



Татьяна Васильевна Андрюшина

Дисциплина - Начертательная геометрия,
инженерная и компьютерная графика

Новосибирск, 2020

Часть 1

Начертательная геометрия

Лекция 1

Содержание

ВВЕДЕНИЕ

- Предмет начертательная геометрия
- Виды проецирования
- Точка
- Прямая

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Список литературы

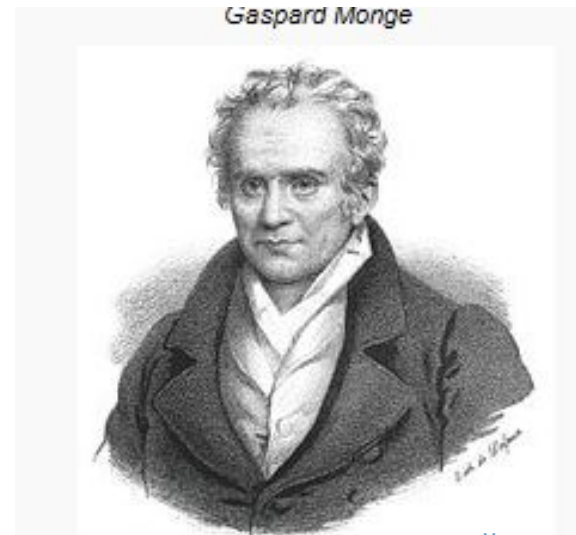


Очарование, сопровождающее науку, может победить свойственное людям отвращение к напряжению ума и заставить их находить удовольствие в упражнении своего разума...

Гаспар Монж



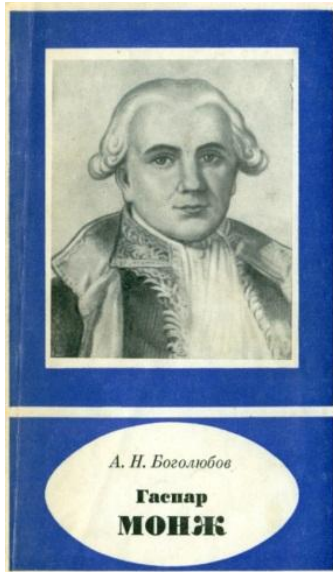
Гаспар Монж – сенатор.
С картины Ж. Нежона



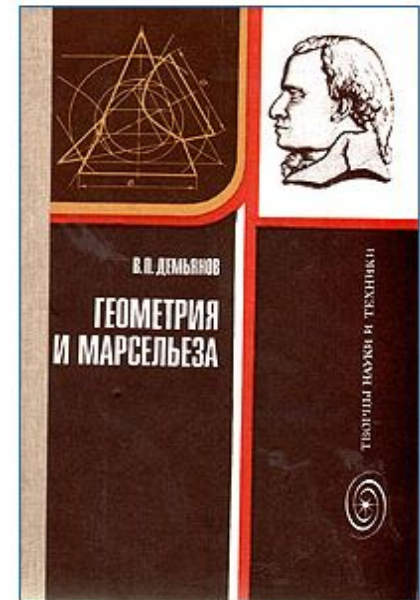
– создатель начертательной геометрии

Основоположник НГ

- Основоположником считается видный французский ученый и политический деятель Гаспар Монж (1746 - 1818 гг.). Его учение о ортогональном методе проецирования сохранилось до нашего



Гаспа́р Монж (фр. Gaspard Monge, 1746 г., Бон, Бургундия, Франция—28 июля 1818 г., Париж) — французский математик, геометр, государственный деятель.



Исходя из идеи проектирования предметов на две взаимно перпендикулярные плоскости, Монж создал общий метод изображения пространственных фигур на плоскости.

Определение НГ и основные методы

Начертательная геометрия (НГ) – наука, которая изучает и обосновывает методы построения изображений, а также учит с их помощью решать пространственные задачи на плоскости.

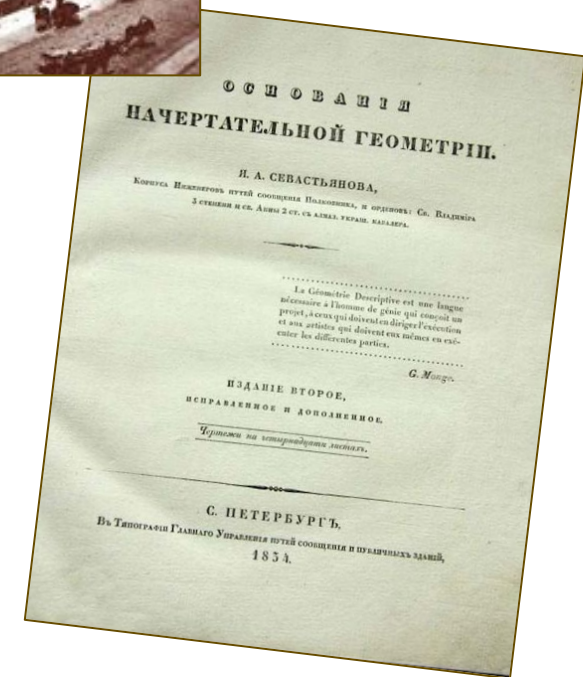
Гаспар Монж о созданной им науке писал: Это *«искусство представлять на листе бумаги, имеющем только два измерения, предметы, имеющие три размера, которые подчинены точному определению»*.

Этот метод даёт возможность измерить или другим способом определить размер, что для инженера ценно. Предложенный им метод ортогональных проекций оказался настолько прост и удобен, что инженеры всего мира до сих пор используют его как основной.

Начертательная геометрия в России

В России начертательную геометрию впервые стали изучать с 1810 года в **Институте корпуса инженеров путей сообщения** в Санкт-Петербурге, а с 1830 года стали преподавать во всех высших учебных заведениях России.

Первым русским ученым, издавшим труд "Основания начертательной геометрии" в 1821 году, был профессор Я. А. Севастьянов.

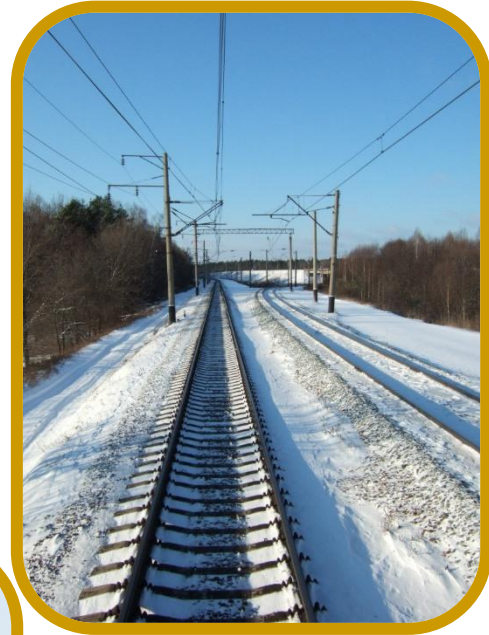


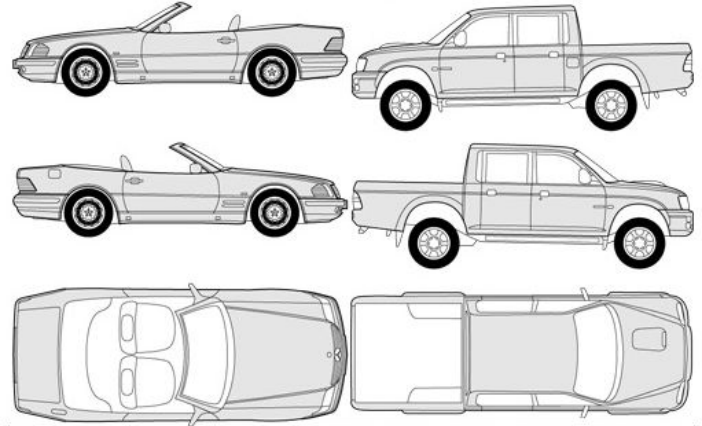
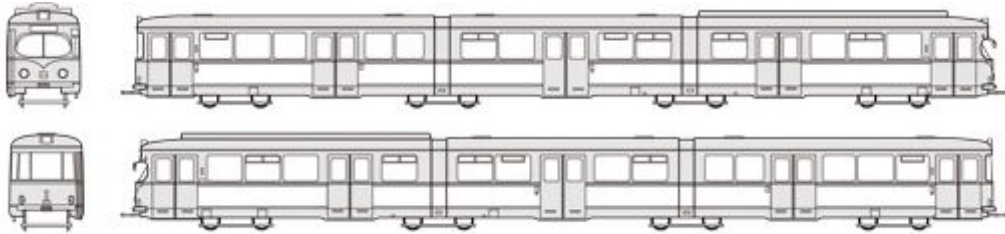
Начертательная геометрия вокруг нас

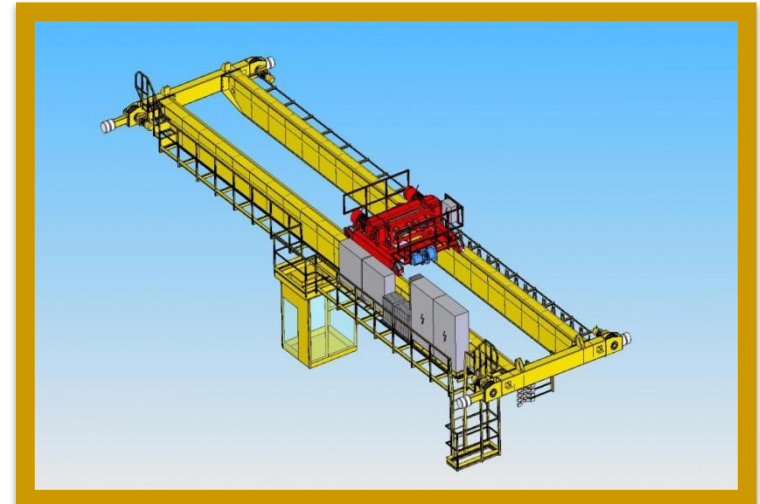
- Методы **НГ** находят самое широкое применение в различных объектах природы: механике, архитектуре и строительстве, транспортной логистике, химии, кристаллографии и т.д.
- **НГ** является базой для изучения инженерно-технических дисциплин: архитектуры, деталей машин и механизмов, теоретической и строительной механики и многих других.
- **НГ** используется при конструировании сложных поверхностей технических форм железнодорожного, автомобильного, авиационного, морского и речного транспорта.
- При проектировании и изображении различных транспортных конструкций и сооружений также широко используются методы **начертательной геометрии**.

Пример - в транспорте

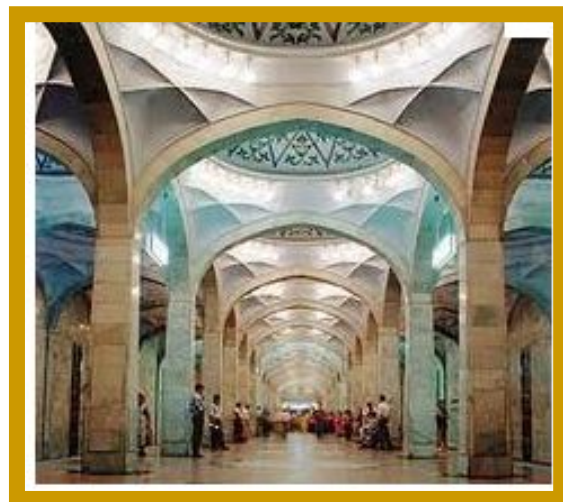


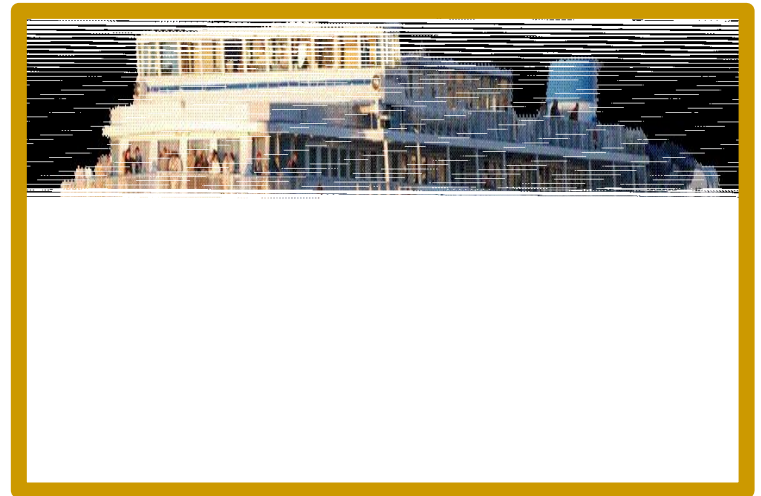


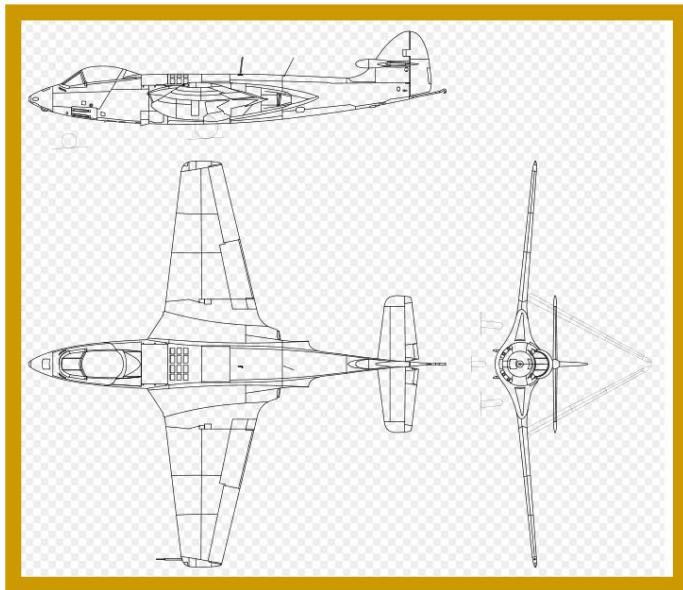




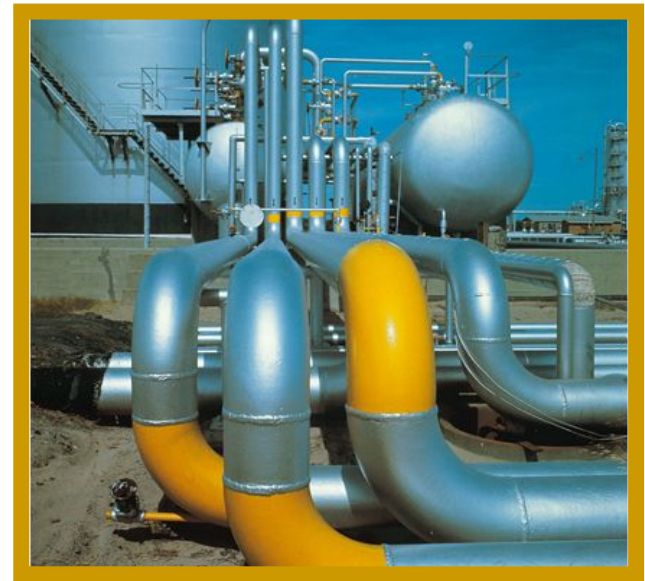
Выбор транспорта, складирование, путь, экспедирование



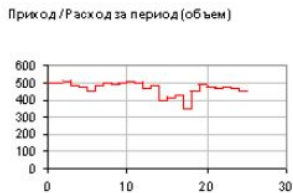
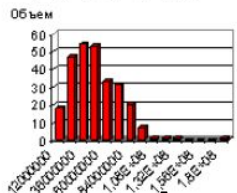
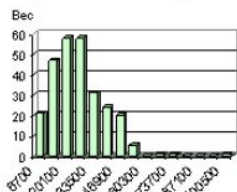
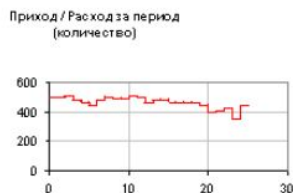
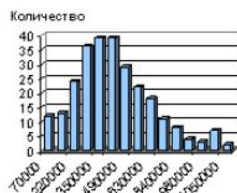




Самолёт Hawker Sea Hawk, изображённый с помощью эпюра Монжа



Транспортная логистика



Анализ потоков

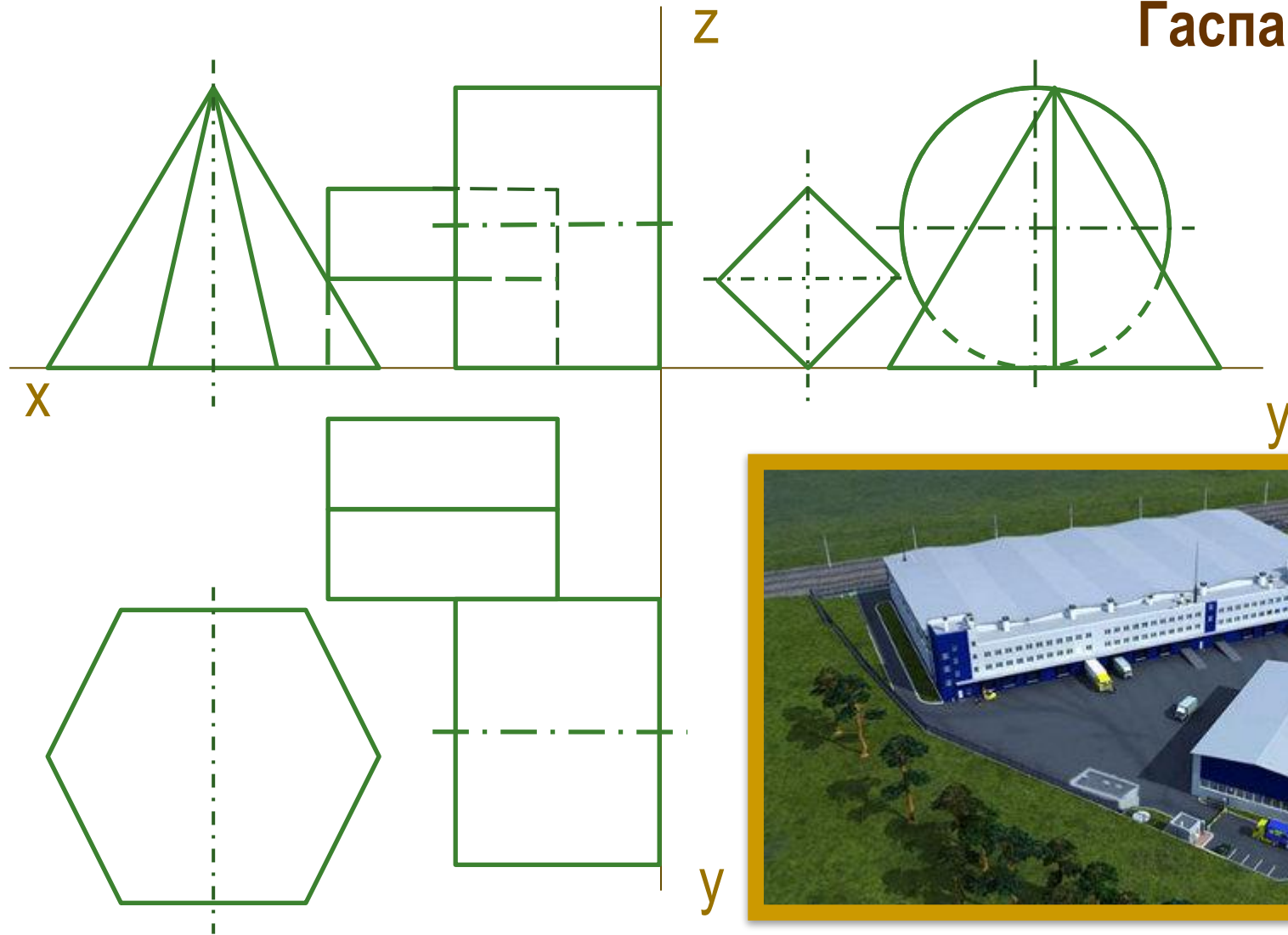
Справочник товаров: стандарты упаковки

Штука (уровень №1)	Уровень вложенности №2	Уровень вложенности №3	Уровень вложенности №4
Всегда = 1	= 3	= 2	= 4
Итого: стандарт упаковки = 3 * 2 * 4 = 24			

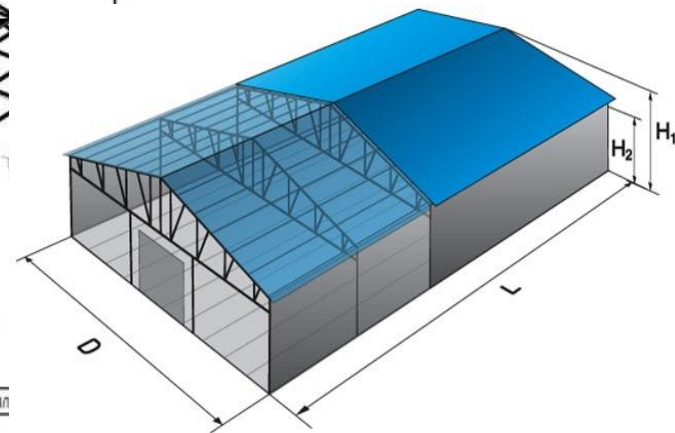
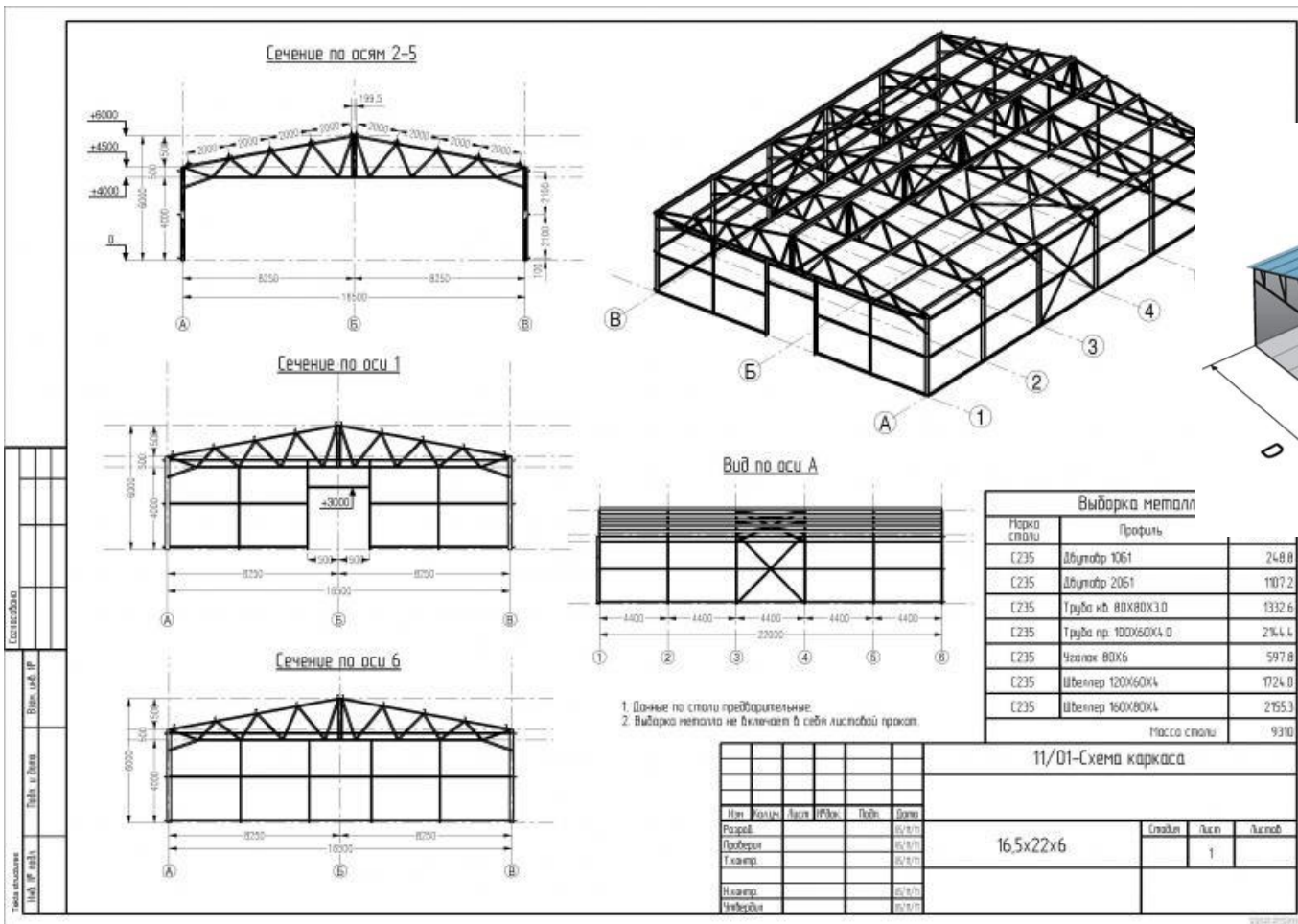
Прямая и обратная задачи начертательной геометрии

- **Прямой задачей** начертательной геометрии является задача построения чертежа, т.е. изображения предмета на плоскости и изучение способов этого построения.
- **Обратной задачей** является восстановление по проекционному чертежу формы, размеров оригинала, взаимного расположения его элементов и других геометрических параметров.
- Роль **НГ** в науке и на производстве велика. Чертеж является важным средством для получения и запоминания информации, около 80 % из всего объема человек получает с помощью зрения. Чертеж является одним из основных документов на производстве.

