

Физика и общая математическая методология, современное естествознание учат нас-особенно...Нильс Бор...- что **точность любой научной дисциплины зависит не от количества ... математики в этой дисциплине, не от обилия формул в тексте, а от строгости и точности определений в этой области.** Любая область может стать предметом точных и строгих исследований, ежели точно и однозначно сформулированы в ней элементарные структуры... Николай Тимофеев – Ресовский «Воспоминания». М., 2008

## 4. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

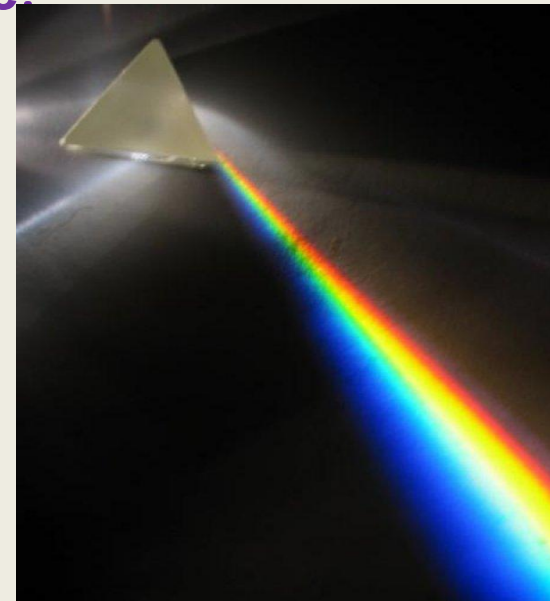
- включает ряд явлений, обусловленных зависимостью фазовой скорости световой волны от ее частоты:

$$V_{\phi}(\nu) ;$$

а т.к.  $V_{\phi} = \frac{c}{n}$  ,

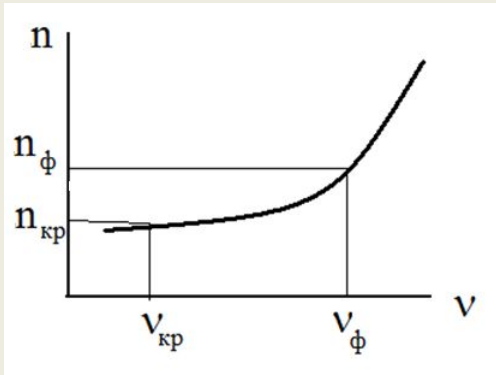
то, иначе говоря, дисперсия - ряд явлений, обусловленных зависимостью показателя преломления среды от частоты света, распространяющегося в этой среде:

$$n(\nu)$$



# 4.1 Нормальная и аномальная дисперсии

Нормальная дисперсия определяется зависимостью  $\frac{dn}{dv} > 0$  и характерна для прозрачных сред, в которых излучение практически не



1). Нормальная дисперсия наблюдается для света видимого диапазона в стекле. Рассмотрим распространение белого света в стеклянной пластинке (рис.2):

$$\sin \beta = \frac{v}{n}$$

$$v_{\phi} > v_{kp} \Rightarrow n_{\phi} > n_{kp} \Rightarrow \beta_{\phi} < \beta_{kp}$$

Рис.1.

Однако из пластинки свет выходит под тем же углом  $\alpha$ , смешиваясь, и дисперсии не наблюдается.

Ее можно наблюдать с помощью фаски на толстом стекле). Т.о. стеклянная призма (фаска) разлагает белый свет в спектр.

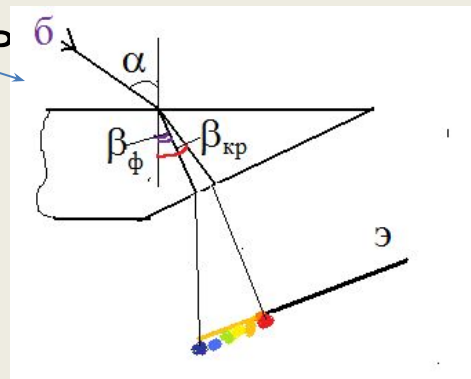
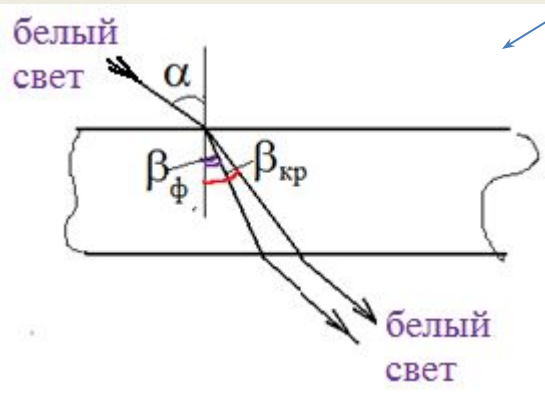


Рис.

