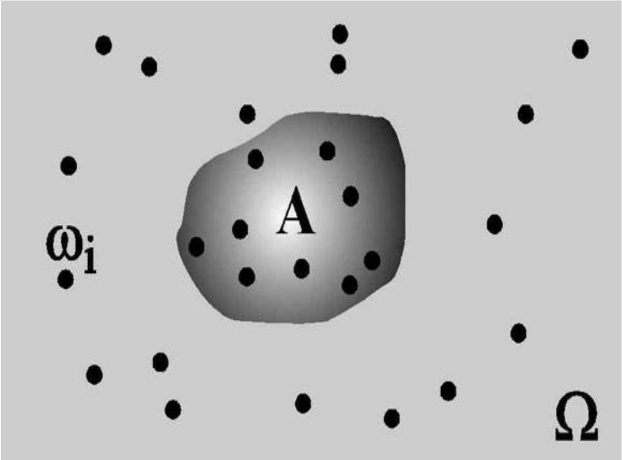
ЛЕКЦИЯ 5
Теоретический материал
к практическим занятиям 16 и 17

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Эксперимент (опыт) – может повторяться многократно при неизменных условиях, при этом результат эксперимента в каждом конкретном случае точно предвидеть нельзя

Исход эксперимента (результат, элементарное событие)



Множество всех исходов

Событие – подмножество множества всех исходов

Полная группа событий – совокупность могут реализоваться в данном опыте

ПРИМЕР ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСНОВНЫХ ПОНЯТИЙ

Кубик кладется в стаканчик, встряхивается, из стаканчика выкатывается на стол и катится до полной остановки.

Исход: количество точек на верхней грани, например, $\omega_i = 2 \quad i = 1,\ldots,6$

Множество всех исходов –

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

А – выпало четное количество очков

В – выпало нечетное количество очков

С – выпало больше 3 очков

$$A = \{2,4,6\} \qquad B = \{1,3,5\} \qquad C = \{4,5,6\}$$

Случайное событие - это событие, которое при равных условиях может произойти, а может и не произойти в данном испытании, то есть его появление нельзя гарантировать

ВИДЫ СОБЫТИЙ

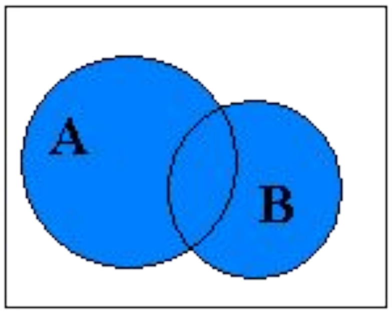
СОБЫТИЯ

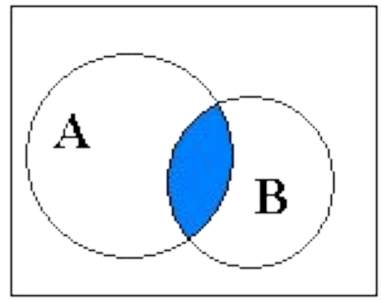
- **ДОСТОВЕРНОЕ** (произойдет обязательно)
- **НЕВОЗМОЖНОЕ** (не произойдет ни при каких обстоятельствах)
- **ВЕРОЯТНОЕ (СЛУЧАЙНОЕ)** (может произойти, а может и нет)

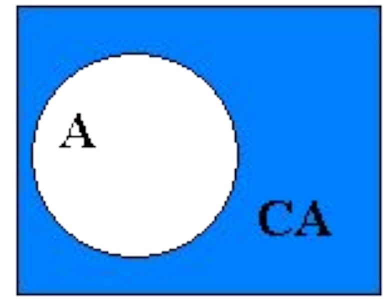
СОБЫТИЯ

- СОВМЕСТНЫЕ-НЕСОВМЕСТНЫЕ
- ЗАВИСИМЫЕ-НЕЗАВИСИМЫЕ
- РАВНОВОЗМОЖНЫЕ

ОПЕРАЦИИ НАД СОБЫТИЯМИ. ДИАГРАММЫ ЭЙЛЕРА







сумма событий	произведение	противоположное событие
или … или	и … и	(хотя бы один) – (ни одного)
$A+B=\Omega$	$A\cdot B=\varnothing$	$\overline{A}=B$
$A+C=D$ $D=\{2,4,5,6\}$	$A\cdot C=E$ $E=\{4,6\}$	$\overline{C}=G$ $G=\{1,2,3\}$
$A=\{2,4,6\}$	$B=\{1,3,5\}$	$C=\{4,5,6\}$

КЛАССИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ВЕРОЯТНОСТИ

Вероятность – каждому элементарному исходу ставится в соответствие число 0<P<1, которое характеризует возможность его реализации в эксперименте, так, чтобы сумма по всем исходам была равна 1.