Чертеж- язык техники. Гаспар Монж

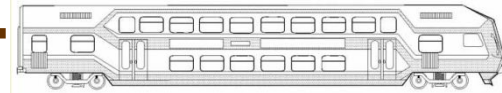


Пример – в строительстве: складские помещения

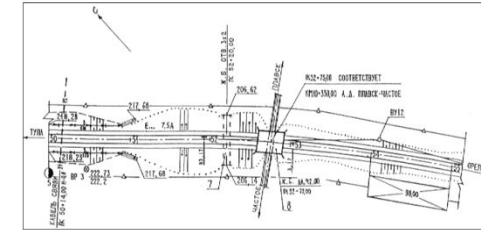


Чертеж ангара из металлических конструкций

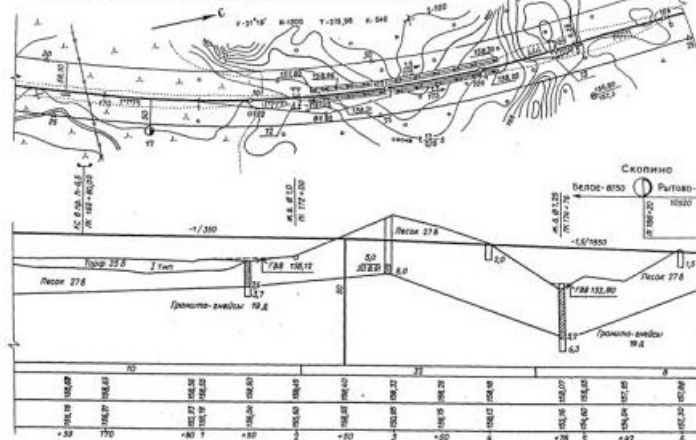
Пример – в строительстве дорог



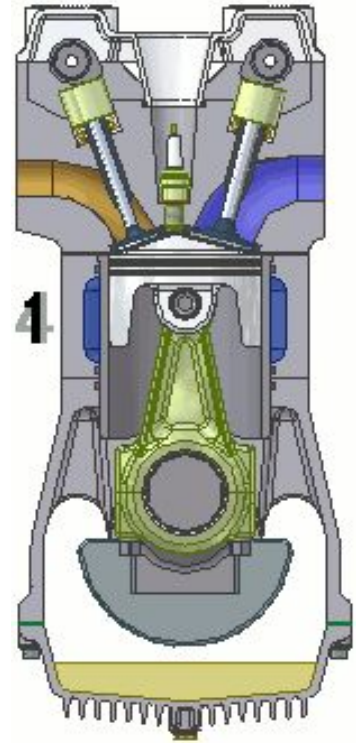
Пример оформления плана автодром общей пользования



ПРИМЕР ОБРАЗОВАНИЯ ПЛАНА И ПРОДОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ НОВОЙ ОДНОПУТНОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ ДОРОГИ ОБЩЕГО ПОЛЬЗОВАНИЯ (СОВМЕЩЕННЫЙ ЧЕРТЕЖ)



Пример - в машиностроении и статистике



Виды проецирования

Проецирование

- **Проецирование** - это процесс получения изображения предмета на какой-либо поверхности.
- Получившееся при этом изображение называют **проекцией предмета**.
- Слово "**проекция**" от латинского Projectio, что в переводе означает "**бросание вперёд, вдаль**".

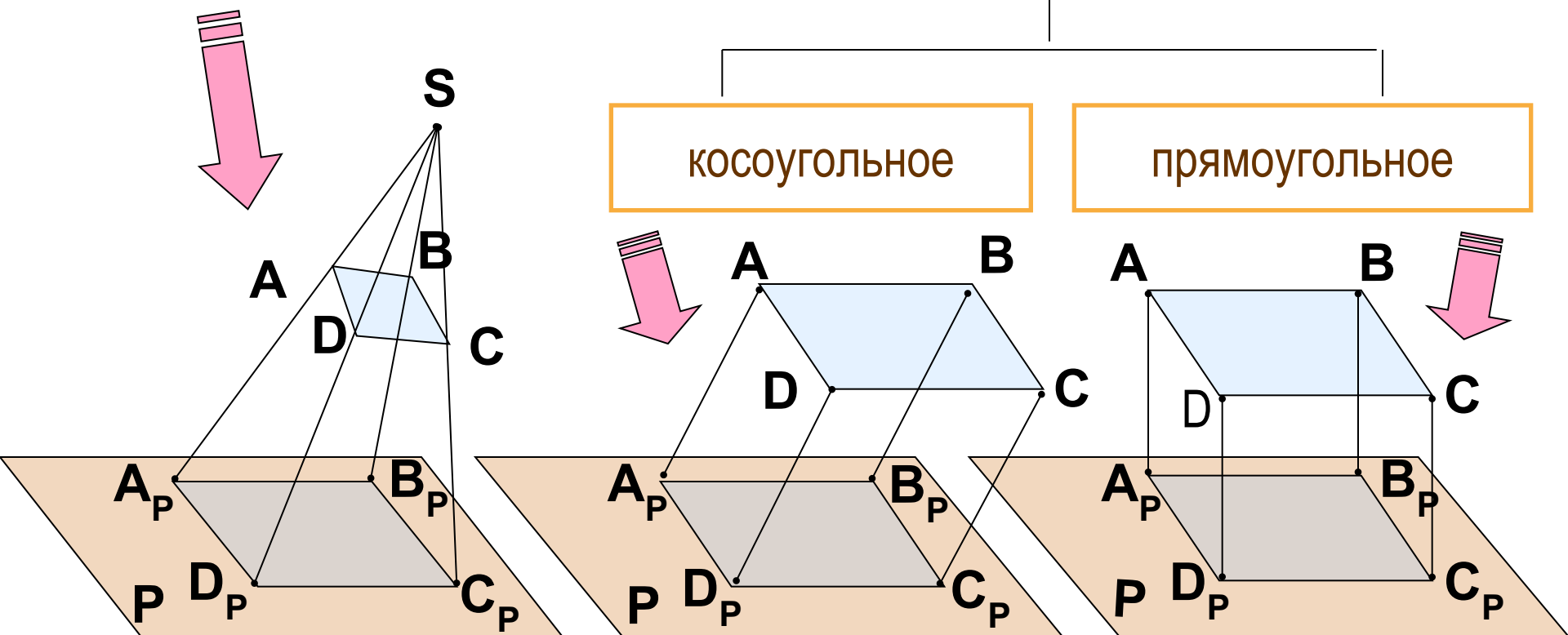
Виды проецирования

центральное

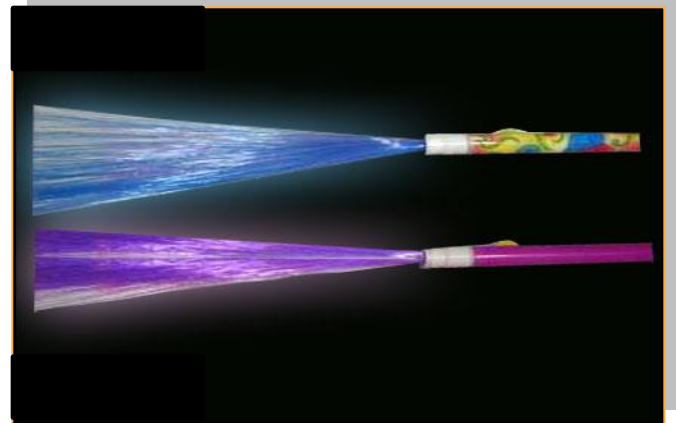
параллельное

косоугольное

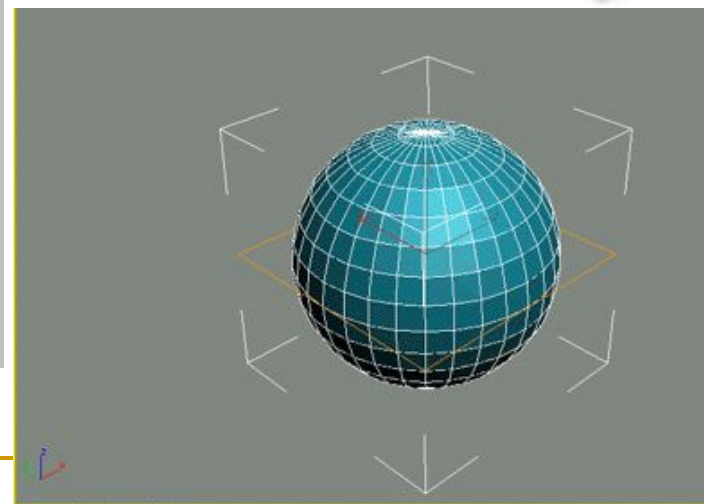
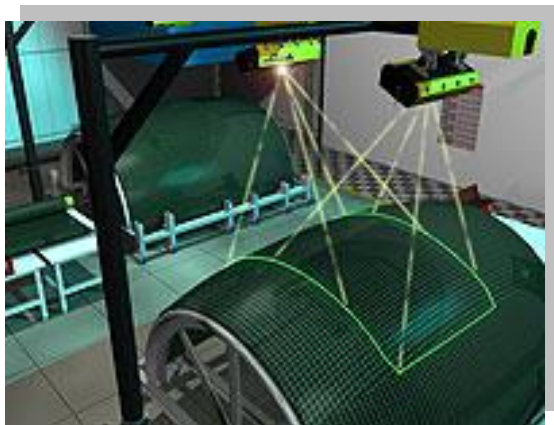
прямоугольное



Примеры - Виды проецирования



Примеры - Виды проецирования



Аппарат проецирования

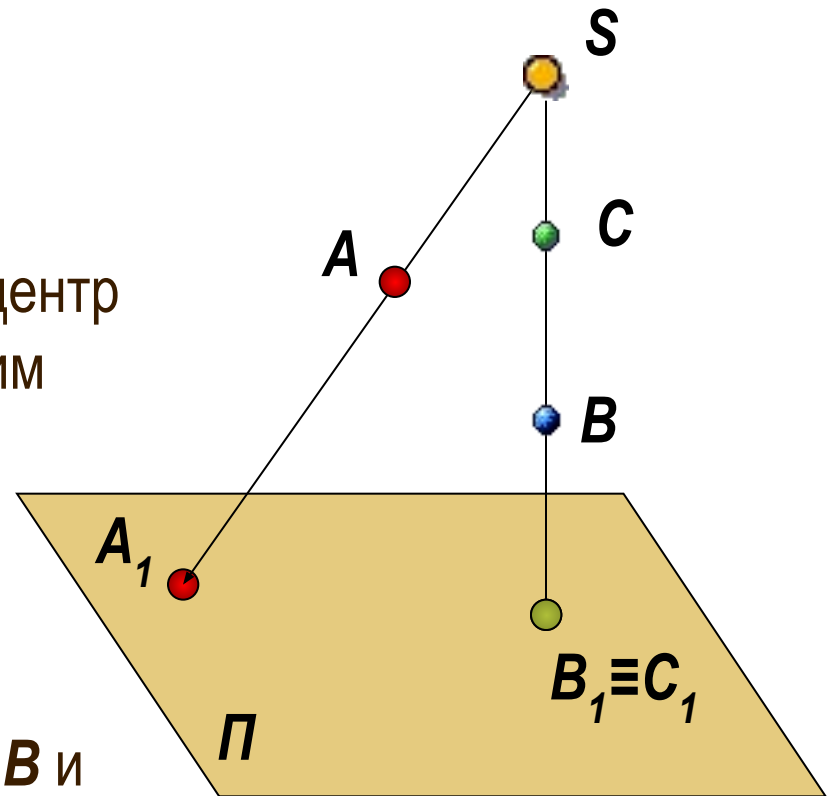
Центральное проецирование есть наиболее общий случай проецирования геометрических объектов на плоскости.

Элементами, с помощью которых осуществляется проецирование, являются:

- **центр проецирования** - точка, из которой производится проецирование;
- **объект проецирования** - изображаемый предмет;
- **плоскость проекции** - плоскость, на которую производится проецирование;
- **проецирующие лучи** - воображаемые прямые, с помощью которых производится проецирование, результатом проецирования является изображение, или проекция, объекта.

Центральное проектирование точки

1. Выберем в пространстве точку A и плоскость *проекций* Π .
2. Зададим *центр* проекций - точку S , которая не лежит в плоскости Π .
3. Проводим через данную точку A и центр проекций S проектирующий луч, находим точку пересечения A_1 прямой SA с плоскостью Π . Точка A_1 называется *центральной проекцией* точки A на плоскость Π .
4. Аналогично строим проекции точек B и C , расположенных на одном проектирующем луче. Центральные проекции точек B_1 и C_1 совпадают.



Центральное проектирование отрезка прямой

5. Соединим точки A и B , получим отрезок прямой AB , спроецируем его на плоскость Π .

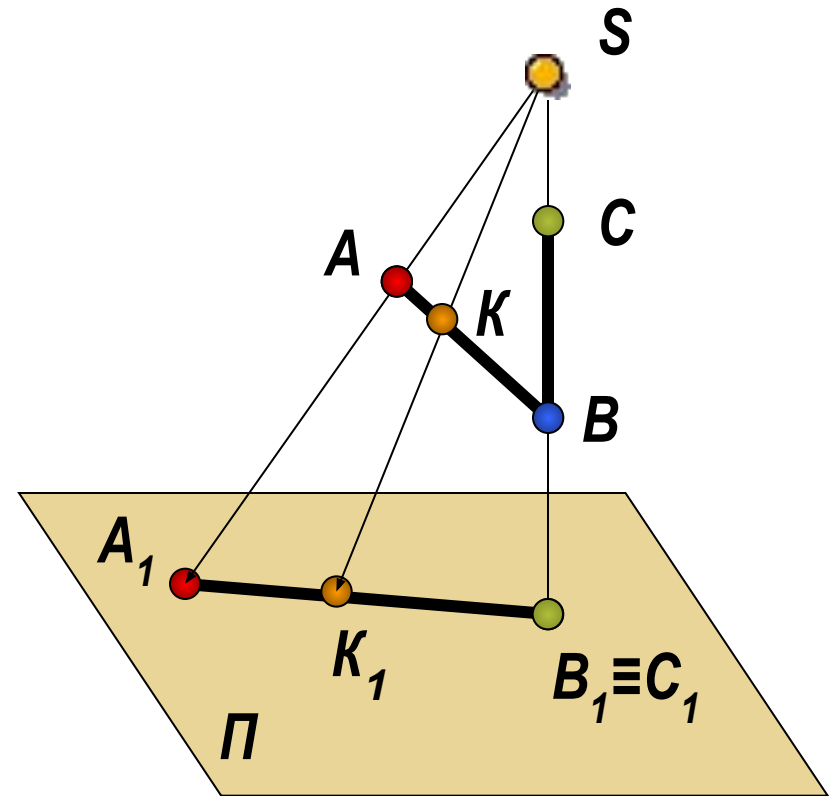
$A_1 B_1$ – центральная проекция отрезка AB на плоскость Π .

6. Соединив точки C и B , получим отрезок прямой CB ,

$C_1 \equiv B_1$ – центральная проекция отрезка CB на плоскость Π .

7. Выберем точку K на прямой AB .

Если $K \in AB$, то $K_1 \in A_1 B_1$.



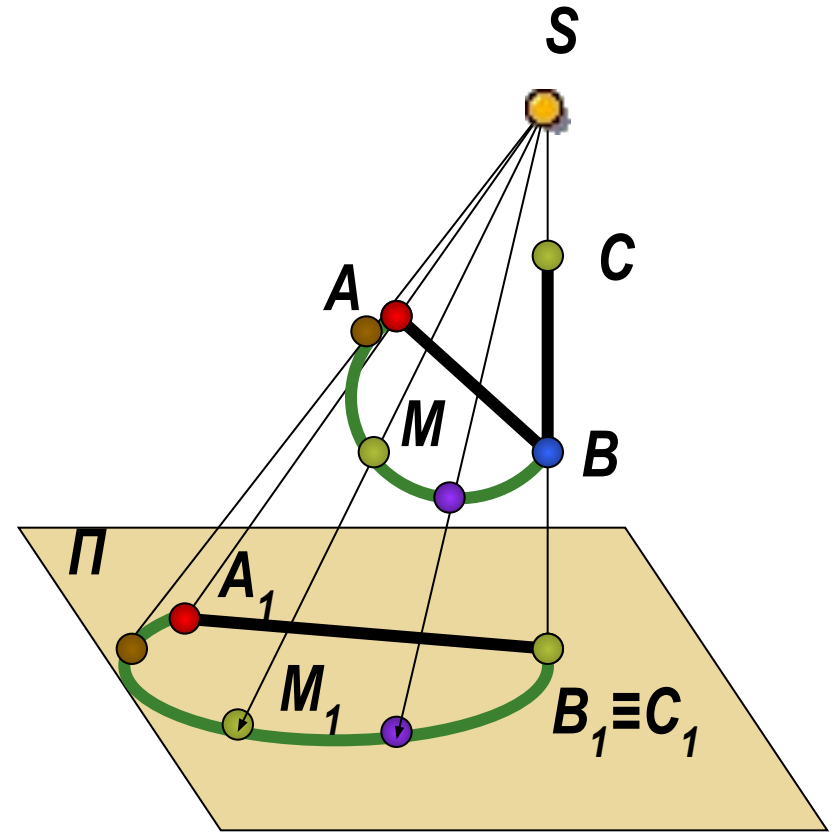
Центральное проецирование кривой линии

8. Через точки A и B проведем кривую линию AMB .

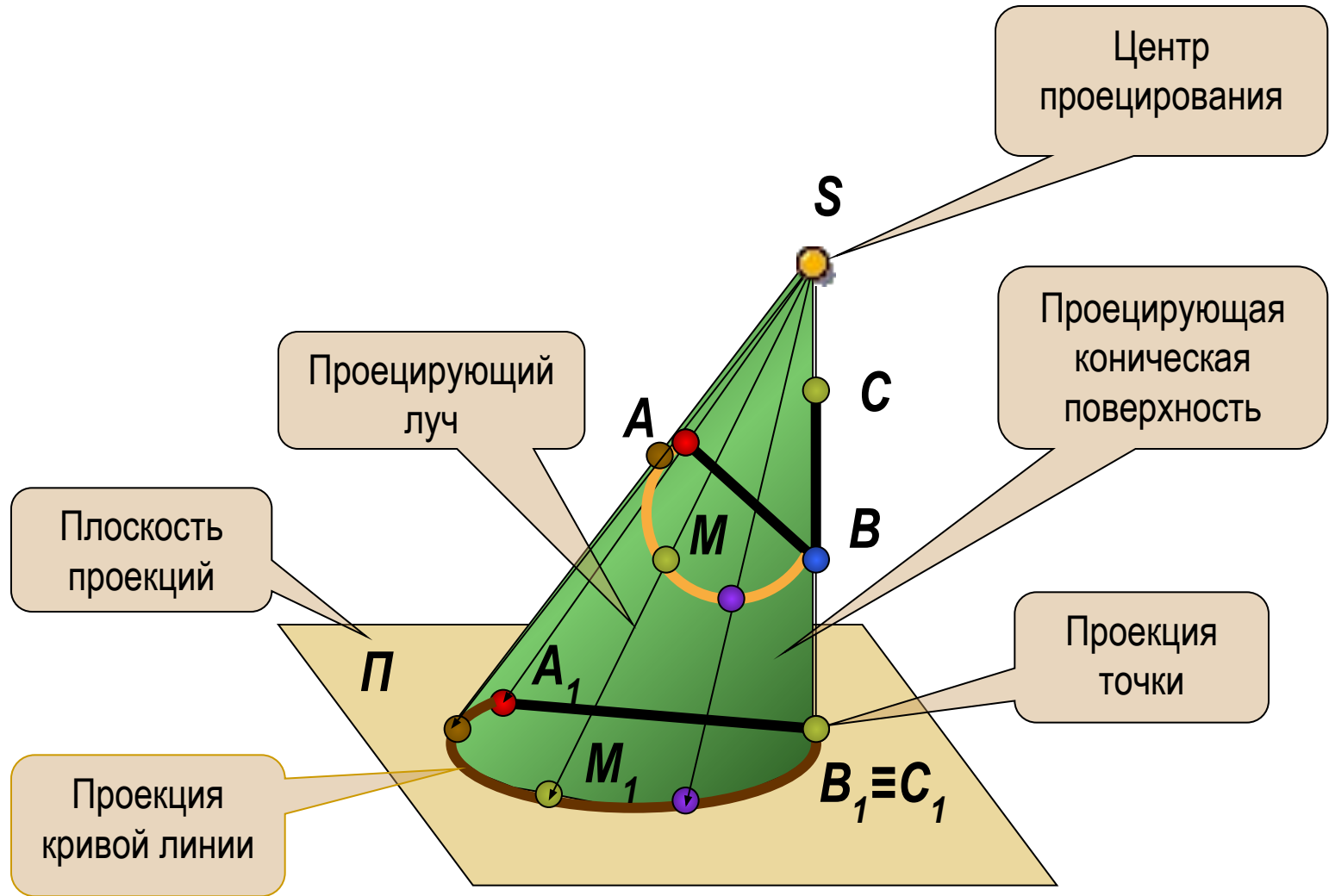
9. Спроецируем точки кривой линии на плоскость Π .

9. $A_1M_1B_1$ - центральная проекция кривой линии на плоскость Π .

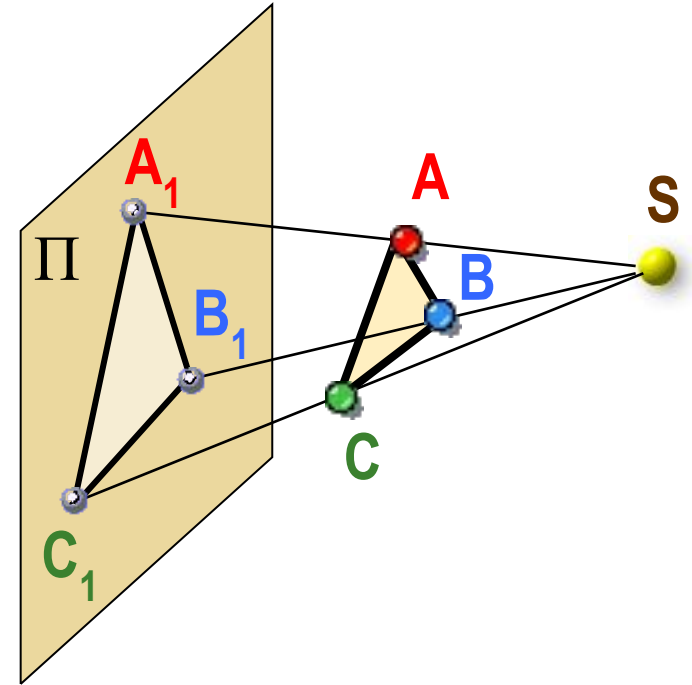
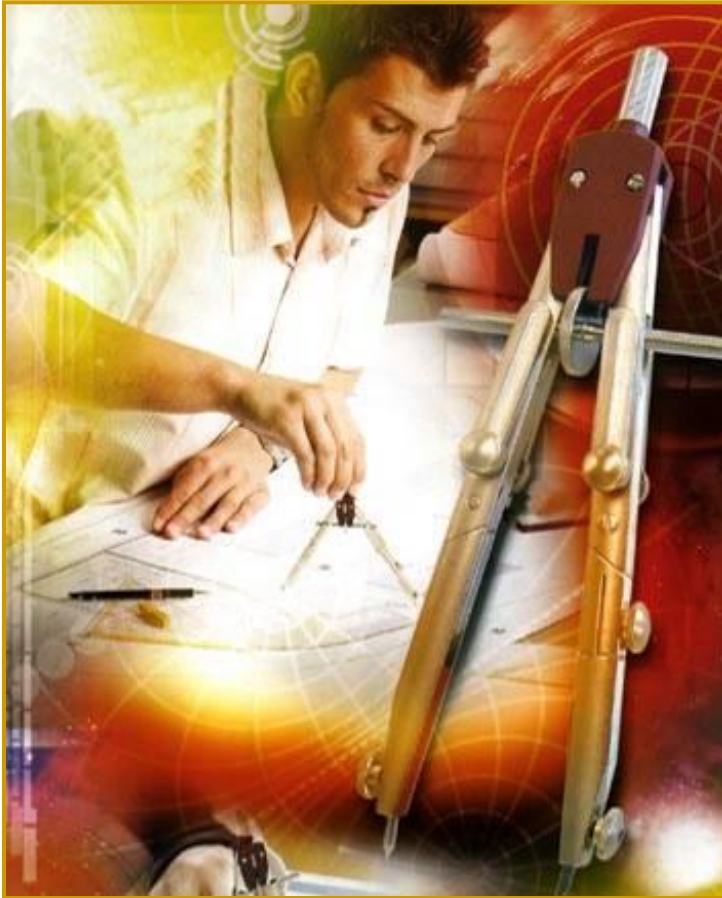
10. Проецирующие лучи (AA_1 , MM_1 , BB_1 и т.п.), проходящие через кривую, образуют коническую поверхность.



Центральное проецирование



Центральное проецирование плоской фигуры



Свойства проекций при центральном проецировании

1. Проекцией точки является точка.
2. Проекцией линии является линия.
3. Проекция прямой в общем случае - прямая. Если прямая совпадает с проецирующим лучом, то её проекция - точка.
4. Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции линии.
5. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения проекций этих линий.
6. В общем случае плоский многогранник проецируется в многогранник (с тем же числом вершин).
7. Если плоская фигура параллельна плоскости проекций, то её проекция подобна этой фигуре.

