

Решение заданий В 5

по материалам открытого
банка задач ЕГЭ по
математике 2014 года

**Кильдеева Ирина Владимировна,
Кузнецова Татьяна Алексеевна –
учителя математики МБОУ «СОШ № 37 имени
Новикова Гаврила Гавриловича» г. Кемерово**



Классическое
определение
вероятности

Определение вероятности



Наблюдение явления, опыт, эксперимент, которые можно провести многократно, в теории вероятностей принято называть **испытанием**.
Результат или исход некоторого испытания или эксперимента называется **событием**.

Пример 1.

Сдача экзамена - это испытание;

получение определенной отметки - событие.

Выстрел - это испытание; попадание в определенную область мишени - событие.

Бросание игрального кубика - это испытание;

появление того или иного числа очков на брошенной игральной кости - событие.

Типы событий



- **Невозможное событие** – это такое событие, которое не может произойти в результате данного испытания.
- **Достоверное событие** – это такое событие, которое обязательно происходит в результате данного испытания.
- **Случайное событие** – это такое событие, которое может произойти или не произойти в результате данного испытания.

События называются **равновозможными**, если есть основания считать, что не одно из них не является более возможным, чем другое.

Классическое определение вероятности



Вероятностью события A при проведении некоторого испытания называют отношение числа тех исходов, в результате которых наступает событие A , к общему числу всех (равновозможных между собой) исходов этого испытания.

Вероятность некоторого числа A обозначается $P(A)$ и определяется формулой:

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

где $N(A)$ – число элементарных исходов, благоприятствующих событию A ;

N – число всех возможных элементарных исходов испытания.

Свойства вероятностей



В математике вероятность каждого события оценивают неотрицательным числом
(но не процентами!)

- **Свойство 1.**

Вероятность **достоверного** события **A** равна единице: $P(A) = 1$.

- **Свойство 2.**

Вероятность **невозможного** события **A** равна нулю: $P(A) = 0$.

- **Свойство 3.** Вероятность случайного события есть положительное число, заключенное между **нулем** и **единицей**: $0 \leq P(A) \leq 1$

Алгоритм нахождения вероятности случайного события:



Для нахождения вероятности случайного события при проведении некоторого испытания следует найти:

- 1) число всех возможных исходов данного испытания;
- 2) количество $N(A)$ тех исходов, в которых наступает событие A ;
- 3) частное $N(A)/N$ будет равно вероятности события A .
Вероятность события A обозначают $P(A)$.

Значит

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Числа на выпавших сторонах	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

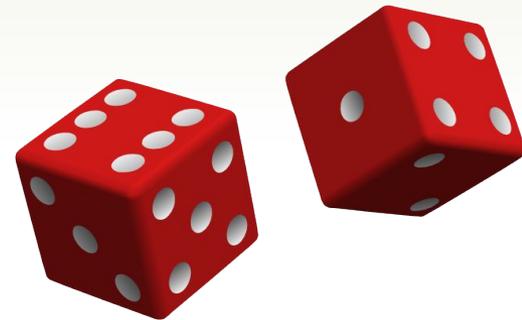
Всего исходов: 36 (6^2)

«Благоприятных» исходов: 5

$$P(A) = \frac{N(A)}{N}$$

$$P(A) = \frac{5}{36} = 0,138 \approx 0,14.$$

Ответ: 0,14.



В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение.

Игральные кости – это кубики с 6 гранями. На первом кубике может выпасть 1, 2, 3, 4, 5 или 6 очков. Каждому варианту выпадения очков соответствует 6 вариантов выпадения очков на втором кубике.

Т.е. всего различных вариантов $6 \times 6 = 36$.

Варианты (исходы эксперимента) будут такие:

1; 1 1; 2 1; 3 1; 4 1; 5 1; 6

2; 1 2; 2 2; 3 2; 4 2; 5 2; 6

и т.д.

6; 1 6; 2 6; 3 6; 4 6; 5 6; 6

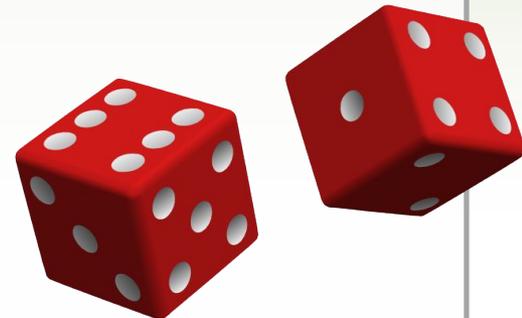
Подсчитаем количество исходов (вариантов), в которых сумма очков двух кубиков равна 8.

