9. Конденсаторы
9.1.Электрическая емкость.

При сообщении проводнику заряда, на его поверхности появляется потенциал φ. Но если этот же заряд сообщить другому проводнику, то потенциал будет другой. Это зависит от геометрических параметров проводника. Но в любом случае, потенциал φ пропорционален заряду q.

$$\boldsymbol{q = C\varphi} \qquad (9.1.1)$$

- Коэффициент пропорциональности называют ***электроемкостью*** – *физическая величина, численно равна заряду, который необходимо сообщить проводнику для того, чтобы изменить его потенциал на единицу*.
- Единица измерения емкости в СИ – фарада 1 Ф = 1Кл / 1В.

Если потенциал поверхности шара

то $$\varphi_{шар.} = \frac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R} \quad (9.1.3),$$

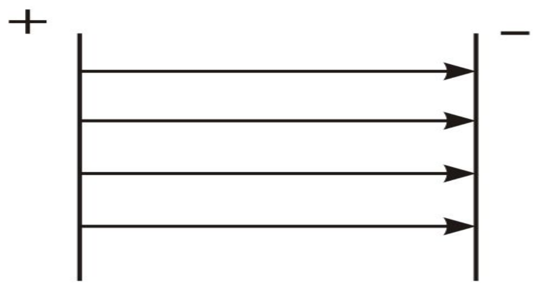
$$C_{шар.} = 4\,\pi\varepsilon\varepsilon_0 R \quad (9.1.4),$$

- Если $\varepsilon = 1$ (воздух, вакуум) и $R = R$земли, то $C_з = 7\cdot10^{-4}$ Ф или 700 мкФ.
- Чаще на практике используют и более мелкие единицы: 1 нФ (нанофарада) = 10^{-9} Ф и 1пкФ (пикофарада) = 10^{-12} Ф.

Необходимость в устройствах, накапливающих заряд есть, а уединенные проводники обладают малой емкостью. Обратите внимание, что электроемкость проводника увеличивается, если к нему поднести другой проводник – явление электростатической индукции.

Конденсатор – два проводника называемые *обкладками* расположенные близко друг к другу.

- Конструкция такова, что внешние окружающие конденсатор тела не оказывают влияние на электроемкость конденсатора. Это будет выполняться, если ***электростатическое поле будет сосредоточено внутри конденсатора между обкладками***.



- Конденсаторы бывают ***плоские, цилиндрические и сферические.***
- Так как электростатическое поле находится внутри конденсатора, то линии электрического смещения начинаются на положительной обкладке и заканчиваются на отрицательной – и никуда не исчезают. Следовательно, заряды на обкладках *противоположны по знаку, но одинаковы по величине.*
- Емкость конденсатора:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U} \qquad (9.5)$$

- Найдем формулу для емкости плоского конденсатора.
- Напряженность между обкладками равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S} \quad (9.1.6)$$

где: S – площадь пластин (обкладок); q – заряд конденсатора

отсюда

$$U = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S},$$

$$\boxed{C = \frac{q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}} \quad (9.1.7)$$

ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрика между обкладками.

- Как видно из формулы, диэлектрическая проницаемость вещества очень сильно влияет на емкость конденсатора. Это можно увидеть и экспериментально: заряжаем электроскоп, подносим к нему металлическую пластину – получили конденсатор (за счет электростатической индукции, потенциал увеличился).

- Вносим между пластинами диэлектрик с ε, больше чем у воздуха и потенциал конденсатора изменяется.
- Отсюда можно получить единицы измерения ε_0:

