

# Электрические цепи

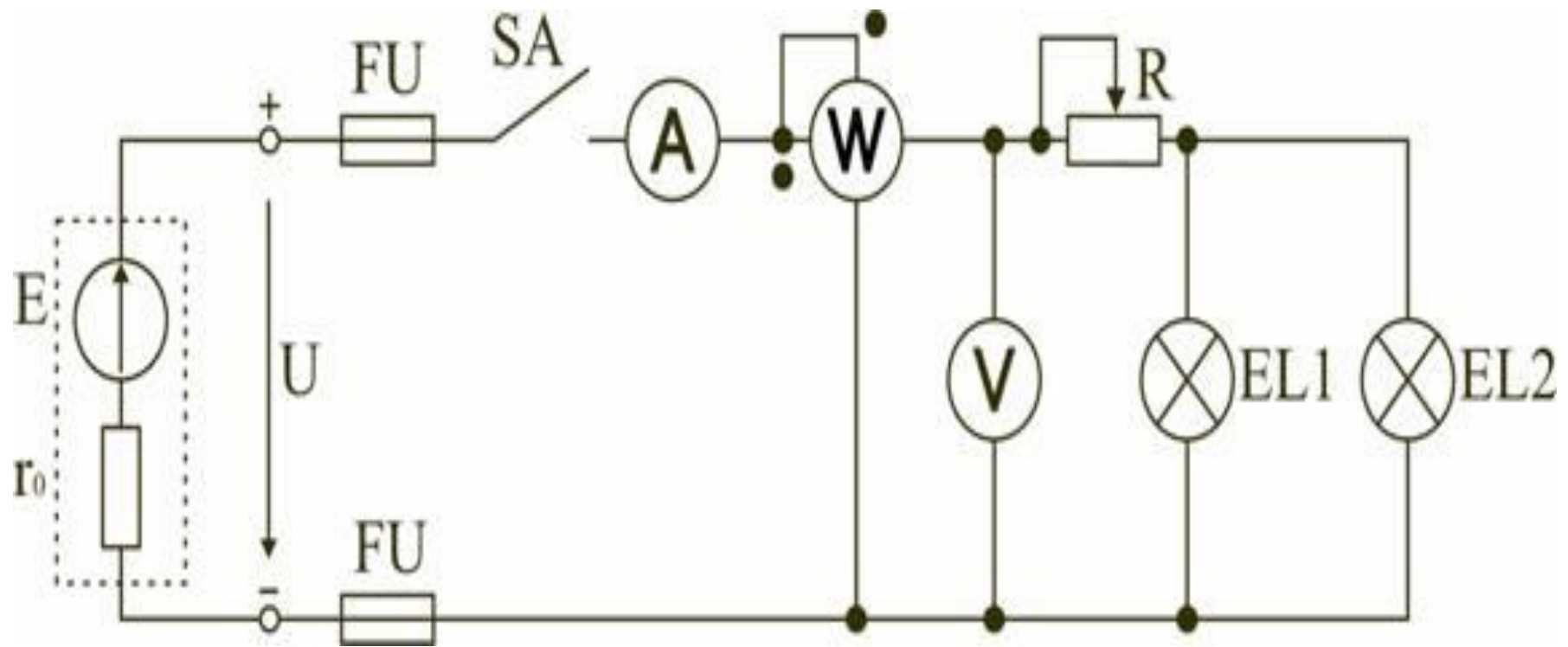
- Тема №1: Электрические цепи постоянного тока
- Тема №2: Электрические цепи синусоидального тока
- Тема №3: Трёхфазные цепи

# *Тема №1: Электрические цепи* **постоянного тока.**

Основные понятия и определения.  
Элементы электрической цепи и её  
топология. Классификация цепей..  
Законы Ома и Кирхгофа. Мощность  
цепи постоянного тока. Баланс  
мощностей.

Схемы замещения источников энергии и  
их взаимные преобразования

# Пример электрической цепи



# Источник электрической энергии

- Источником электрической энергии (питания) называется устройство, преобразующее какой-либо вид энергии в электрическую.
- Источники, в которых происходит преобразование неэлектрической энергии в электрическую, называются первичными источниками. Вторичные источники – это такие источники, у которых и на входе, и на выходе – электрическая энергия (например, выпрямительные устройства).

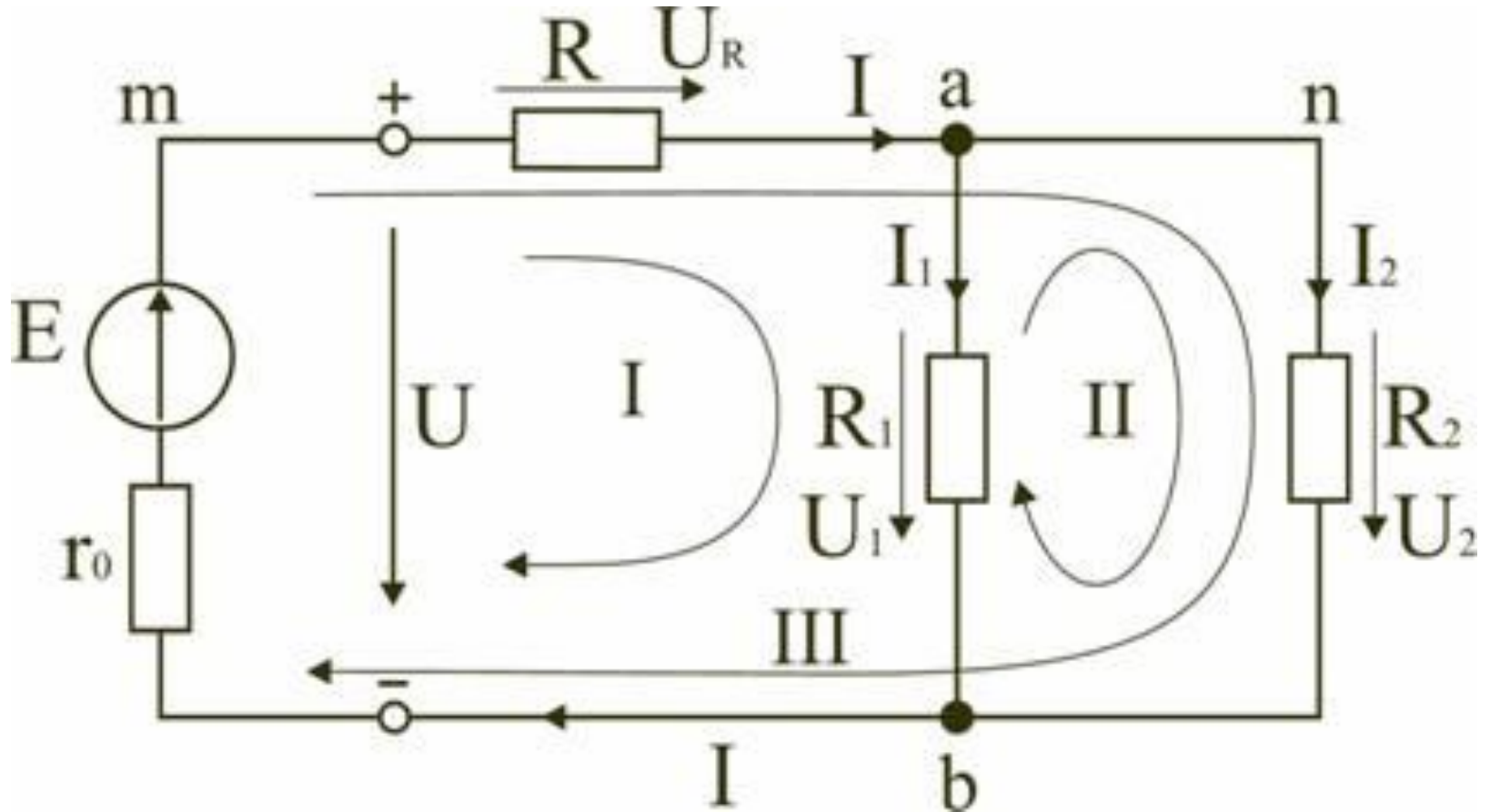
# Постоянный электрический ток

- Постоянным электрическим током называется ток, который с течением времени не меняет величину и направление.
- Силой тока называется количество электричества, протекающее через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = Q/t \quad \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{с}} = \text{А} \right]$$

- где: Q - количество электричества, Кл.  
t - время, с

# Пример электрической цепи, представленной с использованием УГО



# Элементы электрической цепи и её топология

- Ветвь электрической цепи (схемы) – участок цепи с одним и тем же током. Ветвь может состоять из одного или нескольких последовательно соединенных элементов. Схема на рис. 1.2 имеет три ветви: ветвь  $bma$ , в которую включены элементы  $r_0, E, R$  и в которой возникает ток  $I$ ; ветвь  $ab$  с элементом  $R_1$  и током  $I_1$ ; ветвь  $anb$  с элементом  $R_2$  и током  $I_2$ .
- Узел электрической цепи (схемы) – место соединения трех и более ветвей. В схеме на рис. 1.2 – два узла  $a$  и  $b$ . Ветви, присоединенные к одной паре узлов, называют параллельными. Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  (рис. 1.2) находятся в параллельных ветвях.
- Контур – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким ветвям. В схеме на рис. 1.2 можно выделить три контура: I –  $btab$ ; II –  $anba$ ; III –  $manbm$ , на схеме стрелкой показывают направление обхода контура.

# Выбор направлений $E$ , $U$ , $I$

- **Условные положительные направления ЭДС источников питания, токов во всех ветвях, напряжений между узлами и на зажимах элементов цепи необходимо задать для правильной записи уравнений, описывающих процессы в электрической цепи или ее элементах. На схеме (рис. 1.2) стрелками укажем положительные направления ЭДС, напряжений и токов:**
- **а) для ЭДС источников – произвольно, но при этом следует учитывать, что полюс (зажим источника), к которому направлена стрелка, имеет более высокий потенциал по отношению к другому полюсу;**
- **б) для токов в ветвях, содержащих источники ЭДС – совпадающими с направлением ЭДС; во всех других ветвях произвольно;**
- **в) для напряжений – совпадающими с направлением тока в ветви или элемента цепи.**

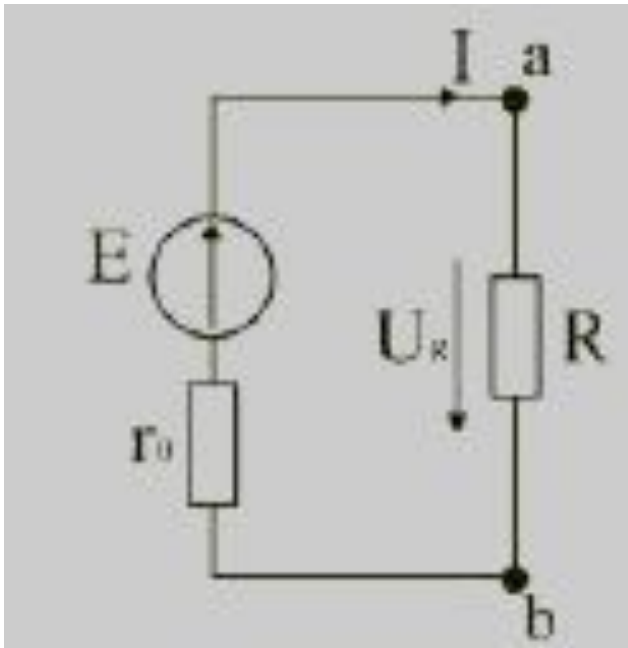


# Линейные и нелинейные электрические цепи

- Элемент электрической цепи, параметры которого (сопротивление и др.) не зависят от тока в нем, называют линейным, например электропечь.
- Нелинейный элемент, например лампа накаливания, имеет сопротивление, величина которого увеличивается при повышении напряжения, а следовательно и тока, подводимого к лампочке.
- Следовательно, в линейной электрической цепи все элементы – линейные, а нелинейной называют электрическую цепь, содержащую хотя бы один нелинейный элемент.

# Основные законы цепей постоянного тока

## Закон Ома для всей цепи



$$I = \frac{E}{R_{\Sigma}} = \frac{E}{r_0 + R}$$

$$R_{\Sigma} = r_0 + R$$

# Основные формулы по теме

22.11.2018

Формулы электротехники

$$I = U / R$$

$$U = IR$$

$$R = U / I$$

Закон ОМА, где:

I - Сила тока, А;

U - Напряжение, В;

R- Электрическое сопротивление проводника, Ом

$$I = E / (R+r)$$

Закон ОМА для замкнутой цепи:

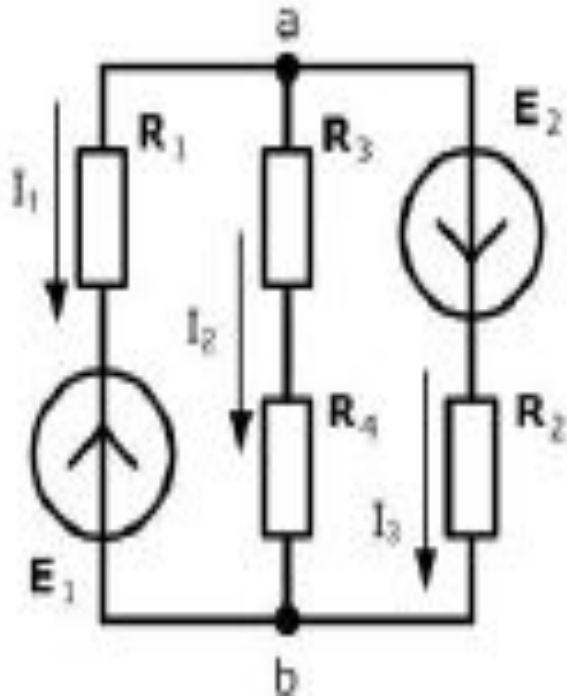
E- э.д.с. источника;

r - внутреннее сопротивление э.д.с.;

R - сопротивление внешней цепи, Ом;

# Основные законы цепей постоянного тока

- Закон Ома для всей цепи



$E_1, E_2$  - источники напряжения

$R_1, R_2$  - внутренние сопротивления источников

$R_3, R_4$  - сопротивления

$I_1, I_2, I_3$  - токи ветвей цепи

$$I_1 = (U_{ab} - E_1) / R_1 \quad (1.17)$$

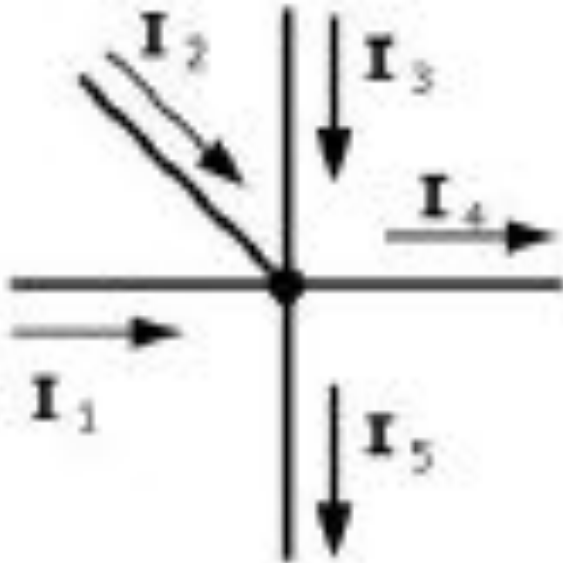
$$I_2 = U_{ab} / (R_3 + R_4) \quad (1.18)$$

$$I_3 = (U_{ab} + E_2) / R_2 \quad (1.19)$$

# Основные законы цепей постоянного тока

- Первый закон Кирхгофа - алгебраическая сумма всех токов, сходящихся в узле равна нулю.