Применение центрального проецирования

- Метод центрального проецирования применяется при построении перспективы.
- Центральное проецирование используется в рисовании, фотоаппаратах и кинокамерах.
- Упрощенная схема работы человеческого глаза близка к этому виду проецирования: роль центра проецирования выполняет оптический центр хрусталика, роль проецирующих прямых – лучи света; плоскостью проекций служит сетчатка глаза.

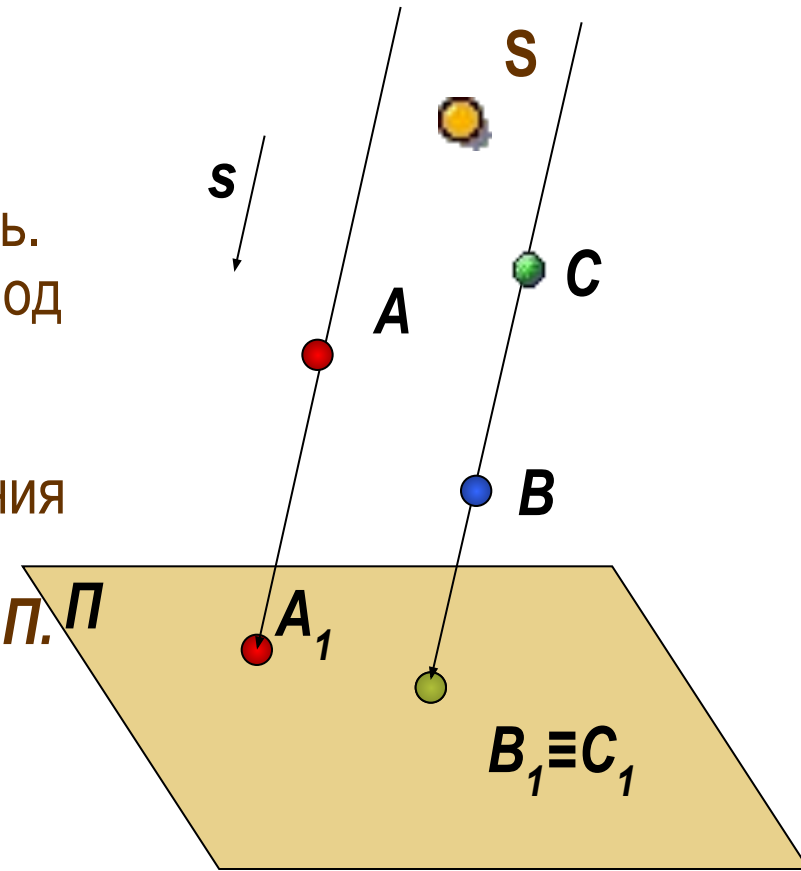
Изображения, построенные по принципу центрального проецирования, наиболее наглядны. Их широко используют в своей работе художники, архитекторы, дизайнеры и многие другие специалисты.

Параллельное проецирование

- При **параллельном** проецировании все проецирующие лучи параллельны между собой.
- Центр проецирования предполагается условно удалённым в бесконечность. Тогда параллельные лучи отбросят на плоскость проекций тень, которую можно принять за параллельную проекцию изображаемого предмета.
- В машиностроительном черчении пользуются параллельными проекциями.

Параллельное проецирование точки

1. Выберем в пространстве геометрический образ - точку **A** и плоскость *проекций* **П**.
2. Центр проекций **S** удалим в бесконечность.
3. Зададим направление проецирования **s** под углом к плоскости проекций **П**.
4. Проведём через данную точку **A** прямую, параллельную направлению проецирования **s**, находим точку пересечения **A₁** проецирующей прямой **AA₁** с плоскостью **П**. Полученная точка **A₁** называется *параллельной проекцией* точки **A** на плоскость *проекций* **П**.
5. Аналогично строим проекции точек **B** и **C**, расположенных на одном проецирующем луче. Параллельные проекции точек **B₁** и **C₁** совпадают.



Параллельное проектирование отрезка прямой

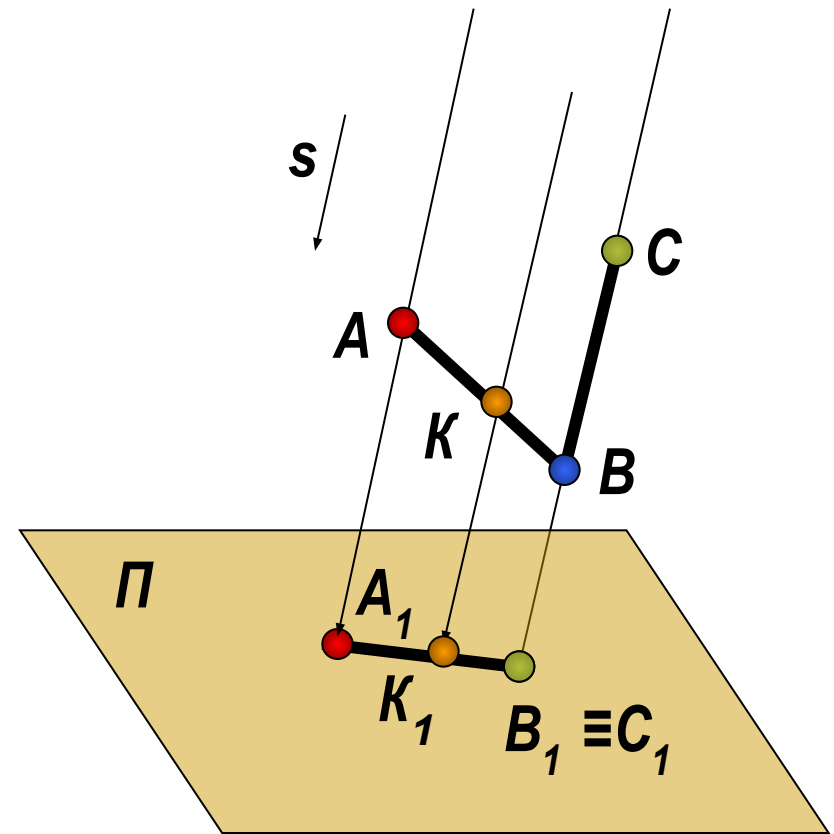
5. Соединим точки A и B , получим отрезок прямой AB ,

$A_1 B_1$ – параллельная проекция отрезка AB на плоскость Π .

6. Соединив точки C и B , получим отрезок прямой CB ,

$C_1 \equiv B_1$ – параллельная проекция отрезка CB на плоскость Π .

7. Если $K \in AB$, то $K_1 \in A_1 B_1$.

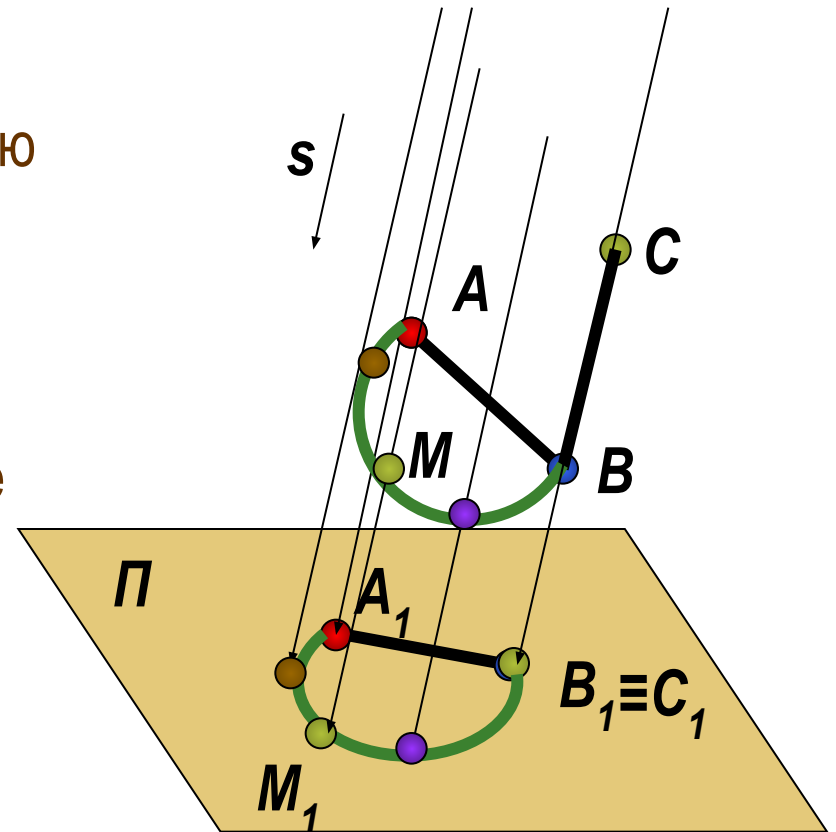


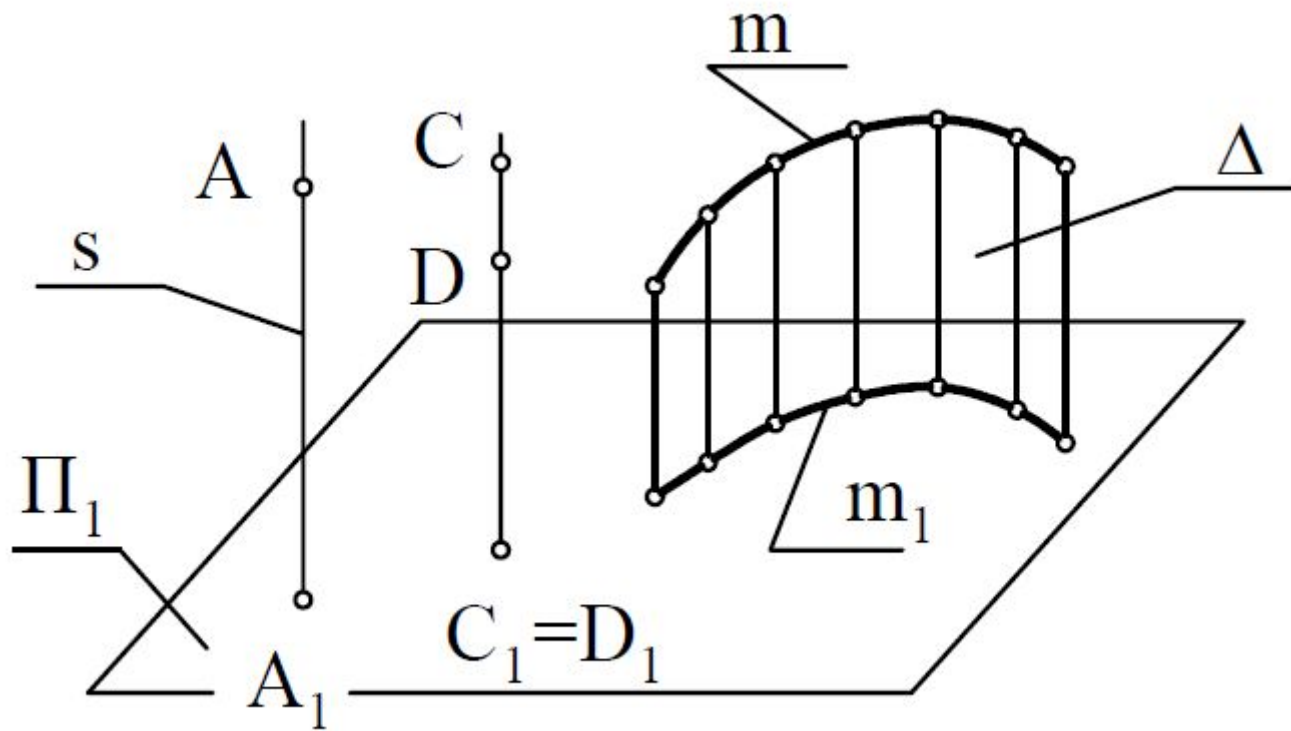
Параллельное проецирование кривой линии

8. Через точки A и B проведем кривую линию AMB .

9. $A_1M_1B_1$ - параллельная проекция кривой линии на плоскость Π .

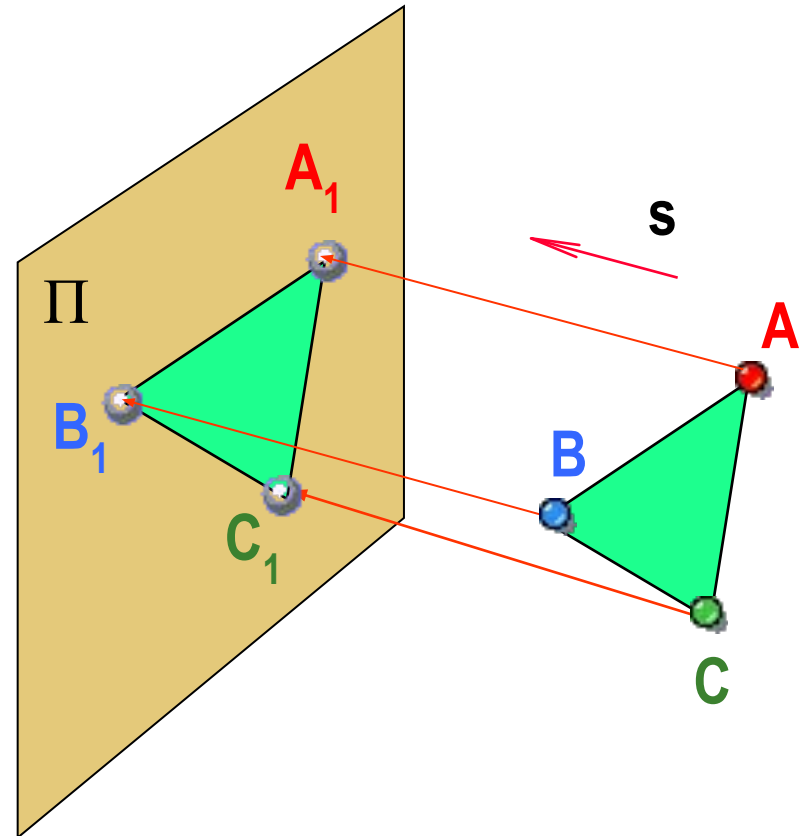
10. Проецирующие лучи, проходящие через кривую, образуют цилиндрическую поверхность.





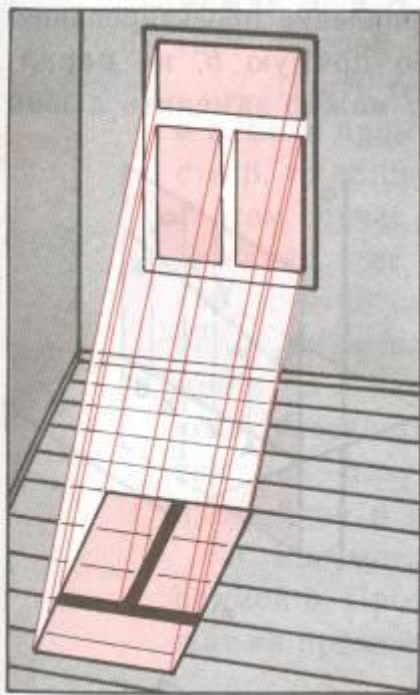
Параллельное проецирование плоской фигуры

- Треугольник ABC
- Направление проецирования - s
- A_1, B_1, C_1 проекция треугольника ABC на плоскость проекций Π .



Пример параллельного проецирования

Параллельную проекцию реальной фигуры представляет, например, её тень, падающая на плоскую поверхность при солнечном освещении, поскольку солнечные лучи можно считать параллельными.

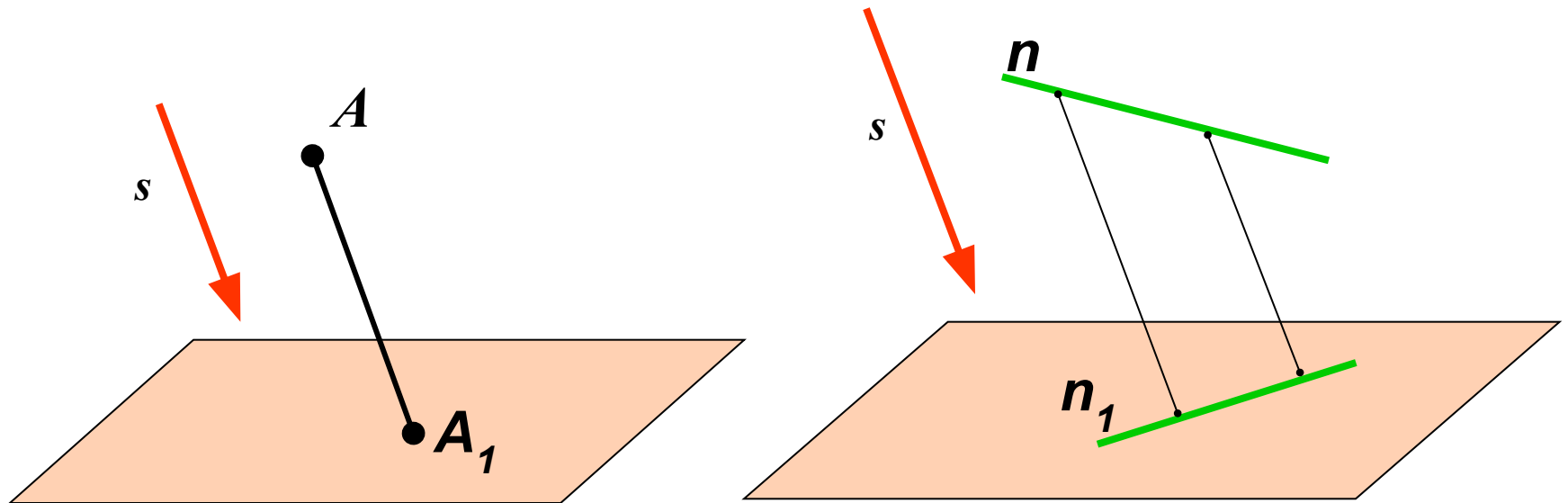


Свойства параллельного проецирования инвариантные (независимые)

1. *Свойство однозначности.* Проекцией точки на плоскость есть точка.
2. *Свойство прямолинейности.* Проекцией прямой линии на плоскость есть прямая.
3. *Свойство принадлежности.* Если точка принадлежит линии, то проекция точки принадлежит проекции этой линии.
4. *Свойство сохранения параллельности.* Проекциями параллельных прямых являются параллельные прямые.
5. *Свойство деления отрезка в отношении.* Если отрезок прямой линии делится точкой в каком-либо отношении, то и проекция отрезка делится проекцией точки в том же отношении.
6. *Свойство параллельного переноса.* Плоская фигура, параллельная плоскости проекций, проецируется без искажения.

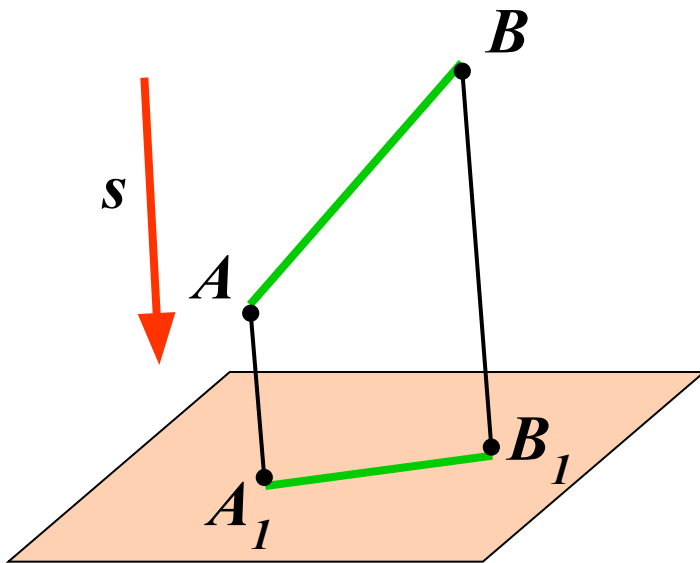
Свойства параллельного проецирования

1. Проекция точки есть точка. 2. Проекция прямой есть прямая.

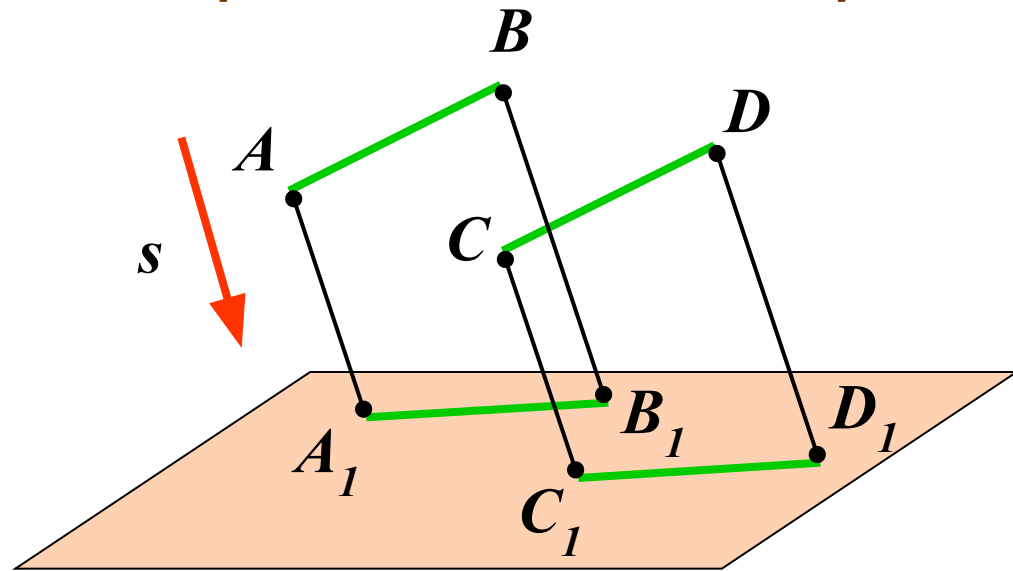


Свойства параллельного проецирования

3. Проекция отрезка есть отрезок.

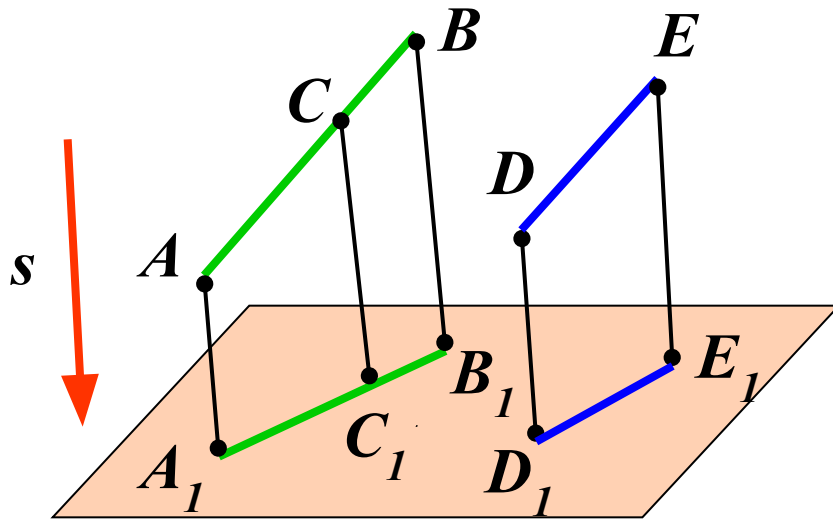


4. Проекции параллельных отрезков – параллельные отрезки или отрезки, принадлежащие одной прямой.



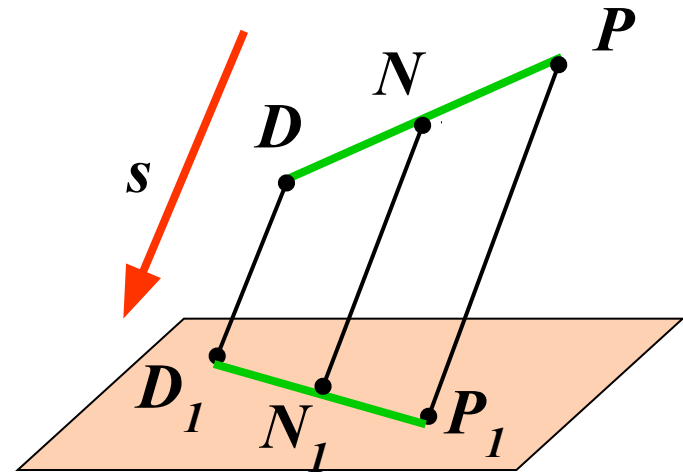
Свойства параллельного проецирования

5. Проекции параллельных отрезков, а также проекции отрезков, лежащих на одной прямой, пропорциональны самим отрезкам.



$$A_1C_1 : C_1B_1 = AC : CB \quad A_1B_1 : D_1E_1 = AB : DE$$

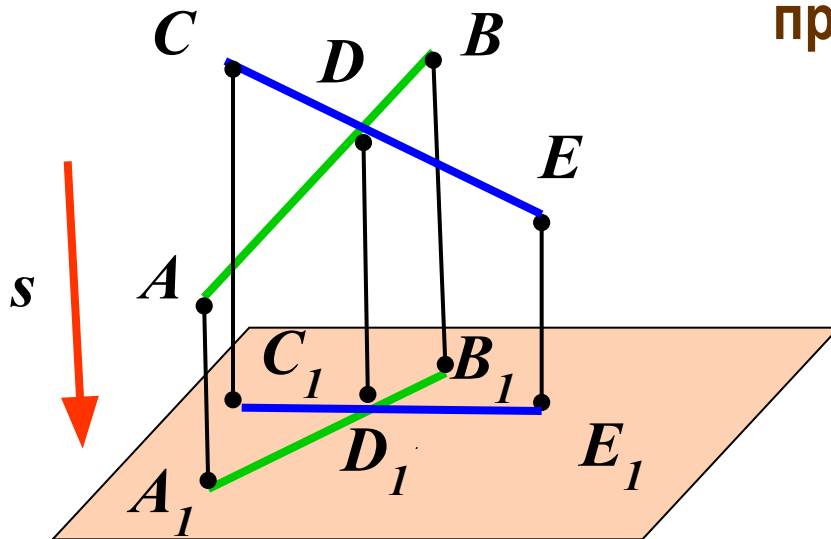
Следствие из свойства 5:
Проекция середины отрезка есть середина проекции отрезка.



$$D_1N_1 : N_1P_1 = DN : NP = 1 : 1$$

Свойства параллельного проецирования

Проекцией точки пересечения двух прямых является точка пересечения проекций данных прямых.



