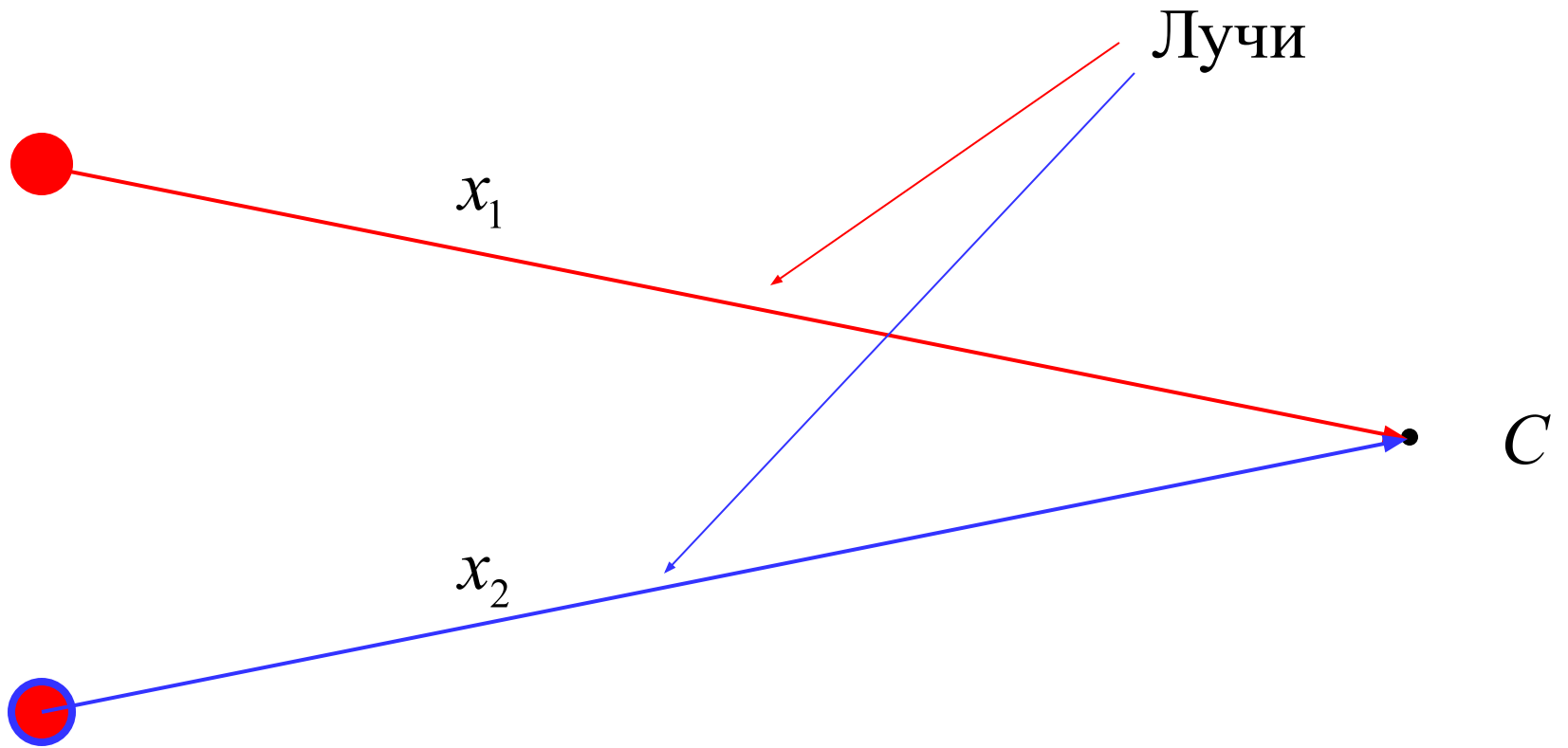


$$\tau_1 = \frac{x_1}{v}$$

$$\omega \tau_1 = \frac{2\pi}{T} \frac{x_1}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} x_1 = kx_1$$

$$e_{1C}(t) = E_{01} \cos(\omega t - \varphi_1) \quad t - \text{1}$$

$$\varphi_1 = kx_1$$



$$e_{1C}(\omega) = E_{01} \cos(\omega t - \varphi_1) \quad \varphi_1 = kx_1$$

$$e_{2C}(\omega) = E_{02} \cos(\omega t - \varphi_2) \quad \varphi_2 = kx_2$$

Суммарное колебание электрического поля в точке  $C$ :

$$e_C(t) = e_{1C}(t) + e_{2C}(t) =$$

$$= E_{01} \cos(\omega t - \varphi_1) + E_{02} \cos(\omega t - \varphi_2)$$

Уравнение колебания в точке  $C$ :

$$\left( \cos \cos \beta \quad 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \quad \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$e_C(t) = \left( (E_{01} + E_{02}) \cos \left( \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) \right) \cos \left( t - \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right)$$

$E_{0C}$

Амплитуда результирующего колебания в точке С:

$$E_{0C} = (E_{01} + E_{02}) \cos\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$$

$$|E_{0C}| = E_{0C\max} \text{ если:}$$

$$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \pi k, \quad k \in Z$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2k\pi, \quad k \in Z \quad (*)$$

$$\varphi_1 = kx_1, \quad \varphi_2 = kx_2$$

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) = k\Delta x = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \quad (**)$$

$\Delta x$  – геометрическая разность хода лучей 1 и 2

Условие максимума амплитуды колебаний в точке С

(условие максимума интерференции):

$$\frac{\hat{a}}{\lambda} \Delta x = \hat{a} k \quad (*) = (**)$$

$$\hat{a}_{\max} : \Delta x = k \quad k \in Z$$

Вывод:



$$|E_{0C}| = E_{0C\min} \text{ если:}$$

$$\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} = \frac{\pi}{2}(2k + 1), \quad k \in Z$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = (2k + 1)\pi, \quad k \in Z \quad (***)$$

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) = k\Delta x = \frac{\hat{x}}{\lambda} \Delta x \quad (***)$$

$$\min : \Delta x = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \in Z$$

Вывод:

Разность хода волн от двух когерентных источников света равна  $0,2 \lambda$ . Чему равна при этом разность фаз?

$$\Delta x = 0,2 \quad (**) \quad \Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x = \quad \text{рад.} = \quad ^\circ$$

Разность хода волн от двух когерентных источников света в некоторой точке экрана равна  $\Delta x = 4,36 \text{ мкм}$ . Каков результат интерференции, если длина волны  $\lambda$  равна: а) 670 нм; б) 438 нм; в) 536 нм?

$$\text{max} : \Delta x = k \quad k \in Z \quad \text{min} : \Delta x = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \in Z$$