$\sum_{k=1}^n I_k = 0$  (1.20), где  $n$  – количество ветвей, сходящихся в узле.



$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0, \text{ либо} \\ I_1 + I_2 + I_3 = I_4 + I_5$$

# Основные законы цепей постоянного тока

- **Второй закон Кирхгофа** - в любом контуре электрической цепи алгебраическая сумма ЭДС равна алгебраической сумме падений напряжений в отдельных сопротивлениях.
- Данный закон применим к любому замкнутому контуру электрической цепи.

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^m I_k R_k \quad (1.21), \text{ где: } n - \text{ кол-во ЭДС в контуре,} \\ m - \text{ кол-во сопротивлений в контуре}$$

# Электрическая энергия и мощность источника питания

- В действующей цепи электрическая энергия источника питания преобразуется в другие виды энергии. На участке цепи с сопротивлением  $R$  в течение времени  $t$  при токе  $I$  расходуетс **энергия**

$$W = I^2 R t .$$

**мощность**

$$P = \frac{W}{t} = I^2 R = UI .$$

# Баланс мощностей.

- При составлении уравнения баланса мощностей следует учесть, что если действительные направления ЭДС и тока источника совпадают, то источник ЭДС работает в режиме источника питания, и произведение  $E I$  подставляют в (1.8) со знаком плюс. Если не совпадают, то источник ЭДС работает в режиме потребителя электрической энергии, и произведение  $E I$  подставляют в (1.8) со знаком минус. Для цепи, показанной на рис. 1.2 уравнение баланса мощностей запишется в виде:

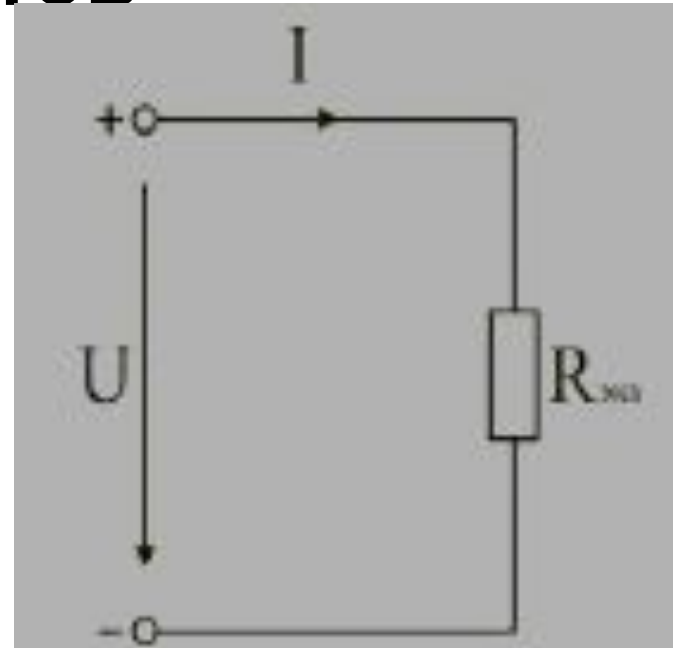
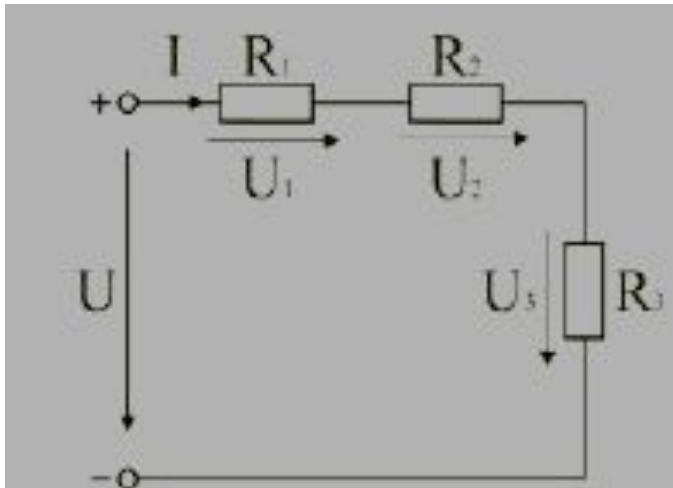
$$EI = I^2 (r_0 + R) + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$$



# Основные формулы по теме

1-й закон Кирхгофа (для узла)	$\sum_{i=1}^n I_i = 0$	$I_i$ — токи в отдельных ответвлениях, сходящихся в одной точке, А; $i = 1, 2, \dots, n$ ;
2-й закон Кирхгофа (для замкнутого контура)	$\sum I r = \sum E$	$E$ — ЭДС, действующая в контуре, В;
Распределение тока в двух параллельных ветвях цепи переменного тока	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{Z_2}{Z_1}$	$r$ — сопротивление отдельных участков, Ом $I_1$ — ток первой ветви, А; $I_2$ — ток второй ветви А; $Z_1$ — сопротивление первой ветви, Ом; $Z_2$ — сопротивление второй ветви, Ом

# Электрическая цепь с последовательным соединением элементов



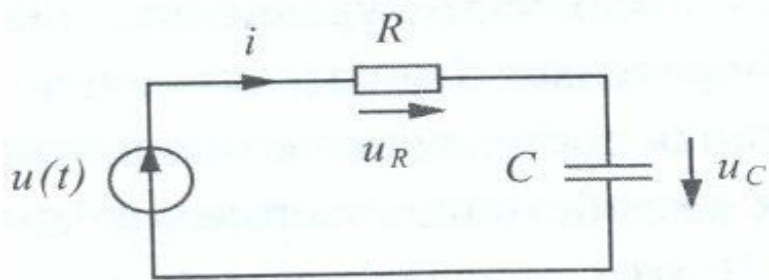
$$U = U_1 + U_2 + U_3 \quad \text{ИЛИ} \quad IR_{\text{экв}} = IR_1 + IR_2 + IR_3,$$

$$R_{\text{экв}} = R_1 + R_2 + R_3.$$

# Ёмкость + индуктивность в цепи постоянного тока

## Конденсатор

$$u_R + u_C = u(t); \quad u_R = Ri; \quad i = C \frac{du_C}{dt}$$



a)

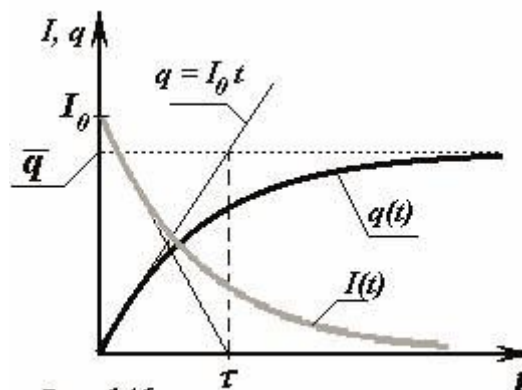


Рис. 146

**$\tau$**  - Постоянная времени

## Индуктивность

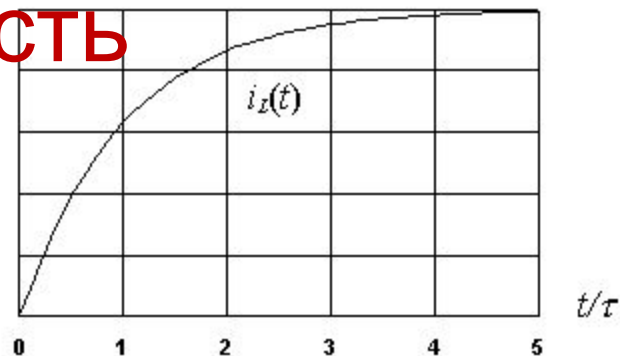
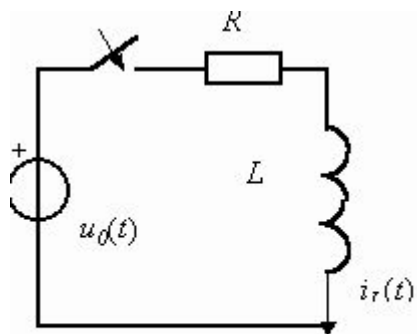
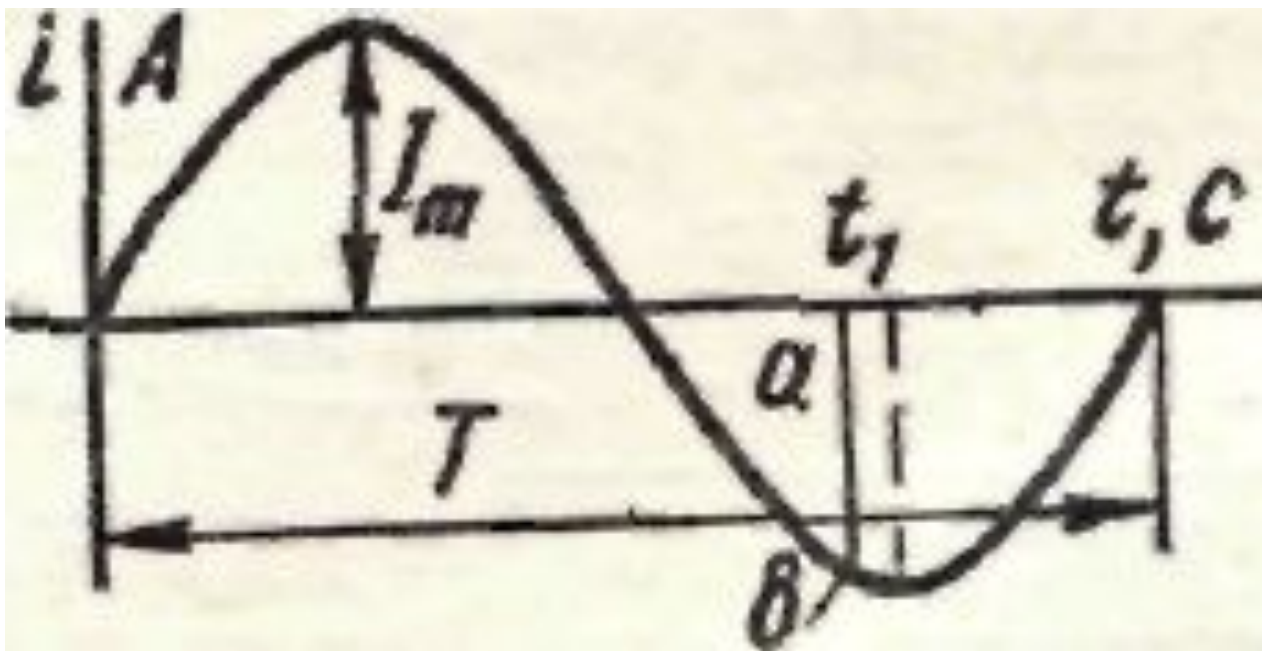


рис. 1.9.

# Электрические цепи синусоидального тока

# Цепи однофазного синусоидального тока.

## Основные соотношения в цепи синусоидального тока.



# **Цепи однофазного синусоидального тока.**

## **Основные соотношения в цепи синусоидального тока.**

- **$f = 50$  Гц,**
- **$T = 0.02$  с                       $f = 1 / T$**
- **Синусоидальный ток. Если кривая изменения периодического тока описывается синусоидой или косинусоидой (см. рис.), то такой ток называют синусоидальным током**

# Цепи однофазного синусоидального тока.

- **Обозначения:**
- **Мгновенные значения:**  $i$ ,  $u$ ,  $e$ ,  $p$ ;
- **Амплитудные значения:**  $I_m$ ,  $U_m$ ,  $E_m$ ,  $P_m$ ;
- **Действующие значения:**  $I$ ,  $U$ ,  $E$ ,  $P$ .

# Получение синусоидальных ЭДС и тока

- В равномерное магнитное поле поместим рамку, состоящую из одного витка (рис. 5-2). Рамка вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ .
- *В соответствии с законом электромагнитной индукции в ней будет наводиться ЭДС*

$$e = -d\Phi/dt$$



# Получение синусоидальных ЭДС и тока

$$e = -d\Phi/dt$$

Закон электромагнитной индукции

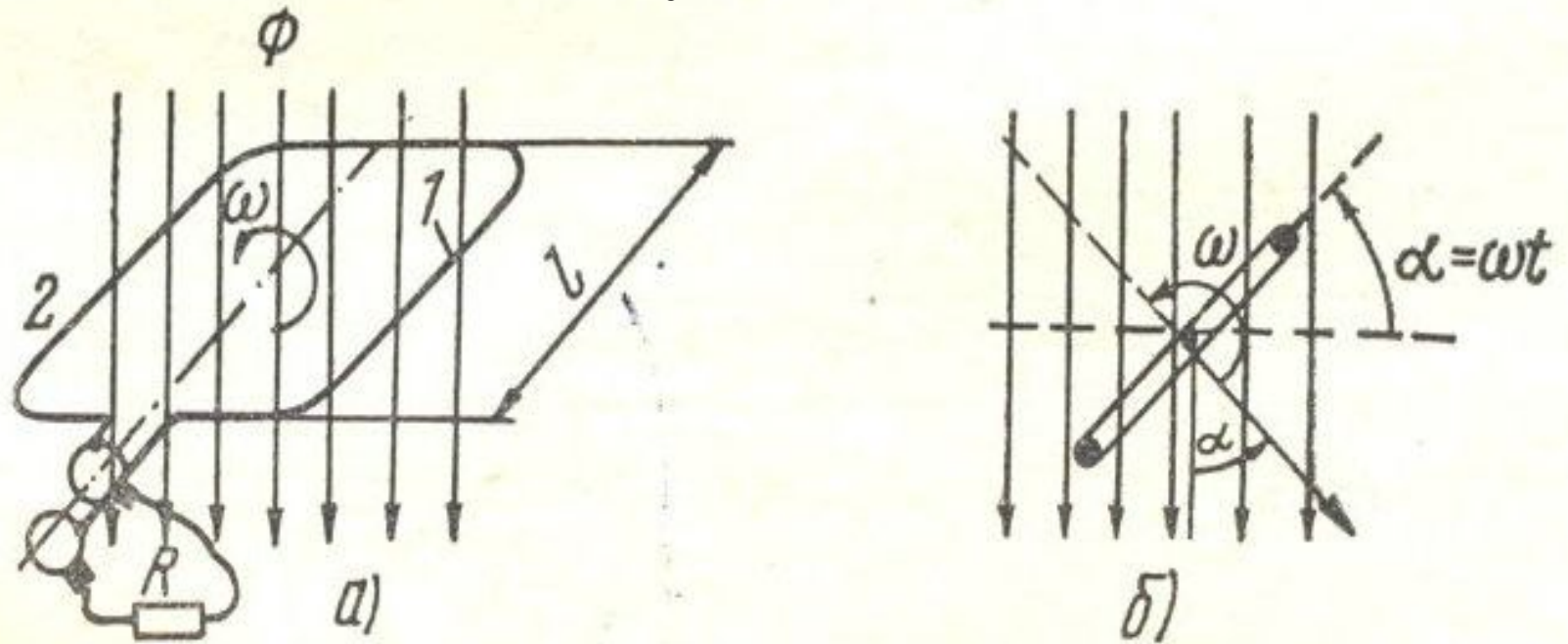


Рис. 5-2. Виток в однородном магнитном поле.