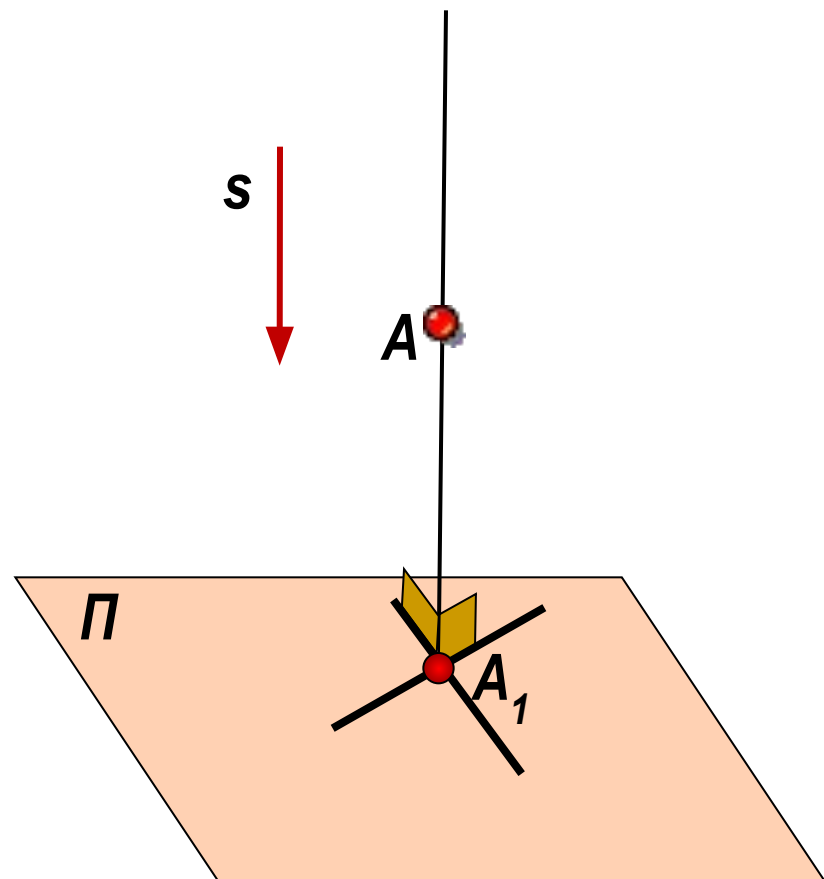
$$D = AB \cap CE \Rightarrow D_1 = A_1B_1 \cap C_1E_1$$

Ортогональное проецирование

Проецирование называется *ортогональным* или *прямоугольным*, если в параллельном проецировании направление s перпендикулярно плоскости проекций Π .

Слово "ортогональный" происходит от греческих слов "orthos" - прямой и "gonia" - угол.

Метод ортогональных проекций является наиболее распространенным.



Свойства ортогонального проецирования

1. Проекция точки - есть точка.
2. Проекция прямой - прямая в общем случае, в частном – точка.
3. Если точка принадлежит прямой, то проекция точки принадлежит проекции прямой. **Следствие:** Для построения проекции прямой, достаточно построить проекции двух принадлежавшей ей точек.
4. Проекции параллельных прямых параллельны.
5. Точка пересечения линий проецируется в точку пересечения их проекций.
6. Проекция геометрической фигуры не меняется при параллельном переносе плоскостей проекций.
7. Если геометрическая фигура параллельна какой-либо плоскости проекции, то проекция фигуры конгруэнтна самой фигуре.

Гаспар Монж

Метод ортогональных проекций был впервые систематизирован Гаспаром Монжем, поэтому иногда его называют методом Монжа.

Монж Гаспар (10.05.1746 - 28.07.1818 гг.) - французский геометр и общественный деятель, член Парижской Академии Наук (1780 г.), творец начертательной геометрии, один из организаторов Политехнической школы в Париже и ее многолетний директор.

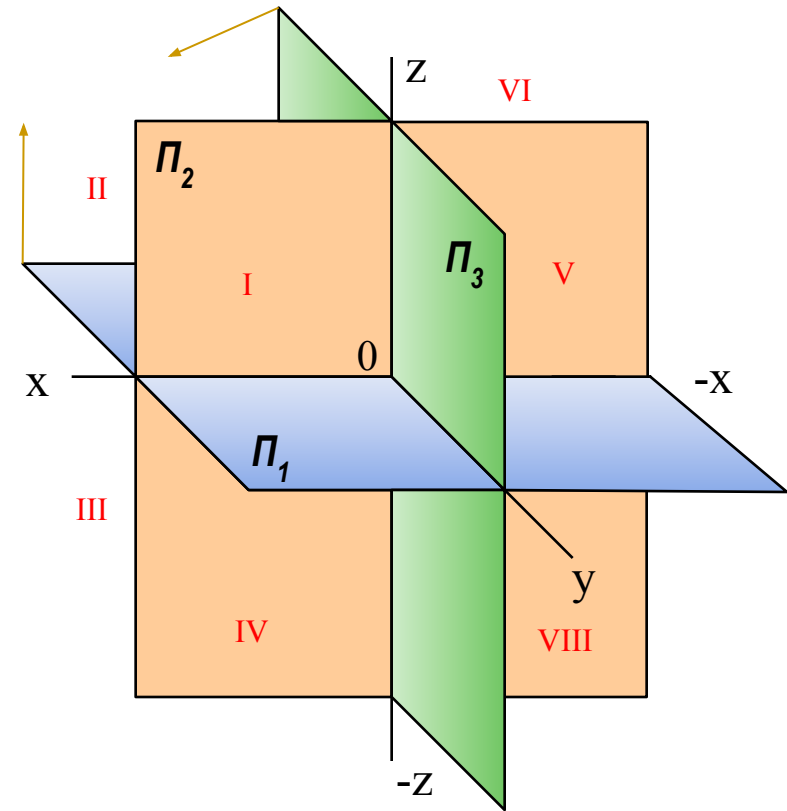


Модель основных плоскостей проекций

Выберем три взаимно перпендикулярные плоскости Π_1, Π_2, Π_3 :

- Π_1 - горизонтальная плоскость проекций.
- Π_2 (перпендикулярная к Π_1) - фронтальная плоскость проекций.
- Π_3 (перпендикулярная одновременно плоскостям Π_1 и Π_2) - профильная плоскость проекций.

Три плоскости проекций разбивают пространство на 8 частей (октантов), которые нумеруются (с *I* по *VIII*).



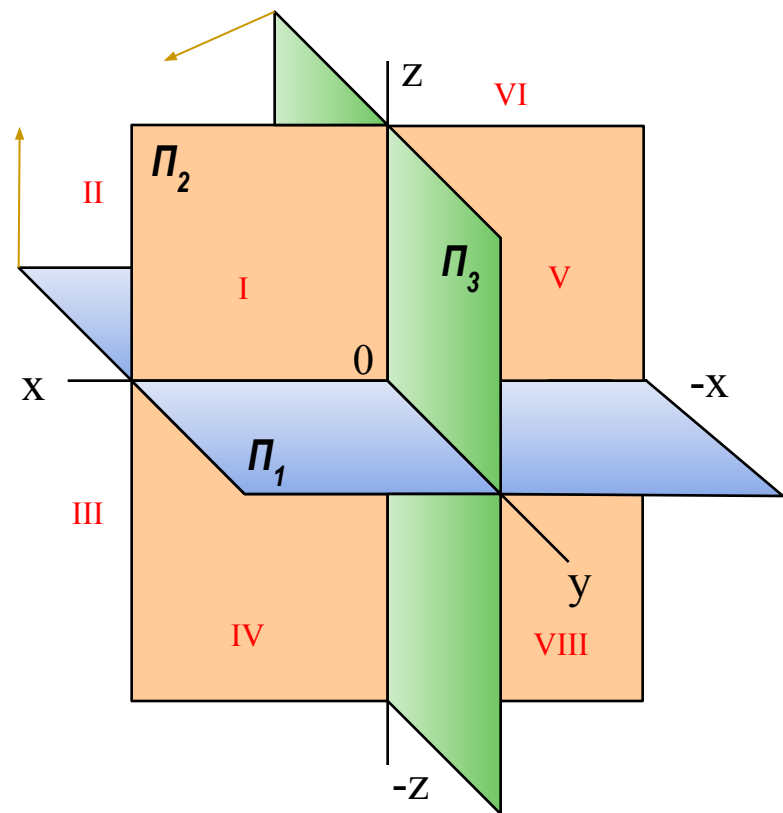
Оси координат

Плоскости проекций пересекаются по трем прямым, называемых *координатными осями проекций*:

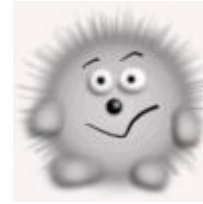
- Π_1 и Π_2 пересекаются по оси X (ось абсцисс);
- Π_1 и Π_3 – по оси Y (ось ординат);
- Π_2 и Π_3 – по оси Z (ось аппликат).

Оси пересекаются в точке O – *начале координат*.

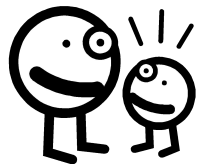
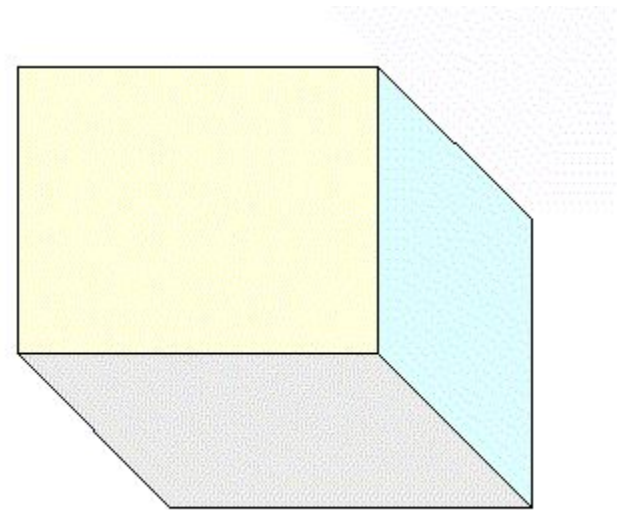
Положительное направление осей определяется в первом октанте.



Точка



- Проекции точки
- Комплексный чертеж точки
- Оси координат
- Положения точки в пространстве
- Конкурирующие точки



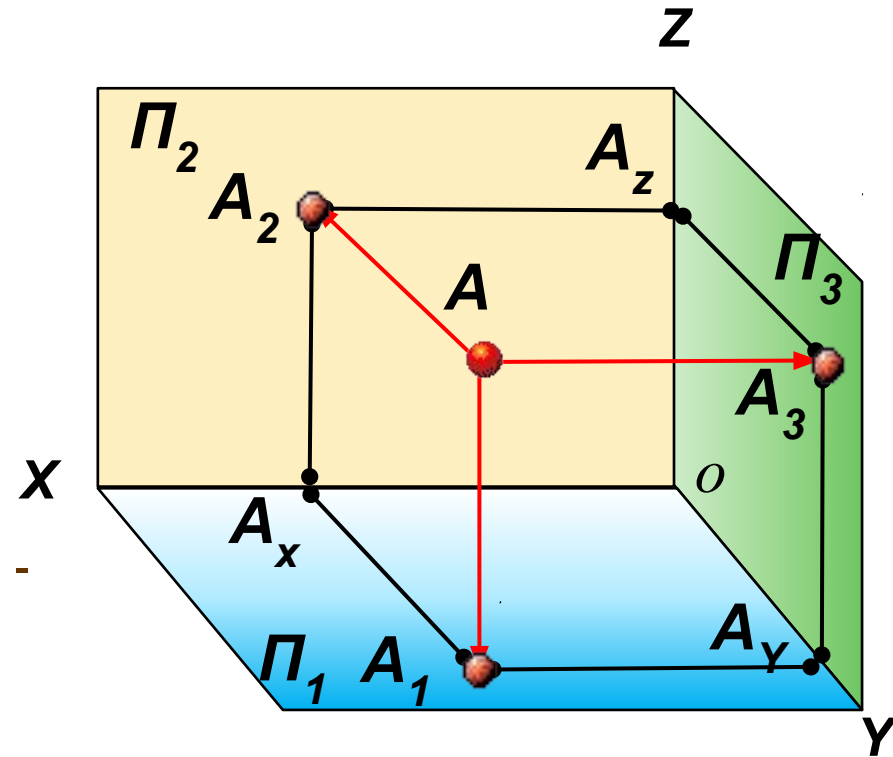
Проекции точки

1. Выберем точку A в первом октанте.

2. Для определения ее положения относительно системы плоскостей проекций по правилам ортогонального проецирования найдем проекции точки A на плоскости проекций (Π_1, Π_2, Π_3).

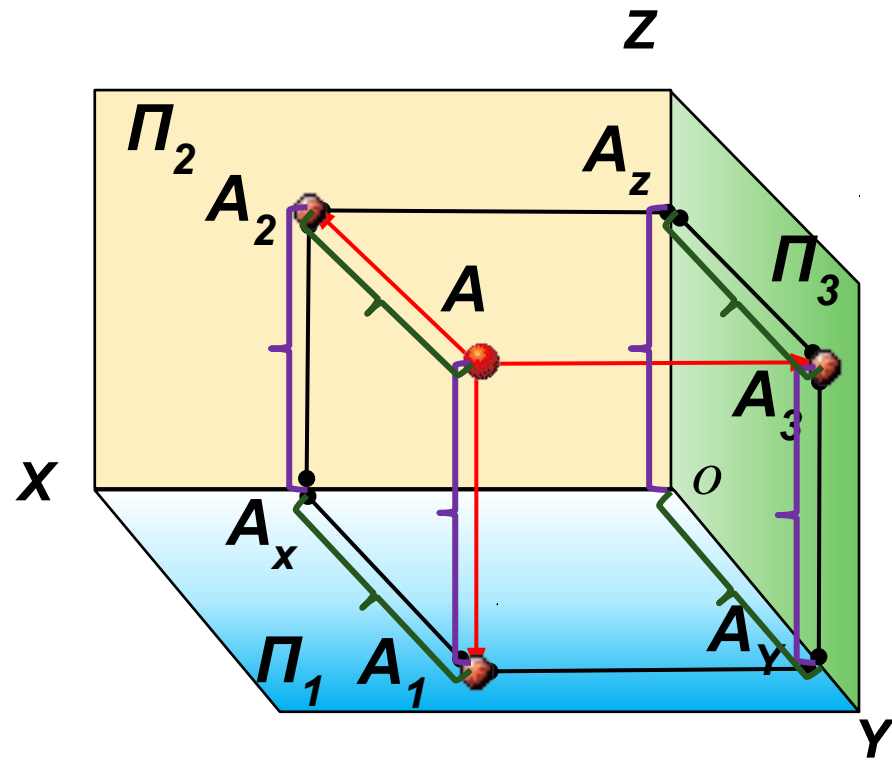
Основание перпендикуляра опущенного из точки A :

- на горизонтальную плоскость проекций Π_1 - горизонтальная проекция точки A_1 ;
- на фронтальную плоскость проекций Π_2 - фронтальная проекция точки A_2 ;
- на профильную плоскость проекций Π_3 - профильная проекция точки A_3 .



Проекции точки

3. Найденные проекции точки связывают между собой линии, перпендикулярные координатным осям и называемые *линиями связи*.
4. Расстояние от точки A до горизонтальной проекции A_1 задает координату Z точки A .
5. Расстояние от A до A_2 задает координату Y точки A .
6. Расстояние от A до A_3 задает координату X .

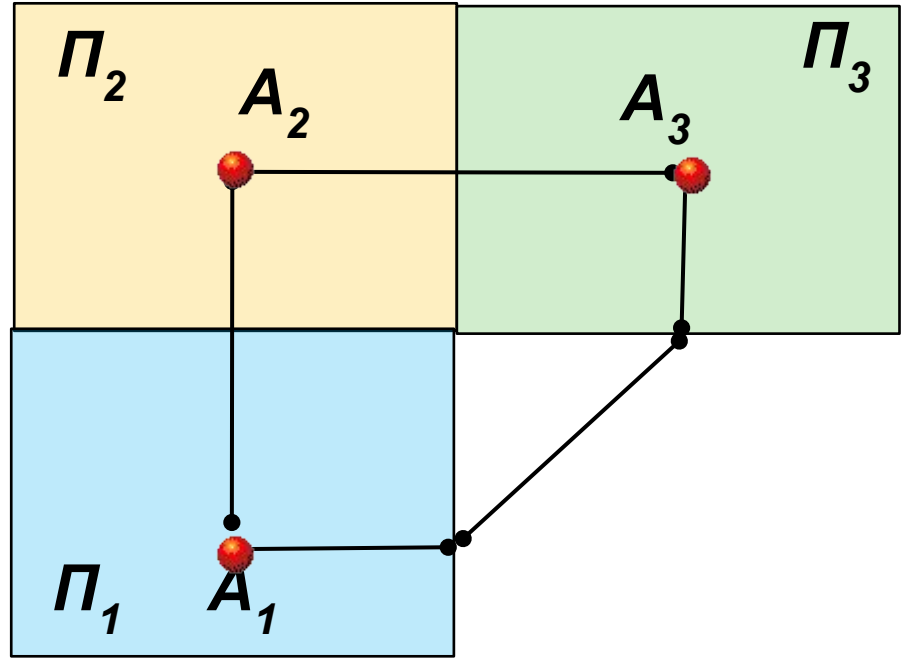
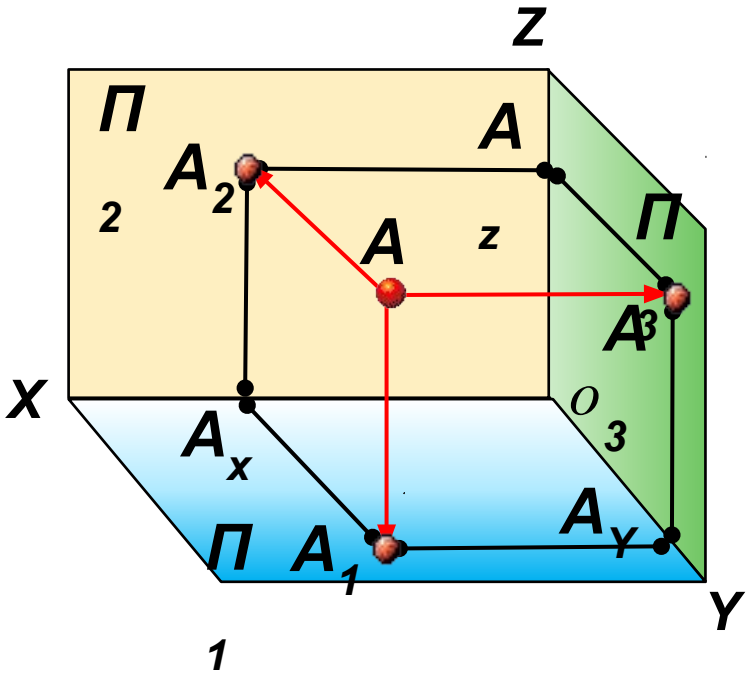


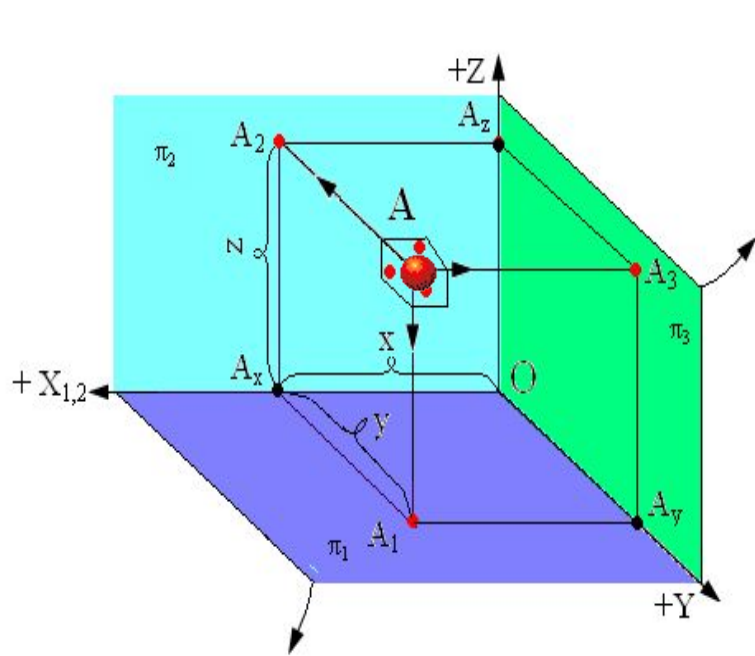
Комплексный чертеж точки

Переход от пространственной модели комплексному (двумерному) чертеж осуществляется следующим образом:

1. Удалим из модели пространственную точку и проецирующие лучи.
 2. «Разрежем» трехгранный угол по оси Y .
 3. Горизонтальную плоскость проекций Γ вращаем вокруг оси X на 90° до совмещения фронтальной плоскостью проекций Π_2 .
 4. Профильную плоскость проекций Π вращаем вокруг оси Z на 90° до совмещения фронтальной плоскостью проекций Π_2 .
 5. Удалим линии ограничивающие плоскости проекций.
- Получившееся изображение является комплексным чертежом точки A .