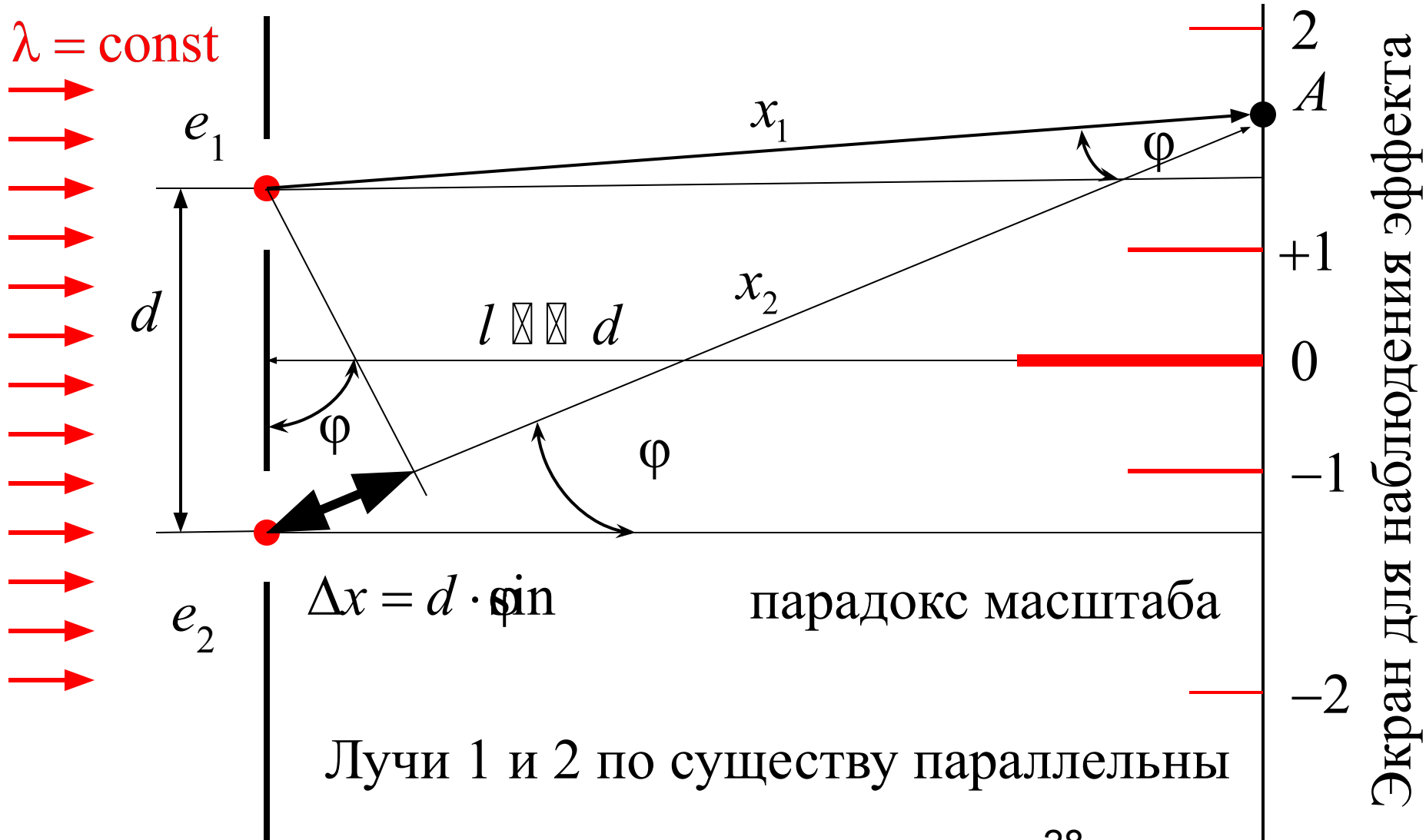
$$\Delta x = 4,36 \text{ мкм} =$$

$$\lambda = 670 \text{ нм} =$$

Опыт Юнга по интерференции на двух щелях  
( $2 = \infty$ ) (результат может быть расширен на систему из  
большого числа щелей):

(монохроматический свет)

$e_1$  и  $e_2$  – когерентные источники света



На удаленном экране наблюдается интерференционная, симметричная относительно нулевого максимума картина в виде чередующихся светлых и темных полос

В точке А удаленного экрана наблюдается max интерференции (светлая полоса):

$$\sin \Delta x = d \sin \theta = k \lambda \quad k \in Z \quad \text{*****}$$

Результат расчета интерференционной картины для двух щелей может быть расширен на систему из большего числа параллельных щелей

$$\hat{\text{max}} : \Delta x = k \quad k \in Z$$

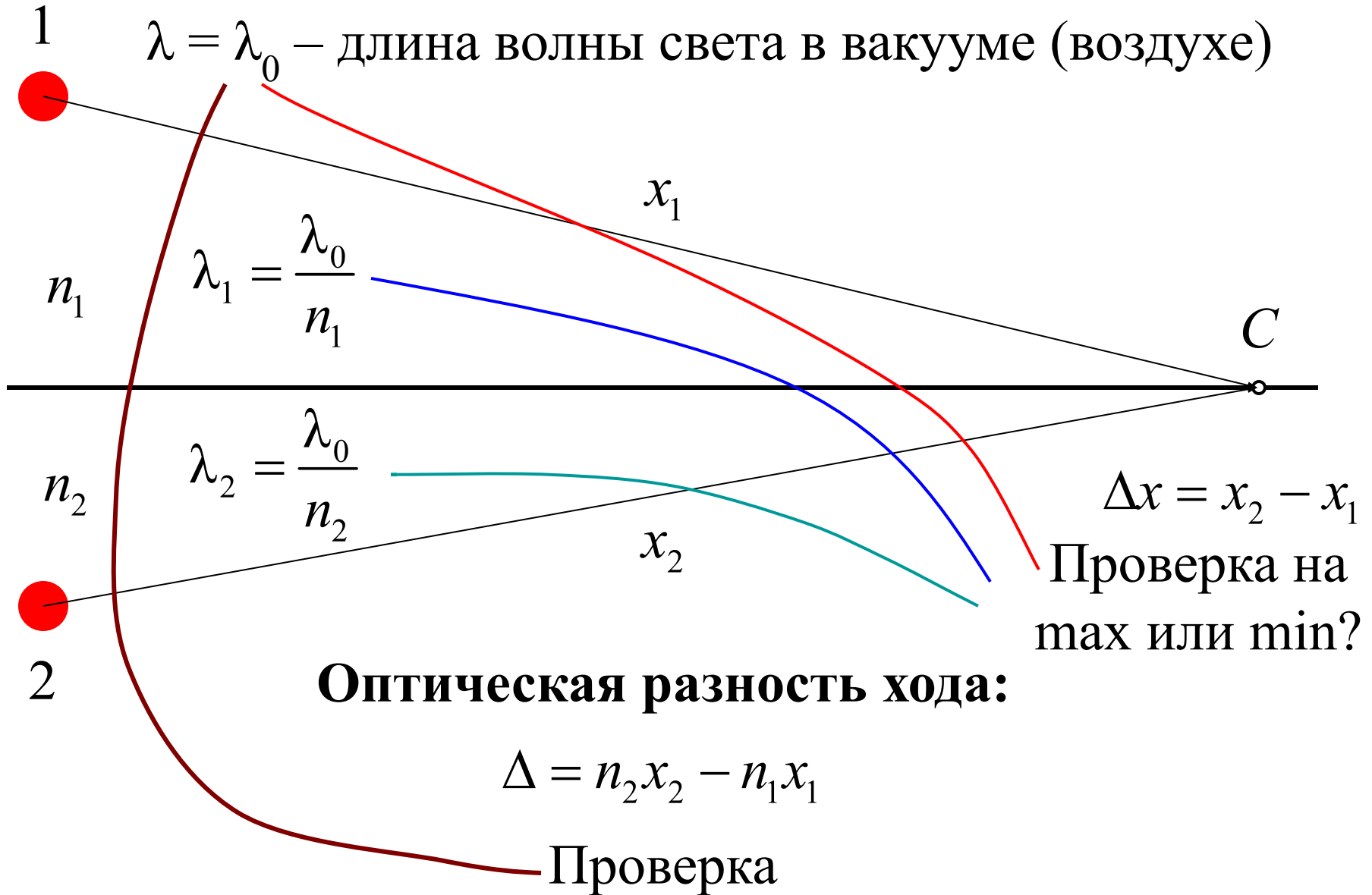
$$\hat{\text{min}} : \Delta x = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad k \in Z$$

$\Delta x$  – геометрическая разность хода интерферирующих лучей

Вывод: расчет результата интерференции сводится

1. К расчету разности хода интерферирующих лучей  $\Delta x$  (геометрическая задача);
2. К проверке полученного значения  $\Delta x$  на условия  $\hat{\text{max}}$  или  $\hat{\text{min}}$ .

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega \quad \Delta\varphi = \text{const}$$



*При отражении света от оптически более плотной среды* (с большим показателем преломления) происходит смена фазы волны на противоположную, что учитывается добавкой в  $\Delta$  слагаемого

$$\pm \frac{\lambda}{2}$$

**Оптическая разность хода:**

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1 \pm \frac{\lambda}{2}$$



Мыльная пленка толщиной  $h = 0,3$  мкм освещается белым светом, падающим перпендикулярно ее поверхности ( $\alpha = 0$ ). Пленка рассматривается в отраженном свете. Показатель преломления мыльного раствора равен  $n_2 = 1,33$ .  
Какого цвета будет при этом пленка?