# Получение синусоидальных ЭДС и тока

$$e = -d\Phi/dt, \quad \Phi = BS \cos \alpha = \Phi_m \cos \alpha,$$

$$\Phi_m = BS$$

$$\alpha = \omega t$$

$$e = -d\Phi/dt = -d(\Phi_m \cos \omega t)/dt = \omega \Phi_m \sin \omega t,$$

# Получение синусоидальных ЭДС и тока

$$\omega \Phi_m = E_m$$

$$e = E_m \sin \omega t$$

ЭДС витка, вращающегося в магнитном поле, изменяется во времени по синусоидальному закону. Если замкнуть концы витка на сопротивление  $R$ , то в цепи возникнет синусоидальный ток

$$i = I_m \sin \omega t$$

# Вывод: Получение синусоидальных ЭДС и тока

- *При всяком изменении магнитного потока через проводящий контур в этом контуре возникает электрический ток.*
- *В этом и заключается один из важнейших законов природы — закон электромагнитной индукции, открытый Фарадеем в 1831 г.*
- *Правило Лёнца. Индукционный ток всегда имеет такое направление, при котором его магнитное поле уменьшает (компенсирует) изменение магнитного потока, являющееся причиной возникновения этого тока.*

# Получение синусоидальных эдс и тока Правило Ленца

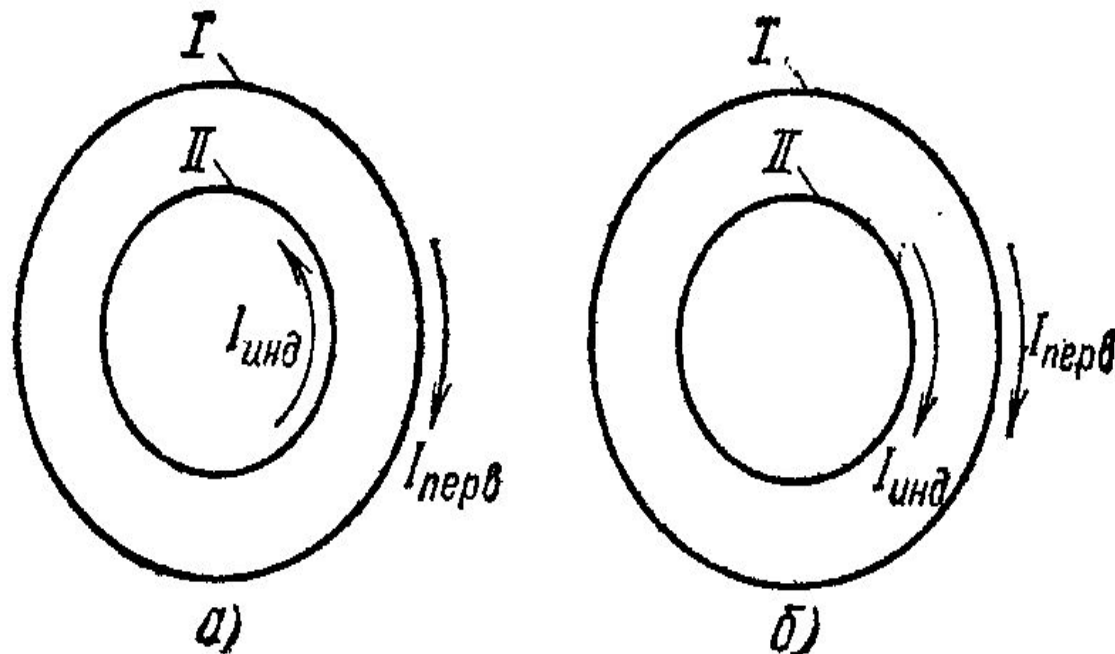


Рис 261. Связь между направлением первичного тока  $I_{перв}$ , создающего магнитное поле, и направлением индукционного тока  $I_{инд}$ :  
а) при усилении магнитного поля; б) при ослаблении магнитного поля

# Представление синусоидальных ЭДС и тока

- Синусоидальную функцию времени можно представить:
- а) графиком;
- б) уравнением  $i = I_m \sin \omega t$ ;
- в) вращающимся радиус-вектором.

Последняя форма выражения синусоидальной функции наиболее наглядна и проста.

- Допустим, что вектор  $OA$  соответствует в принятом масштабе максимальному значению  $E_m$  синусоидальной функции  $e = E_m \sin \omega t$ . Он закреплен в одной точке и вращается против часовой стрелки с угловой скоростью  $\omega$ ; угол  $\alpha = \omega t$  непрерывно изменяется. Проекция вращающегося вектора  $OA$  на вертикальную ось в любой момент времени равна произведению длины вектора на  $\sin \alpha$ , т. е. она изменяется по закону синуса

# Представление синусоидальных ЭДС и тока

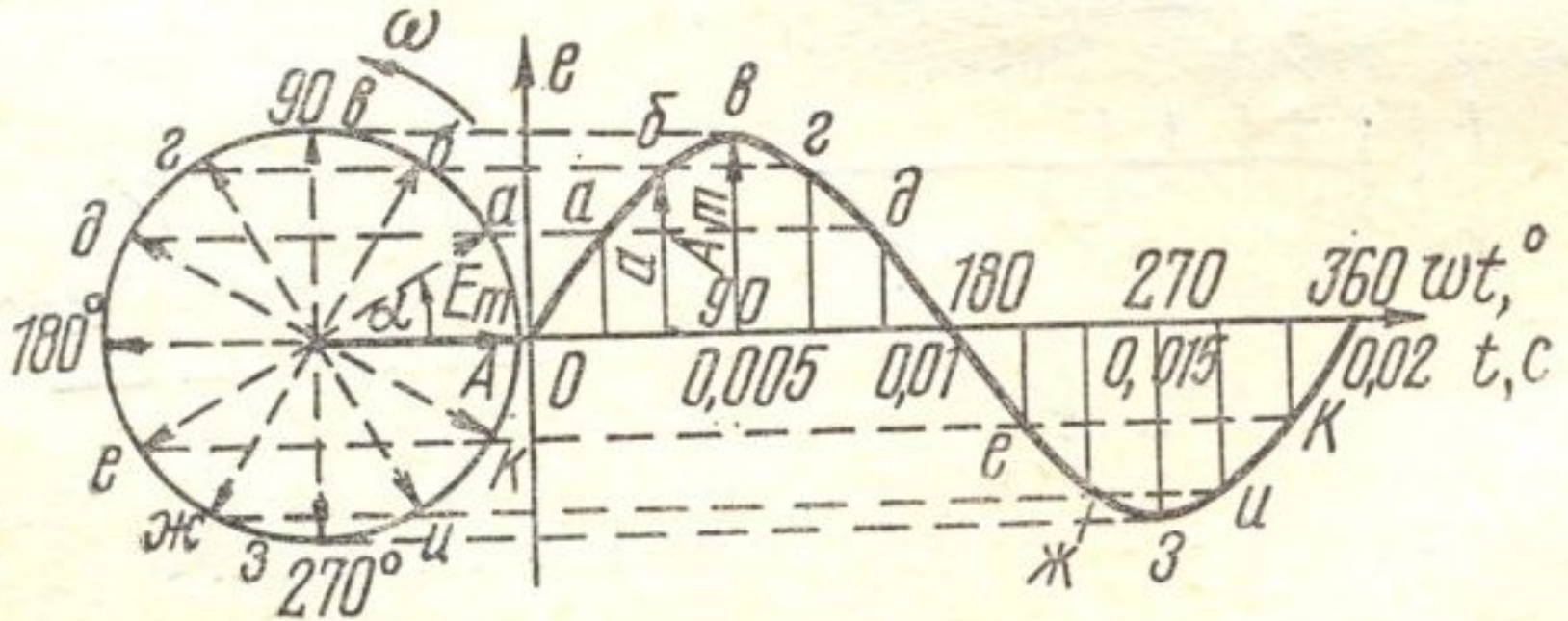


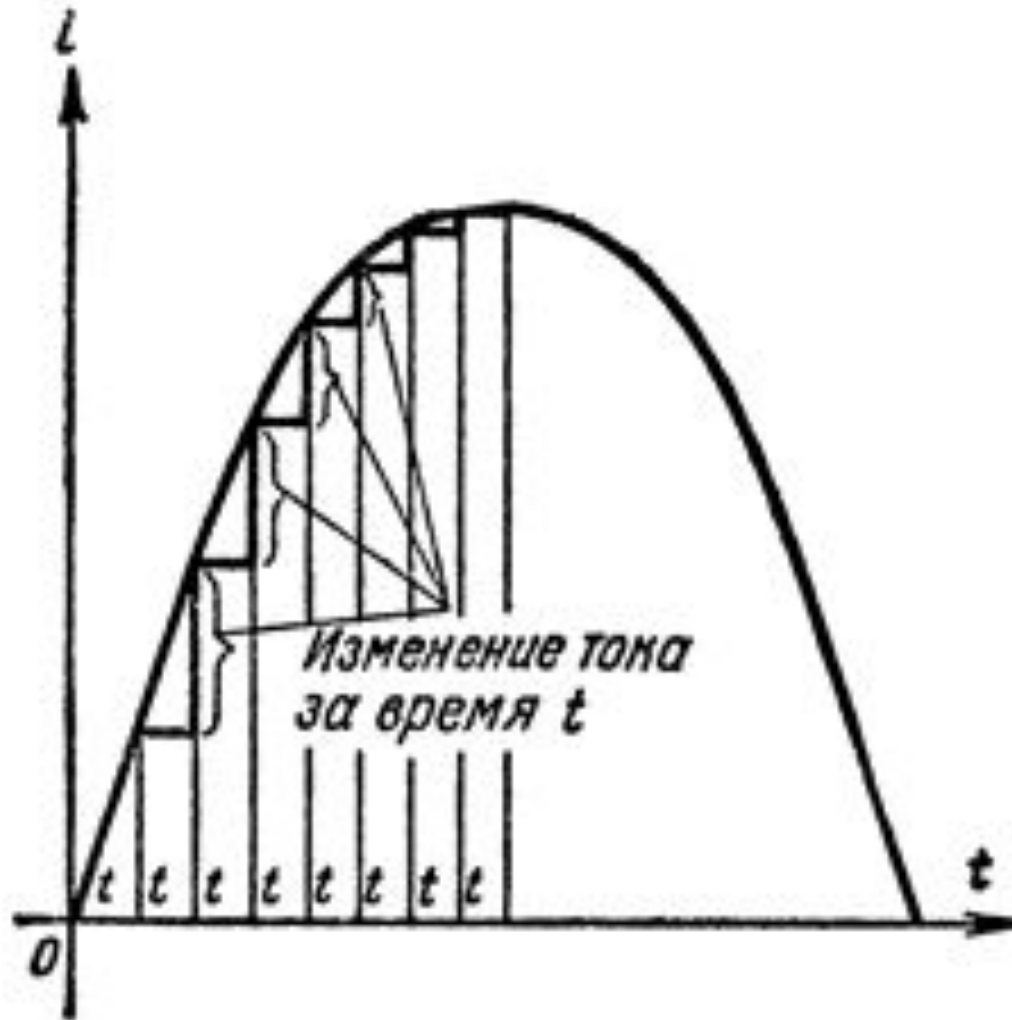
Рис. 5-3. Получение синусоиды путем вращения вектора

# Действующие значения переменного тока

- Действующим значением переменного тока называется такой постоянный ток, который на одинаковом сопротивлении  $R$  за время, равное одному периоду, выделяет такое же количество тепла, что и данный переменный ток за то же время.
- Действующие значения обозначают большими буквами без индексов:  $I$ ,  $U$ ,  $E$ .



# Замена синусоиды ломаной линией



# Действующее значение переменного тока

$$\Delta W = Ri^2 \Delta t,$$

$$W \sim \int_0^T Ri^2 dt$$

# Действующее значение переменного тока

$$W_{\sim} = RI^2 T$$

$$W_{\sim} = W_{\sim}$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

$$i = I_m \sin \omega t$$

# Действующее значение переменного тока

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

$$U = U_m / \sqrt{2}$$

$$E = E_m / \sqrt{2}$$

# Активные и реактивные элементы в цепи синусоидального тока

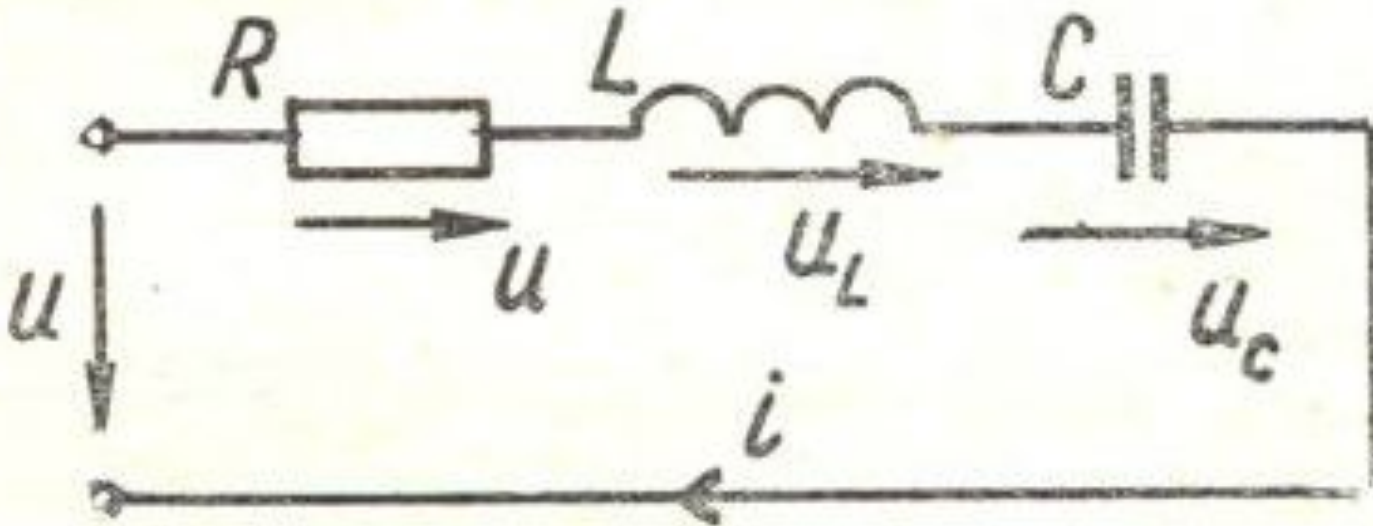


Рис. 6-2. Схема последовательного соединения элементов  $R$ ,  $L$  и  $C$ .