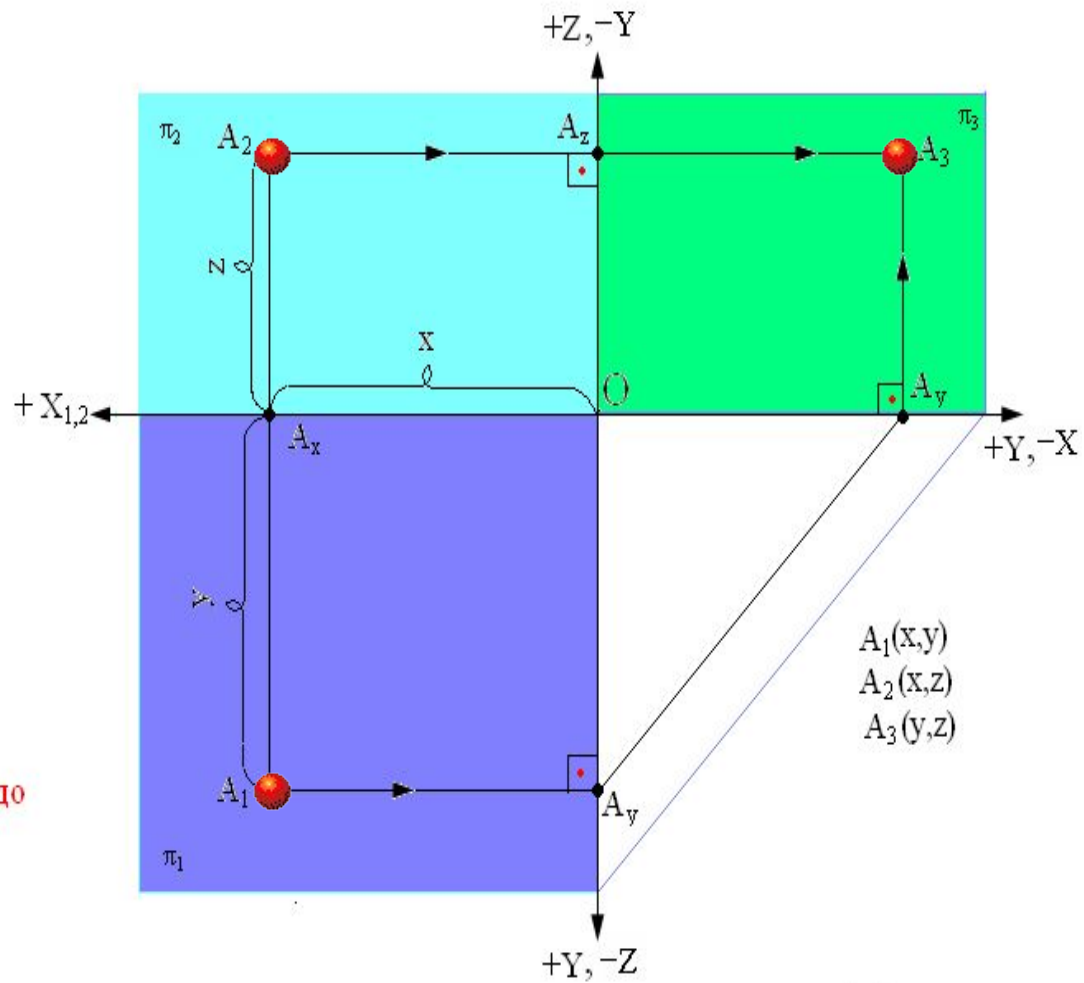
Преобразование
пространственной
модели точки в плоский
чертеж





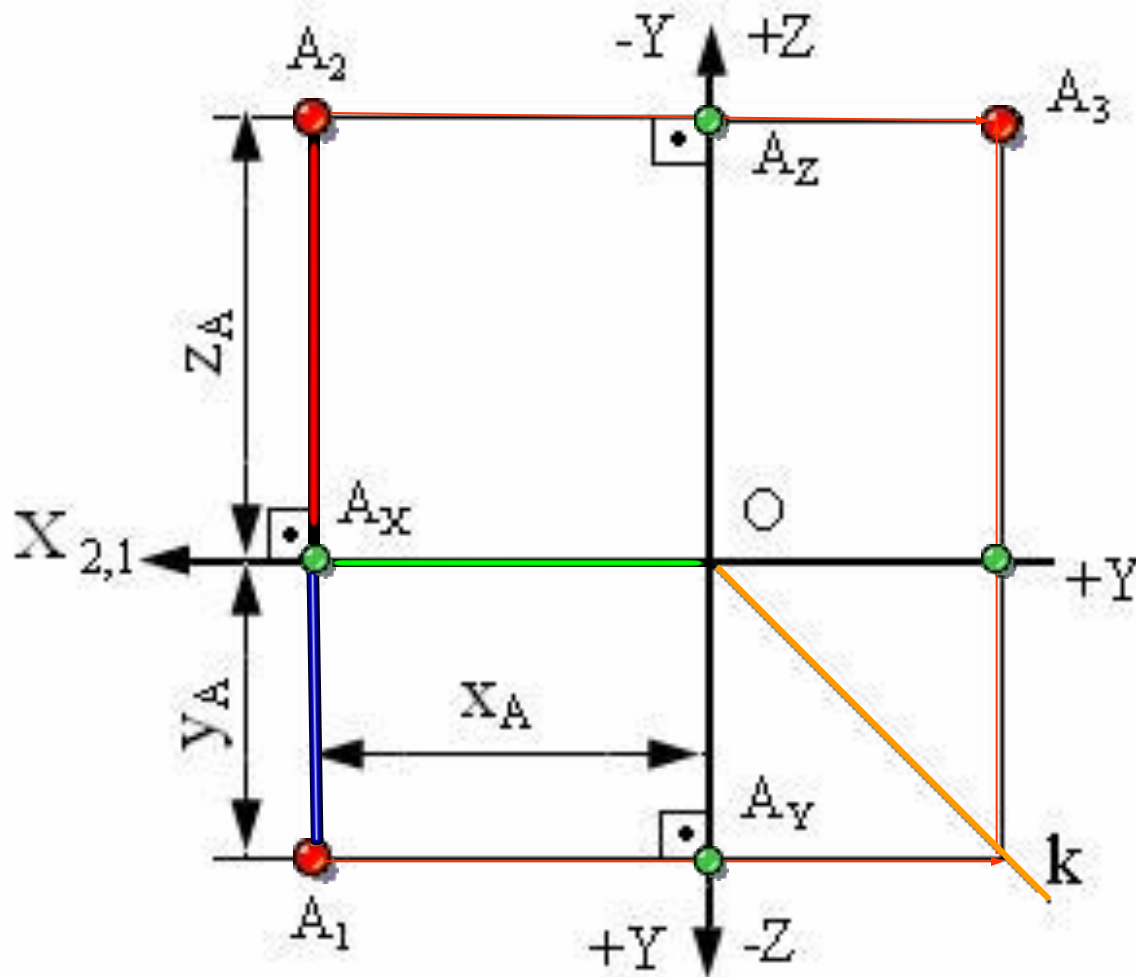
$A(x, y, z)$

Координата - кратчайшее расстояние от точки до плоскости проекций



$A_1(x, y)$
 $A_2(x, z)$
 $A_3(y, z)$

Построение плоского чертежа точки **A**



Точка **A** в пространстве задается координатами (x, y, z) .

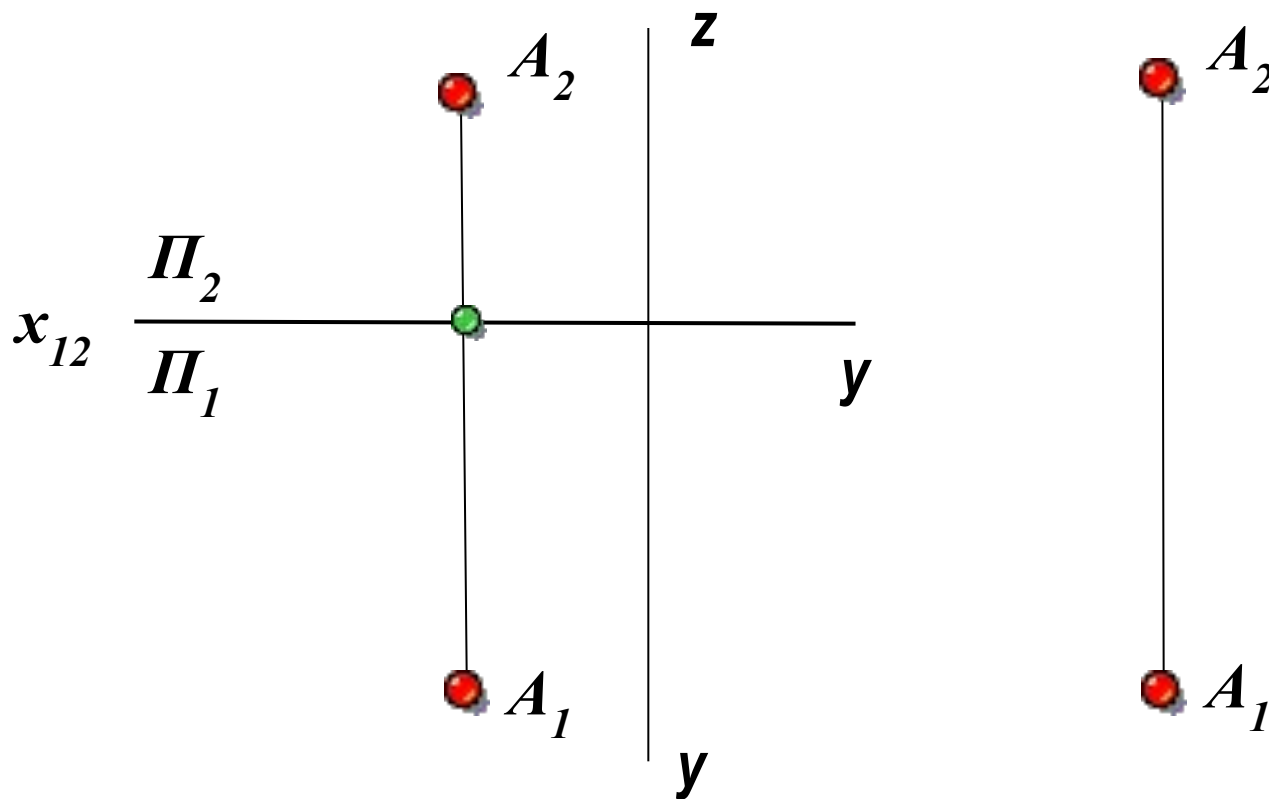
Для точки, расположенной в первом октанте, все три координаты положительные.

Комплексный чертеж точки, расположенной в I октанте

Алгоритм построения комплексного чертежа проекций точки A (x , y , z):

- 1) от точки начала координат O вдоль оси X в положительном направлении откладываем заданную величину X , получим точку A_x ;
- 2) из точки A_x параллельно оси Y в положительном направлении откладываем заданную величину Y , получим горизонтальную проекцию A_1 ;
- 3) параллельно положительному направлению оси Z откладываем заданную величину Z и находим фронтальную проекцию A_2 точки A .
- 4) Для построения профильной проекции A_3 точки A , нужно по соответствующим положительным полуосям Z и Y отложить значения координат Z и Y точки A .

Для определения местоположения точки в трехмерном пространстве необходимо знать значение трех координат, следовательно, достаточно двух известных проекций точки, например A_1 и A_2 .

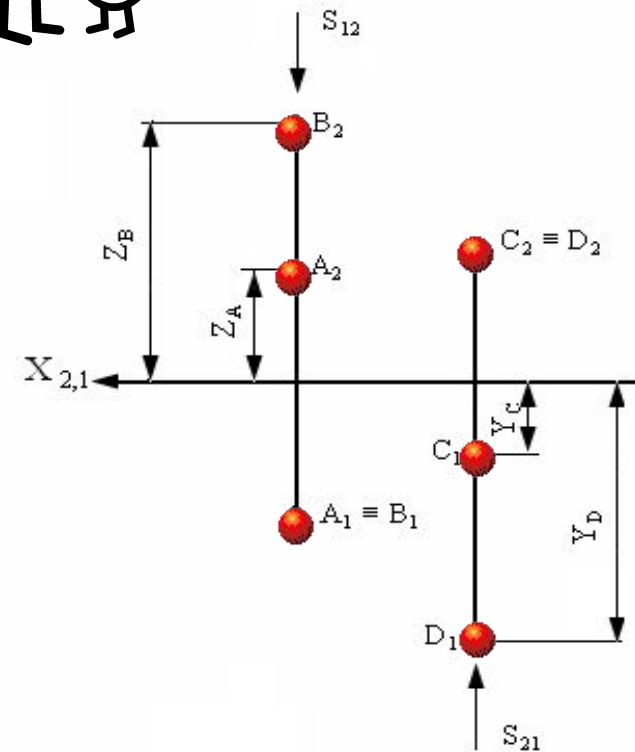
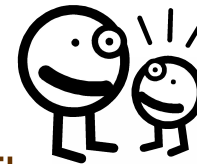


Конкурирующие точки

Точки расположенные на одном проецирующем луче называются *конкурирующими*.

Например, точки **A** и **B** лежат на одном проецирующем луче, опущенном на плоскость проекций Π_1 . Такие точки называются *горизонтально-конкурирующими*, их горизонтальные проекции совпадают. По фронтальным проекциям можно определить расположение этих точек относительно плоскости Π_1 : точка **B** лежит дальше (выше) от плоскости Π_1 и имеет большую координату z .

Для фронтально-проецирующих точек **C** и **D** фронтальные проекции совпадают, а по горизонтальным проекциям видно, что точка **C** расположена к плоскости проекций Π_2 ближе и имеет меньшую координату y .



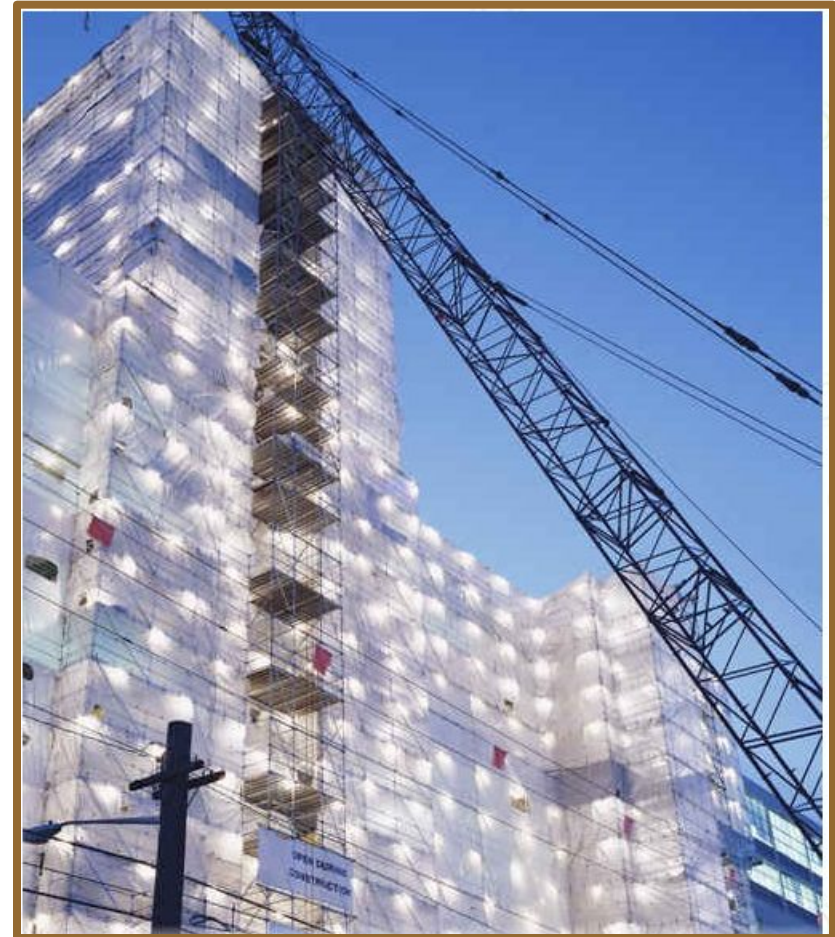
Пример – схема развития Новосибирского метро





Прямая линия

- Линия занимает в начертательной геометрии особое положение. С помощью линий удастся решать многие научные и инженерные задачи.
- Линия широко используется при конструировании поверхностей различных технических форм.

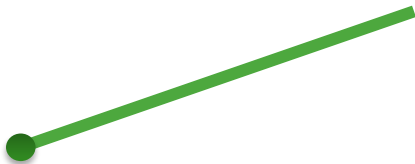


Прямая линия

Прямая линия - одно из основных понятий геометрии.

Прямая линия - это простейший представитель семейства линий.

В общем случае линию можно представить как множество последовательных положений перемещающейся в пространстве точки. Если точка передвигается без изменения направления, образуется прямая линия, если направление движения точки меняется – образуется кривая линия.



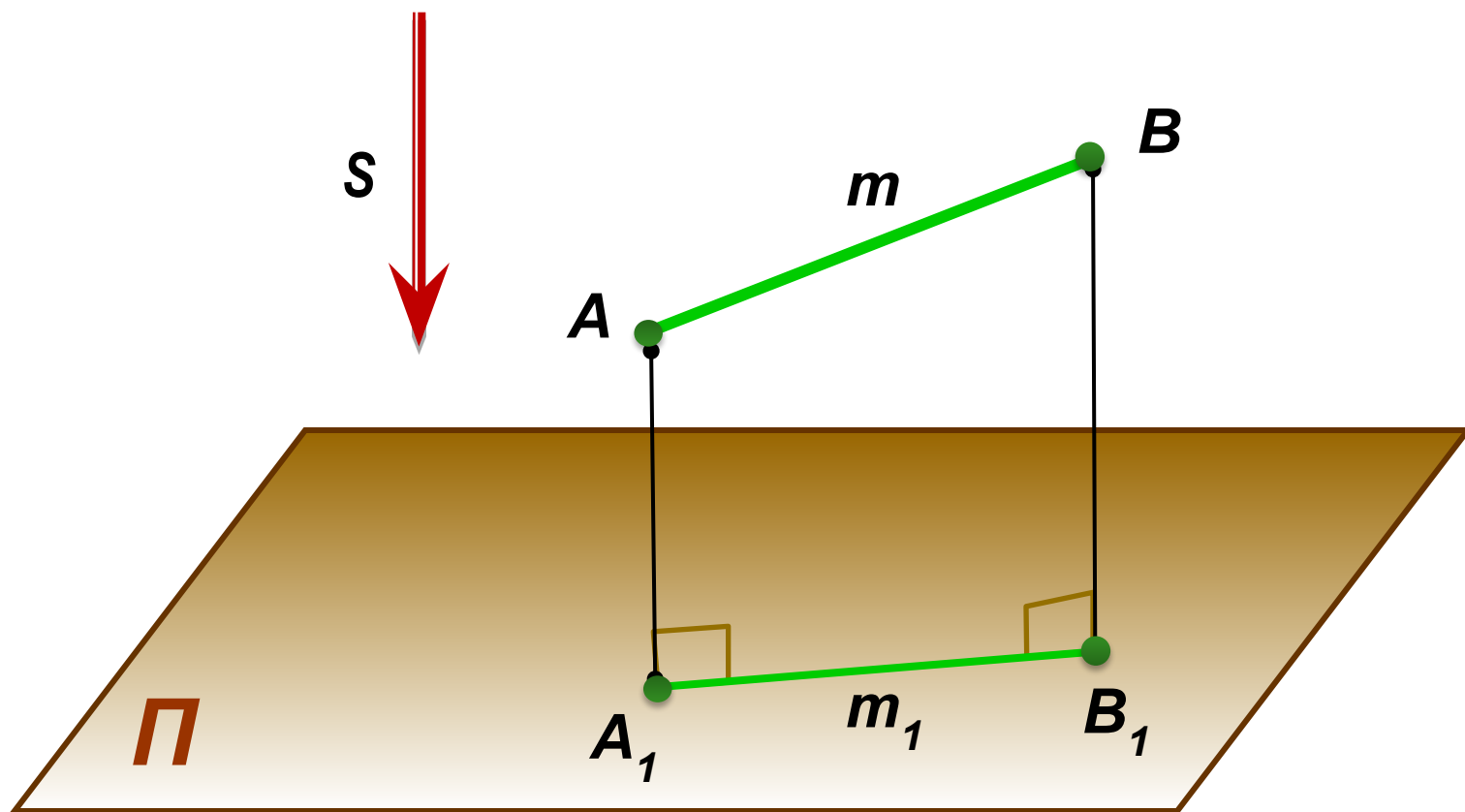
Прямая линия

- Простейшая линия - прямая есть такое множество точек , свойства которого определяются аксиомой: «Через любые две различные точки проходит одна и только одна прямая» и теоремой: «Две различные прямые могут иметь не более одной общей точки».



Ортогональное проектирование отрезка прямо

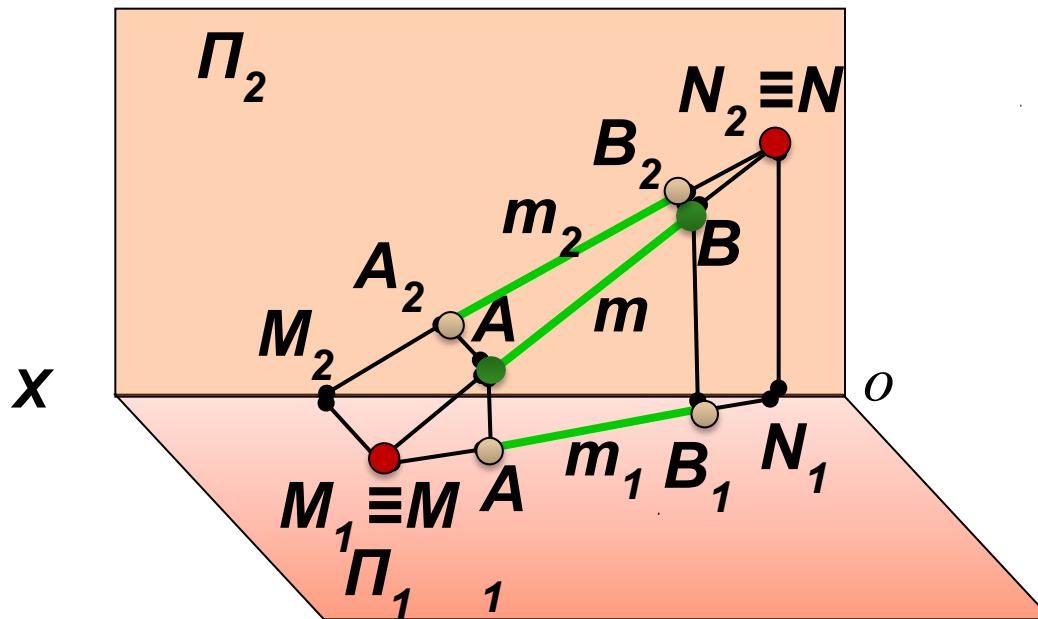
Повторим:



Способы графического задания прямой на комплексном чертеже

На комплексном чертеже прямая линия может быть задана:

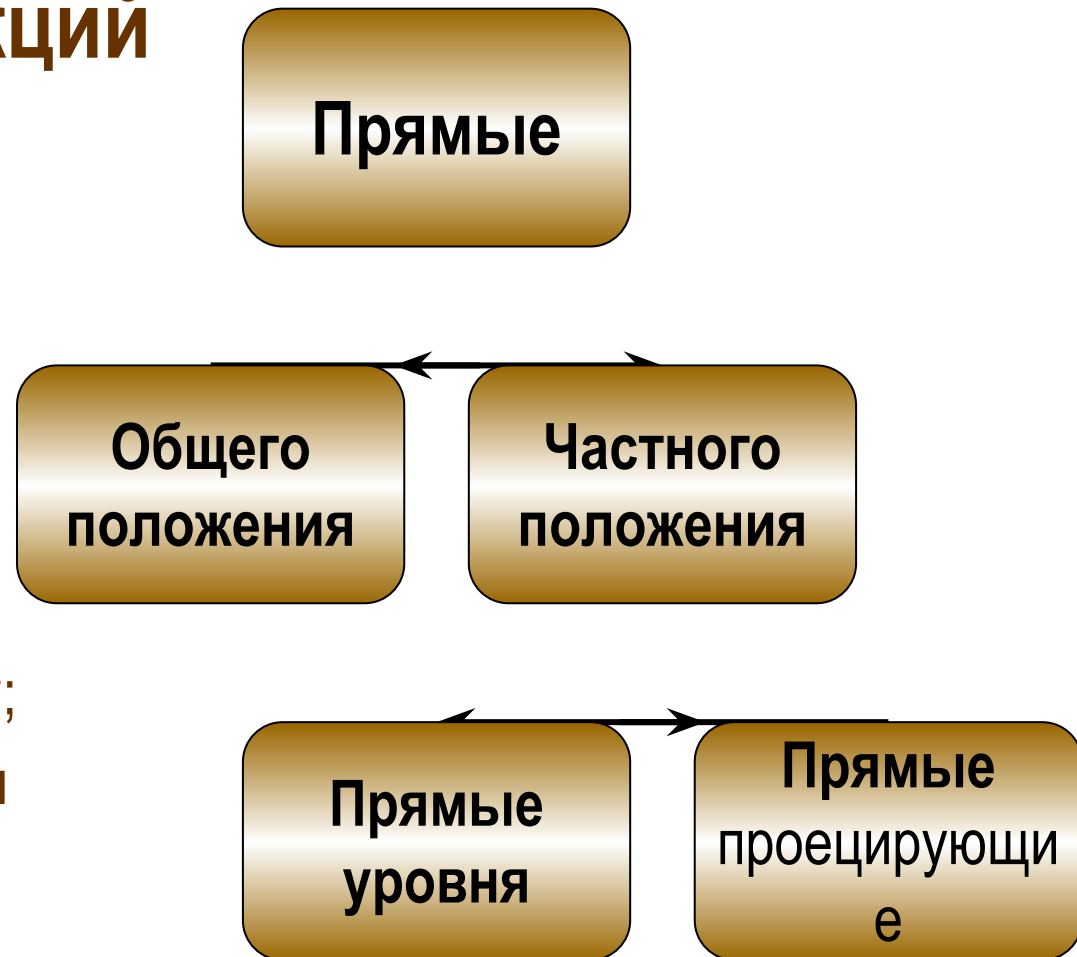
- непосредственно своими проекциями (m_1, m_2);
- проекциями двух точек A и B , принадлежащих прямой;
- следами M и N .



Положение прямой относительно плоскостей проекций

Прямая может быть:

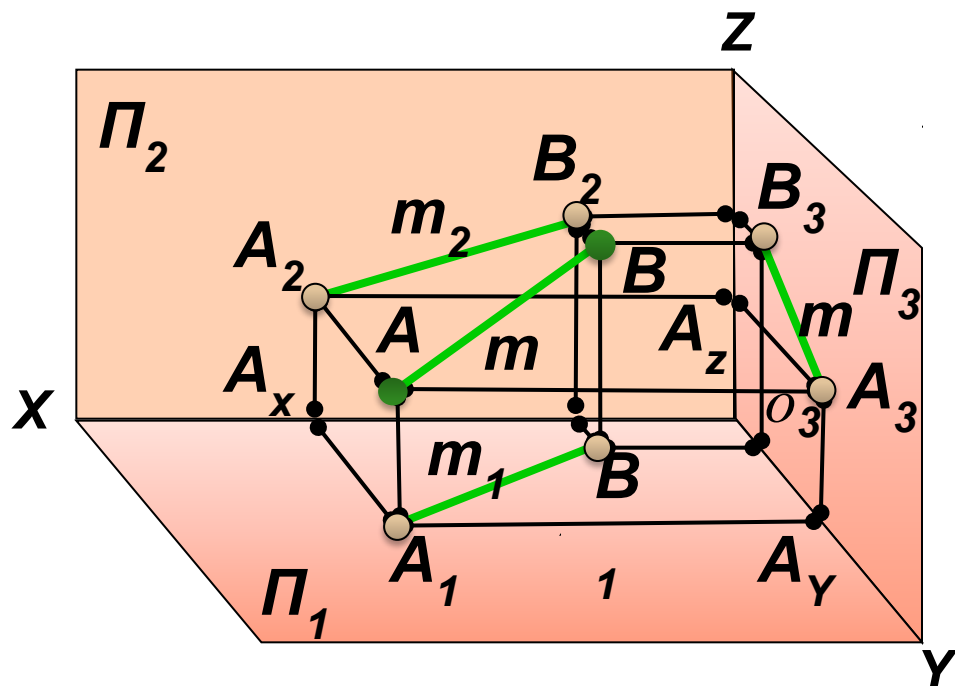
- наклонена ко всем плоскостям проекций, т.е. занимать произвольное положение по отношению к плоскостям проекций - это **прямая общего положения**;
- параллельна одной или двум плоскостям проекций – **прямая частного положения**.