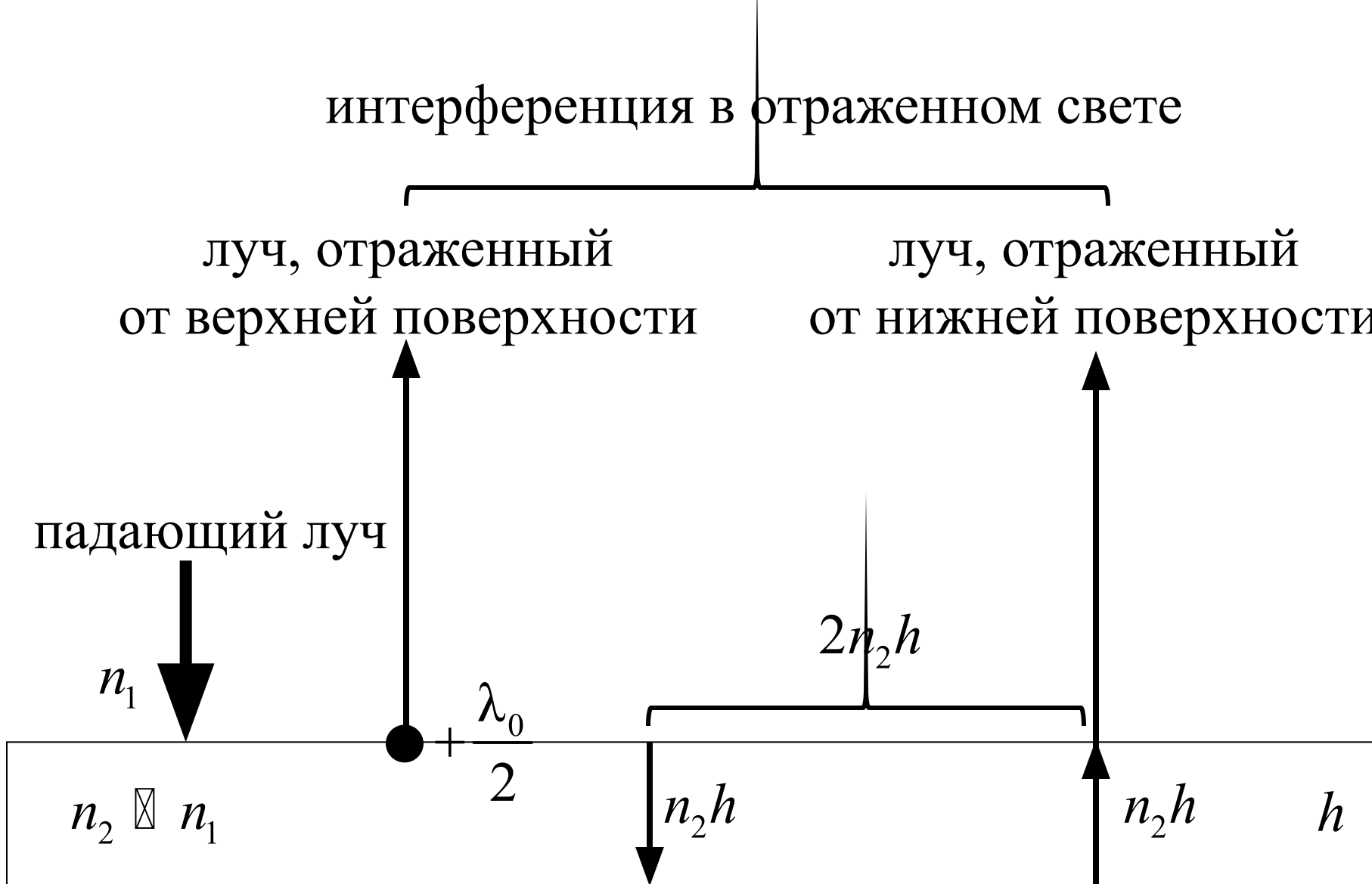
$$h = 0,3 \text{ мкм} =$$

# интерференция в отраженном свете

луч, отраженный  
от верхней поверхности

луч, отраженный  
от нижней поверхности

падающий луч



$n_1 \boxtimes n_2$

луч, прошедший  
через пленку

Оптическая разность хода лучей:

$$\Delta = 2n_2h + \frac{\lambda_0}{2}$$

Цвет пленки определяется условием максимума для  
для волны длиной  $\lambda$ :

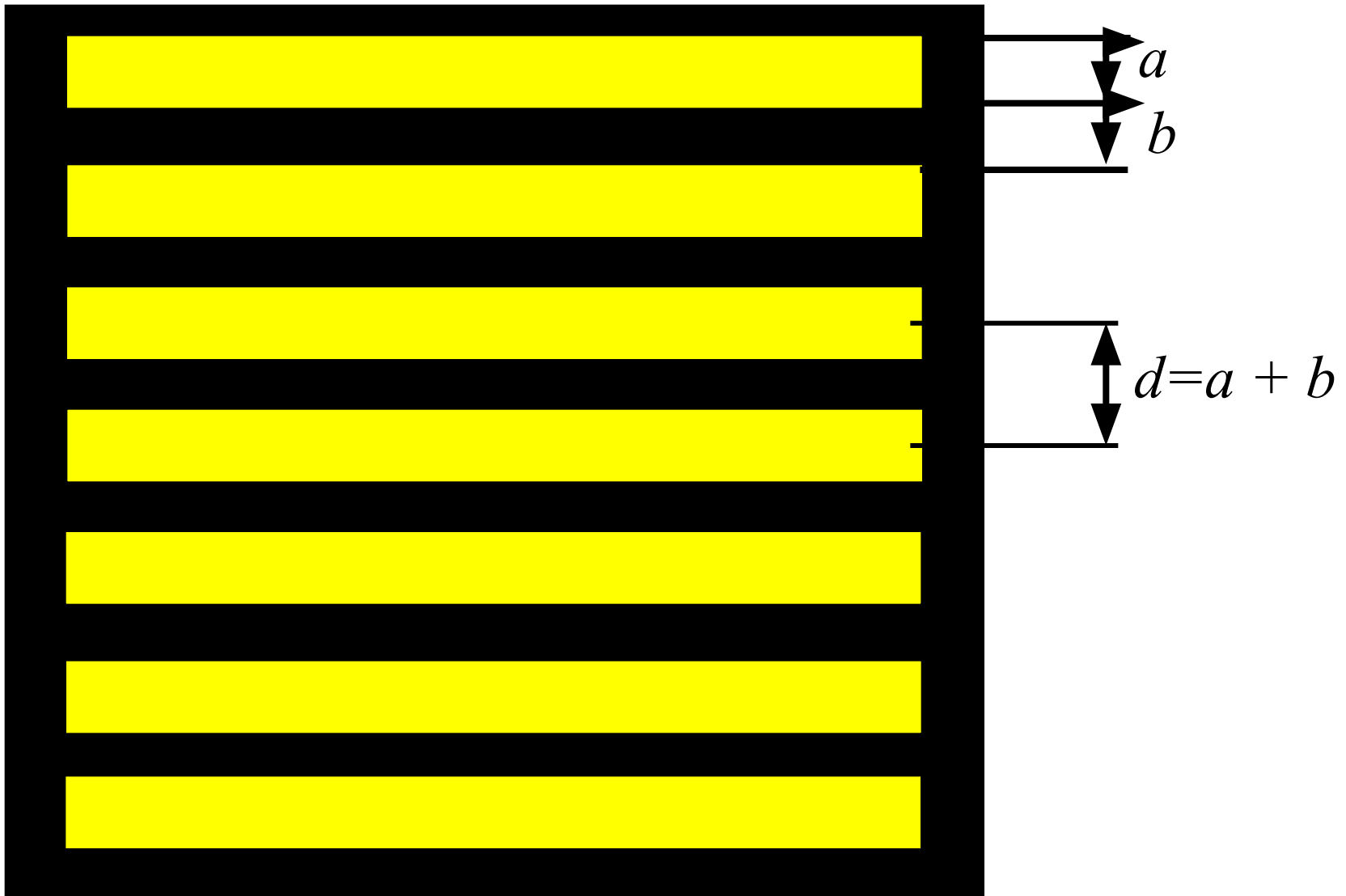
$$\Delta = 2n_2h + \frac{\lambda_0}{2} = k \lambda_0$$