$$\varepsilon_0 = \frac{Cd}{\varepsilon S}$$

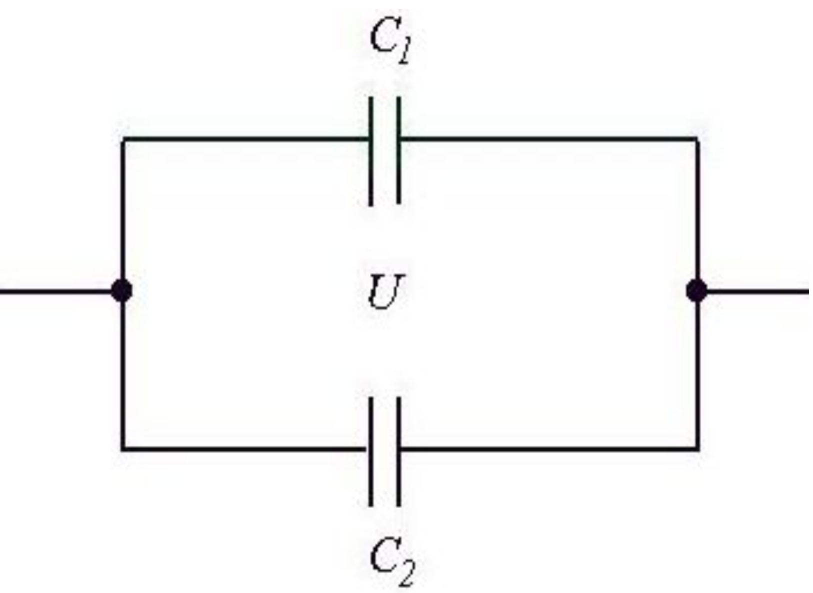
$$\left[\varepsilon_0\right] = \frac{\left[C\right]\cdot\left[d\right]}{\left[S\right]} = \frac{\Phi \cdot м}{м^2} = \frac{\Phi}{м}$$

Помимо емкости каждый конденсатор характеризуется $U_{раб}$ (или $U_{пр.}$ – максимальное допустимое напряжение).

9.2. Соединение конденсаторов

Емкостные батареи – комбинации параллельных и последовательных соединений конденсаторов.

1) Параллельное соединение (рис. 9.6):



Общим является напряжение U

$$q_1 = C_1U;$$

$$q_2 = C_2U;$$

Суммарный заряд:

$q = q1 + q2 = U(C1 + C2)$. (9.1.9)

Результирующая емкость:

$$\boxed{C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2} \qquad (9.1.10)$$

Сравните с параллельным соединением сопротивлений R:

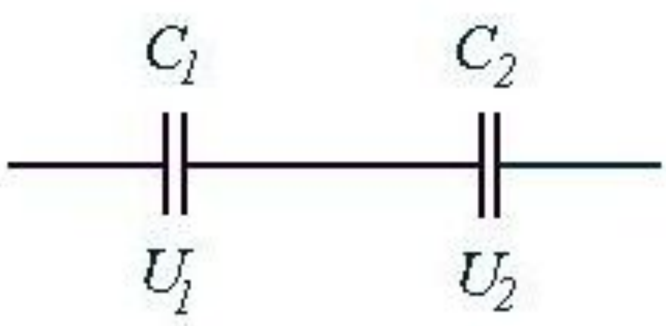
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (9.1.11)$$

Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов, их емкости складываются.

2) *Последовательное соединение :*

Общим является заряд q

$$U_1 = \frac{q}{C_1}; \qquad U_2 = \frac{q}{C_2};$$



$$U = \sum U_i = q \sum \frac{1}{C_i} \quad (9.1.12)$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

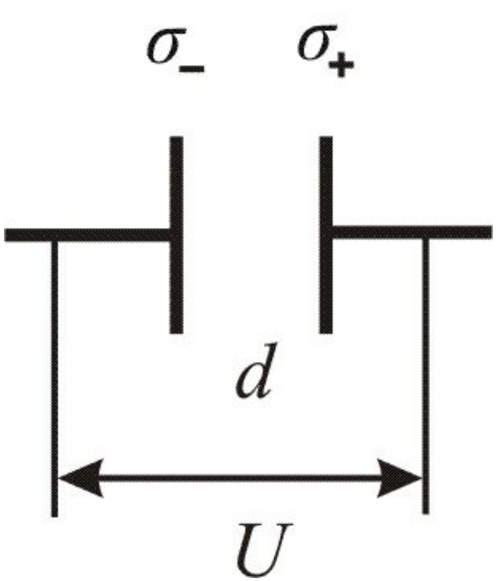
$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_i} \quad (8.4.14) \qquad R = R1 + R2 \quad (9.1.13)$$