Прямая общего положения

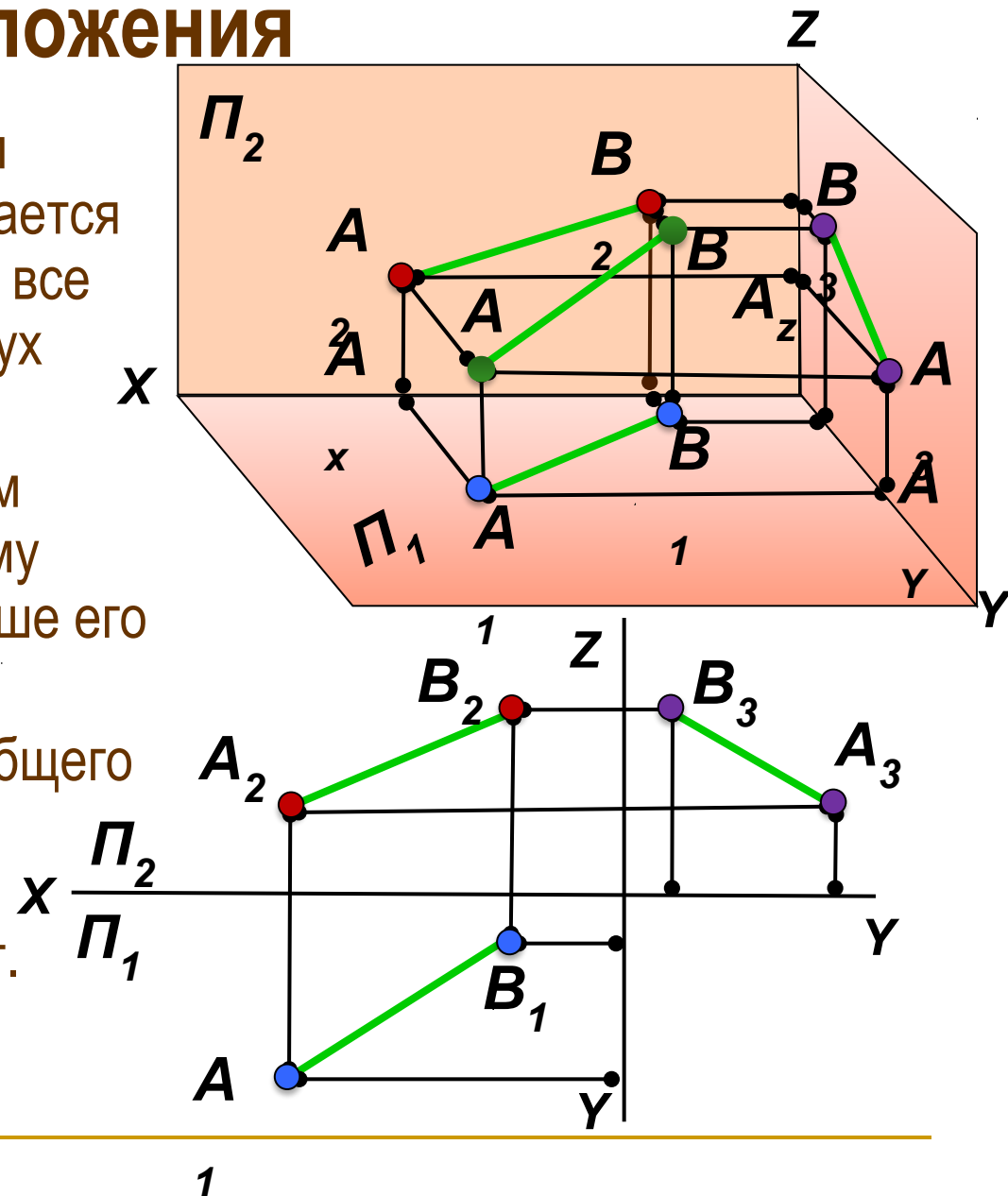
Если отрезок AB , определяющий прямую m занимает произвольное положение по отношению к плоскостям проекций (угла наклона прямой m к плоскостям проекций отличаются от 0° и 90°), то такая прямая называется **прямой общего положения**.

Прямая линия проецируется в прямую при ортогональном проецировании на плоскость, не перпендикулярную ей.



Прямая общего положения

- Прямая, наклоненная ко всем плоскостям проекций, называется **прямой общего положения**, все одноименные координаты двух точек различны.
- Отрезок **AB** наклонен ко всем плоскостям проекций, поэтому проекции отрезка будут меньше его самого.
- На эюре проекции прямой общего положения занимают также произвольные положения относительно осей координат.
- Проекция прямой общего положения наклонены к осям проекций и к линиям связи.



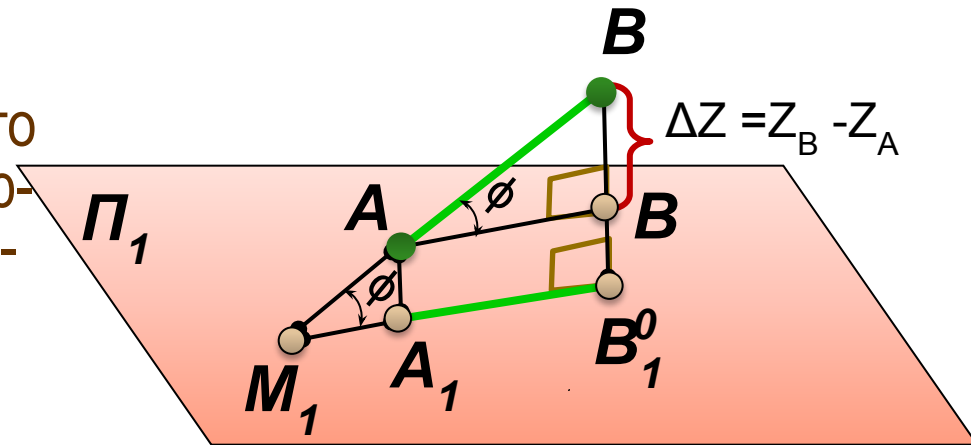
Определение длины отрезка прямой общего положения

Правило определения длины отрезка прямой общего положения по данным его проекциям

1. Построить прямоугольный треугольник, одним катетом которого является проекция отрезка на какую-либо плоскость проекций, а другим - разность расстояний его концов от этой плоскости проекций.

2. Длина гипотенузы построенного треугольника равна истинной длине отрезка.

3. Угол между гипотенузой и катетом-проекцией равен углу наклона отрезка к выбранной плоскости проекций.



Натуральная величина отрезка прямой.

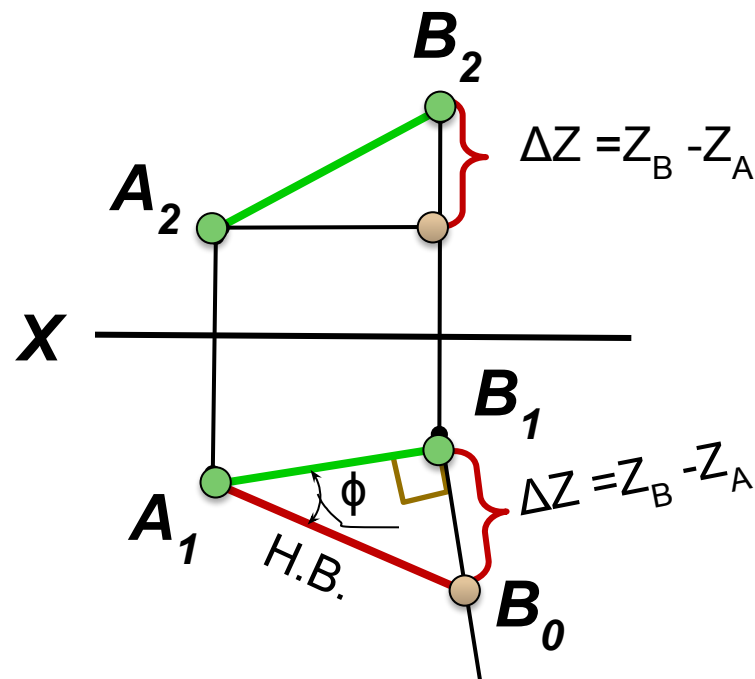
Угол наклона прямой к плоскости проекций Π_1

На Π_1 , приняв за один катет A_1B_1 , строим прямоугольный треугольник, вторым катетом которого является отрезок $B_1B_0 = Z_B - Z_A = \Delta Z$.

Длина гипотенузы A_1B_0 треугольника равна AB .

Угол наклона отрезка AB к плоскости Π_1

$$\phi = \angle B_1A_1B_0$$



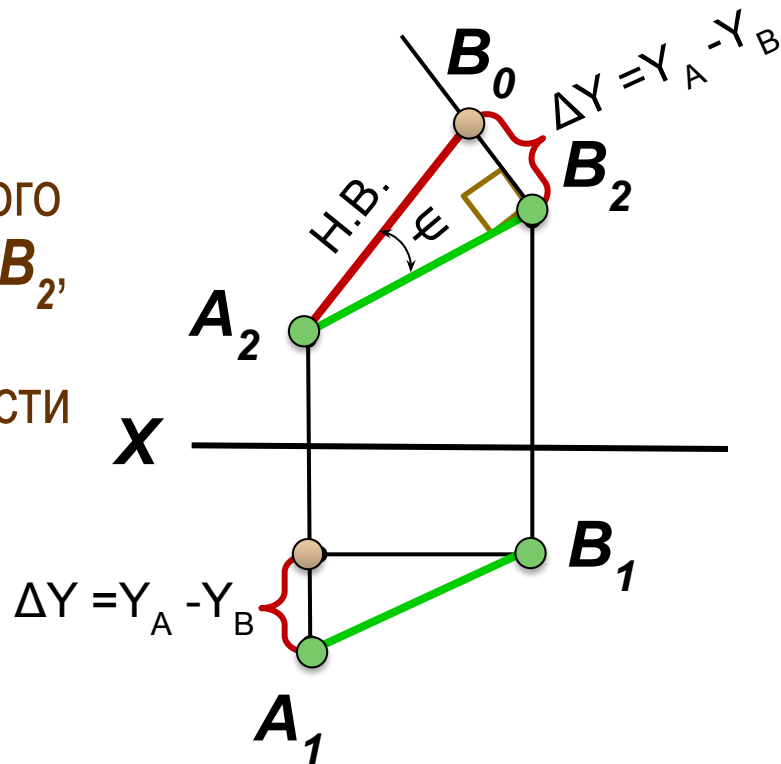
Натуральная величина отрезка прямой.

Угол наклона прямой к плоскости проекций Π_2

Длина отрезка AB на Π_2 может быть определена как длина гипотенузы прямоугольного треугольника, одним катетом которого является фронтальная проекция A_2B_2 , а вторым B_2B_0 - разность удалений точек A и B от фронтальной плоскости $\Delta Y = Y_A - Y_B$.

Угол наклона отрезка AB к плоскости Π_2

$$\psi = \angle B_2A_2B_0.$$



Частные случаи расположения прямой в пространстве

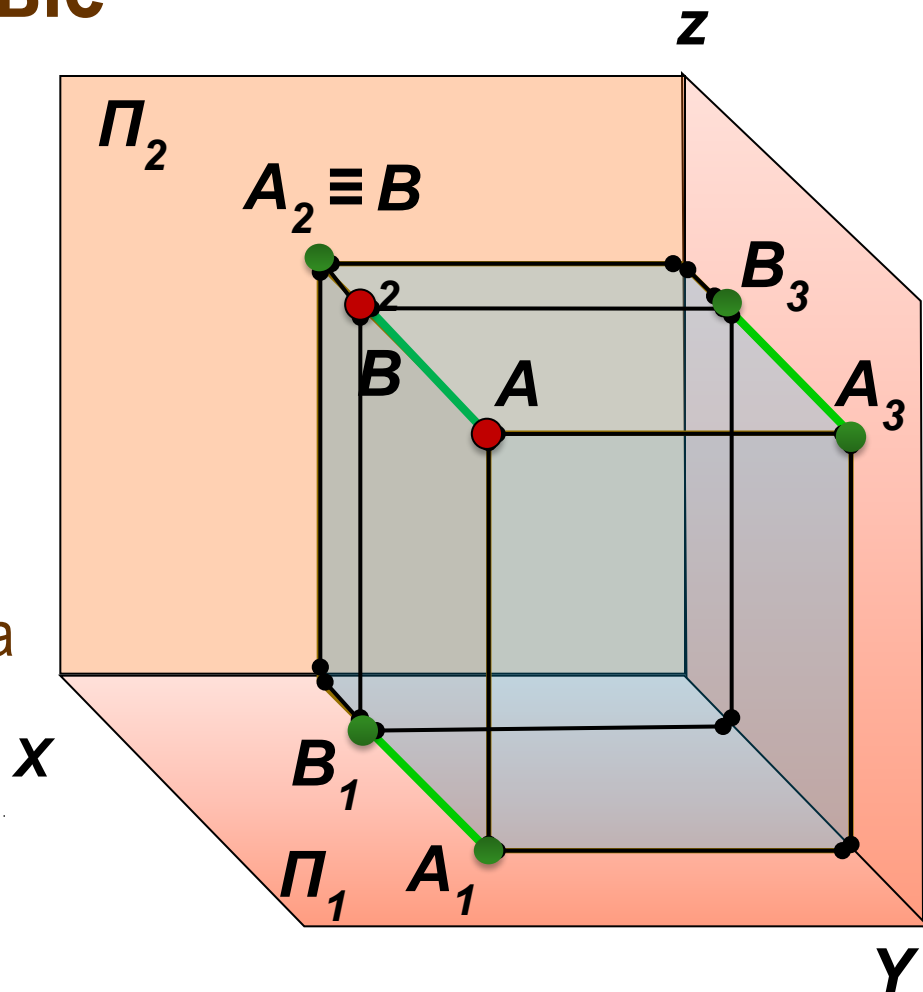
Прямые частного положения - это прямые, параллельные одной или двум плоскостям проекций.

- В первом случае прямые называются *прямыми уровня*.
- Во втором случае - *проецирующими прямыми*, так как перпендикулярны какой-нибудь плоскости проекций.



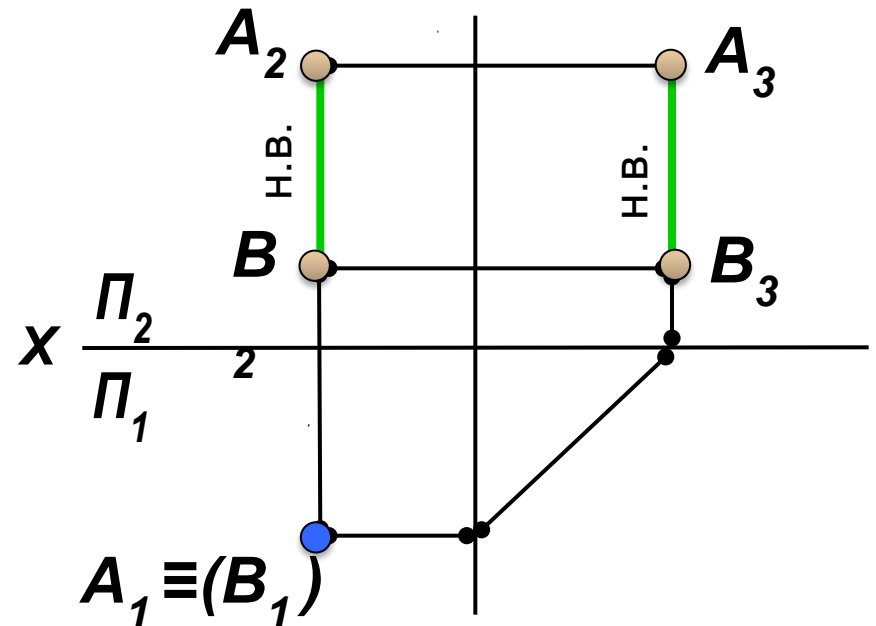
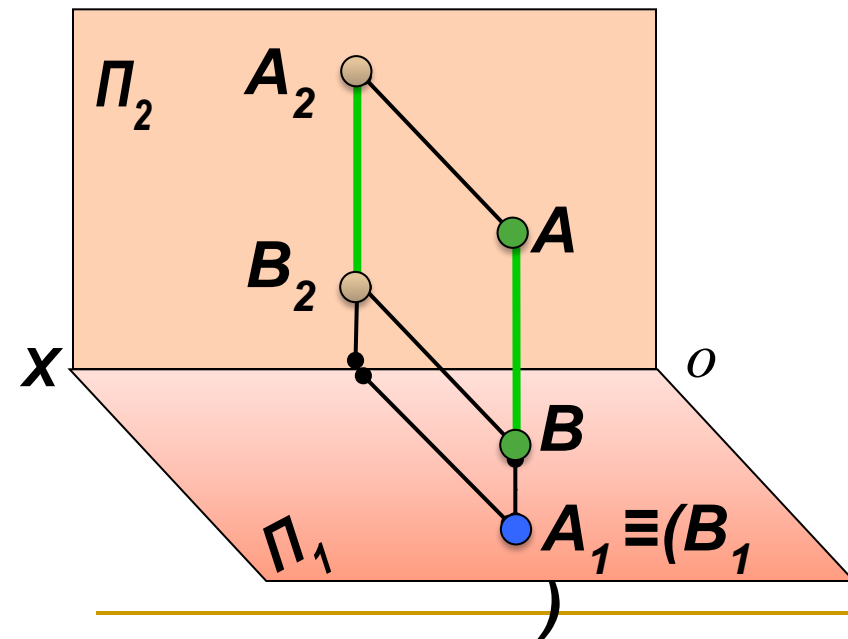
Проецирующие прямые

- Если прямая проходит через две точки, у которых отличается только одна координата, то эти точки определяют проецирующую прямую.
- Такая прямая параллельна двум плоскостям проекций и на них проецируется без искажения.
- Проецирующая прямая параллельна линии пересечения плоскостей, которым она параллельна. А такой линией является ось проекций.
- У проецирующей прямой проекция, вырожденная в точку, определяет название самой прямой.



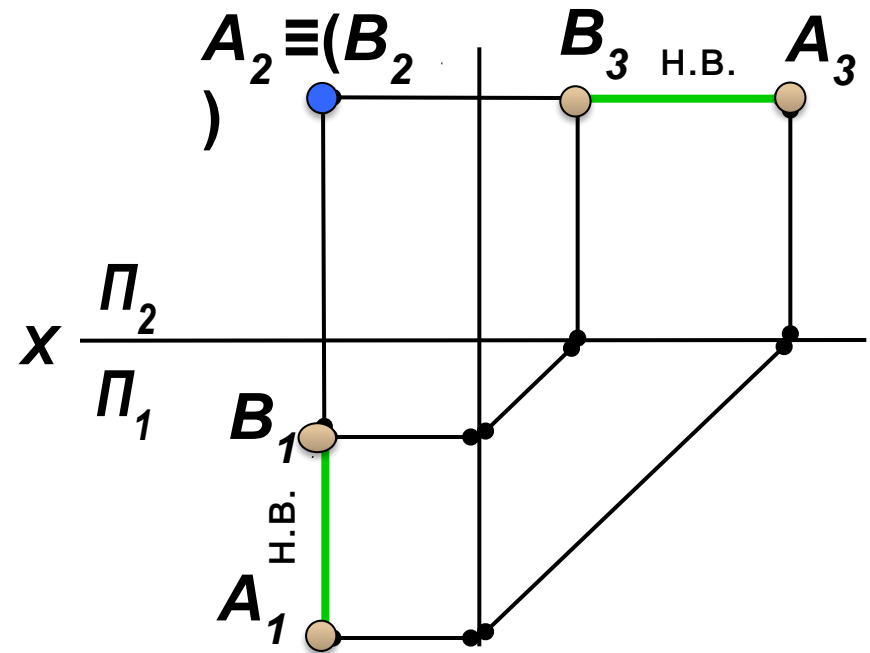
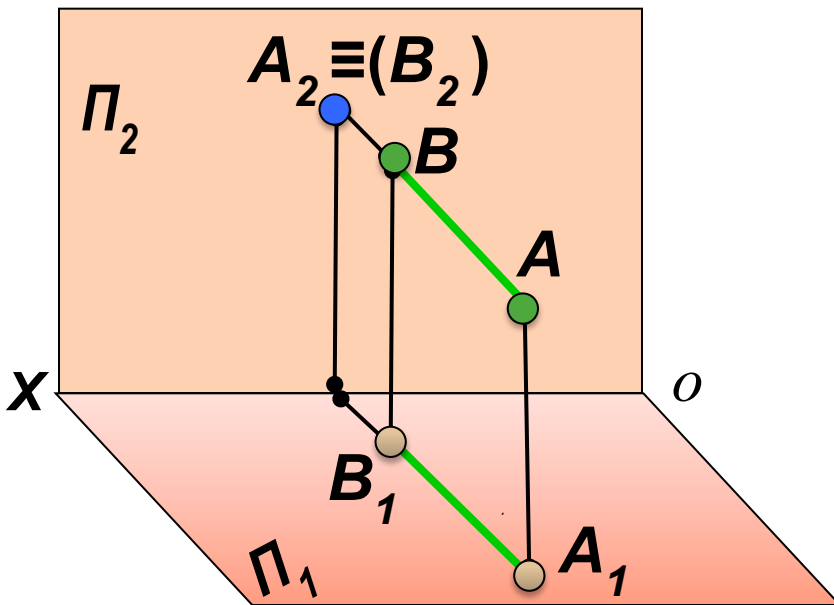
Горизонтально-проецирующая прямая

- Прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций - *горизонтально-проецирующая прямая*.
- Такая прямая проецируется на плоскость Π_1 в точку; ее фронтальная проекция перпендикулярна оси X , а профильная перпендикулярна оси Y .



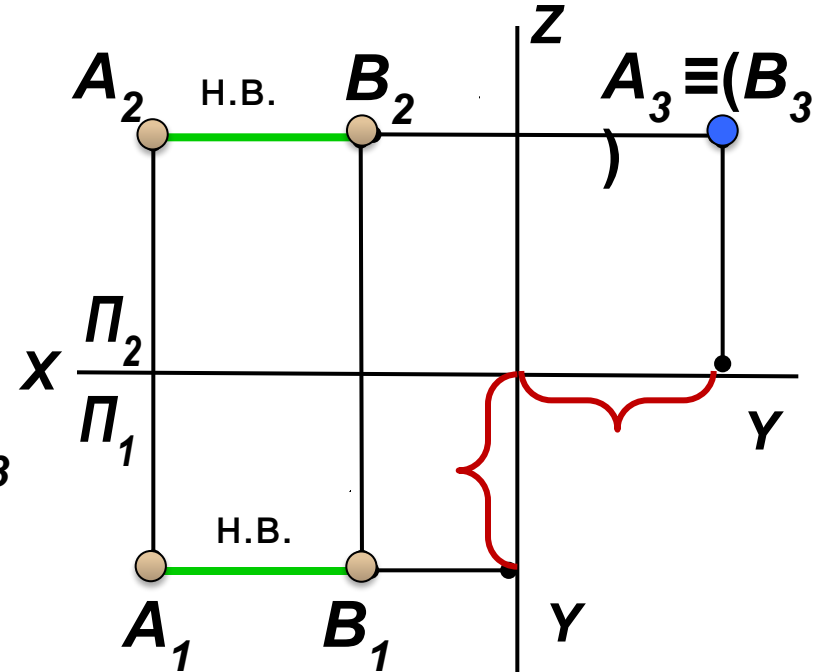
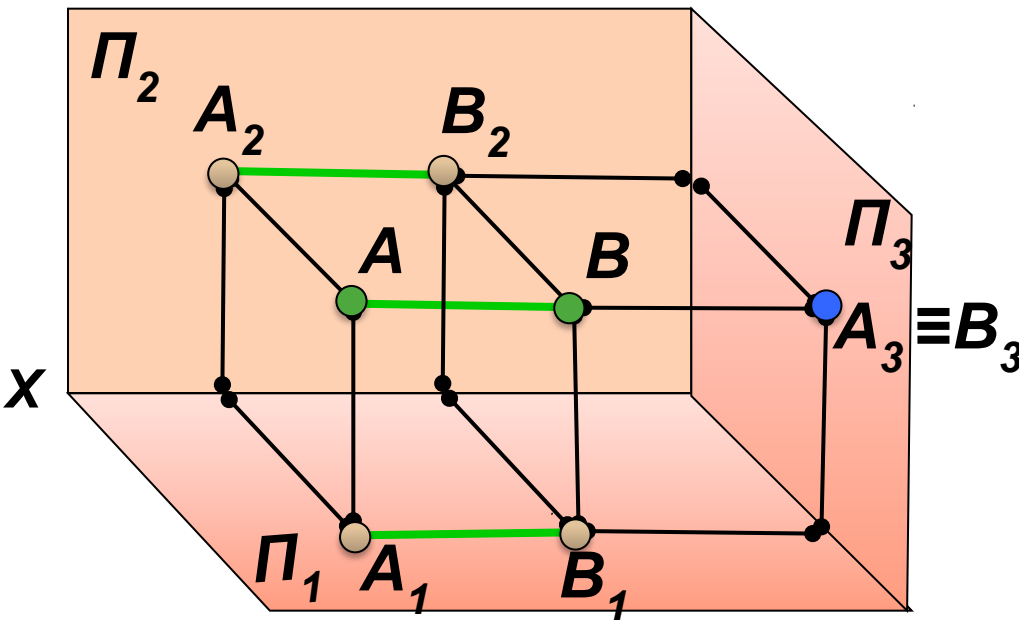
Фронтально-проецирующая прямая

- Прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций - фронтально-проецирующая прямая.
- Такая прямая проецируется на плоскость Π_2 в точку; ее горизонтальная проекция перпендикулярна оси Y , а профильная перпендикулярна оси Z .