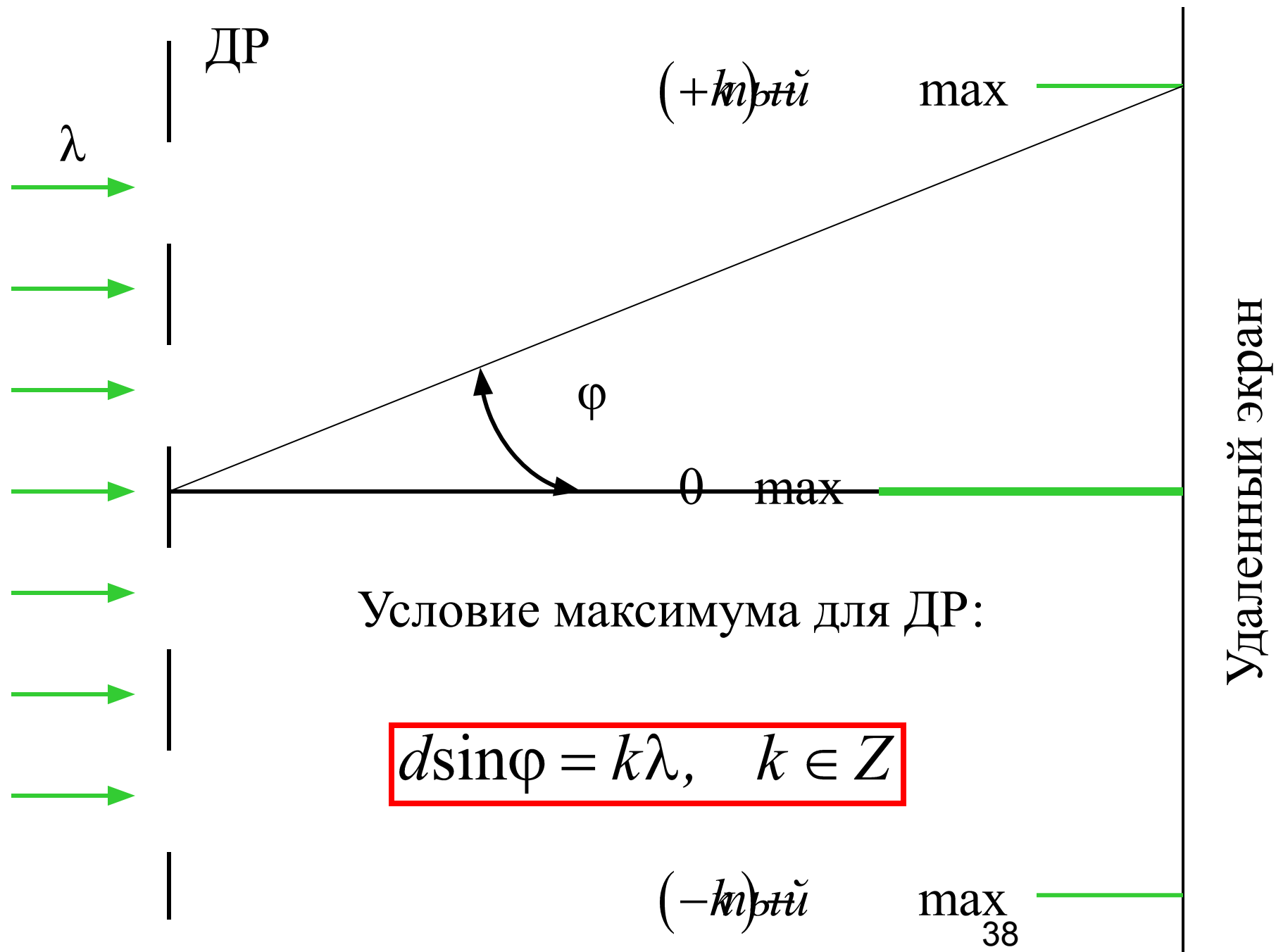
$$\lambda_0 =$$

$$k \in Z$$

Для просветления оптики применяют тонкие пленки. Какой минимальной толщины должна быть пленка, чтобы пропускать без отражения свет длины волны  $\lambda = 550$  нм? Показатель преломления пленки  $n_1 = 1,22$ . Показатель преломления стекла оптики  $n_2 = 1,38$ .

# Дифракционная решетка – спектральный прибор





Определить период решетки шириной  $L = 2,5$  см,  
имеющей  $N = 12500$  штрихов.  
Ответ записать в микрометрах.

Чему равна постоянная (период) дифракционной решетки, если в спектре 2-го порядка красная линия (700 нм) видна под углом  $30^\circ$ ?

$$d \sin \varphi = k \lambda, \quad k =$$

Дифракционная решетка содержит  $N = 500$  штрихов на  $L = 1$  мм. Найти наибольший порядок спектра для света с длиной волны  $\lambda = 680$  нм.

$$k_{\max} \rightarrow \varphi_{\max} =$$



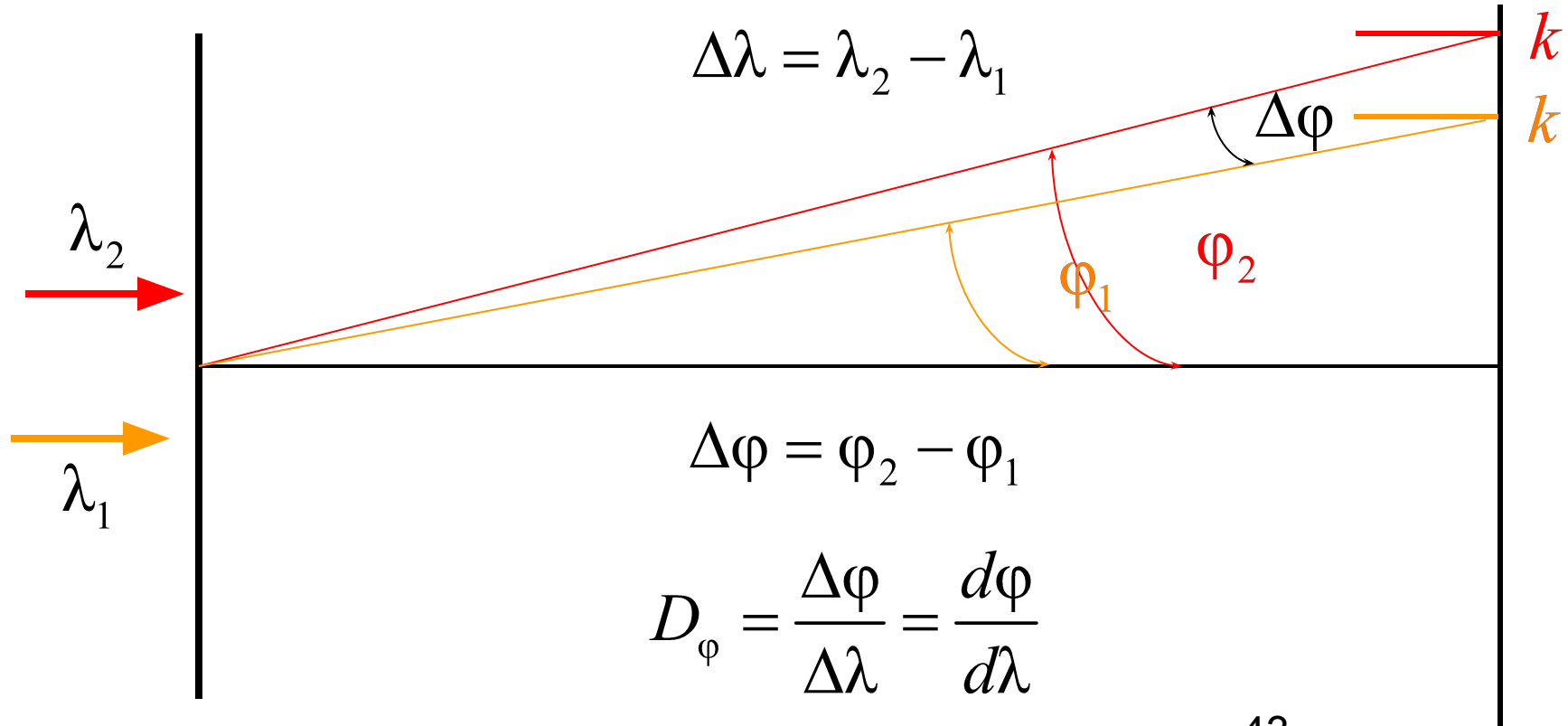
Оранжевый свет с длиной волны 600 нм и зеленый свет с длиной волны 540 нм проходят через дифракционную решетку, имеющую 4000 штрихов на сантиметр. Чему равно угловое расстояние между оранжевым и зеленым максимумами третьего порядка?

Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол  $\varphi_1 = 14^\circ$ . На какой угол  $\varphi_2$  отклонен максимум третьего порядка?

# Характеристики дифракционной решетки, как спектрального прибора:

1. Период решетки;

2. Угловая дисперсия: способность различать на экране излучения с близкими длинами волн под разными углами



$$\lambda = \frac{d}{k} \sin \varphi \qquad \frac{d\lambda}{d\varphi} = \frac{d}{k} \cos \varphi$$

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi}$$

3. Разрешающая способность дифракционной решетки:

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

Дифракционную решетку с числом щелей  
 $N = 10\,000$  используют  
для исследования спектра света в области 600 нм.  
Найти минимальную разность длин волн, которую  
можно обнаружить такой решеткой при наблюдении  
максимумов второго порядка.