# Положительная и отрицательная МОЩНОСТЬ

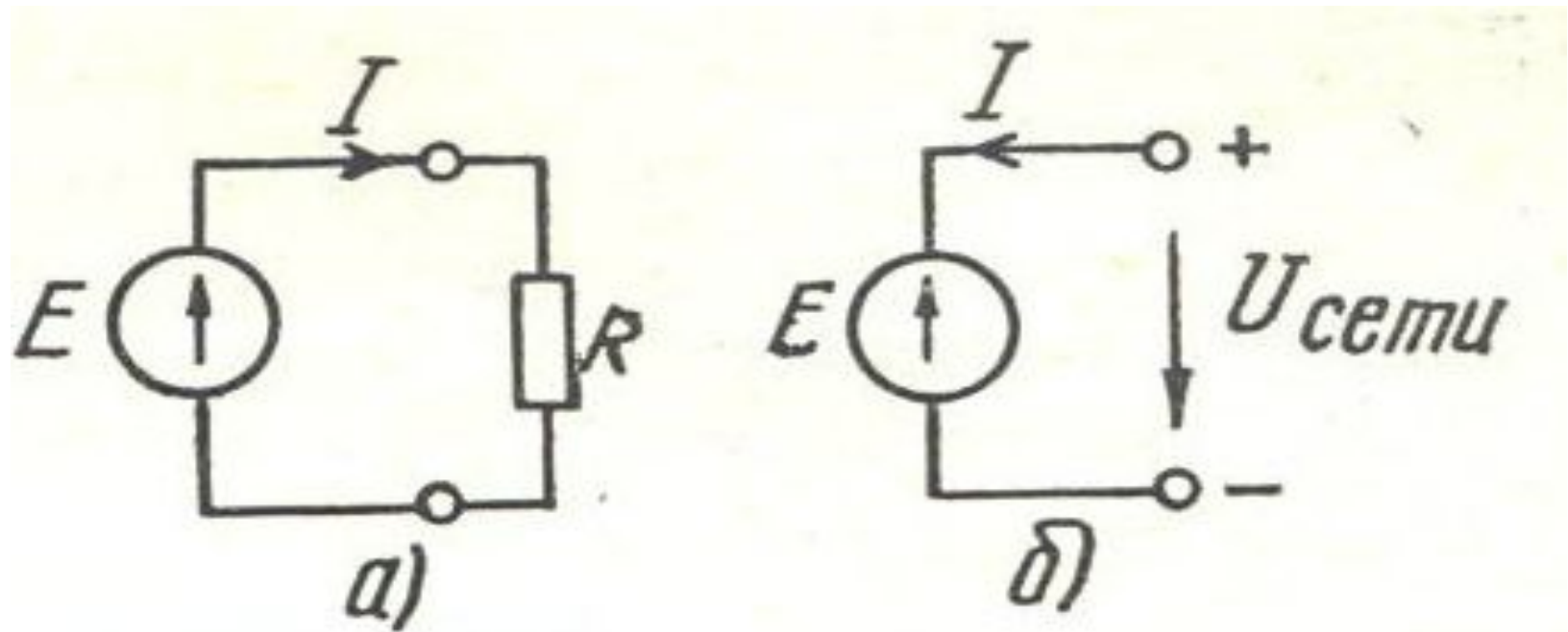


Рис. 8-2. Направление эдс и тока в источнике а) и потребителе б) электрической энергии.

# Основные формулы

## Активное сопротивление

$$W = \int_0^T p(t) dt$$

$$W = U_a IT$$

$$P_{\text{cp}} = W/T = U_a I$$

$$U_a = RI$$

$$P = RI^2$$

# Мгновенная мощность в цепи с активным сопротивлением

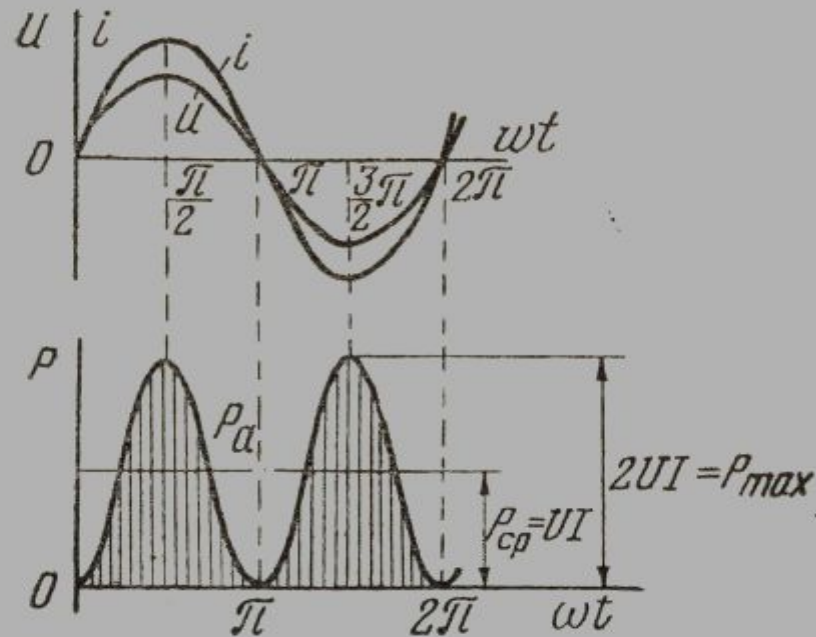


Рис. 8-3. График мгновенной мощности в цепи с активным сопротивлением.



# Основные формулы Индуктивность

$$i = I_m \sin \omega t$$

$$u_L = U_{Lm} \sin (\omega t + \pi/2)$$

$$p_L = u_L i = U_{Lm} I_m \sin \omega t \cos \omega t$$

$$p_L = U_L I \sin 2\omega t$$

$\bar{p}_L = u_L i$  равна нулю

# Мгновенная мощность в цепи с индуктивным сопротивлением

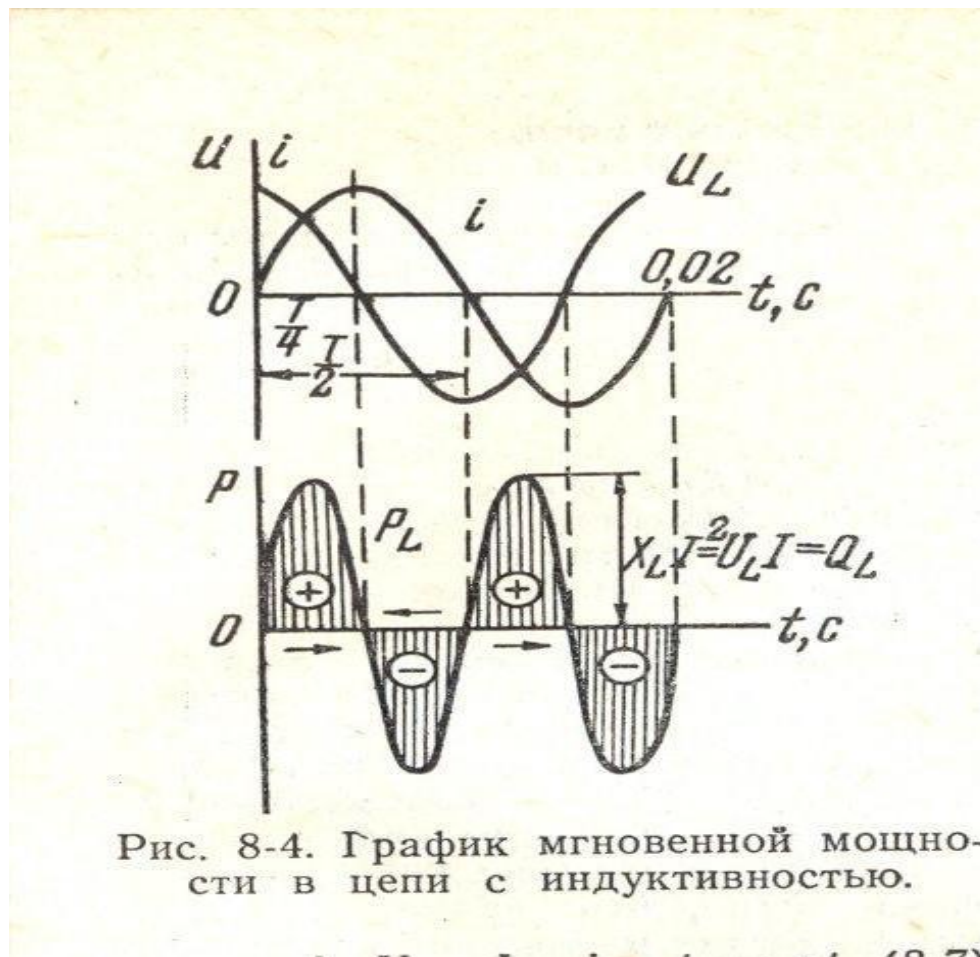


Рис. 8-4. График мгновенной мощности в цепи с индуктивностью.

# Основные формулы

## Емкость

$$\begin{aligned} p_C &= ui = U_{Cm} I_m \sin \omega t \cos \omega t = \\ &= U_C I \sin 2\omega t, \end{aligned} \quad (8-12)$$

$$Q_C = U_C I = X_C I^2$$

# Мгновенная мощность в цепи с емкостным сопротивлением

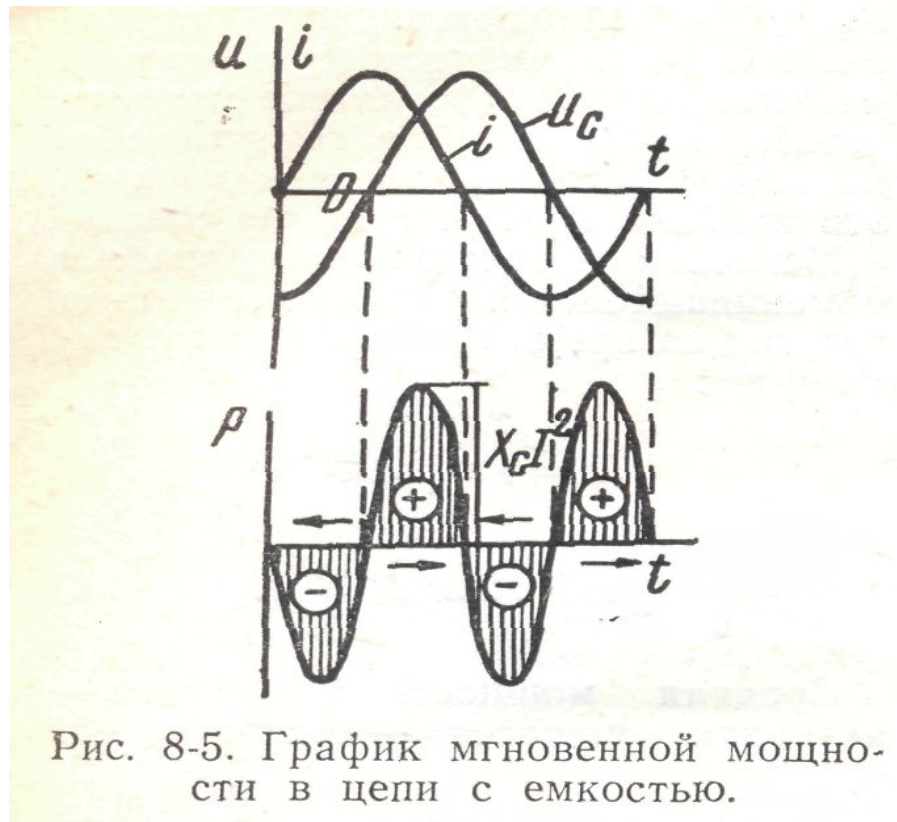


Рис. 8-5. График мгновенной мощности в цепи с емкостью.

# Мгновенная мощность в цепи с емкостным и индуктивным сопротивлением

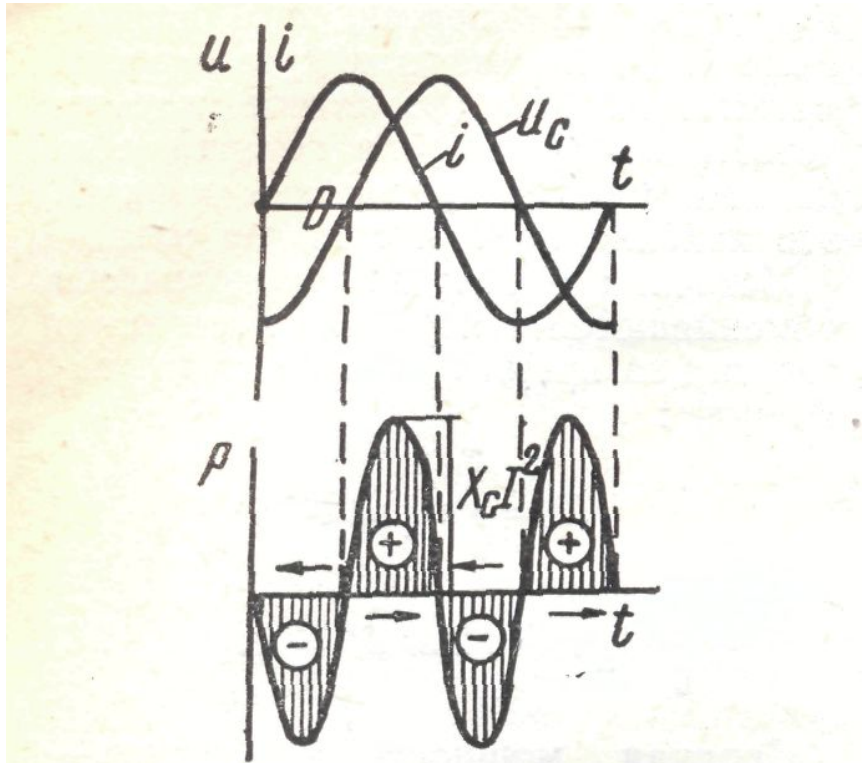


Рис. 8-5. График мгновенной мощности в цепи с емкостью.

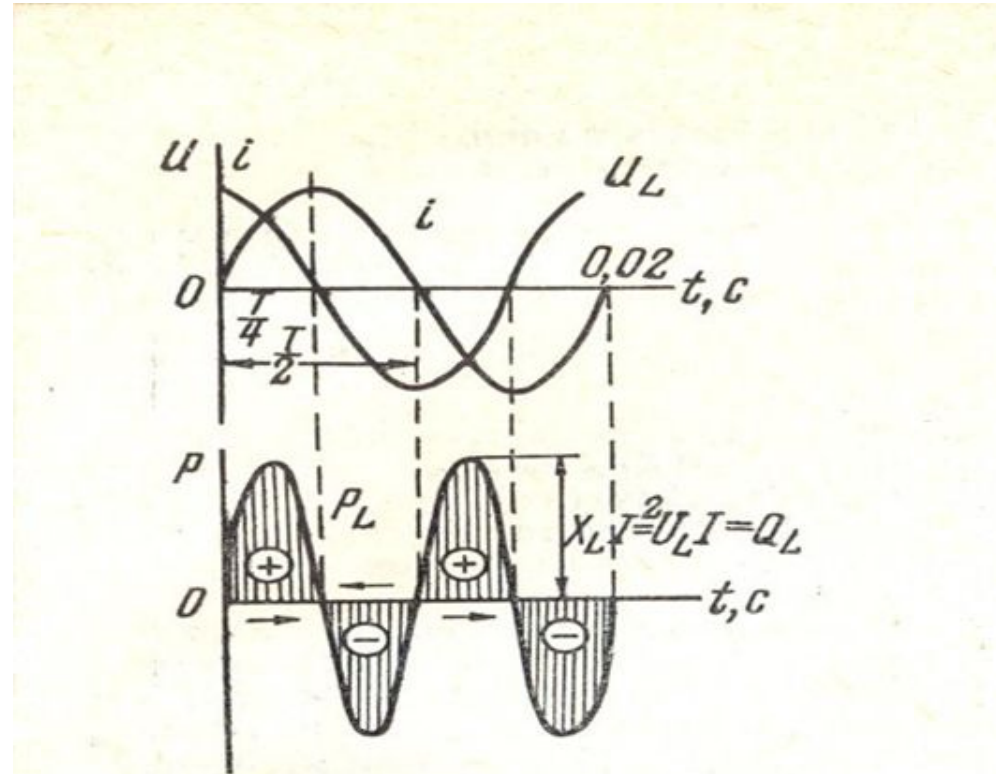
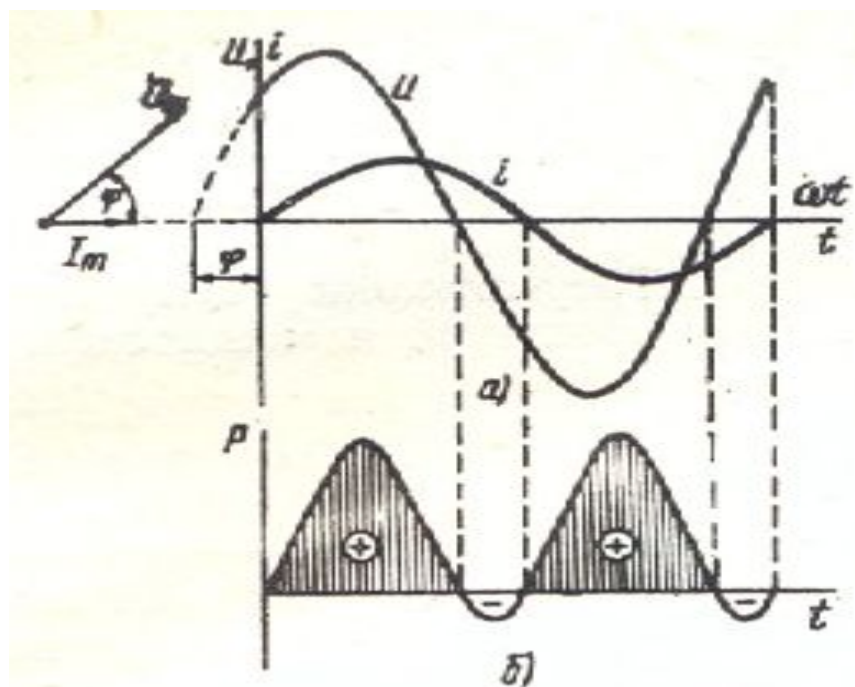


Рис. 8-4. График мгновенной мощности в цепи с индуктивностью. (ности в цепи с индуктивностью.)