9.3. Расчет емкостей различных конденсаторов

1. Емкость плоского конденсатора.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon};$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{x_2}^{x_1} E dx = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} d$$



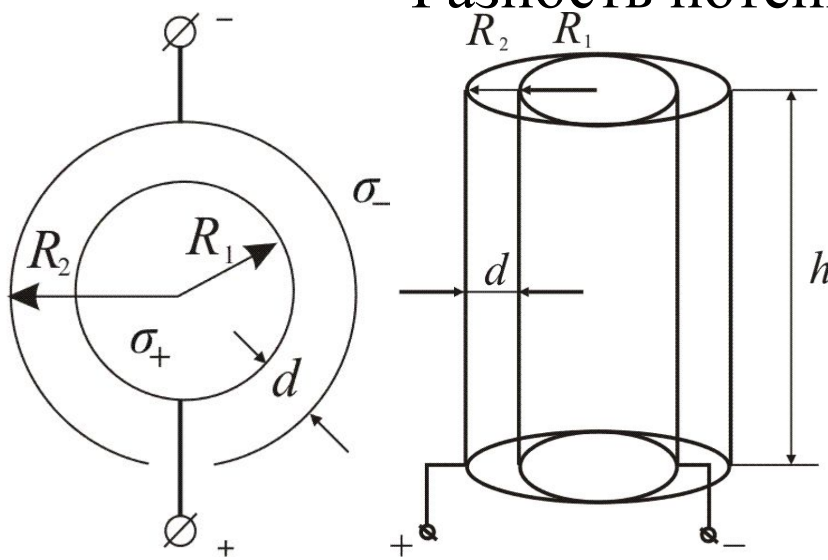
где $d = x_2 - x_1$ – расстояние между пластинами.

Так как заряд $q = \sigma S$, то

$$\boxed{C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \varepsilon_0 \varepsilon \frac{S}{d}} \quad (9.1.16)$$

2. Емкость цилиндрического конденсатора.

Разность потенциалов между



го конденсатора

.17)

$$\Delta\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

плотность заряда,

цилиндрических обкладок.

$q = \lambda l$, (l – длина конденсатора)

(9.1.18)

$$\Delta\varphi = \frac{l\lambda\ln\dfrac{R_2}{R_1}}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l} = \frac{q}{C}$$

(9.1.19)

$$C_{цил.} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

Понятно, что зазор между обкладками мал: $d = R_2 - R_1$, то есть $d \ll R_1$, тогда

$$\ln\frac{R_2}{R_1} \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1}$$

$$C_{цил.} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l R_1}{R_2 - R_1} = \varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{d} \qquad (9.1.20)$$

3. Емкость шарового конденсатора.

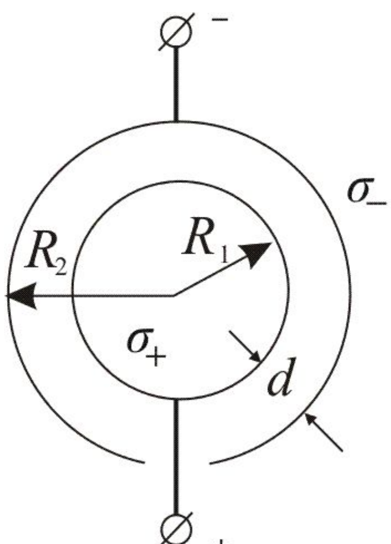


Рис. 8.10

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \qquad (9.1.21)$$

ость потенциалов между обкладками
нденсатора, где $R1$ и $R2$ – радиусы

$$\Delta\phi = \frac{q}{C}, \qquad (9.1.22) \qquad C = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

В шаровом конденсаторе $R_1 \approx R_2$; $S = 4\pi R_2$; $R_2 - R_1 = d$ – расстояние между обкладками. Тогда

$$C_{шар.} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R^2}{d} = \varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{d}. \tag{9.1.23}$$

Таким образом, емкость шарового конденсатора,

$$C_{шар.} = \varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{d},$$

что совпадает с емкостями плоского и цилиндрического конденсатора.