Профильно-проецирующая прямая

- Прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций - профильно-проецирующая прямая.
- Такая прямая проецируется на плоскость Π_3 в точку; ее горизонтальная проекция перпендикулярна оси Y , а фронтальная перпендикулярна оси Z .

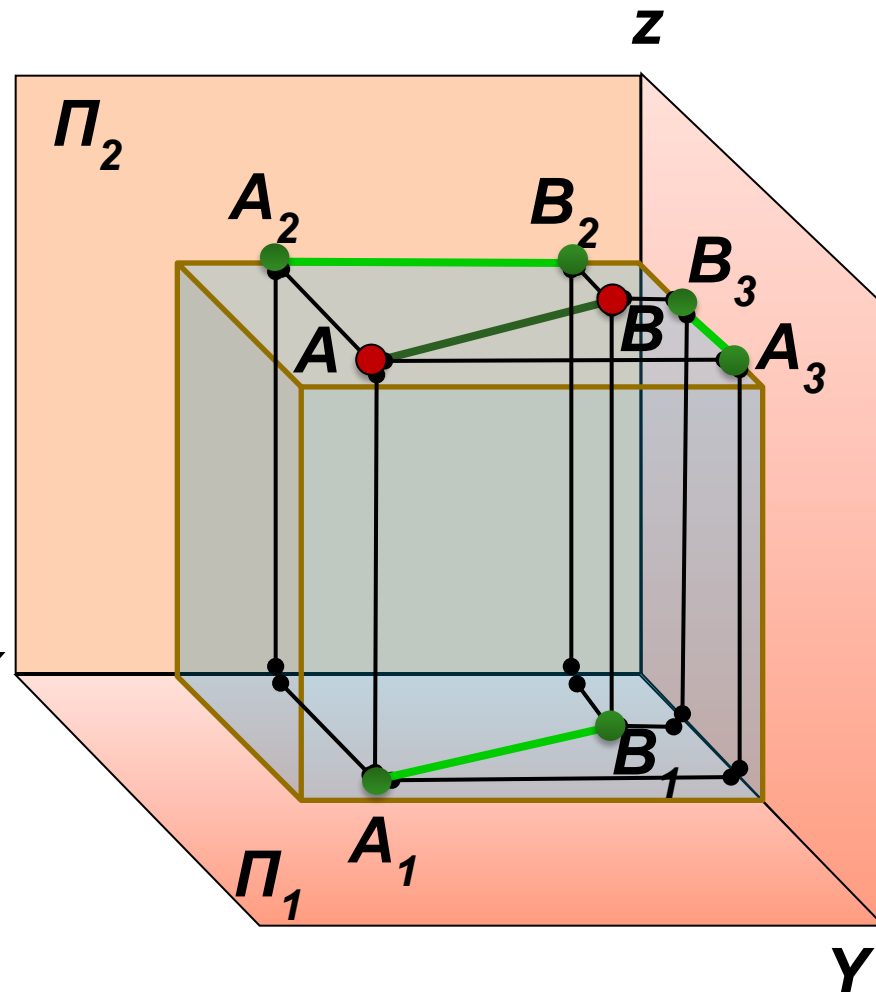


Линии уровня

Прямые уровня определяются двумя точками, у которых одна из трех координат одинакова. Плоскость, которой параллельна прямая уровня, определяет название этой прямой.

Проекции прямых уровня обладают замечательными свойствами:

- На плоскость, которой прямая уровня параллельна, ее отрезки проецируются без искажения.
- Неискаженная проекция наклонена и составляет с линиями связи не прямые углы.
- По наклонной проекции прямой уровня можно установить величины углов наклона прямой к другим плоскостям проекций.

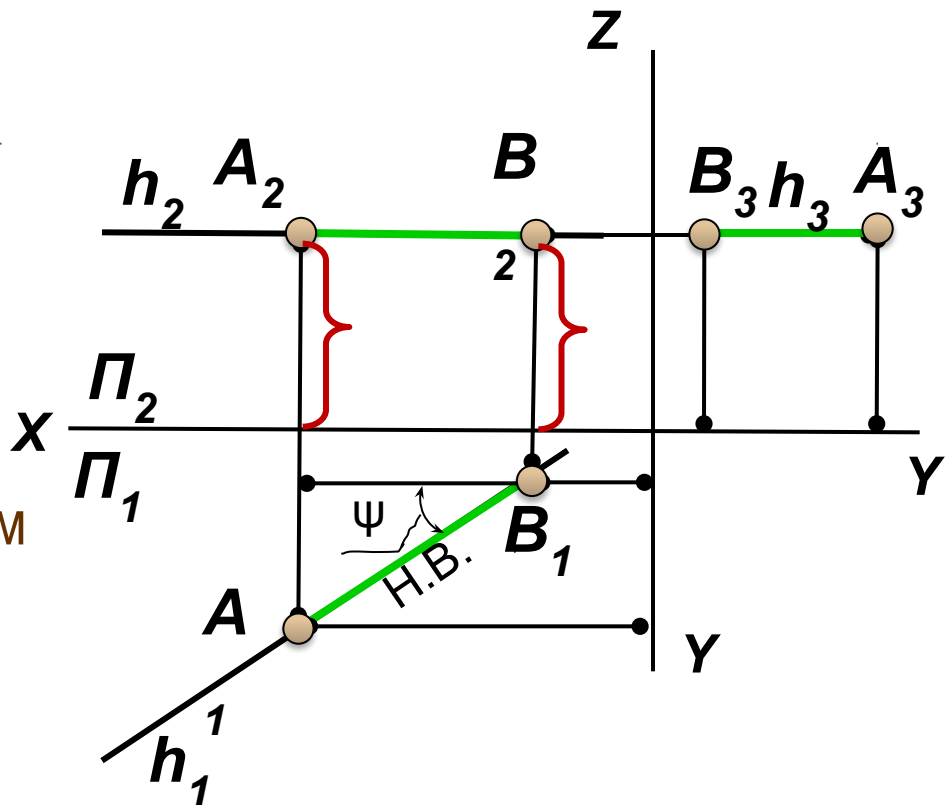


Горизонтальная прямая

- Прямая, параллельная горизонтальной плоскости, называется горизонталью, её обозначают h .
- Каждая точка такой прямой имеет одинаковую координату Z .

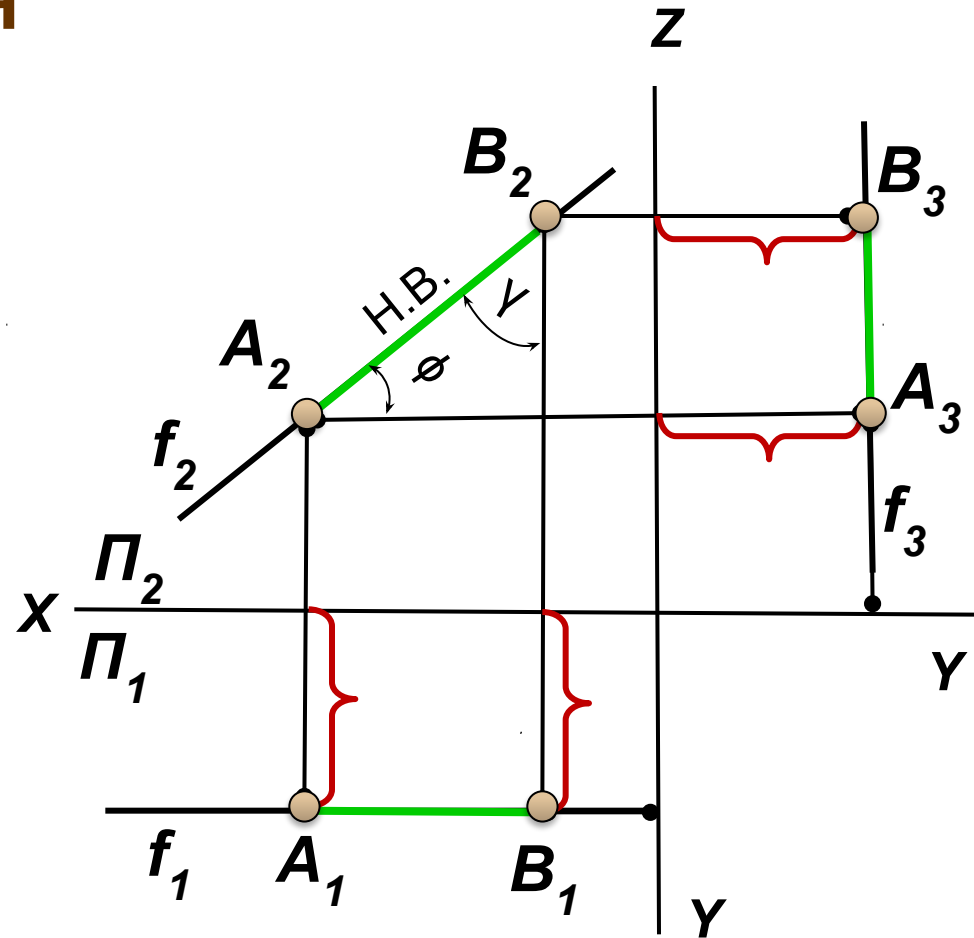
$$Z_A = Z_B$$

- Углы наклона прямой к плоскостям проекций Π_2 и Π_3 (углы ψ° и λ°).
- На плоскость проекций Π_1 горизонтальная прямая проецируется без искажения.



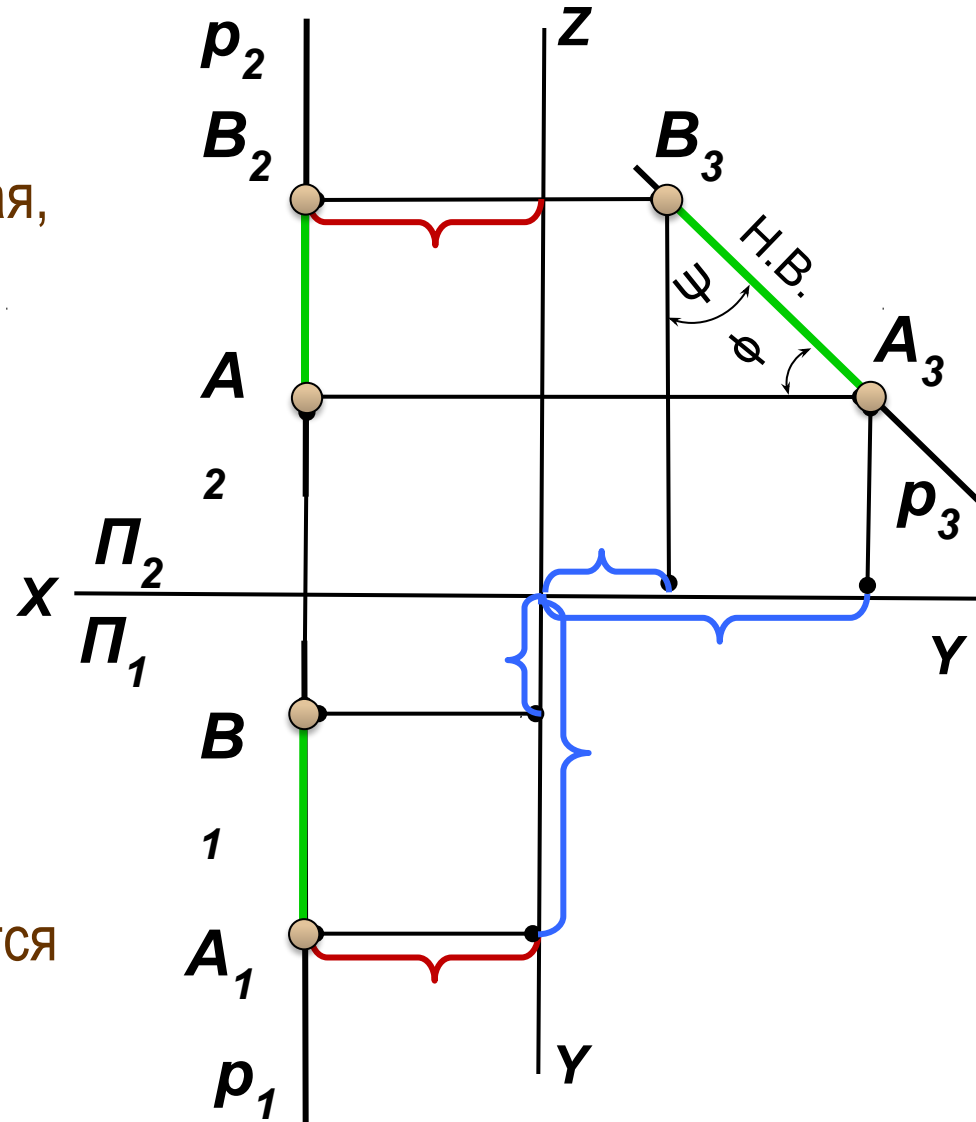
Фронтальная прямая

- Фронтальная прямая параллельна фронтальной плоскости проекций Π_2 .
- Ее обозначают f .
- Для каждой точки фронтали $Y = const$.
- Углы наклона прямой к плоскостям проекций Π_1 и Π_3 (углы ϕ° и γ°).
- На плоскость проекций Π_2 фронтальная прямая проецируется без искажения.



Профильная прямая

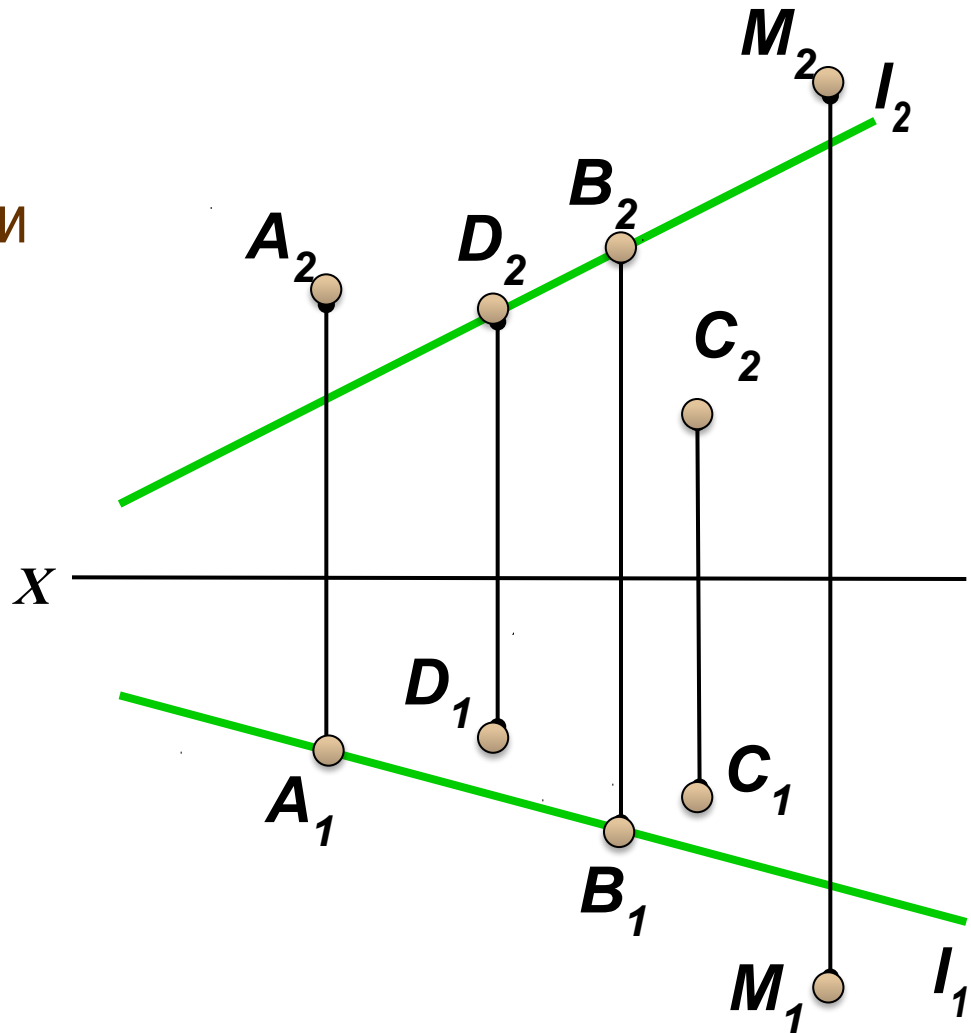
- Профильная прямая - это прямая, параллельная профильной плоскости проекций Π_3 .
- Ее обозначают p .
- Для каждой точки профильной прямой $X = \text{const}$.
- Углы наклона прямой к плоскостям проекций Π_1 и Π_2 (углы ϕ° и ψ°).
- На плоскость проекций Π_3 профильная прямая проецируется без искажения.



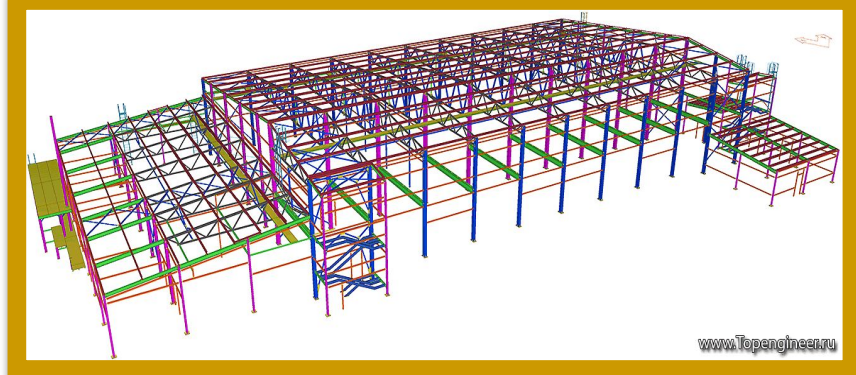
Относительное положение прямой и точки

Точка принадлежит прямой, если её проекции лежат на одноименных проекциях прямой.

Определите, какая из точек на эюре принадлежит прямой l .

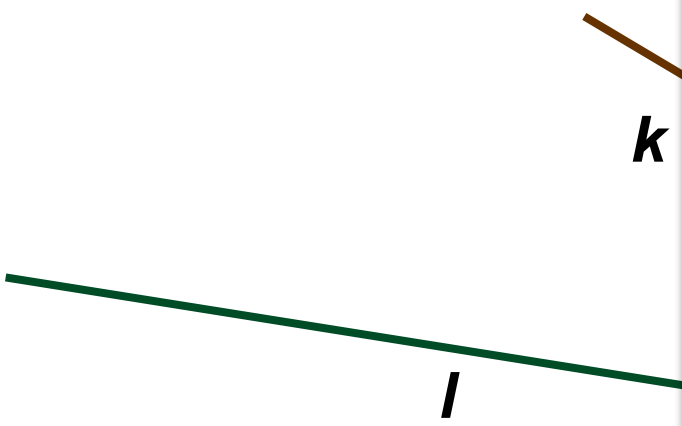
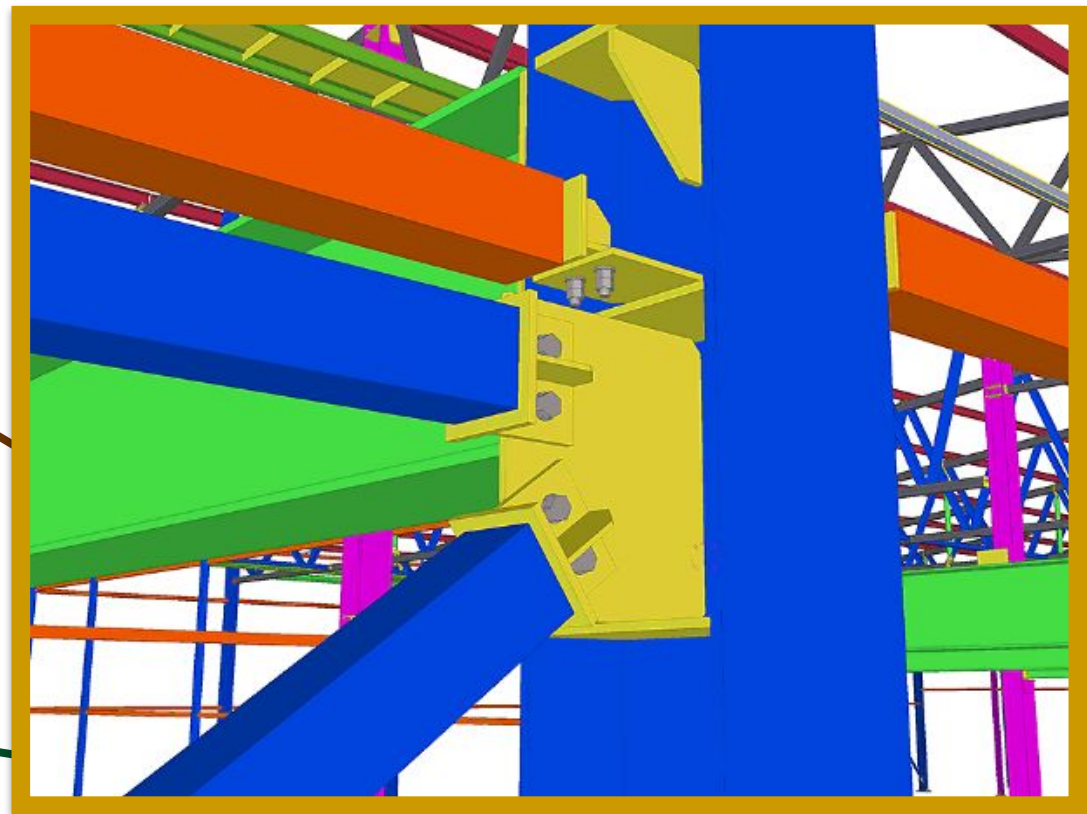


Взаимное положение прямых в пространстве



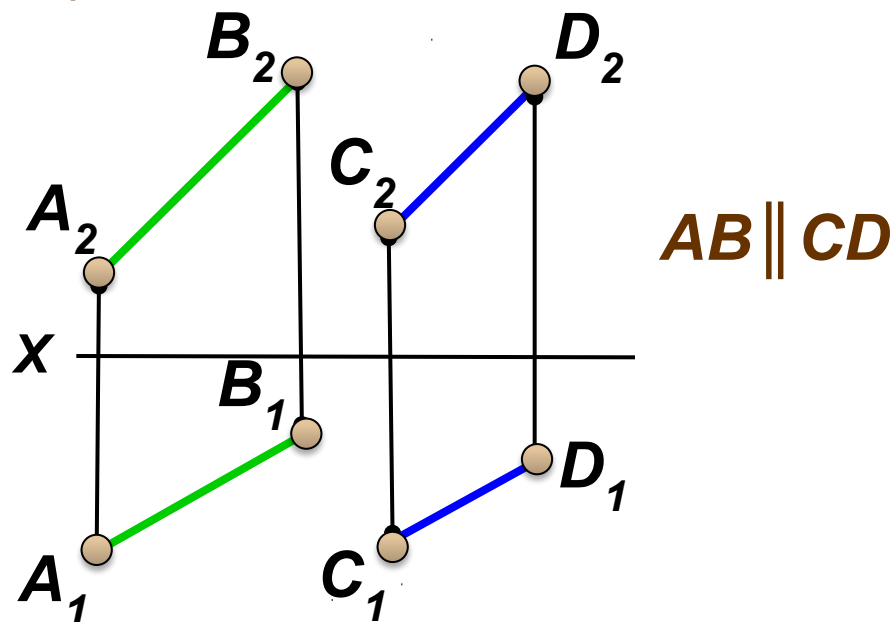
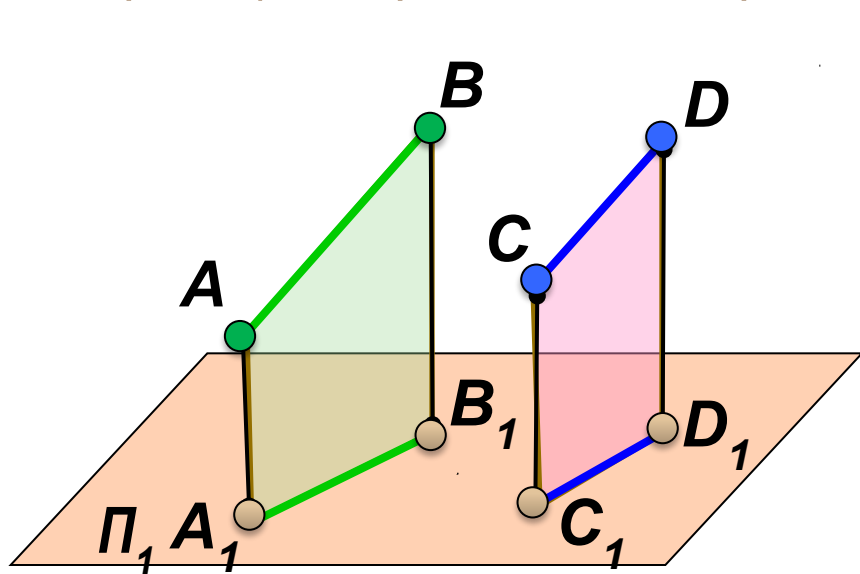
Рассмотрим взаимное положение прямых в пространстве:

- параллельные,
- пересекающиеся,
- скрещивающиеся.