2; 6 3; 5; 4; 4 5; 3 6; 2.

Всего 5 вариантов.

Найдем вероятность: $\frac{5}{36} = 0,138 \approx 0,14$.

Ответ: 0,14.



В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

282854

Решение

Возможные исходы события:



орел - О



решка - Р



1 бросок	2 бросок
О	О
О	Р
Р	Р
Р	О

4 исхода

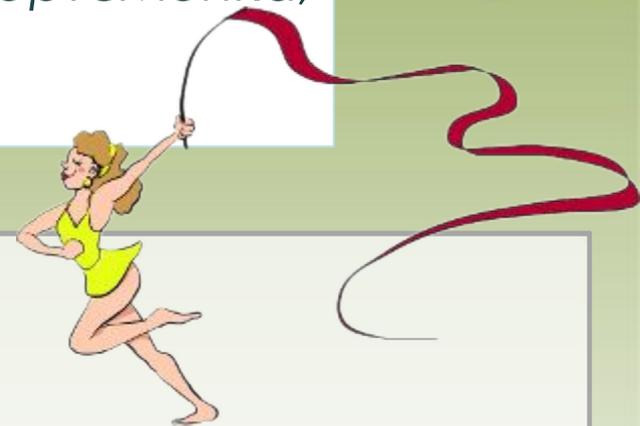
Всего исходов: 4 (2²)

«Благоприятных» исходов: 2

$$P(A) = \frac{N(A)}{N} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Ответ: 0,5.

В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.



Решение.

Всего участвует 20 спортсменок,
из которых $20 - 8 - 7 = 5$ спортсменок из Китая.

Вероятность того, что спортсменка, выступающая
первой, окажется из Китая, равна $\frac{5}{20} = \frac{1}{4} = 0,25$

Ответ: 0,25.

В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Решение:

$1000 - 5 = 995$ – насосов не подтекают.

Вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает, равна

$$\frac{995}{1000} = 0,995$$

Ответ: 0,995.

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

282857

Решение:

$100 + 8 = 108$ – сумок всего (качественных и со скрытыми дефектами).

Вероятность того, что купленная сумка окажется качественной, равна $\frac{100}{108} = 0,925 \approx 0,93$.

Ответ: 0,93.



В соревнованиях по толканию ядра участвуют 4 спортсмена из Финляндии, 7 спортсменов из Дании, 9 спортсменов из Швеции и 5 – из Норвегии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции.

Решение:

Всего участвует $4 + 7 + 9 + 5 = 25$ спортсменов.

Вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Швеции, равна

$$\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36$$

Ответ: 0,36.

Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Решение:

В последний день конференции запланировано
 $(75 - 17 \times 3) : 2 = 12$ докладов.

Вероятность того, что доклад профессора М.
окажется запланированным на последний день

конференции, равна $\frac{12}{75} = \frac{4}{25} = \frac{16}{100} = 0,16$.

Ответ: 0,16.

Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

Решение:

В третий день конкурса запланировано

$(80 - 8) : 4 = 18$ выступлений.

Вероятность того, что выступление представителя

России состоится в третий день конкурса, равна

$$\frac{18}{80} = \frac{9}{40} = \frac{225}{1000} = 0,225$$

Ответ: 0,225.

На семинар приехали 3 ученых из Норвегии, 3 из России и 4 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

Решение:

Всего участвует $3 + 3 + 4 = 10$ ученых.

Вероятность того, что восьмым окажется доклад

ученого из России, равна $\frac{3}{10} = 0,3$

Ответ: 0,3.

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение:

Нужно учесть, что Руслан Орлов должен играть с каким-либо бадминтонистом из России. И сам Руслан Орлов тоже из России.

Вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России,

равна $\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36$

Ответ: 0,36.

В сборнике билетов по биологии всего 55 билетов, в 11 из них встречается вопрос по ботанике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.

Решение:

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по

ботанике, равна $\frac{11}{55} = \frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: 0,2.

В сборнике билетов по математике всего 25 билетов, в 10 из них встречается вопрос по неравенствам. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам.



285927

Решение:

$25 - 10 = 15$ – билетов не содержат вопрос по неравенствам.

Вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопроса по неравенствам, равна

$$\frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Ответ: 0,6.



285928

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов, среди них 8 прыгунов из России и 9 прыгунов из Парагвая. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что шестым будет выступать прыгун из Парагвая.

Решение:

Всего участвует 25 спортсменов.

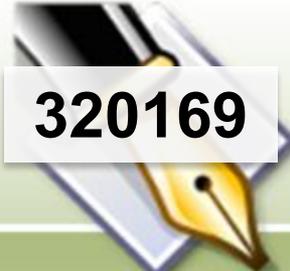
Вероятность того, что шестым будет выступать

прыгун из Парагвая, равна $\frac{9}{25} = \frac{36}{100} = 0,36$

Ответ: 0,36.