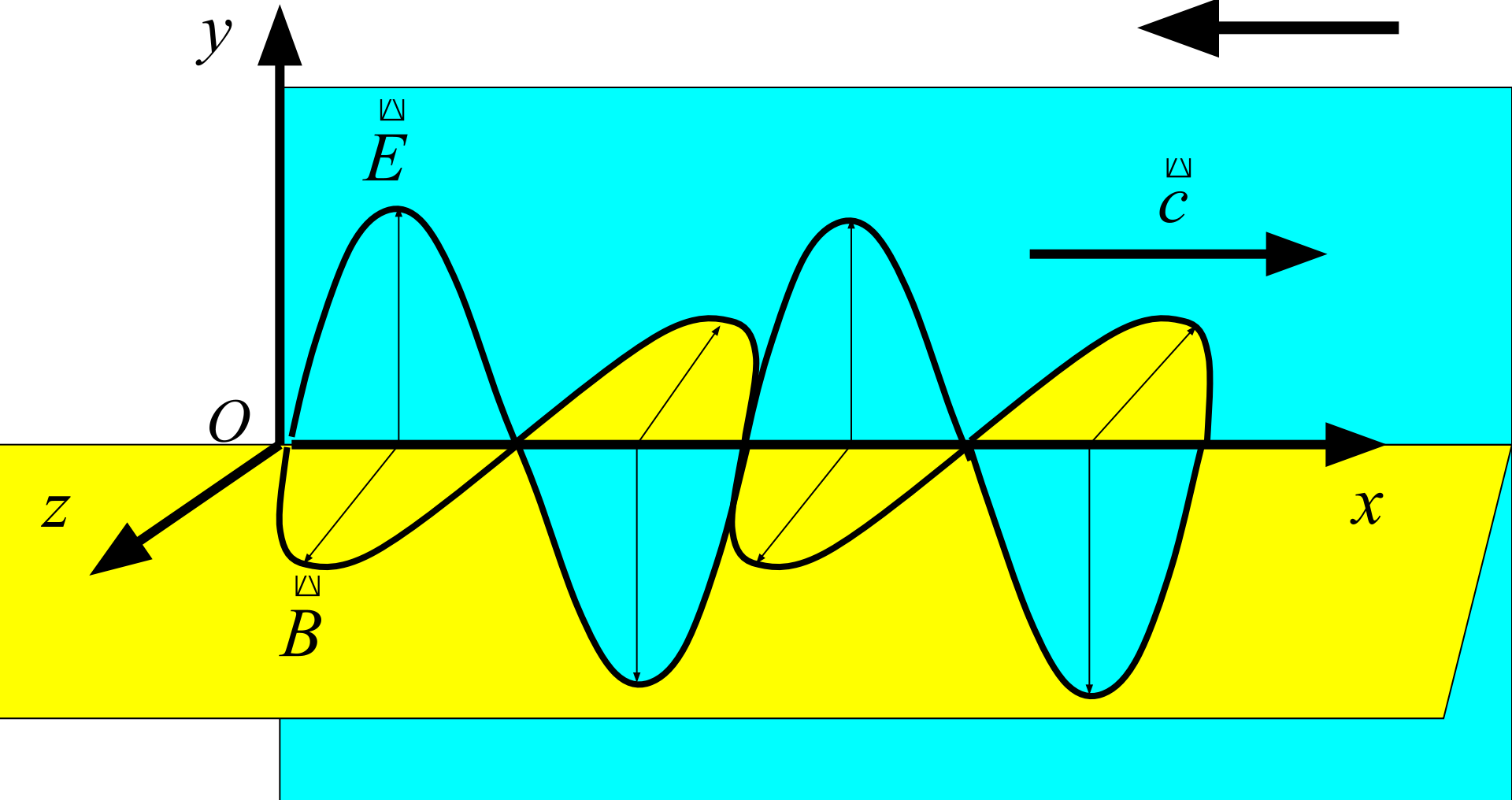
$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN$$

С помощью дифракционной решетки с периодом  $d = 20$  мкм требуется разрешить дублет натрия ( $\lambda_1 = 589,0$  нм и  $\lambda_2 = 589,6$  нм) в спектре второго порядка. При какой наименьшей длине  $l$  решетки это возможно?

# Поляризация волн

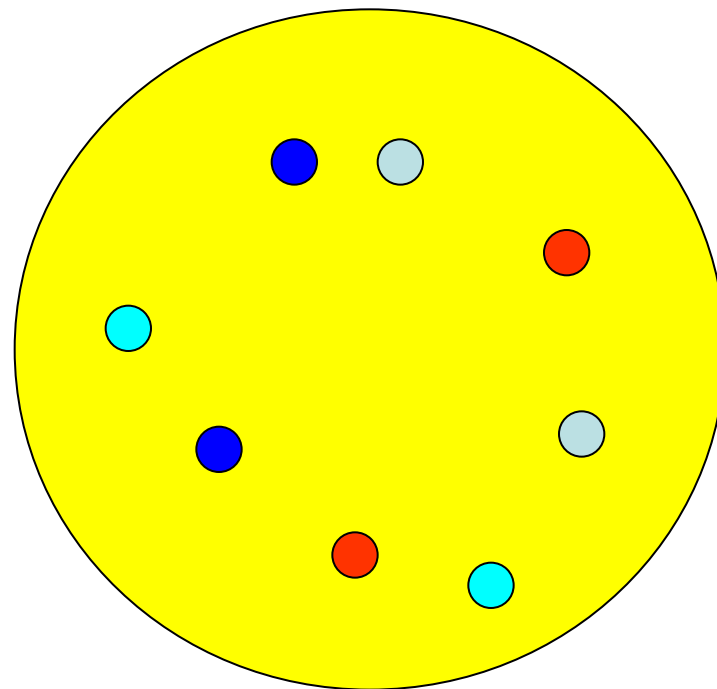
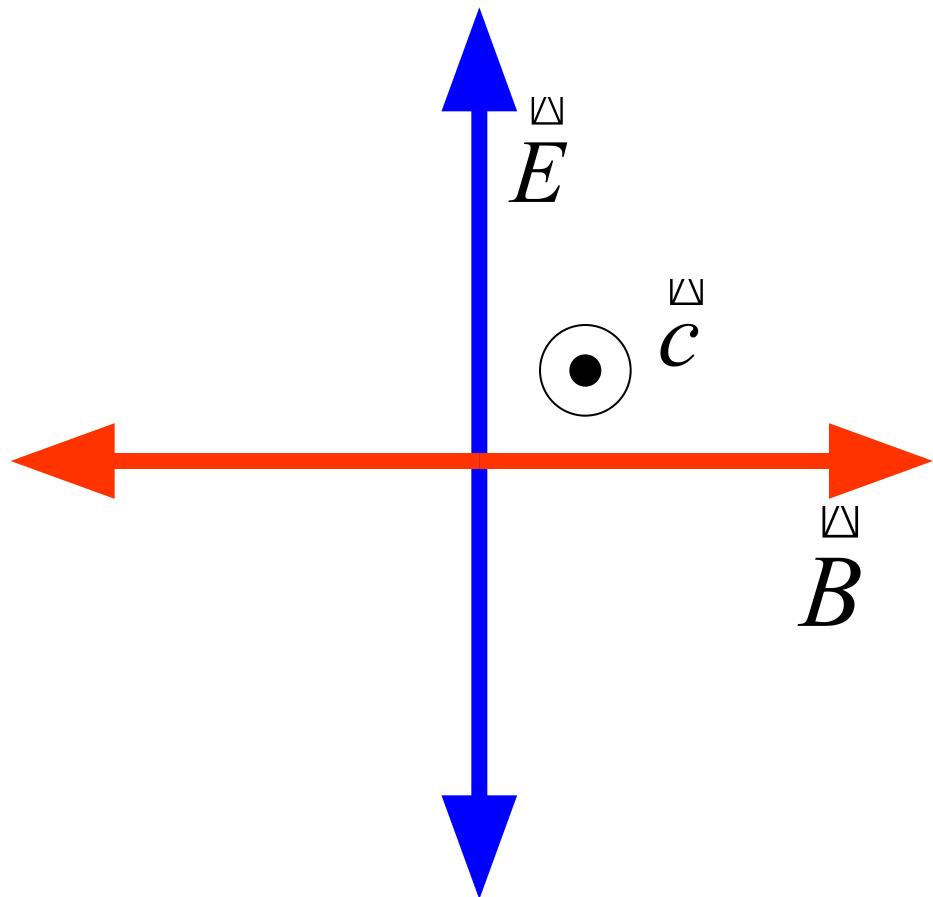
Плоско-поляризованная ЭМВ