**Аномальная дисперсия** определяется зависимостью  $\frac{dn}{d\nu} < 0$  и наблюдается

**в области частот сильного поглощения** излучения веществом. Для стекла это ИК и УФ области спектра (рис.3).

**В вакууме дисперсии нет:**  $\frac{dn}{d\nu} = 0$

Доказательство: астрофизики наблюдали излучение двойных звезд при затмении (рис.4), когда одна звезда ( $Z_1$ ) закрывает другую ( $Z_2$ ) от земного наблюдателя.

При наличии, например, нормальной дисперсии  $n_{\phi} > n_{кр} \Rightarrow \nu_{\phi} < \nu_{кр}$ ,

$$t = \frac{l}{\nu} \Rightarrow t_{\phi} > t_{кр}$$

То есть свет фиолетовой части спектра должен прийти позднее, чем свет красной части, при обрыве излучения от  $Z_2$ . Но изменения спектра излучения закрытой звезды не наблюдалось.

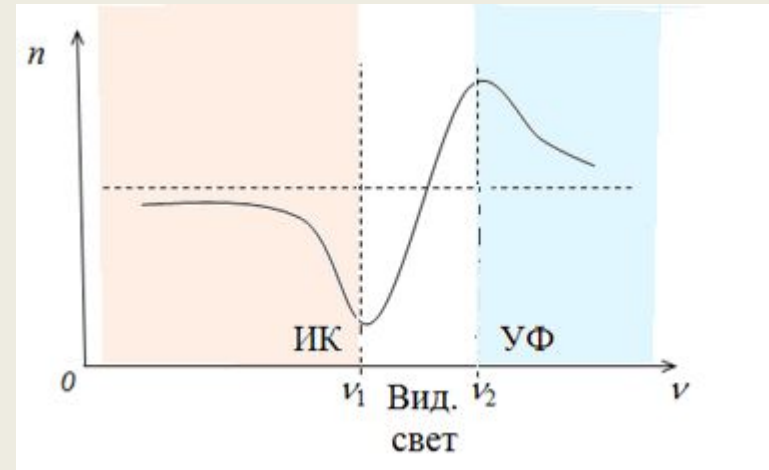


Рис.