Вася, Петя, Коля и Леша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.



320169

Решение:

Элементарное событие в этом эксперименте – участник, который выиграл жребий.

Перечислим их: (Вася), (Петя), (Коля) и (Леша).

Общее число элементарных событий N равно 4.

Событию $A = \{\text{жребий пал на Петю}\}$ благоприятствует только одно элементарное событие (Петя).

Поэтому $N(A) = 1$. Тогда $P(A) = N(A)/N = \frac{1}{4} = 0,25$

Ответ:
0,25.



320170

В чемпионате мира участвует 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4.

Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

Решение:

Множество элементарных событий: $N=16$

$A = \{\text{команда России во второй группе}\}$

С номером «2» четыре карточки: $N(A)=4$

Тогда $P(A) = \frac{4}{16} = 0,25$

Ответ: 0,25.



На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной?

Решение:

На клавиатуре телефона 10 цифр, из них 5 четных: 0, 2, 4, 6, 8. Поэтому вероятность того, что случайно будет нажата четная цифра равна $\frac{5}{10} = 0,5$

Ответ: 0,5.

Какова вероятность того, что случайно выбранное натуральное число от 10 до 19 делится на три?

Решение:

Натуральных чисел от 10 до 19 десять,
из них на три делятся три числа: 12, 15, 18.

Следовательно, искомая вероятность равна $\frac{3}{10} = 0,3$

Ответ: 0,3.

В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

Решение:

Всего туристов пять, случайным образом из них выбирают двоих.

Вероятность быть выбранным равна $\frac{2}{5} = 0,4$

Ответ: 0,4.



Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Решение:

Обозначим «1» ту сторону монеты, которая отвечает за выигрыш жребия «Физиком», другую сторону монеты обозначим «0».

Тогда благоприятных комбинаций три: 110, 101, 011, $N(A)=3$

а всего комбинаций: 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111, $N=2^3=8$

Тем самым, искомая вероятность равна: $P(A) = \frac{3}{8} = 0,375$

Ответ: 0,375.

Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию « $A = \text{сумма очков равна } 5$ »?

Решение:

Сумма очков может быть равна 5 в четырех случаях: «3 + 2», «2 + 3», «1 + 4», «4 + 1».

Ответ: 4.

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОР (в первый раз выпадает орёл, а во второй — решка).

Решение:

Всего возможных исходов — четыре: ОО, ОР, РО, РР.

Благоприятным является один: ОР.

Следовательно, искомая вероятность равна $\frac{1}{4} = 0,25$

Ответ: 0,25.

На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.

Решение:

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д — Дания, Ш — Швеция, Н — Норвегия):

...Д...Ш...Н..., ...Д...Н...Ш..., ...Ш...Н...Д..., ...Ш...Д...Н..., ...Н...Д...Ш...,
...Н...Ш...Д...

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях.

Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна

$$\frac{2}{6} \approx 0,33$$

Ответ: 0,33.



В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2512 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.

Решение:

Из 5000 тысяч новорожденных $5000 - 2512 = 2488$ девочек.
Поэтому частота рождения девочек равна

$$\frac{2488}{5000} = \frac{4976}{10000} = 0,4976 \approx 0,498$$

Ответ: 0,498.

Известно, что в некотором регионе вероятность того, что родившийся младенец окажется мальчиком, равна 0,512. В 2010г. в этом регионе на 1000 родившихся младенцев в среднем приходилось 477 девочек. На сколько частота рождения девочки в 2010г. в этом регионе отличается от вероятности этого события?

Решение:

Частота рождения девочки равна $\frac{477}{1000} = 0,477$

Частота рождения мальчиков равна 0,512

Следовательно частота рождения девочки отличается от частоты рождения мальчика на $0,512 - 0,477 = 0,035$

Ответ: 0,035.

На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

Решение:

В самолёте $12 + 18 = 30$ мест удобны пассажиру В., т.е. $N(A)=30$.

Всего в самолёте 300 мест, т.е. $N=300$.

Поэтому вероятность того, что пассажиру В. достанется удобное место равна $P(A) = \frac{30}{300} = 0,1$

Ответ: 0,1.

На олимпиаде в вузе участников рассаживают по трём аудиториям, первых двух по 120 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчёте выяснилось, что всего было 250 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Решение:

Всего участников 250, т.е. $N=250$.