A



Вид А

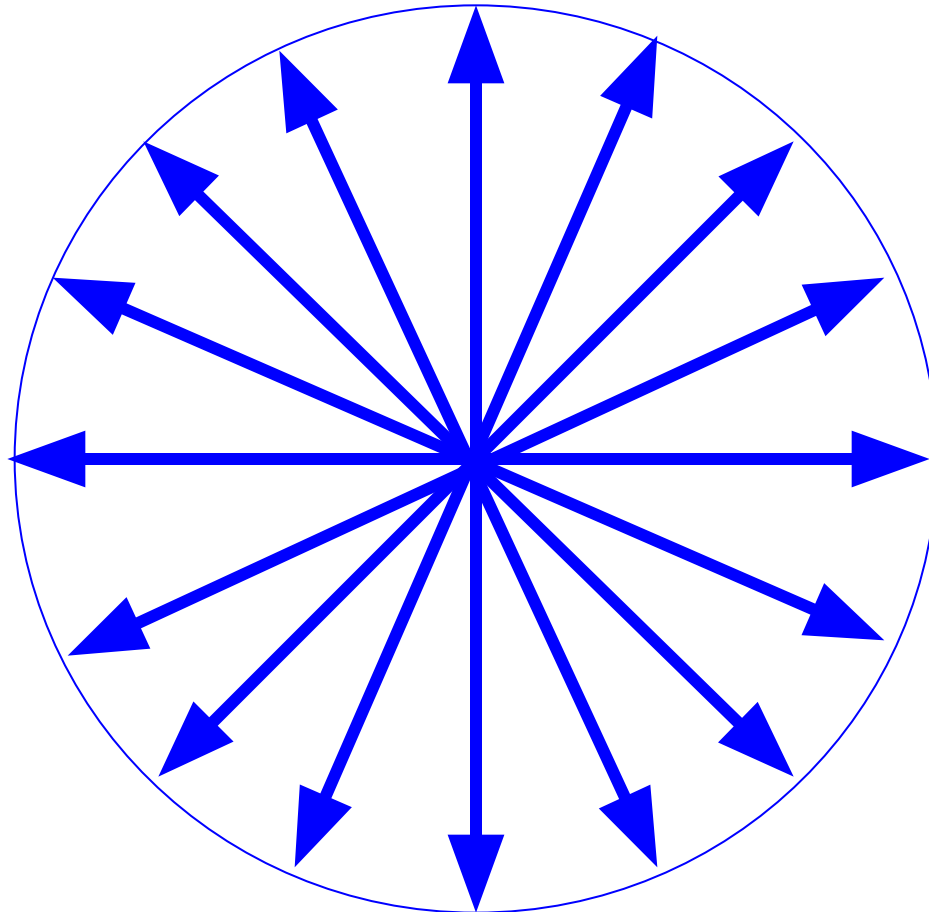
Источник естественного света:



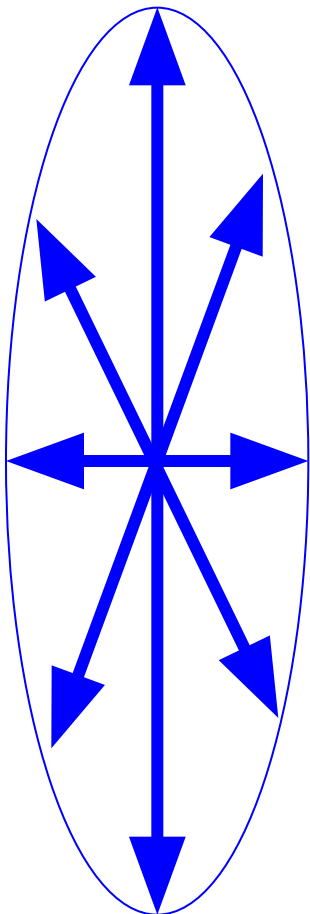
Плоско-поляризованный свет



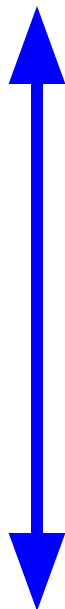
# Естественный свет



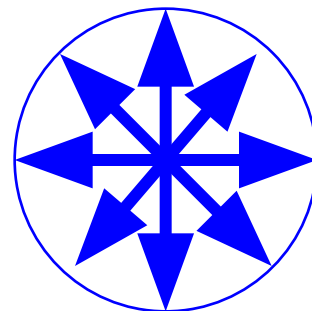
# Частично-поляризованный свет



=

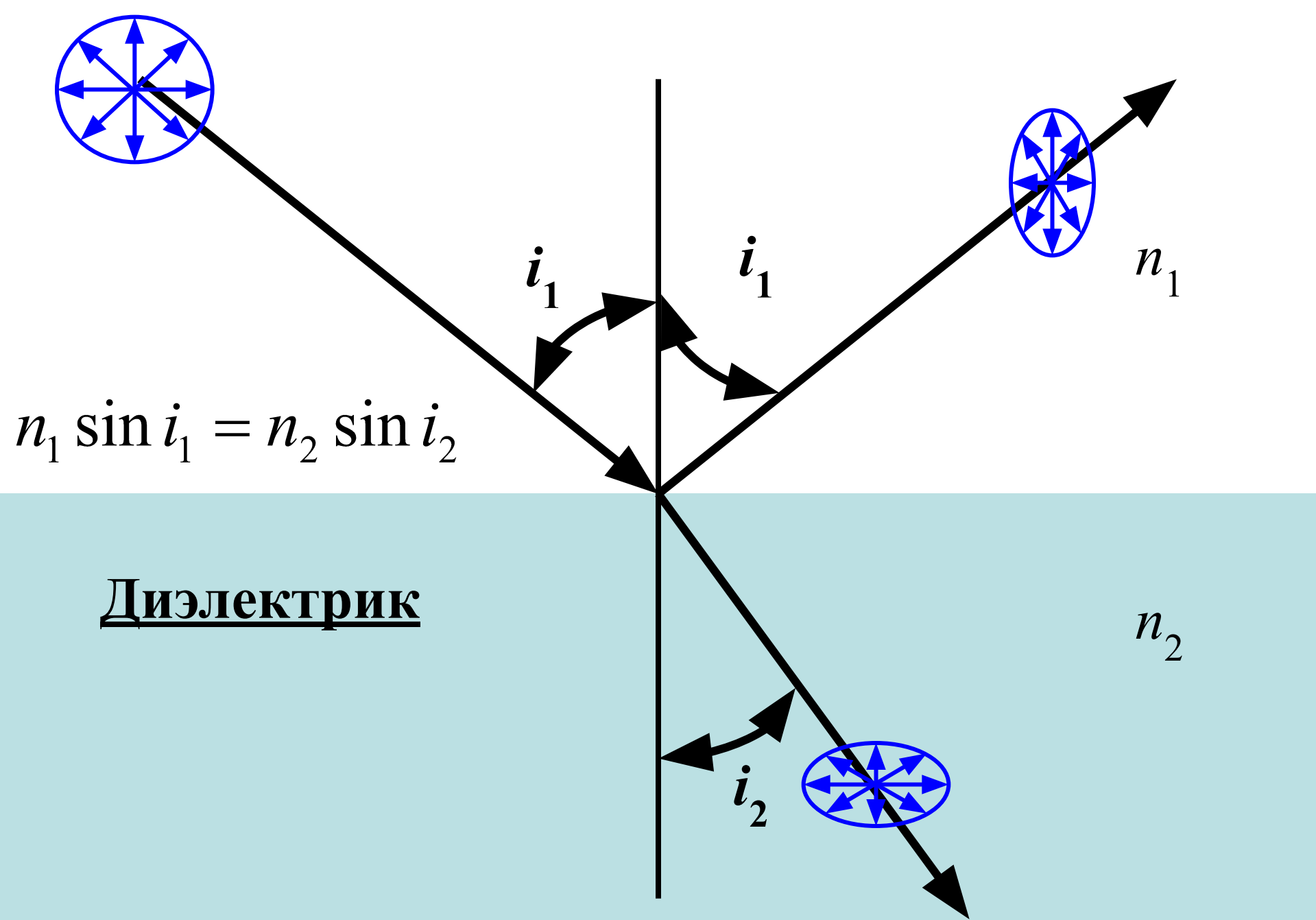


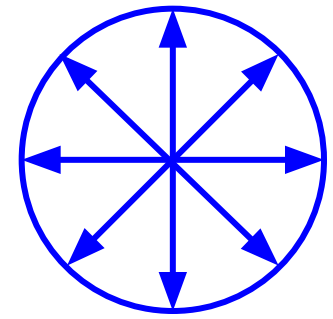
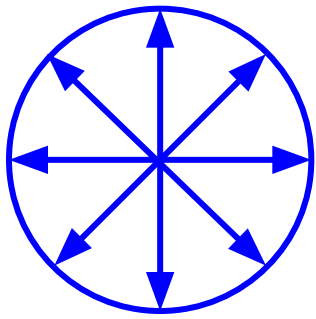
+