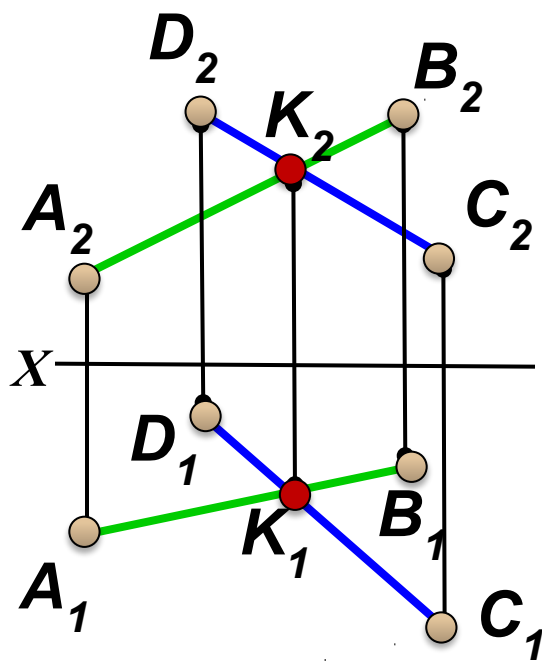
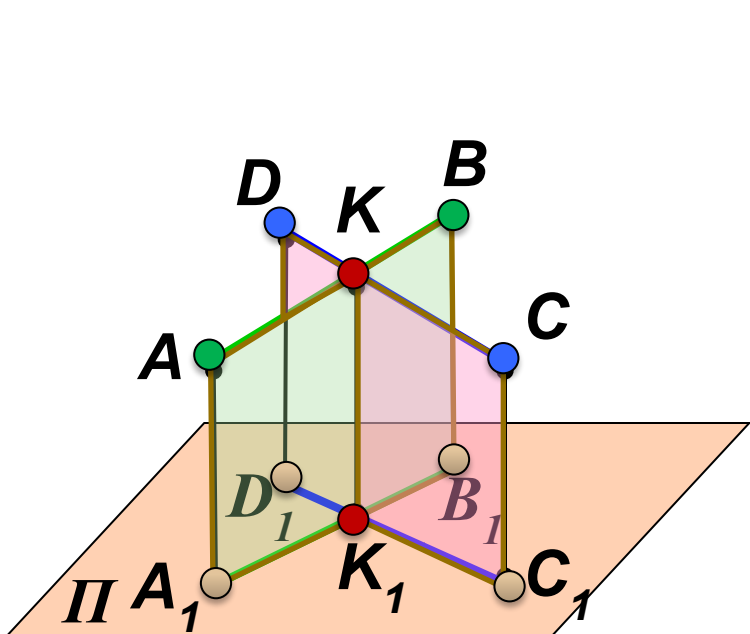
Параллельные прямые

- Две прямые в пространстве называются параллельными, если они не пересекаются и лежат в одной плоскости.
- На рисунке изображены параллельные прямые AB и CD - прямые, пересекающиеся в несобственной точке (прямые, лежащие в одной плоскости и пересекающиеся в бесконечно удаленной точке).
- Проекции параллельных прямых параллельны.



Пересекающиеся прямые

- Пересекающимися прямыми называются такие прямые, которые имеют одну общую точку.
- Проекция точек пересечения прямых AB и CD лежат на одной линии СВЯЗИ.



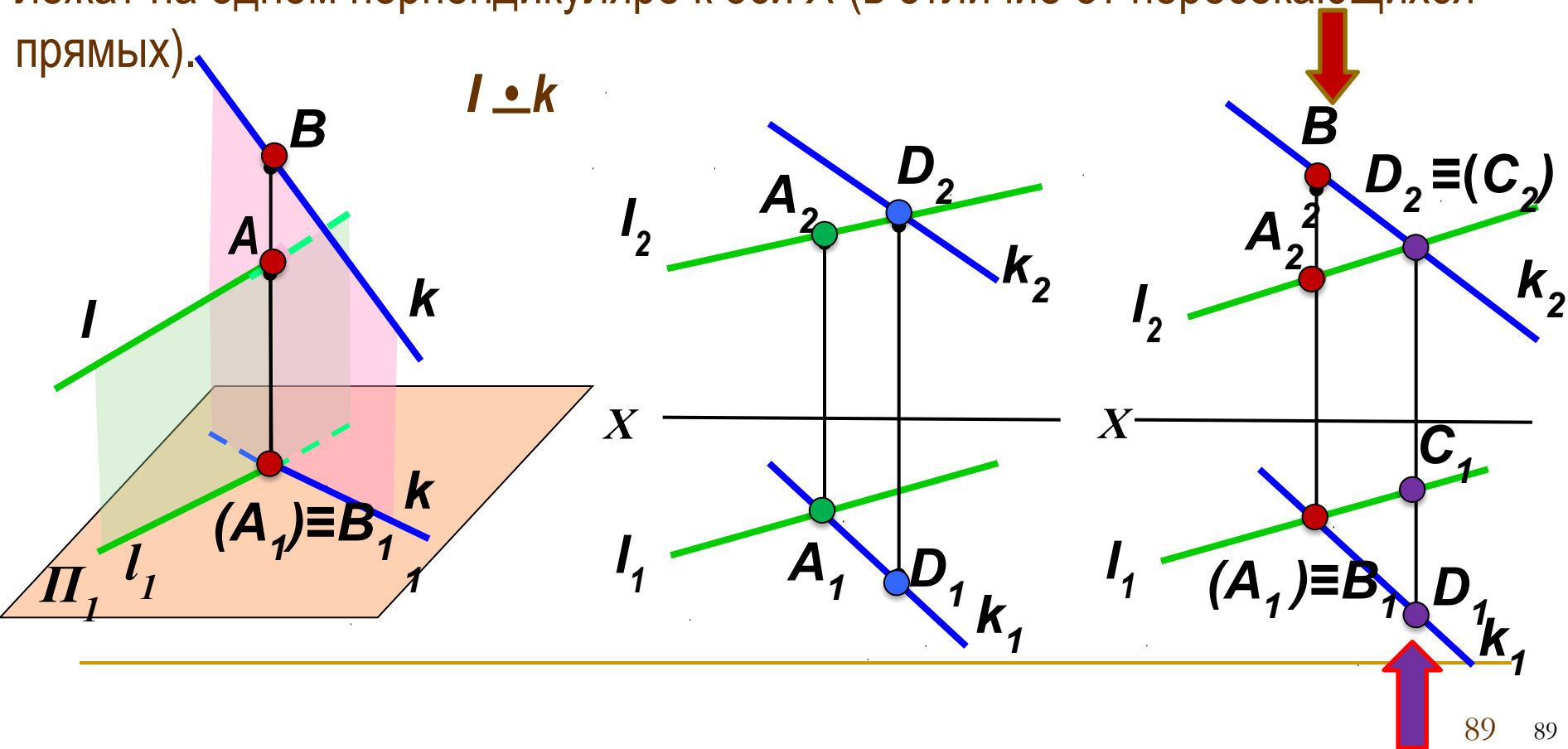
$AB \cap CD \rightarrow$
 K

Скрещивающиеся прямые

Это прямые не параллельные и не пересекающиеся между собой.

Эти прямые не имеют общей точки и не лежат в одной плоскости.

На комплексном чертеже точки пересечения проекций этих прямых не лежат на одном перпендикуляре к оси X (в отличие от пересекающихся прямых).

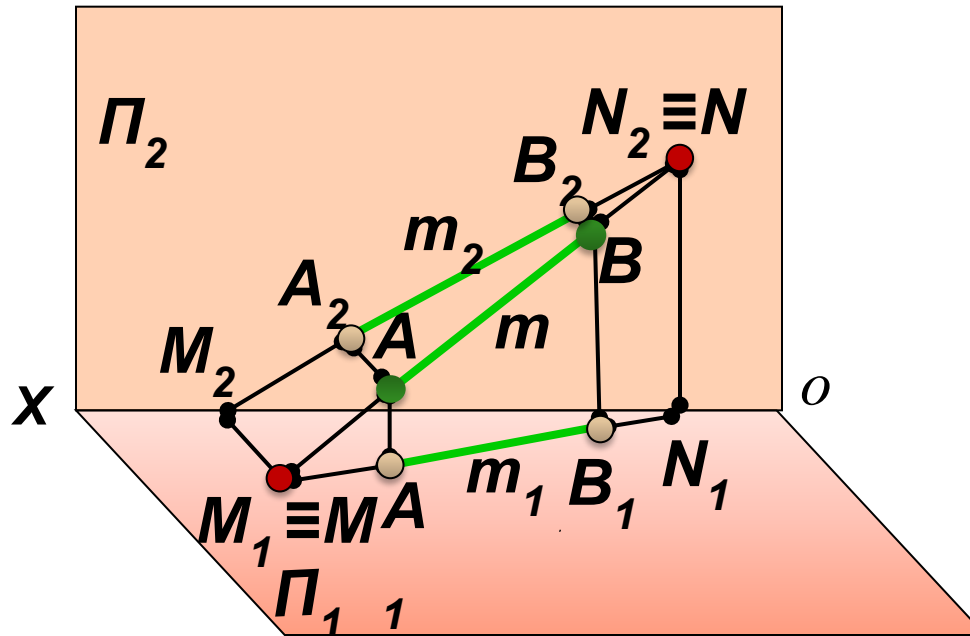


Следы прямой

Точка пересечения прямой с плоскостью проекций называется **следом** прямой.

Прямая общего положения пересекает все три плоскости проекция, следовательно, она имеет три следа:

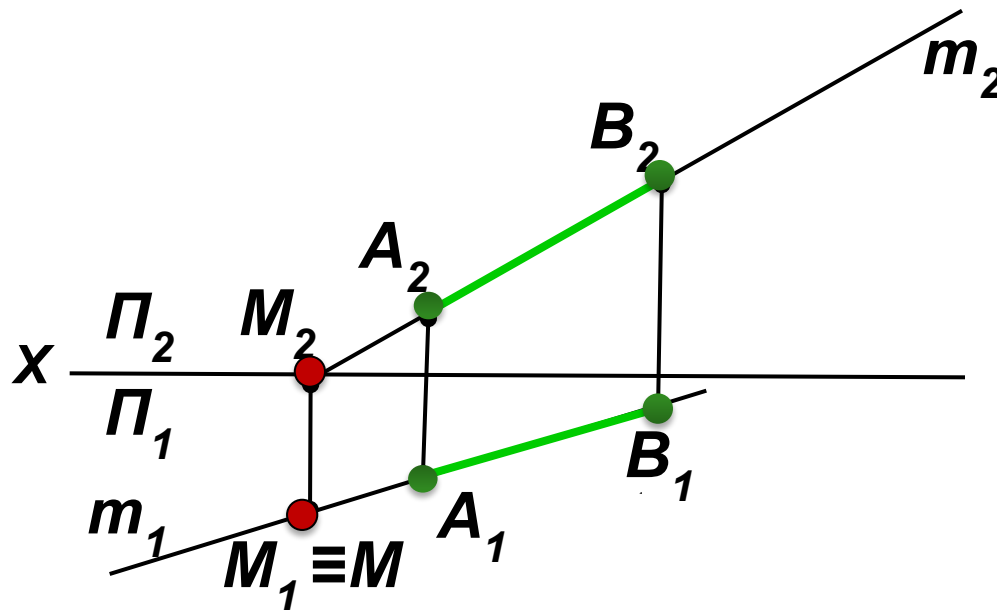
M - горизонтальный,
 N – фронтальный,
 P - профильный.



Алгоритм определения горизонтального следа прямой

Для нахождения горизонтального следа прямой AB необходимо:

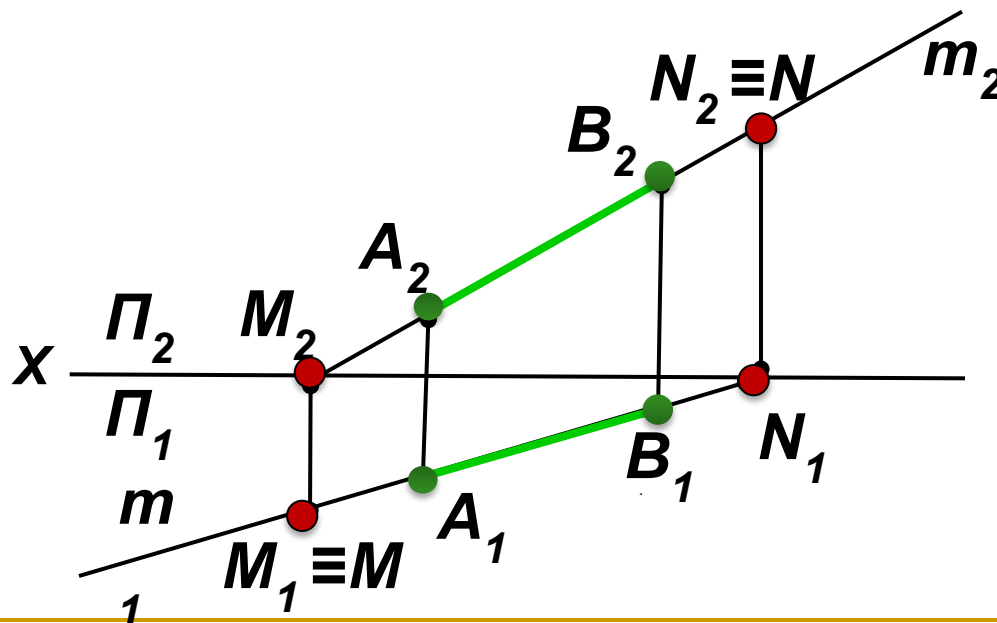
- ❑ Продолжить фронтальную проекцию прямой A_2B_2 до пересечения с осью x .
- ❑ Получить фронтальную проекцию горизонтального следа M_2 .
- ❑ Из точки M_2 провести линию связи до пересечения с горизонтальной проекцией прямой A_1B_1 .
- ❑ Получить горизонтальную проекцию горизонтального следа M_1 .
- ❑ Точка пересечения M_1 совпадает с горизонтальным следом M .



Алгоритм определения фронтального следа прямой

Для нахождения фронтального следа прямой AB необходимо:

- На эюре продолжить горизонтальную проекцию прямой A_1B_1 до пересечения с осью x .
- Получить горизонтальную проекцию фронтального следа N_1 .
- Из точки N_1 провести линию связи до пересечения с фронтальной проекцией прямой A_2B_2 .
- Получить фронтальная проекция фронтального следа N_2 .
- Точка пересечения N_2 совпадает с фронтальным следом N .



Проецирование прямого угла

Прямой угол между двумя пересекающимися прямыми проецируется в натуральную величину, когда одна из сторон угла параллельна плоскости проекций.

Если одна сторона прямого угла будет параллельна фронтальной плоскости проекций, то прямой угол будет проецироваться в натуральную величину на фронтальную плоскость проекций.

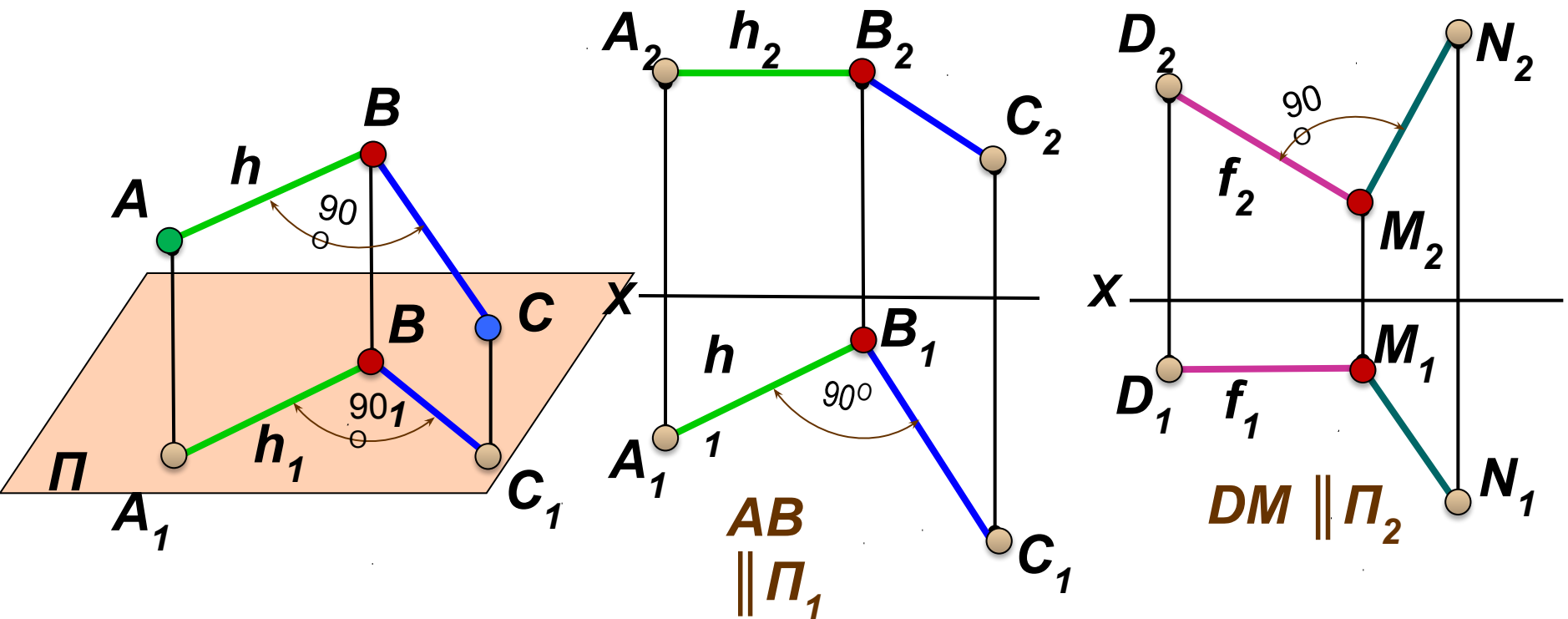
Это имеет очень важное значение при построениях на комплексном чертеже:

- 1) прямых перпендикулярных друг к другу;
- 2) прямой перпендикулярной к плоскости;
- 3) взаимно перпендикулярных плоскостей.

И соответственно, если ни одна из сторон прямого угла не занимает положение прямой уровня, то угол не будет проектироваться в натуральную величину.

Теорема о проекциях прямого угла

- Для того, чтобы прямой угол проецировался ортогонально без искажения, необходимо и достаточно, чтобы, по крайней мере, одна его сторона была параллельна плоскости проекций, а вторая сторона не перпендикулярна этой плоскости.



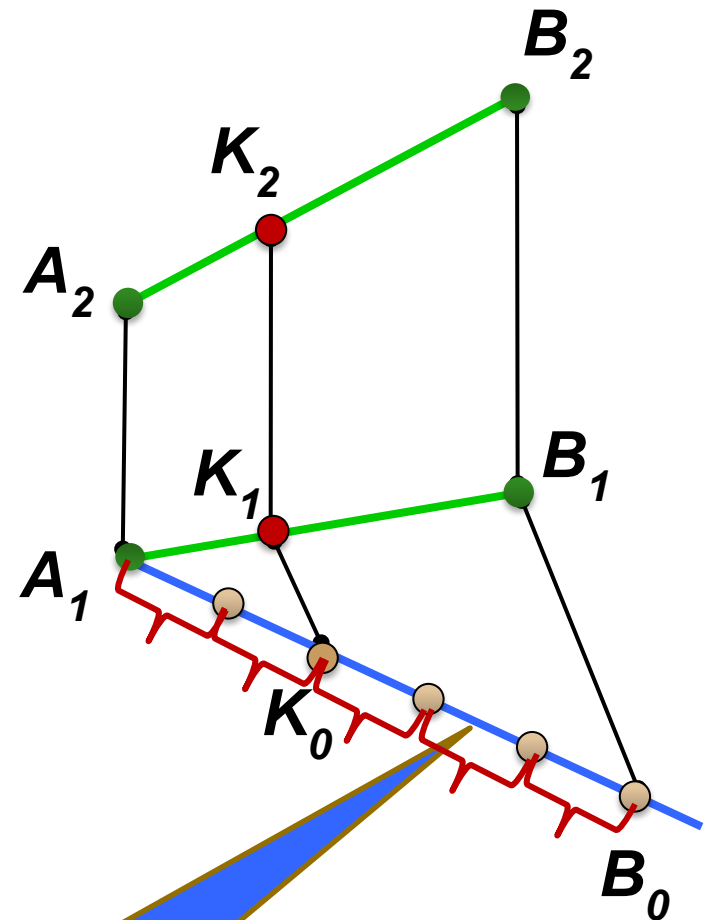
Деление отрезка в заданном отношении

Повторим:

Если точка, принадлежащая отрезку прямой, делит его в каком-то отношении, то проекция данной точки делит одноименные проекции отрезка прямой в том же отношении.

Найти точку $K \in AB$, которая разделит отрезок AB в отношении $2:3$.

На основании указанного свойства задача на деление отрезка в заданном отношении, решается путем деления в этом отношении любой проекции отрезка.



Провести произвольно

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Графическая деятельность требует от человека выполнения ряда мыслительных и познавательных действий, качественное воплощение которых осуществляется при наличии способностей к восприятию графической информации, ее переработке, переосмыслению, анализу целостности. Это позволяет создать образы реально существующего или задуманного объекта с последующим отображением в виде модели, чертежа, рисунка, схемы, графика и т.д.
- Человеку, работа которого связана с созданием техники и строительством, необходимо знать все основы построения чертежа, без которых в наше время невозможно строительство зданий и гидротехнических сооружений, немислимо изготовление каких-либо предметов, машин или механизмов.

Приобретение любого познания всегда полезно для ума, ибо он сможет отвергнуть бесполезное и сохранить хорошее. Ведь ни одну вещь нельзя ни любить, ни ненавидеть, если сначала ее не познать.

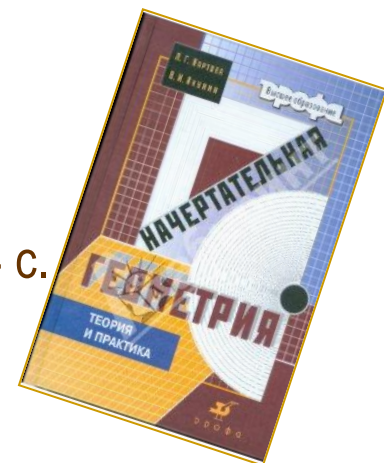
Леонардо да Винчи



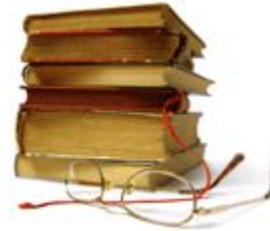
Список литературы



1. Андрушина Т.В.. Лекционная тетрадь по курсу начертательной геометрии. Новосибирск, 2005. 45 с.
2. Андрушина Т.В. Конспекты-схемы по курсу начертательной геометрии. Новосибирск, 1997. (Методическое руководство для преподавателей и студентов 1 курса). 24 с.
3. Демьянов В.П. Геометрия и Марсельеза. - М.: Наука, 1979. - 224 с.
4. Лагерь А.И. Инженерная графика: учебник.–2–е изд., перераб. и доп.– М.: Высшая школа, 2003. – 270 с.
5. Начертательная геометрия: Учебник для вузов / Н.Н. Крылов, Г.С. Иконникова, В.И. Николаев, В.Е. Васильев: Под ред. Н.Н. Крылова - 7-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 2001. - 224 с.



Список литературы

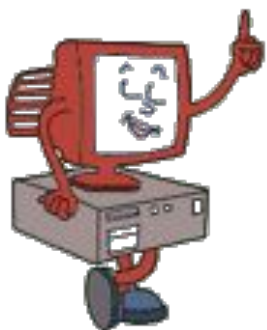


6. Нартова, Якунин: Начертательная геометрия. Теория и практика.- М.: Дрофа, 2008. – 304 с.
7. Монж Г. Начертательная геометрия./ Комментарии и редакция Д. И. Каргина.- М.: Изд-во АН СССР, 1974. - с. 291.
8. Потемкин А. Инженерная графика. Просто и доступно.- М.: Лори, 2000. - 490 с.
9. Смирнов В.И. Гаспар Монж 1746-1946. . - М.: Наука, 1978. 86 с.
10. Чекмарев А.А. Осипов В. К. Инженерная графика: Справочные материалы. – М.: Владос, 2004. – 414 с.



Интернет ресурсы

- <http://www.rudata.ru/wiki>
- <http://www.arxit.ru/vidiizobrajaniya.html>
- http://window.edu.ru/window_catalog/pdf2txt?p_id=28



Доц., канд. пед. наук Андриюшина Татьяна Васильевна

- Учебное издание