# Мгновенная мощность в цепи со смешанным (преимущественно индуктивным) сопротивлением





# Основные формулы цепи со смешанным (преимущественно индуктивным) сопротивлением

$$P = W/T = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (2UI \cos \varphi \sin^2 \omega t + UI \sin \varphi \sin 2\omega t) dt$$

$$\int_0^T \sin^2 \omega t dt = T/2$$

$$P = UI \cos \varphi$$

## Основные формулы цепи со смешанным (преимущественно индуктивным) сопротивлением

Коэффициент мощности  $\cos \varphi$  является важнейшим энергетическим фактором. Это видно из следующего примера.

Если энергию передавать при  $\cos \varphi = 1$ , то ток в цепи равен  $I = P/U$ . Если же  $\cos \varphi = 0,5$ , то  $I = P/0,5U = 2P/U$ , т. е. ток увеличивается в два раза.



# Мощность в цепи переменного тока

- Цепь однофазного тока

$$P = UI \cos \varphi$$

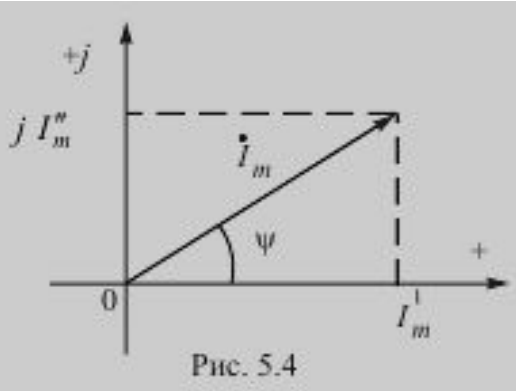
$$Q = UI \sin \varphi$$

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

# Изображение комплексными

числами.

Математика для расчета цепей переменного тока



Для аналитического решения плоскость координат  $ХОУ$  заменим комплексной плоскостью (рис. 5.4). Так как буквой  $i$  в электротехнических дисциплинах обозначают ток, то мнимую единицу обозначают буквой  $j = -1$ . Вектору на комплексной плоскости можно сопоставить комплексное число:

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi}$$

Величину характеризуют модулем комплекса  $I_m$ , положение на комплексной плоскости – аргументом комплекса  $\psi$ . Такую форму записи комплексного числа в математике называют показательной. Ее можно использовать для умножения и

# На емкости ток опережает напряжение

На емкости ток опережает напряжение  
 $i = dq / dt = C du / dt = Cd(U_m \sin \omega t) / dt =$   
 $\omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2)$ , на индуктивности  
наоборот

# На индуктивности напряжение опережает ток

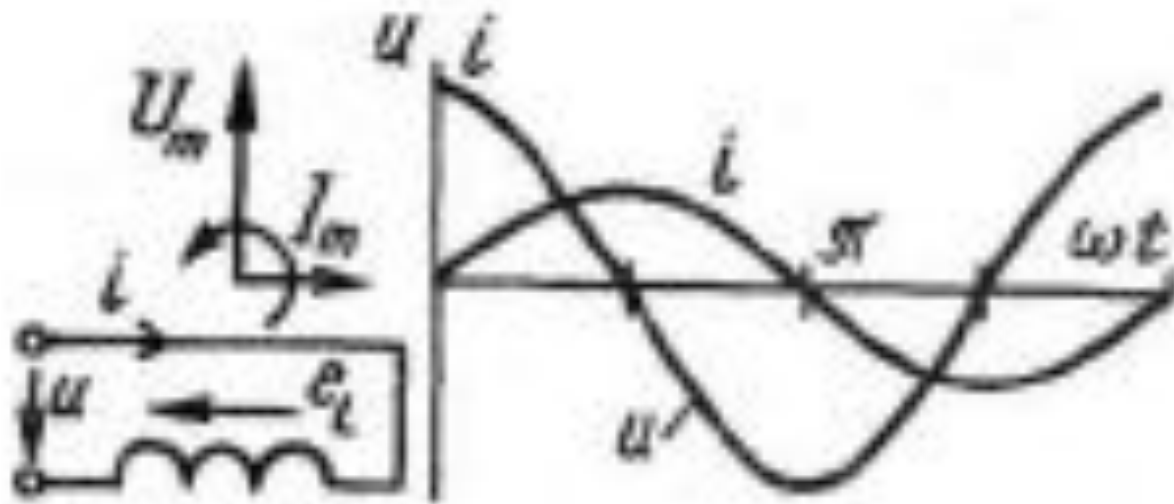


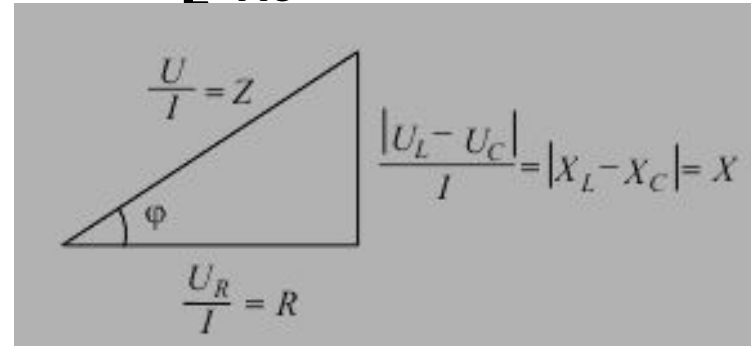
Рис. 5-9. Схема, векторная диаграмма и графики тока и напряжения цепи с индуктивностью.

Пусть в идеальной катушке, т. е. катушке, обладающей столь малыми  $R$  и  $C$ , что ими можно пренебречь, ток синусоидальный. По какому закону в такой цепи будет изменяться напряжение?

# На индуктивности напряжение опережает ток

- При изменении силы тока по гармоническому закону
- $i = I_m \sin \omega t$ ,
- ЭДС самоиндукции равна:
- $e = -L \frac{di}{dt} = -L \omega I_m \cos \omega t$
- Так как  $u = -e$ , то напряжение на концах катушки оказывается равным:
- $U = L \omega I_m \cos \omega t = L \omega I_m \sin(\omega t + \pi/2) =$
- $= U_m \sin(\omega t + \pi/2)$ , где  $U_m = L \omega I_m$
- Следовательно, колебания напряжения на катушке опережают по фазе колебания силы тока на  $\pi/2$ , или, что то же самое, колебания силы тока отстают по фазе от колебаний напряжения на  $\pi/2$ .

# ИТОГ Если $X_L > X_C$



1. Ток во всех элементах цепи в каждый момент времени одинаков  $I = I_m \sin \omega t$
2. Сопротивление емкости равно  $X_C = 1/\omega C$ ,
3. Сопротивление индуктивности равно  $X_L = \omega L$ ,
4.  $U_C = U_m C (\sin \omega t - \pi/2)$ ,
5.  $U_L = U_m L (\sin \omega t + \pi/2)$ .

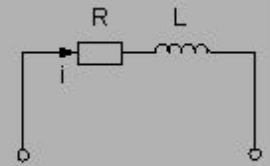
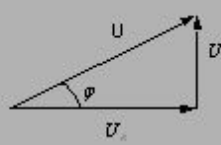
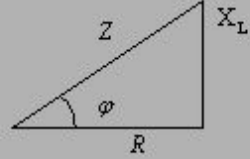
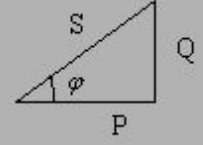
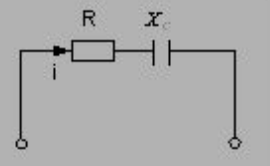
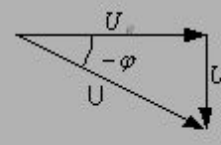
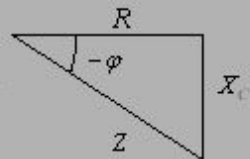
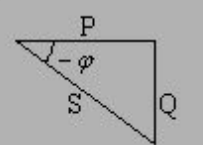
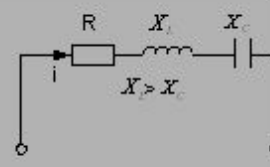
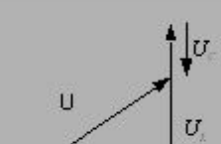
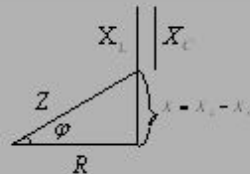
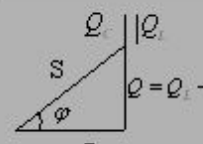
# Основные формулы по теме

22.11.2016

Формулы электротехники

$P = UI \cos \varphi$	<p>Мощность цепи переменного тока, где:  P - мощность, Вт  U - напряжение, В  I - сила тока, А  <math>\cos \varphi</math> - коэффициент мощности</p>
$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$	<p>Полная мощность:  S - полная мощность цепи, В•а  P - активная мощность, Вт  Q - реактивная мощность, Вар</p>
$P = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \cos \varphi$	<p>Активная мощность 3-фазной цепи переменного тока, где:  P - мощность, Вт  U - напряжение линейное, В  I - ток линейный, А  <math>\cos \varphi</math> - углы сдвига токов по фазе</p>
$Q = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \sin \varphi$	<p>Реактивная мощность 3-фазной цепи переменного тока, где:  Q - реактивная мощность, Вар  U - напряжение линейное, В  I - ток линейный, А  <math>\sin \varphi</math> - углы сдвига токов по фазе</p>
$S = \sqrt{3} U_{л} I_{л} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2}$	<p>Полная мощность 3-фазной цепи переменного тока, где:  P - активная мощность, Вт  Q - реактивная мощность, Вар  U - напряжение линейное, В  I - ток линейный, А</p>

# Различные варианты последовательного соединения элементов в цепях переменного тока.

Схема	Треугольник напряжений	Треугольник сопротивлений	Треугольник мощностей
 <p><math>i = I_m \sin \omega t</math></p>	 <p><math>u = u_R + u_L</math> <math>0 &lt; \varphi &lt; 90^\circ</math></p>	 <p><math>z^2 = R^2 + X_L^2</math> <math>\varphi = \arctg \frac{X_L}{R}</math></p>	 <p><math>S^2 = P^2 + Q^2</math> <math>\varphi = \arctg \frac{Q}{P}</math></p>
 <p><math>i = I_m \sin \omega t</math></p>	 <p><math>u = u_R + u_C</math> <math>-90^\circ &lt; \varphi &lt; 0</math></p>	 <p><math>z^2 = R^2 + X_C^2</math> <math>\varphi = -\arctg \frac{X_C}{R}</math></p>	 <p><math>S^2 = P^2 + Q^2</math> <math>\varphi = -\arctg \frac{Q}{P}</math></p>
 <p><math>i = I_m \sin \omega t</math></p>		 <p>Цепь носит характер RL</p>	 <p><math>Q = Q_L - Q_C</math></p>



# ***Трёхфазные электрические цепи.***

***Тема №1: Трёхфазная цепь***

**Получение системы трёхфазных ЭДС. Способы соединения фаз трёхфазных источников и приемников электрической энергии. Измерение мощности и энергии трёхфазной цепи.**

Легасов Валерий Александрович  
Фукусима-1

# АЭС Фукусима-1 Япония до аварии.



# Атомная энергетика Японии

- На момент начала 2011 года ядерная энергетика обеспечивала 30% потребности Японии и планировалось увеличить этот показатель до 40% в течение 10 лет. Однако планомерное развитие атомной энергетике Японии было остановлено аварией на Фукусима-1. Резко отрицательное отношение население к АЭС, заставило правительство остановить реакторы на всех станциях для проверки. 27 марта 2012 года был остановлен последний реактор – Томари-3. До катастрофы с японской АЭС в стране восходящего солнца действовало 54 реактора, включая крупнейшую АЭС мира — Касивадзаки-Карива, которые покрывали 26% всей потребности страны в энергии.

# Атомная энергетика Японии

## Новые подходы

- Обсуждение будущего АЭС в Японии началось с планов по закрытию всех станций к 2030 году. Однако с каждым годом приходит понимание, что уход из страны дешевой энергии и почти полное отсутствие энергоресурсов в виду ограниченности и густонаселенности территории, ставит экономику Японии в тупик. ВВП продолжает из года в год снижаться, компании сокращают производства, выводят их в другие страны Азиатско-тихоокеанского региона.
- На текущий момент по 19 реакторам поданы заявки на возобновление работы. В июле 2014 года были допущены к запуску два первых реактора Японии на [АЭС Сэндаи](#).