# Естественный свет

# Плоско-поляризованный свет





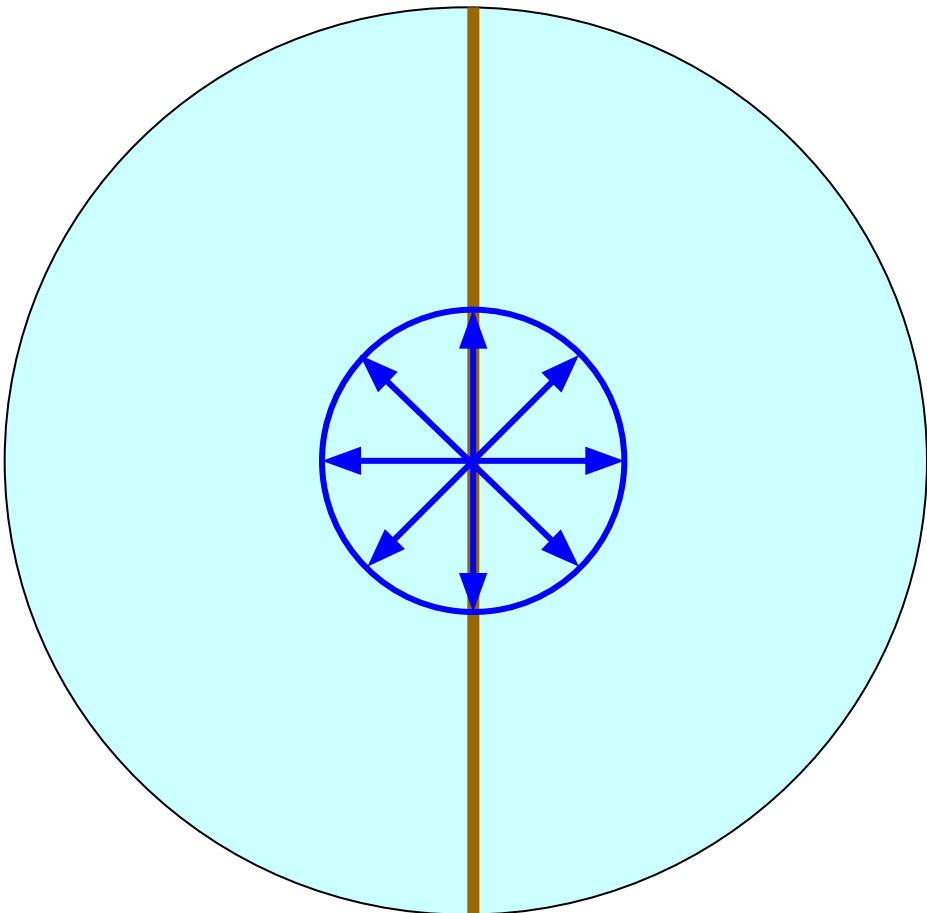
$$P = P_{\max}$$

Закон Брюстера:

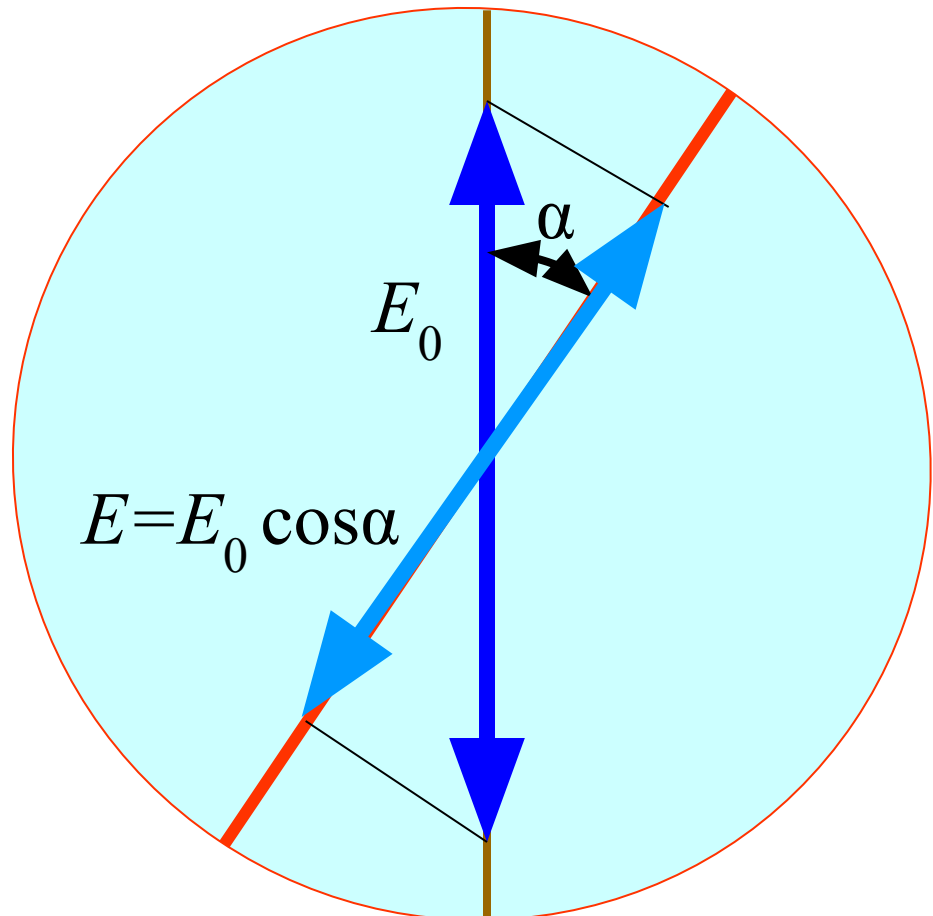
$$i_1 = i_B = \operatorname{arctg} \frac{n_2}{n_1}$$

При какой высоте солнца над горизонтом солнечный свет отражается от поверхности озера плоско-поляризованным? Показатель преломления воды в области видимого света  $n = 1,33$ .

# Поляризатор



# Анализатор



$$\begin{array}{r}
 \cdot \\
 \hline
 \cdot \\
 \\
 I \leftarrow E^2 = E_0^2 \alpha \cos^2 \\
 \\
 I_0 \leftarrow E_0^2 \\
 \\
 \hline
 \frac{I}{I_0} = \alpha \cos^2
 \end{array}$$