9.4. Энергия заряженного конденсатора

Если замкнуть обкладки конденсатора, то по проволоке потечет ток, который может даже расплавить ее. Значит, конденсатор запасает энергию. Вычислим ее.

Конденсатор разряжается U' – мгновенное значение напряжения на обкладках. Если при этом значении напряжения между обкладками проходит заряд dq, то ***работа***

$$dA = U'dq. \qquad (9.1.24)$$

Работа равна убыли потенциальной энергии конденсатора:

$$dA = -\,dW_c. \qquad (9.1.25)$$

Так как $q = CU$, то $dA = CU'dU'$, а полная работа

$$\boxed{A = \int dA.}$$

$$A = -W_c = C\int_U^0 U' dU' = \frac{1}{2}CU^2 \tag{9.1.26}$$

$$W_c = \frac{CU^2}{2} \tag{9.1.27}$$

Энергию конденсатора можно посчитать и по другим формулам:

$$W_c = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2}qU \tag{9.1.28}$$

9.5. Энергия электростатического поля

Где же сосредоточена энергия конденсатора? На обкладках? То есть на зарядах? А может, в пространстве между обкладками? Только опыт может дать ответ на этот вопрос.

В пределах электростатики дать ответ на этот вопрос невозможно. Поля и заряды, их образовавшие не могут существовать обособленно. Их не разделить. Однако переменные поля могут существовать независимо от возбуждавших их зарядов (излучение солнца, радиоволны, …) и они переносят энергию. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии является электростатическое поле.

Носителем энергии в конденсаторе, W_c является электростатическое поле. Найдем W_c:

$$W_c = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d}\frac{d}{d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd$$

$Sd = V$ – объем. Отсюда:

$$\frac{U}{d} = E;$$

$$W_c = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V \qquad (9.1.1)$$

Если поле **однородно**, заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью. Тогда можно посчитать удельную энергию $\omega_{уд}$:

$$\omega_{уд} = \frac{W}{V}; \qquad \omega_{уд} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \qquad (9.1.2)$$

Или, так как $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$, то

$$\omega_{уд} = \frac{ED}{2} \qquad (9.1.3)$$

Эти формулы справедливы для однородного поля.

Если поле создано двумя точечными зарядами q_1 и q_2, то для каждого из них

$$W_1 = q_1 \varphi_{12} \qquad W_2 = q_2 \varphi_{21}$$

Здесь φ_{12} – потенциал поля, создаваемого зарядом q_2 в точке, где расположен заряд q_1, φ_{21} – потенциал поля от заряда q_1 в точке с зарядом q_2.

Для вакуума можно записать

$$\varphi_{12} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \varphi_{21} = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

Здесь r – расстояние между зарядами. Из двух последних систем уравнений следует, что

$$W_1 = W_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r} = W \qquad W = \frac{1}{2}W_1 + \frac{1}{2}W_2 = \frac{1}{2}(q_1\varphi_{12} + q_2\varphi_{21}).$$

Обобщая этот вывод на систему из N зарядов, записываем:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} q_i\varphi_i \qquad (9.14)$$

$\varphi_i = \sum_{k\neq i}\varphi_k$ – потенциал в точке, где расположен заряд q_1, создаваемый всеми остальными зарядами (кроме q_1).

Как мы уже говорили ***пондермоторные силы*** *– это силы электрического взаимодействия.*

- Разноименные пластины конденсатора будут притягиваться. Силу их притяжения называют **пондермоторной**.
- При незначительном перемещении одной пластины в поле другой совершается работа

(9.1.8)
$$dA = -dW = Fdx,\ F = \frac{dW}{dx}$$

Тогда, можно записать, что $$dW = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2 dx}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}.$$

- Отсюда можно получить формулу для расчета пондермоторной силы

(9.1.9)
$$\boxed{F = \frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}.}$$