**Разрушенный 4 блок на Чернобыльской АЭС**





# Рабочая часть обмотки

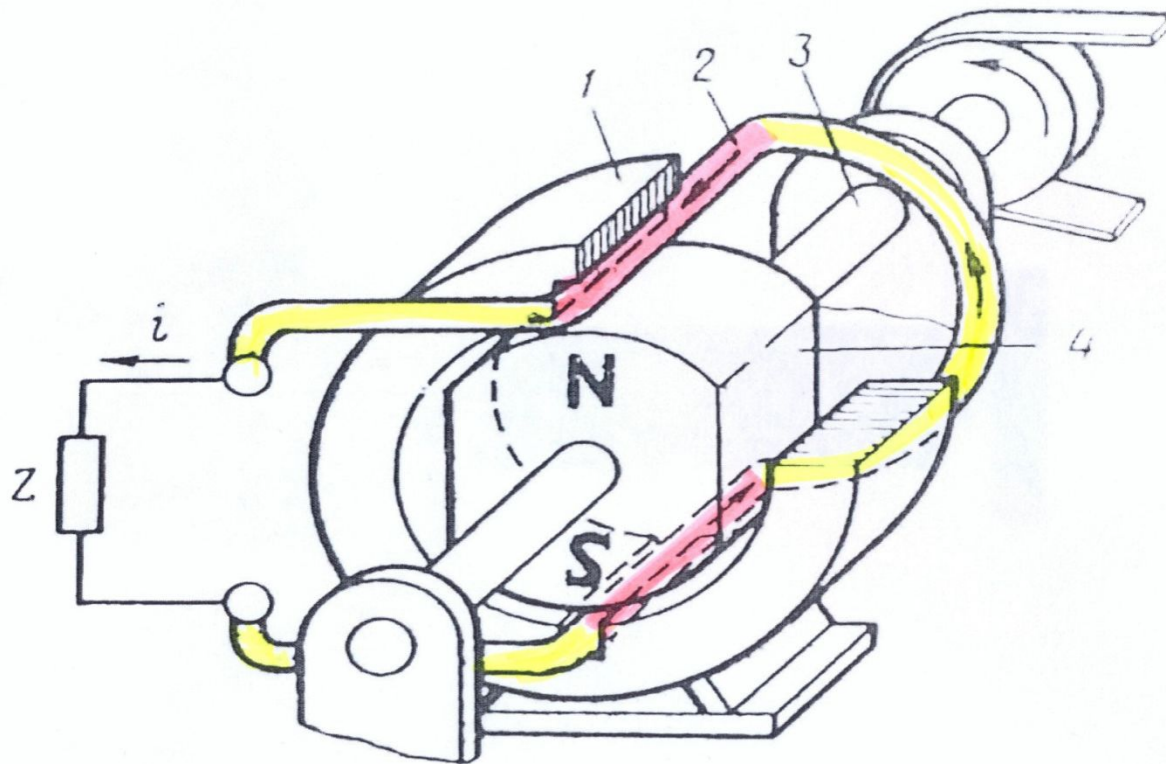
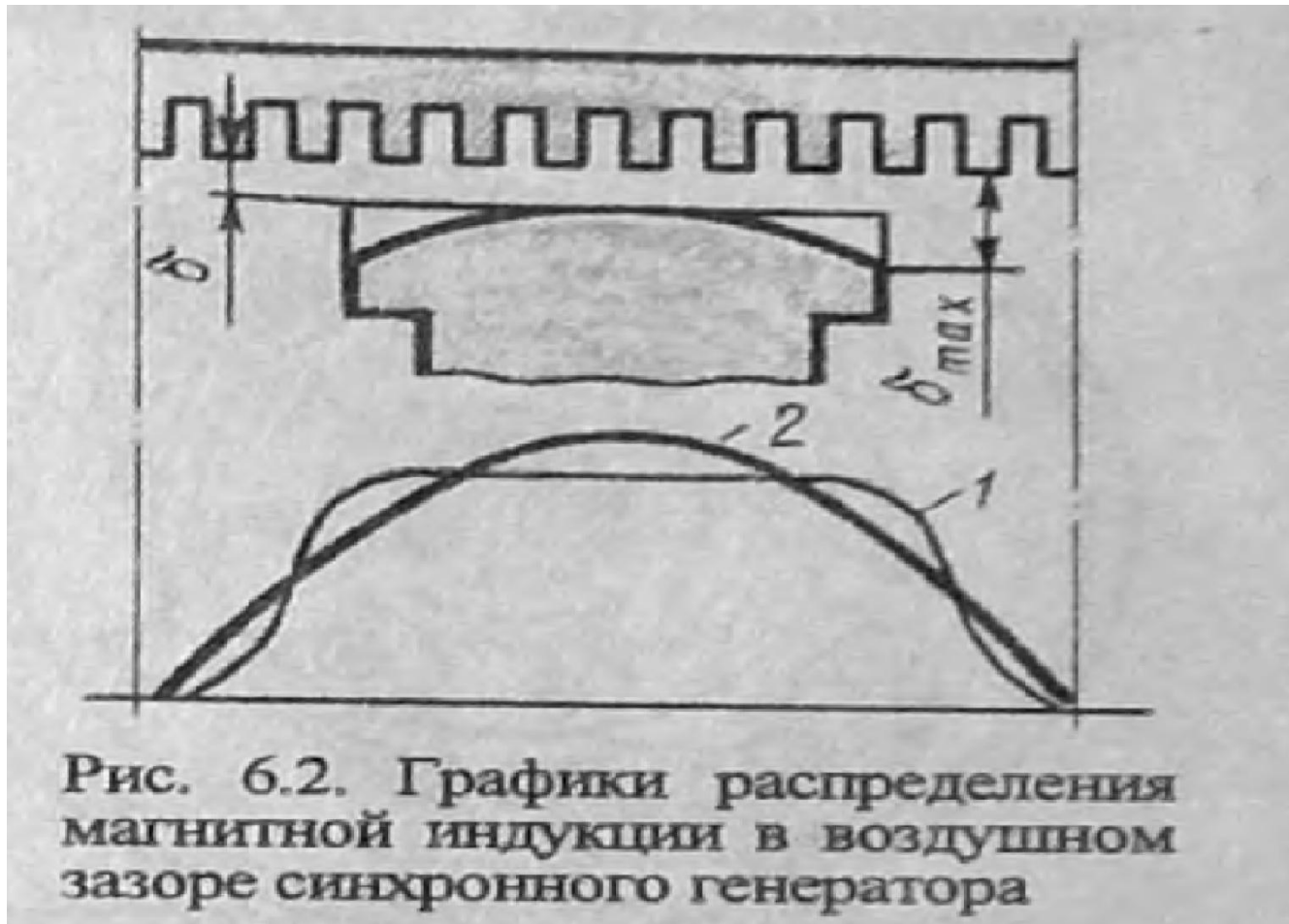


Рис. 6.1. Упрощенная модель синхронного генератора

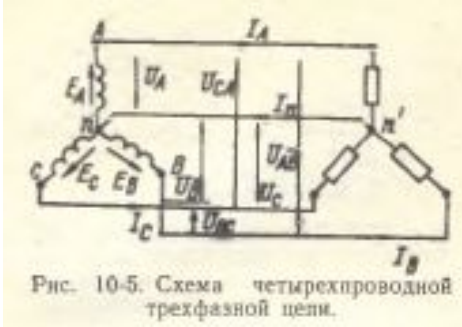
Обмотка укладывается в пазы и занимает некоторый сектор





# Определения

- Фазные и линейные величины.  
Величины, относящиеся к одной фазе (рис. 10-5), получили название фазных: фазные эдс  $E_a, E_b, E_c$ ; фазные токи  $I_a, I_b, I_c$ ; фазные напряжения  $U_a, U_b, U_c$ .
- \* Термин «фаза» в электротехнике имеет два значения: фаза — аргумент синусоидальной функции  $\omega t$  и фаза — отдельная цепь трехфазной цепи. Обмотки генератора также называют фазами.



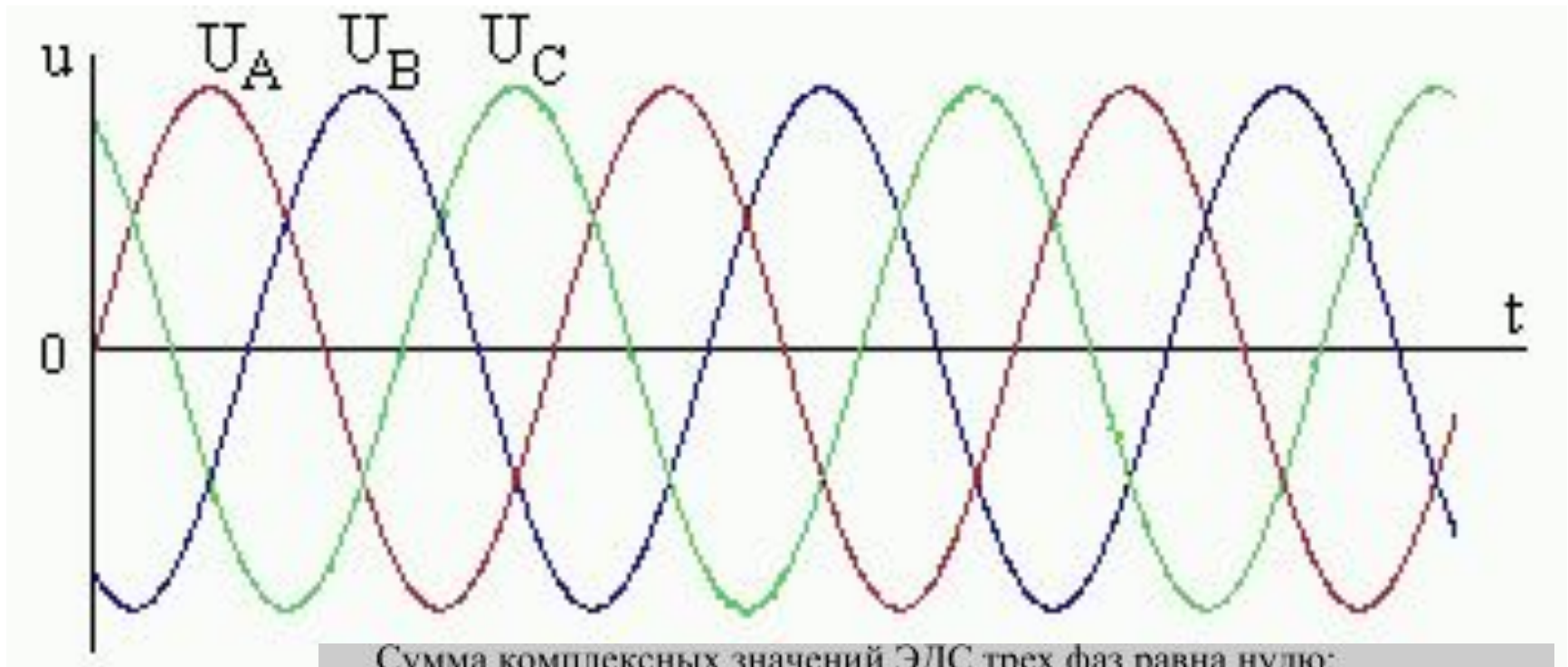
# Определения

- Напряжения между линейными проводами называются линейными:  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$ ,  $U_{ca}$ . Токи в линейных проводах — линейные токи.
- Токи в фазах генератора и фазах приемника сохранили название фазных токов. Из рис. 10-5 видно, что фазный ток является и линейным током.

# Симметричная система ЭДС

- Симметричная система ЭДС – это три синусоиды, сдвинутые относительно друг друга по фазе на угол  $120^\circ$  .  
Принято считать, что начальная фаза ЭДС фазы А равна нулю, ЭДС фазы В отстает от ЭДС фазы А на  $120^\circ$  , ЭДС фазы С отстает от ЭДС фазы В на  $120^\circ$  .

# Временные зависимости



$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = E + Ee^{-j120^\circ} + Ee^{+j120^\circ} = E - \frac{E}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}E - \frac{E}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}E = 0.$$

# Представление комплексными числами в показательной форме

Комплексы действующих значений ЭДС фаз в показательной форме могут быть записаны уравнениями:

$$\begin{aligned}\dot{E}_A &= E; & \dot{E}_B &= E e^{-j\frac{2\pi}{3}} = E e^{-j120^\circ} = a^2 E; \\ \dot{E}_C &= E e^{j\frac{2\pi}{3}} = E e^{j120^\circ} = E e^{-j\frac{4\pi}{3}} = a E,\end{aligned}$$

где  $a = e^{j120^\circ}$  – оператор поворота,  $a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ}$ .

Математика для перемножения векторных величин

Условное изображение фаз обмоток генератора и их разметка представлены на рис.

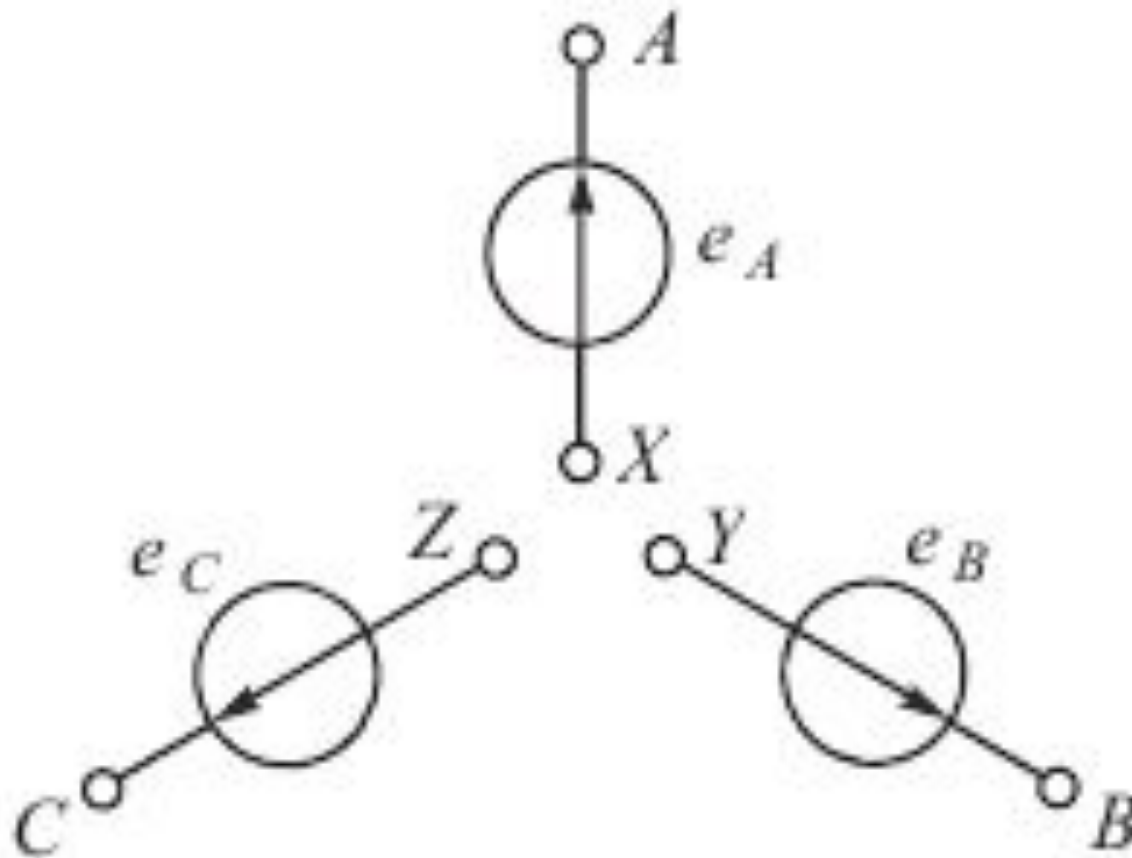


Рис. 11. 1

# Трехфазная система ЭДС для МГНОВЕННЫХ значений

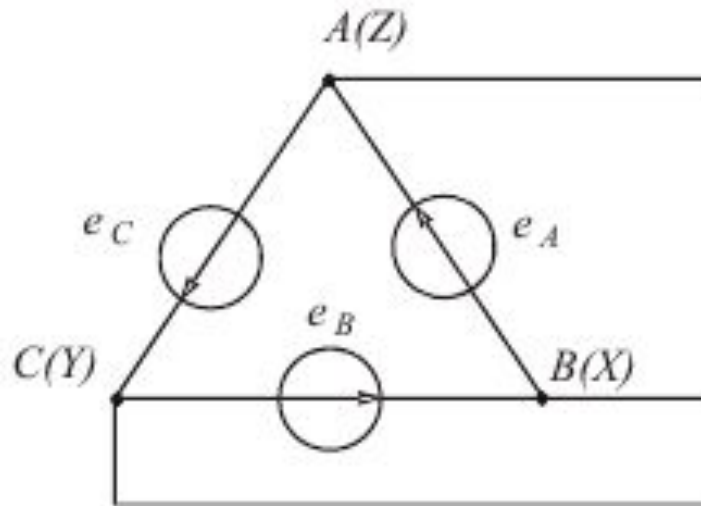
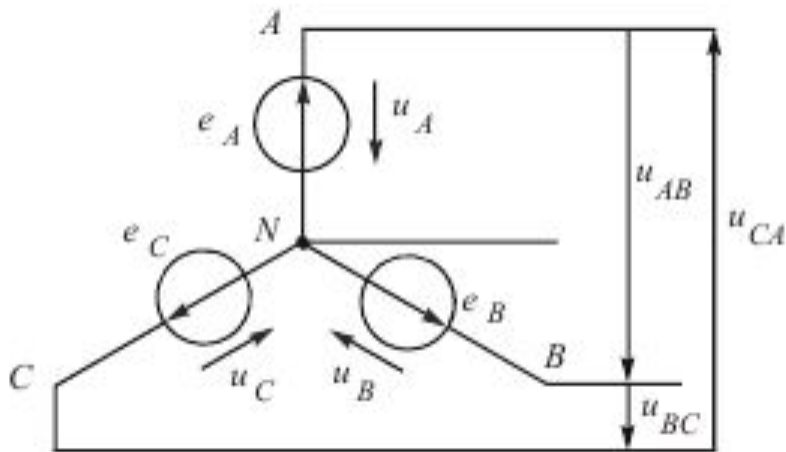
$$e_A(t) = E_m \sin(\omega t);$$

$$e_B(t) = E_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$e_C(t) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ);$$

