Логарифмические неравенства

Подготовил презентацию
Уразаев Аскар

Определение: Простейшим логарифмическим неравенством является соотношение вида:
loga f(x) > logag(x)lo{{g}_{a}}~f (x)~>~lo{{g}_{a}}g(x) *loga f*(*x*) > *logag*(*x*),
где *f*(*x*) и g(x), *g*(*x*) – некоторое выражение, зависящее от x (например, f(x)=1+2x+x2, g(x)=3x−1).f(x)=1+2x+{{x}^{2}},~g (x)=3{x}-1).*f*(*x*)=1+2*x*+*x*2, *g*(*x*)=3*x*−1).

ТЕОРИЯ

Решение логарифмических неравенств основано на монотонности логарифмической функции.
Поэтому решение неравенств вида $\log_a f(x)>\log_a g(x)$ сводится к решению соответствующих неравенств для функций $f(x)$ и $g(x)$.

Если основание $a>1$, то переходят к неравенству $f(x)>g(x)$ (знак неравенства **не меняется**), т.к. в этом случае логарифмическая функция **возрастающая**.

Если основание $0<a<1$, то переходят к неравенству $f(x)<g(x)$ (знак неравенства **меняется**), т.к. в этом случае логарифмическая функция **убывающая**.

В обоих случаях дополнительно находят ОДЗ:
$\{f(x)>0 g(x)>0$
при условии, что основание $a>0, a\neq1$.

Полученное множество решений неравенства должно входить в ОДЗ, поэтому находят пересечение множеств.

при потенцировании, для значений знак неравенства сохраняется; а для значений , меняется на противоположный.

В случае если переменная содержится и в основании, и в подлогарифмическом выражении, например , решение разбивается два случая, когда и, когда , то есть

I. Свойства логарифмов.

•Основное логарифмическое тождество:

$$a^{\log_a x} = x$$

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^n = n \log_a x$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$$

ПРИМЕРЫ

$$Lg(x+4)+Lg(2x+3)=Lg(1-2x)$$

Решение.

$$ОДЗ:\begin{cases} x+4>0 \\ 2x+3>0 \\ 1-2x>0 \end{cases} \qquad -\frac{3}{2}<x<\frac{1}{2}.$$

$$(x+4)(2x+3)=1-2x$$

$$2x^2+13x+11=0$$

$$D=81 \quad \sqrt{D}=9$$

$$x_1=-1 \qquad x_2=-\frac{11}{2}$$

$$В\ ОДЗ\ входит\ только\ один\ корень\ x=-1$$

$$Ответ: \quad x=-1.$$

$$Log_{\frac{1}{26}}\left(26x-2\right)\geq 0.$$

$$0 = Log_{\frac{1}{26}}1$$

$$Log_{\frac{1}{26}}\left(26x-2\right)\geq Log_{\frac{1}{26}}1, т.к.$$

$0 < \dfrac{1}{26} < 1,$ *функция убывает, знак неравенства меняется на противоположный.* *ОДЗ* :

$$26x-2 \leq 1$$

$$26x \leq 3$$

$$x \leq \frac{3}{26}.$$

$$x \in \left(-\infty; \frac{3}{26}\right]$$

$$26x-2 > 0$$

$$26x > 2$$

$$x > \frac{1}{13}$$

$$x \in \left(\frac{1}{13}; +\infty\right)$$

$$Ответ: \left(\frac{1}{13}; \frac{3}{26}\right]$$