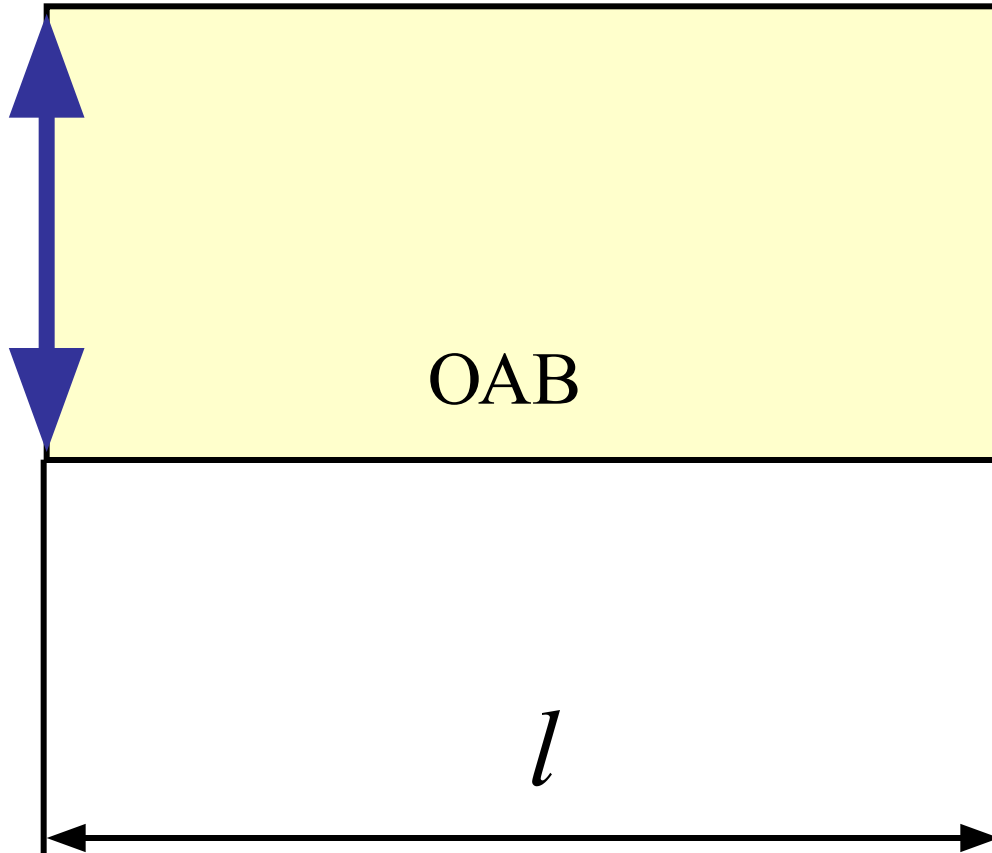
Закон Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$

Чему равен угол  $\varphi$  между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, прошедшего через поляризатор и анализатор, уменьшилась в 4 раза?

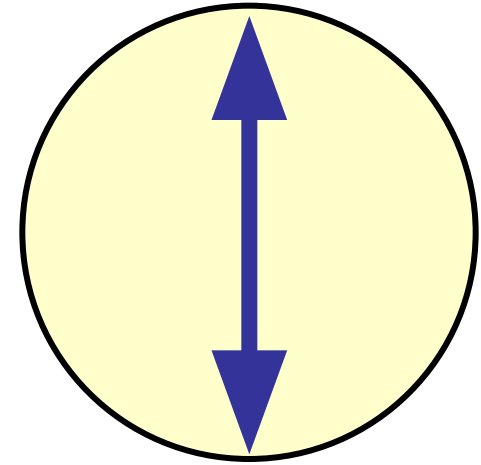


# Оптически активные вещества (ОАВ)



Поляриметры (сахариметры)

$$C = \frac{\alpha}{\alpha_0 l}$$



$$\alpha = \alpha_0 \cdot C \cdot l$$

$$[\alpha_0] = \text{град} / \% \cdot \text{м}$$

$$\alpha = \alpha_0 \cdot l$$

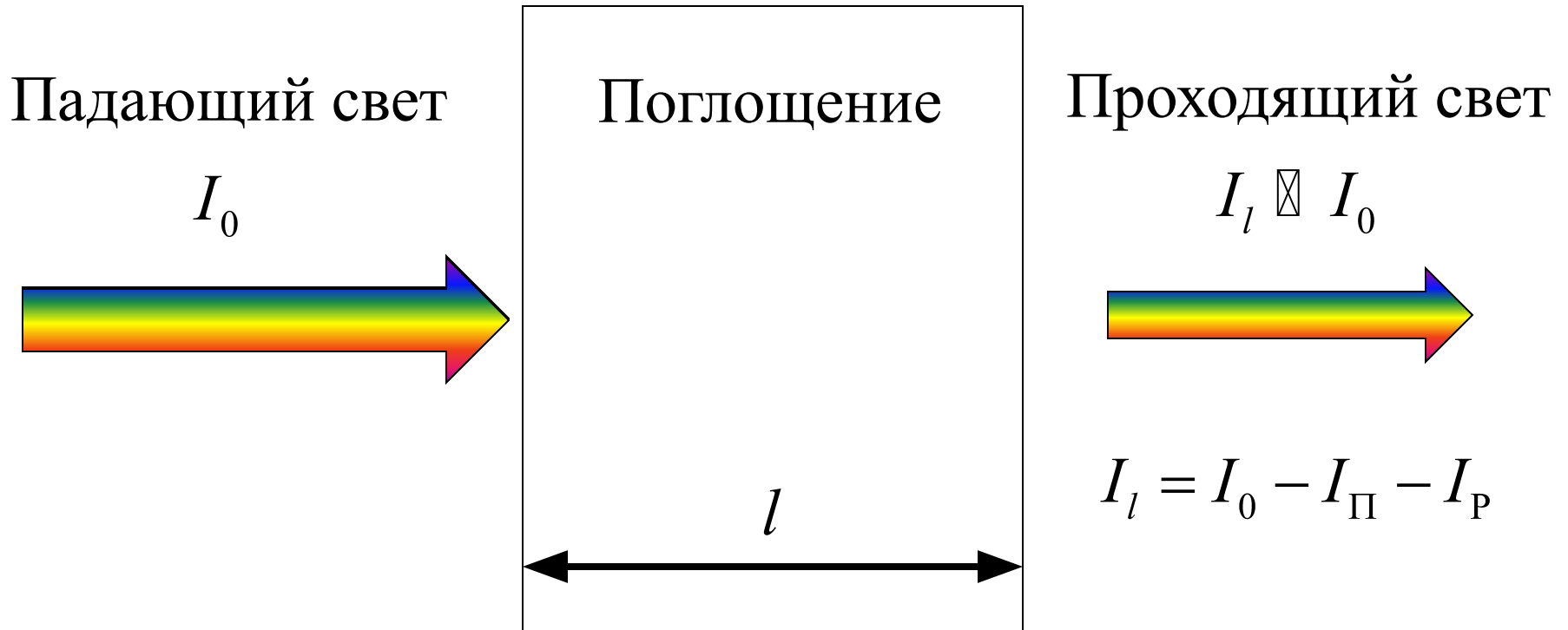
$$[\alpha_0] = \text{град} / \text{м}$$

Определить удельное вращение  $[\alpha_0]$  для раствора сахара, если при прохождении света через трубку с раствором угол поворота плоскости поляризации равен  $\alpha = 22^\circ$ . Длина трубки равна  $L = 10$  см, концентрация раствора равна  $C = 0,33$  г/см<sup>3</sup>.

# Поглощение и рассеяние света

Оптическая среда

Рассеяние



Рассеяние

# Поглощение – превращение энергии света в другие виды энергии



Молекула вещества



Закон Бугера – Ламберта:

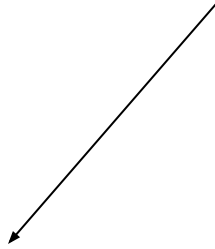
$$I_{лп} = I_0 - I_{п} = I_0 e^{-k \cdot l}$$

$k$  – натуральный показатель поглощения

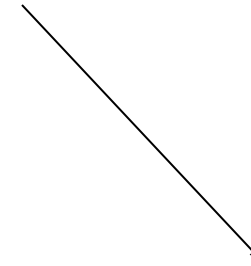
$$I_{лп} = I_0 e^{-k_{\lambda} \cdot l}$$

$k_{\lambda}$  – монохроматический натуральный  
показатель поглощения

Рассеяние происходит на  
пространственных неоднородностях среды

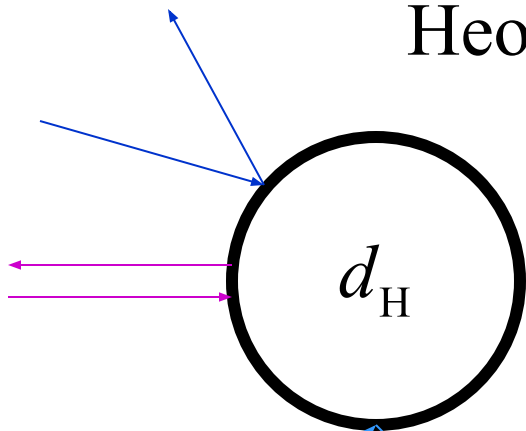


Инородные малые частицы



Флуктуации плотности  
(молекулярное рассеяние)

# Неоднородность



$$d_H \ll \lambda$$

Инеродные малые частицы  
(мутные среды)

$$d_H \ll 0,2$$

$$d_H \ll \lambda$$

$$I_P \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

закон Рэлея

$$I_P \propto \frac{1}{\lambda^2}$$

$$I_{TP} = I_0 - I_P = I_0 e^{-m \cdot l}$$