# Способы соединения фаз обмоток генератора.

- Соединение звездой Соединение треугольником

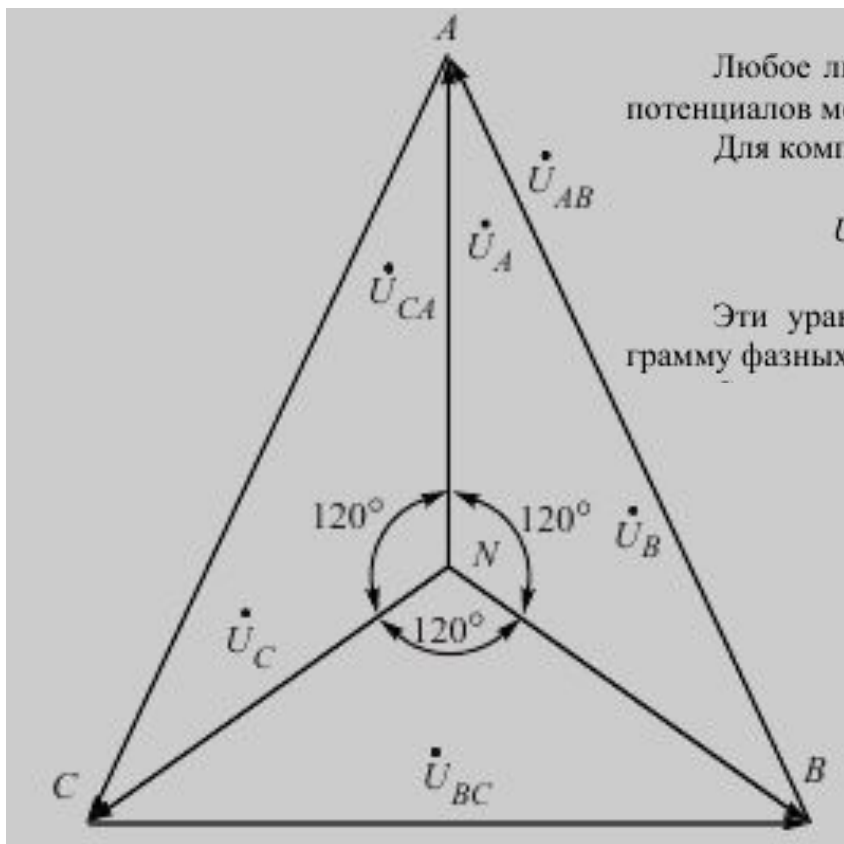


**Обычно обмотки генератора соединяют звездой.**

Напряжения между началом и концом фазы (см. рис. 11.3) называют фазными ( $u_A$ ,  $u_B$  и  $u_C$ ), а напряжения между началами фаз генератора – линейными ( $u_{AB}$ ,  $u_{BC}$ ,  $u_{CA}$ ).



# Соотношение между линейным и фазным напряжением при соединении источника звездой



Любое линейное напряжение можно определить, рассчитав изменение потенциалов между соответствующими началами фаз генератора.

Для комплексных значений эти уравнения имеют вид

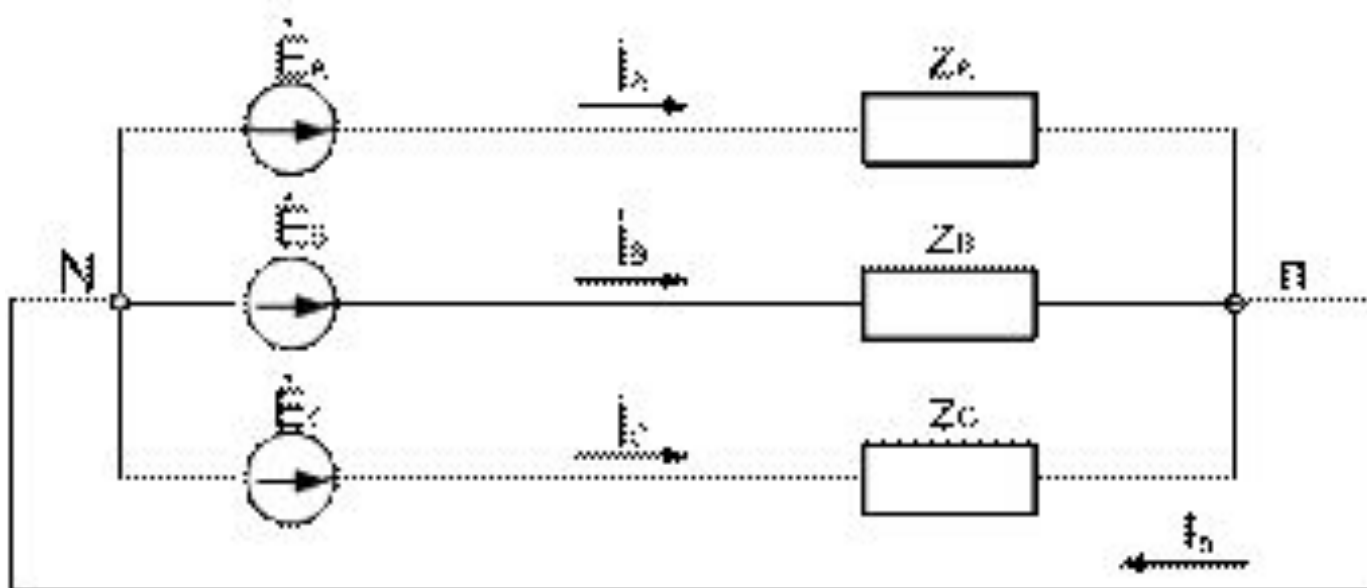
$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B; \quad \dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C; \quad \dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A.$$

Эти уравнения дают возможность построить топографическую диаграмму фазных и линейных напряжений ([рис. 11.5](#)).

Линейное напряжение по величине больше фазного в  $\sqrt{3}$  раз, т. е.

$$U_{\text{л}} = \sqrt{3} U_{\text{ф}} \quad \text{или} \quad U_{\text{ф}} = \frac{U_{\text{л}}}{\sqrt{3}}.$$

# Соединение «звезда – звезда» с нейтральным проводом



$$\dot{U}_\Phi = \dot{U}_\Pi / \sqrt{3}$$

$$\dot{i}_\Phi = \dot{i}_\Pi$$

# Соединение **звезда – звезда** без нейтрального провода.

$$\dot{I}_A = \underline{Y}_A (\dot{U}_A - \dot{U}_{Nn}) = \frac{\dot{U}_A - \dot{U}_{Nn}}{\underline{Z}_A};$$

$$\dot{I}_B = \underline{Y}_B (\dot{U}_B - \dot{U}_{Nn}) = \frac{\dot{U}_B - \dot{U}_{Nn}}{\underline{Z}_B};$$

$$\dot{I}_C = \underline{Y}_C (\dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}) = \frac{\dot{U}_C - \dot{U}_{Nn}}{\underline{Z}_C}.$$

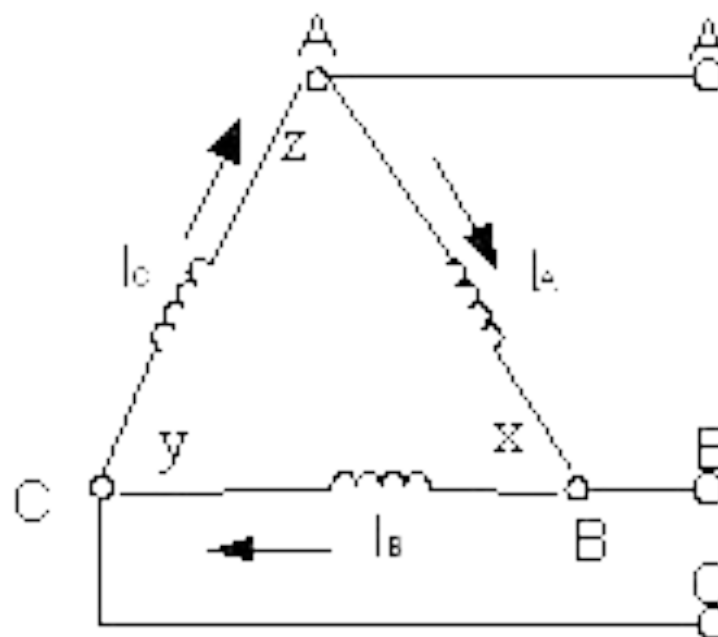
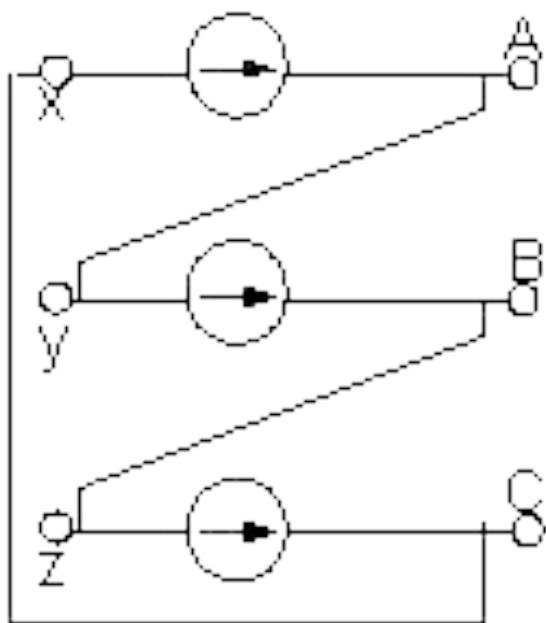
Этот режим эксплуатации трехфазных цепей на практике не желателен.

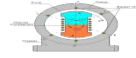
# **звезда – звезда**

## **Несимметричный режим без нулевого провода**

- **Линейные напряжения  $U_{ab}$ ,  $U_{bc}$ ,  $U_{ca}$  остаются неизменными при любой нагрузке, так как клеммы приемника соединены**
- **с началами фаз генератора А, В, С.**
- **При неравномерной нагрузке фаз,**
- **$Z_a \neq Z_b \neq Z_c$ . В результате сместится точка n, т.е. будут нарушены фазные напряжения.**
- **При несимметричных нагрузках возникает несимметричность фазных напряжений (перекос напряжений), нарушается нормальная работа приемников.**

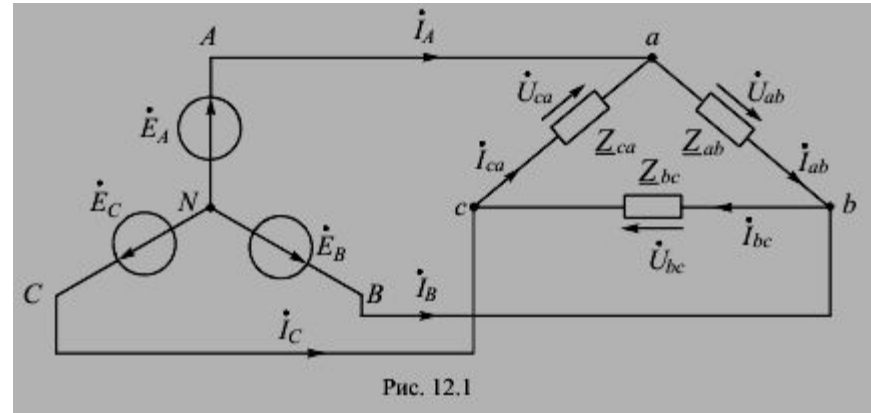
# Соединение нагрузки треугольником





# Соединение нагрузки треугольником

$$\dot{U}_\Phi = \dot{U}_\Pi$$



В симметричной системе всегда

$$\dot{I}_\Pi = \sqrt{3} \dot{I}_\Phi$$

# В несимметричной системе

- фазные токи

$$i_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{\underline{Z}_B}$$

$$i_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\underline{Z}_A}$$

$$i_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{\underline{Z}_C}$$

# В несимметричной системе

## Линейные токи

$$\begin{cases} i_A = i_{AB} - i_{CA}; \\ i_B = i_{BC} - i_{AB}; \\ i_C = i_{CA} - i_{BC}. \end{cases}$$



# Для симметричной нагрузки

В трехфазных цепях различают те же мощности, что и в однофазных: мгновенную  $p$ , активную  $P$ , реактивную  $Q$  и полную  $S$ . **Активная**

**МОЩНОСТЬ:**  $P_{\text{акт}} = 3P_{\phi}$

$$P_{\phi} = U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \cos \varphi$$

$$P_{\text{акт}} = 3U_{\phi} \cdot I_{\phi} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Л}} \cdot I_{\text{Л}} \cdot \cos \varphi$$

Мощности  $p$ ,  $P$  и  $Q$  находят как суммы мощностей трех фаз:  $p = \sum p_{\phi}$ ;  
 $P = \sum P_{\phi}$ ;  $Q = \sum Q_{\phi}$ .

Мощности каждой фазы вычисляют по известным формулам.

# Реактивная мощность фазы

$$Q_{\phi} = U_{\phi} I_{\phi} \sin\varphi_{\phi} \text{ или } Q_{\phi} = X_{\phi} I_{\phi}^2.$$

Полную мощность трехфазной цепи вычисляют как гипотенузу суммарного треугольника мощностей:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(\sum P_{\phi})^2 + (\sum Q_{\phi})^2}.$$

## *Тема 2. Трёхфазная цепь* **(продолжение)**

- Вращающееся магнитное поле.
- Принцип действия асинхронных двигателей.