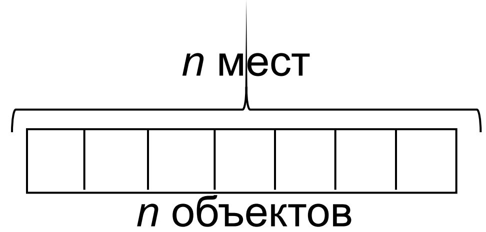
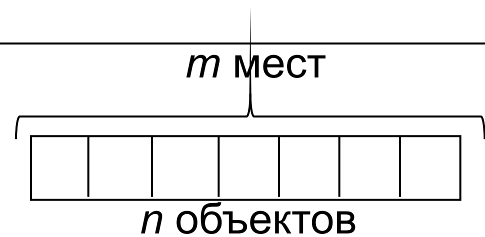
Классическая формула вероятности $$P(A)=\frac{m}{n}$$

где

n - число всех возможных исходов эксперимента

m - число исходов, благоприятствующих наступлению события А.

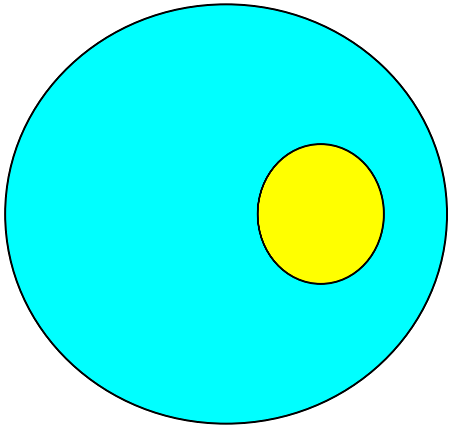
ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ И ПРИМЕРЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

Перестановки		$4! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4 = 24$ $0! = 1$
Сочетания $C_n^m = \dfrac{n!}{m!(n-m)!}$	Выбор *m* объектов из *n* объектов; порядок не важен	$C_6^2 = \dfrac{6!}{2!(6-2)!} =$ $= \dfrac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \dfrac{5\cdot 6}{2} = 15$
Размещения $A_n^m = \dfrac{n!}{(n-m)!}$	Выбор *m* объектов из *n* объектов; порядок важен	$A_6^2 = \dfrac{6!}{(6-2)!} =$ $= \dfrac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} = \dfrac{5\cdot 6}{1} = 30$
Размещения с повторениями		из цифр 1 и 2 составить 4-х значные номера $2^4 = 16$ 1111 1121 1222 1112 1211 и т.д. 1122 1212

д.э.н., профессор Сергеева Л.Н.

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$P(A)=\frac{mes(A)}{mes(\Omega)}=\frac{\text{площадь}\quad\text{желтого}}{\text{площадь}\quad\text{голубого}}$$



ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Теорема сложения вероятностей

для несовместных событий $P(A+B)=P(A)+P(B)$

для совместных событий $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$

Вероятность противоположных событий (Хотя бы один)

$$P(\overline{A})=1-P(A)$$

Условная вероятность $P(A/B)$

Если $P(A/B)=P(A)$ и $P(B/A)=P(B)$, то события А и В независимы

Теорема умножения вероятностей для независимых событий

$$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$$

СХЕМА ИСПЫТАНИЙ БЕРНУЛЛИ

Схема испытаний Бернулли: только два возможных исхода – «успех» и «неудача». Вероятность успеха и вероятность неудачи *q*, $p+q=1$

Вероятность *n* успехов в *m* опытах вычисляется по **формуле Бернулли**:

$$P_n^m = C_n^m p^m q^{n-m}$$

Формула Пуассона:

- Используют для решения задач по схеме Бернулли, когда $n \geq 10$ и $p < 0,1$

$$P_n(m) \approx \frac{\mu^m e^{-\mu}}{m!}$$

$$\mu = np$$

Формула Муавра-Лапласа

- Используют для решения задач по схеме Бернулли, когда $n \geq 10$ и $p > 0{,}1$

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$$

- Для интервала значений:

$$P_n(m_1 \leq m \leq m_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{z_1}^{z_2} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = \Phi\left(\frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}}\right) - \Phi\left(\frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}}\right)$$