В запасную аудиторию направили $250 - 120 - 120 = 10$ человек,

$N(A)=10$. Поэтому вероятность того, что случайно выбранный

участник писал олимпиаду в запасной аудитории, равна

$$P(A) = \frac{10}{250} = \frac{1}{25} = \frac{4}{100} = 0,04$$

Ответ: 0,04.

В классе 26 человек, среди них два близнеца — Андрей и Сергей. Класс случайным образом делят на две группы по 13 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.

Решение:

Пусть один из близнецов находится в некоторой группе. Вместе с ним в группе может оказаться 12 человек из 25 оставшихся одноклассников. Вероятность этого события равна $\frac{12}{25} = 0,48$.

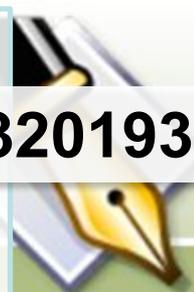
Ответ: 0,48.

В классе 21 человек, среди них два друга — Вадим и Олег. Класс случайным образом делят на три группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Решение:

Пусть один из друзей находится в некоторой группе. Вместе с ним в группе может оказаться 6 человек из 20 оставшихся одноклассников. Вероятность этого события равна $\frac{6}{20} = 0,3$

Ответ: 0,3



В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей: 27 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов придет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

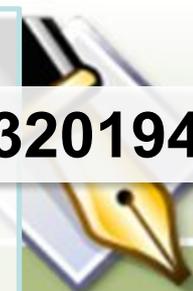
Решение:

Машин желтого цвета с черными надписями 23, всего машин 50.

Поэтому вероятность того, что на случайный вызов придет машина

желтого цвета с черными надписями, равна: $\frac{23}{50} = \frac{46}{100} = 0,46$

Ответ: 0,46.



В группе туристов 30 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 6 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa.

Решение:

На первом рейсе 6 мест, всего мест 30. Тогда вероятность того, что турист П. полетит первым рейсом вертолётa, равна: $\frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: 0,2.

Вероятность того, что новый DVD-проигрыватель в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных DVD-проигрывателей в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Решение:

Частота события «гарантийный ремонт» равна $\frac{51}{1000} = 0,051$.

Она отличается от предсказанной вероятности на $0,051 - 0,045 = 0,006$.

Ответ: 0,006.

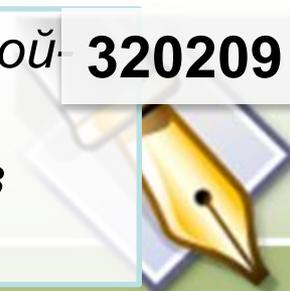
В кармане у Миши было четыре конфеты — «Грильяж», «Белочка», «Коровка» и «Ласточка», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Миша случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Грильяж».

Решение:

В кармане было 4 конфета, а выпала одна конфета. Поэтому вероятность этого события равна одной четвертой.

$$\text{т.е. } \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$$

Ответ: 0,25.



Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали ходить. Найдите вероятность того, что часовая стрелка застыла, достигнув отметки 10, но не дойдя до отметки 1 час.

Решение:

На циферблате между десятью часами и одним часом три часовых деления. Всего на циферблате 12 часовых делений. Поэтому искомая вероятность равна: $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Ответ: 0,25.



В классе учится 21 человек. Среди них две подруги: Аня и Нина. Класс случайным образом делят на 7 групп, по 3 человека в каждой. Найти вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.

Решение:

Пусть Аня оказалась в некоторой группе. Тогда для 20 оставшихся учащихся оказаться с ней в одной группе есть две возможности.

Вероятность этого события равна $\frac{2}{20} = 0,1$.

Ответ: 0,1.

Из множества натуральных чисел от 25 до 39 на удачу выбирают одно число.
Какова вероятность того, что оно делится на 5?



504533

Решение:

Из 15 чисел от 25 до 39 (39-25+1) на 5 делятся три числа: 25, 30, 35.

Поэтому искомая вероятность $\frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$

Ответ: 0,2.

Используемые материалы



- *ЕГЭ 2015. Математика. Задача 5. Теория вероятностей. Рабочая тетрадь / Под ред. И. Р.Высоцкий, И.В. Яценко. – М.: МЦНМО, 2014. – 64 с.*
- *ЕГЭ: Математика 4000 задач с ответами базовый и профильный уровень. Все задания «Закрытый сегмент» / под ред. И.Р.Высоцкий, И.В. Яценко, А.В. Забелин.
– М.: Издательство «Экзамен», 2015. – 688с.*
- http://4ege.ru/materials_podgotovka/4421-ssylki-na-otkrytye-banki-zadaniy-fip-i-ege-i-gia.html материалы открытого банка заданий по математике 2015 года