# Основные формулы по теме

- Следовательно, независимо от схемы соединения (звезда или треугольник) для симметричной трехфазной цепи формулы для мощностей имеют одинаковый вид:

- $$P = 3 U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \cos \varphi$$
- $$P = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi$$

[Вт],

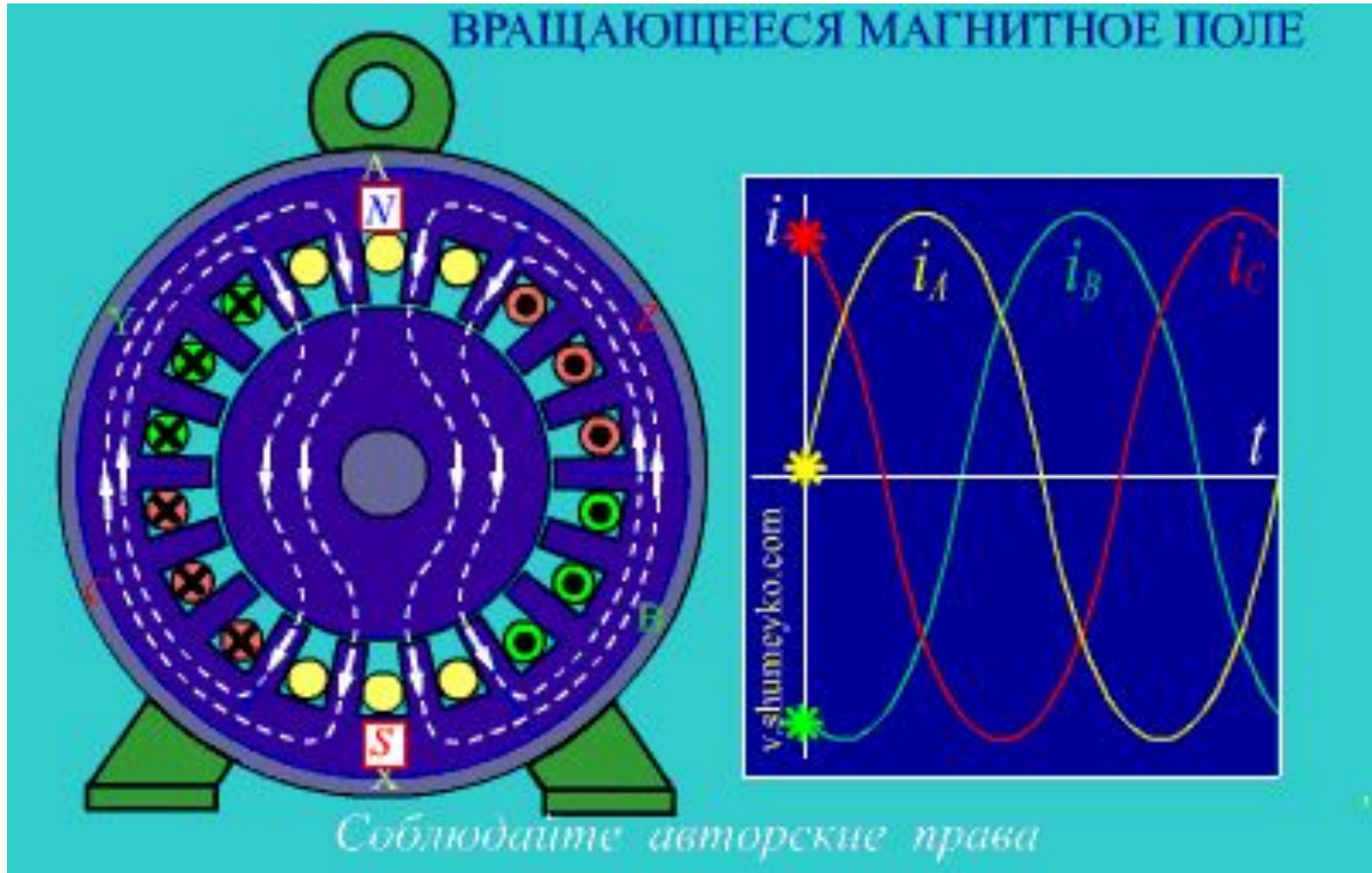
- $$Q = 3 U_{\text{ф}} I_{\text{ф}} \sin \varphi$$
- $$Q = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \sin \varphi$$

[вар],

- $$S = 3 U_{\text{ф}} I_{\text{ф}}$$
- $$S = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}}$$

[ВА].

# Вращающееся магнитное поле



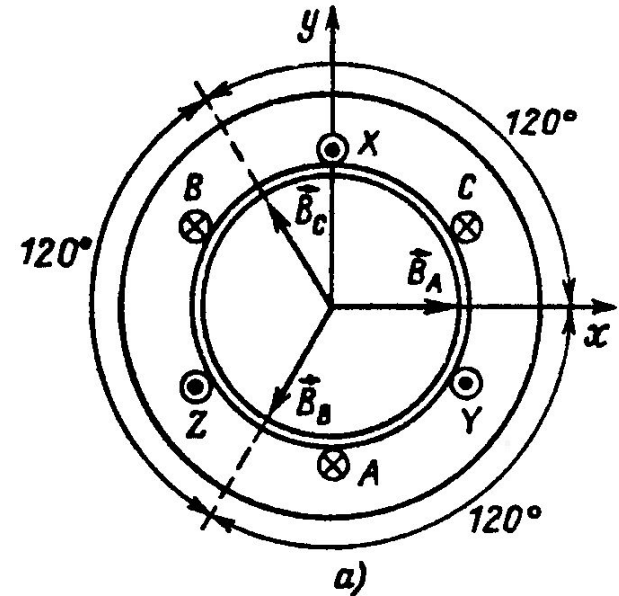
# Вращающееся магнитное поле

## ПОЛЕ Касаткин

$$B_A = B_m \sin \omega t;$$

$$B_B = B_m \sin(\omega t - 120^\circ);$$

$$B_C = B_m \sin(\omega t - 240^\circ).$$



Составляющая индукции магнитного поля вдоль оси  $x$  равна алгебраической сумме проекций на эту ось мгновенных значений трех индукций:

$$\begin{aligned} B_x &= B_A \cos 0^\circ + B_B \cos(-120^\circ) + B_C \cos(-240^\circ) = \\ &= B_A + B_B (-1/2) + B_C (-1/2). \end{aligned}$$

# Вращающееся магнитное поле

Подставив выражения индукций из (14.2), получим

$$B_x = B_m \left[ \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right) \right] = B_m \left[ \sin \omega t + \frac{1}{4} \sin \omega t + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{3}}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \sin \omega t - \frac{\sqrt{3}}{4} \cos \omega t \right] = 1,5B_m \sin \omega t. \quad (14.3)$$

Составляющая индукции магнитного поля по оси  $y$

$$B_y = B_A \sin 0^\circ + B_B \sin(-120^\circ) + B_C \sin(-240^\circ) = \\ = B_B (-\sqrt{3}/2) + B_C \sqrt{3}/2,$$

# Вращающееся магнитное поле

или после подстановки значений индукций из (14.2)

$$B_y = B_m \left[ -\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \right] = 1,5B_m \cos \omega t. \quad (14.4)$$

Таким образом, магнитная индукция поля статора

$$B_{ст} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = 1,5B_m \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = 1,5B_m, \quad (14.5)$$



# Магнитная индукция поля статора

$$B_{\text{ст}} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = 1,5B_m \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = 1,5B_m, \quad (14.5)$$

**Вывод: значение магнитной индукции постоянно и равно 1.5 Bm.**

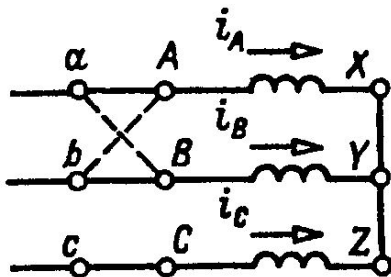
Угол  $\alpha$ , образуемый магнитными линиями поля с осью  $y$  (рис. 14.8,  $z$ ),

определяя  $\text{tg} \alpha = B_x / B_y = \sin \omega t / \cos \omega t = \text{tg} \omega t$

т. е.  $\alpha = \omega t$ .

# Как изменить направление вращения магнитного поля статора

- Чтобы изменить направление вращения магнитного поля статора, достаточно изменить порядок подключения двух любых фазных обмоток асинхронной машины к трехфазному источнику электрической энергии, например как на рис. 14.8, б штриховой



# Принцип действия асинхронного двигателя

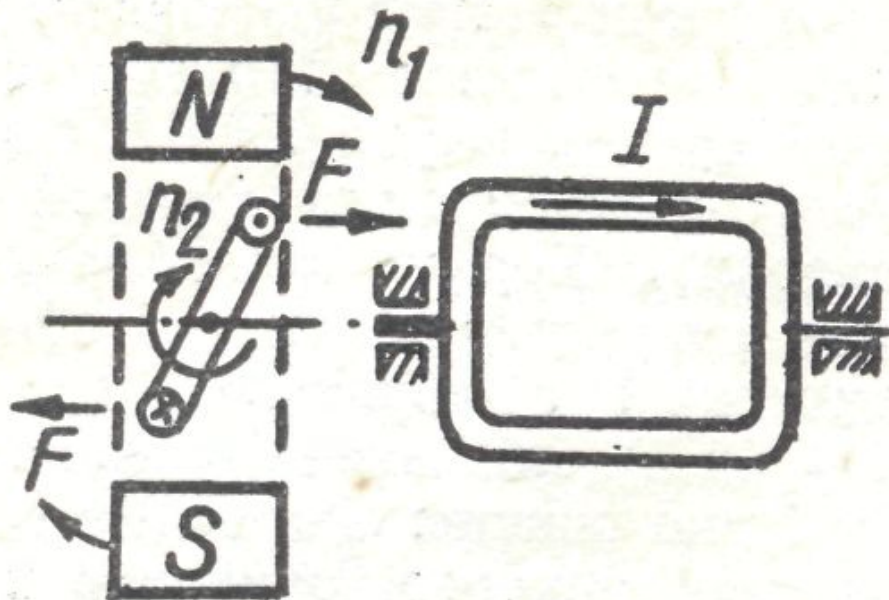


Рис. 18-2. Короткозамкнутый виток во вращающемся магнитном поле.

# Принцип действия асинхронного двигателя

- Расположим во вращающемся магнитном поле укрепленный на оси замкнутый виток провода (рис. 18-2). Согласно закону электромагнитной индукции, в витке будет индуцироваться эдс ( $e = Blv$ ). *Направление тока в витке, вызванного этой эдс, определим по правилу правой руки. Согласно закону Ампера, на проводник с током в магнитном поле действует сила  $F = BI$ . Направление силы определим по правилу левой руки — она направлена в сторону вращения магнитного поля.*
- Частота вращения витка  $n_2$  не может достигнуть частоты вращения магнитного поля  $n_1$ . *Если бы это случилось ( $n_2$  стала равной  $n_1$ ), то виток оказался бы неподвижным относительно магнитного поля, его стороны перестали бы пересекаться магнитными силовыми линиями, исчезли бы эдс и ток в витке и, следовательно, сила  $F = BI$  стала равной нулю — исчезла бы причина, заставляющая виток вращаться. Поэтому всегда  $n_2 < n_1$*
- Короткозамкнутый виток и магнитное поле вращаются с разной частотой. Такое вращение получило название несинхронного, или асинхронного вращения. Оно лежит в основе принципа действия асинхронного двигателя.

# Принцип действия асинхронного двигателя

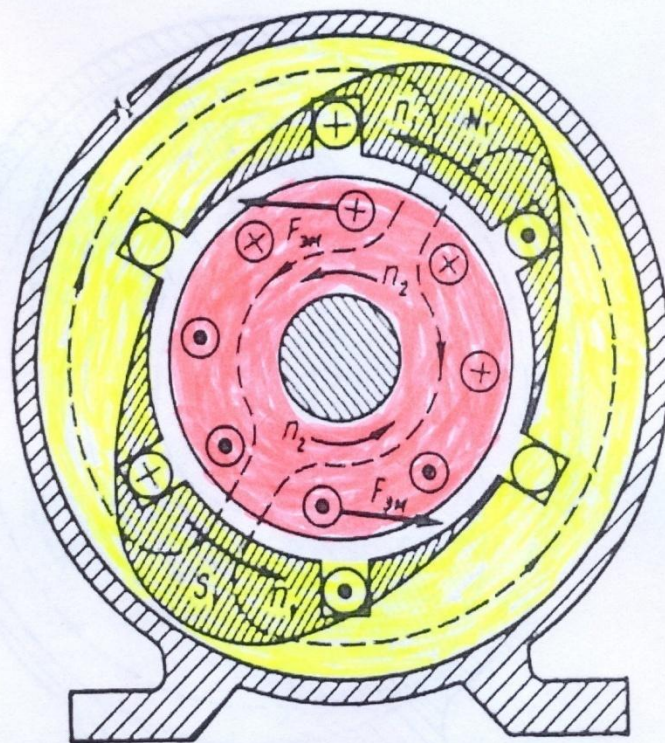
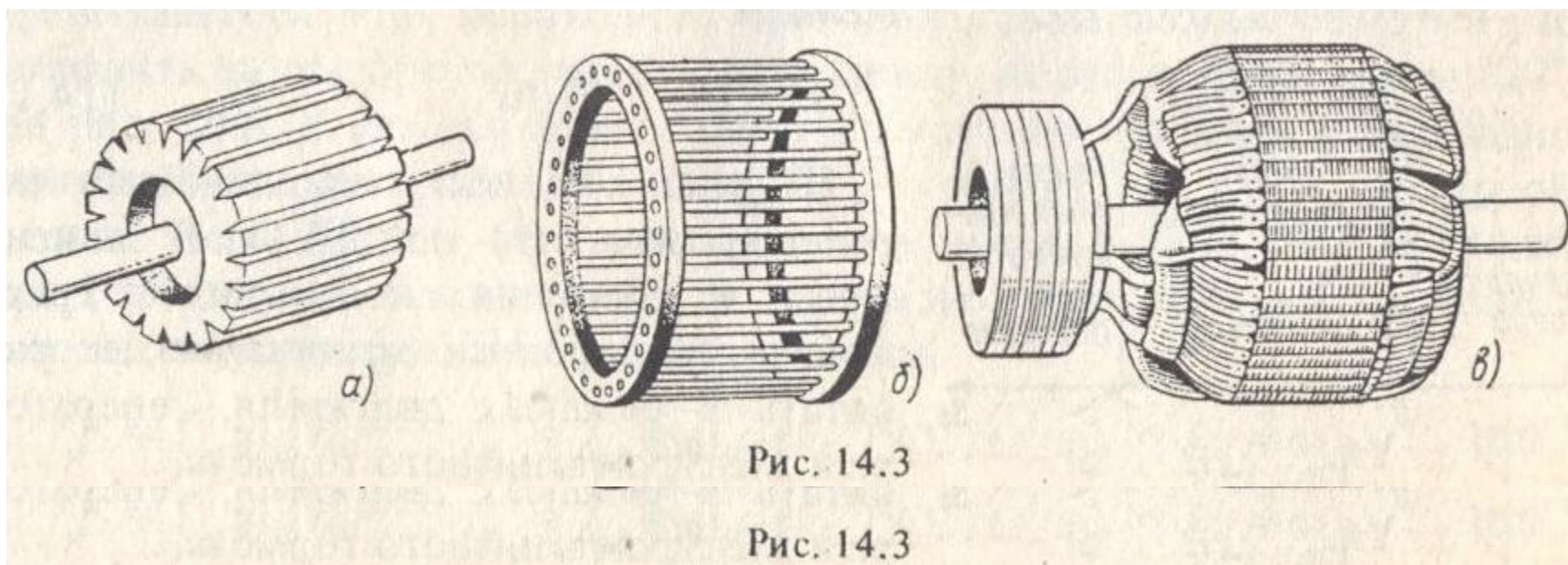


Рис. 6.4. К принципу действия асинхронного двигателя



Короткозамкнутый  
ротор

Фазный ротор