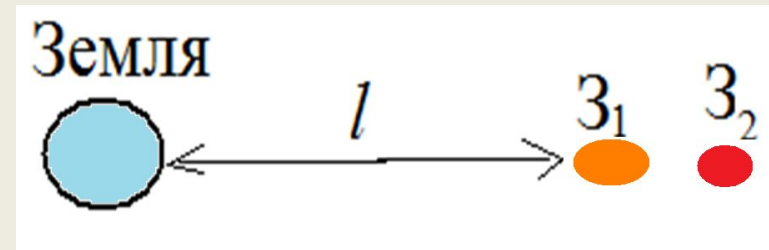
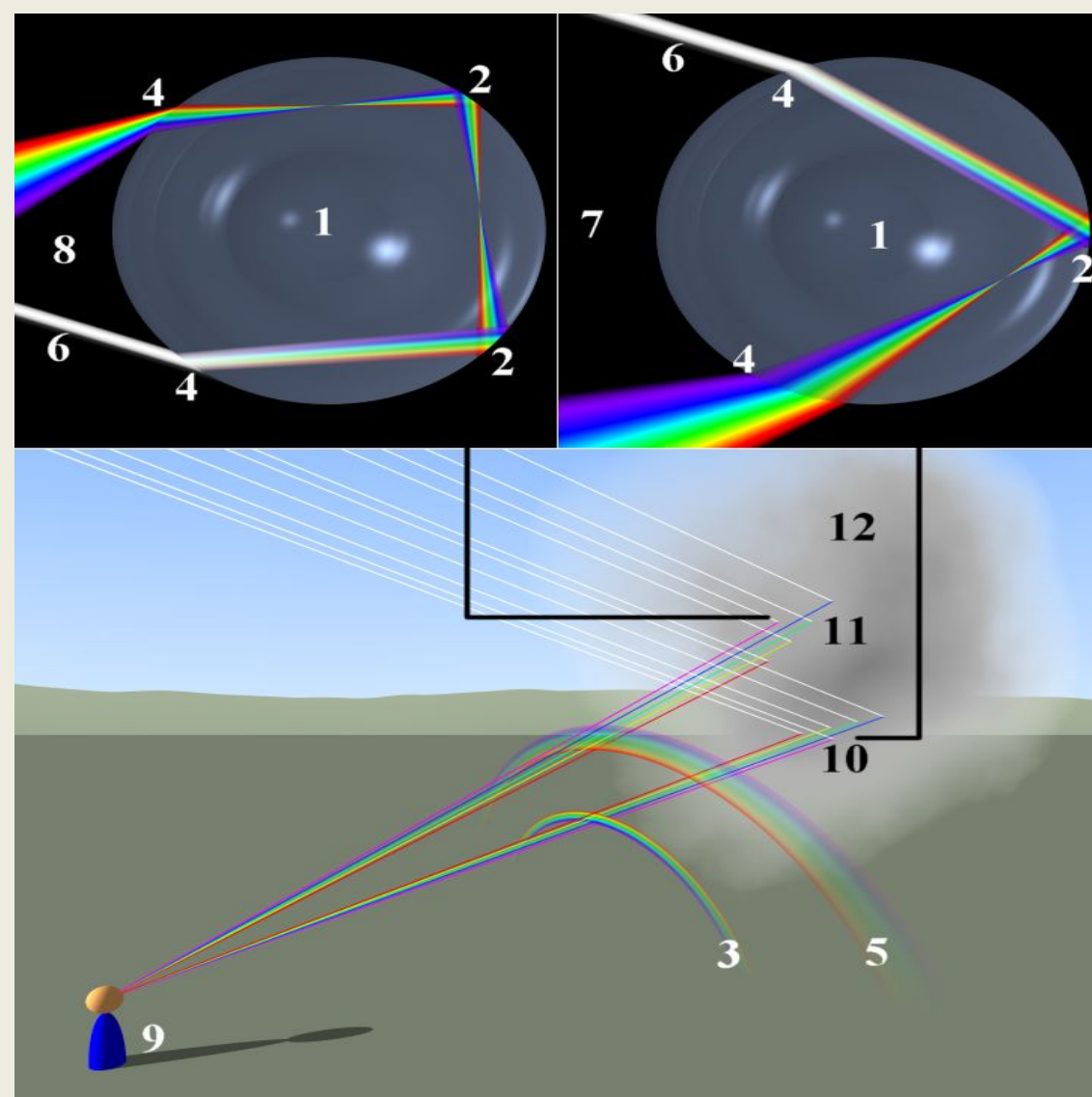


Рис.

## Физика радуги (факультатив)



Радуга возникает из-за того, что солнечный свет испытывает преломление в капельках воды дождя или тумана, парящих в атмосфере. Эти капельки по-разному отклоняют свет разных цветов (показатель преломления воды для более длинноволнового (красного) света меньше, чем для коротковолнового (фиолетового), поэтому красный свет меньше отклоняется при преломлении — красный на  $137^{\circ}30'$ , фиолетовый на  $139^{\circ}20'$  и т. д.), в результате чего белый свет разлагается в спектр. Данное явление вызвано дисперсией.

## 4.2 Волновой пакет и групповая скорость

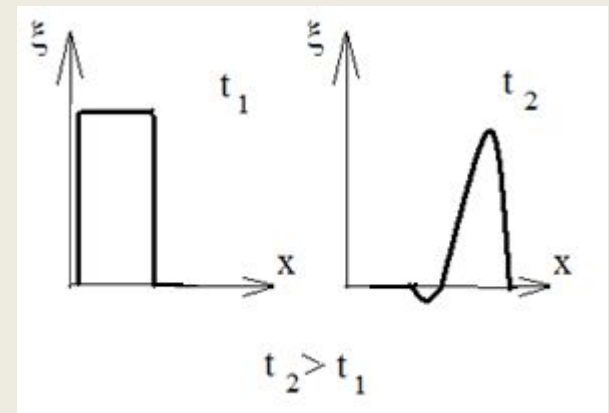
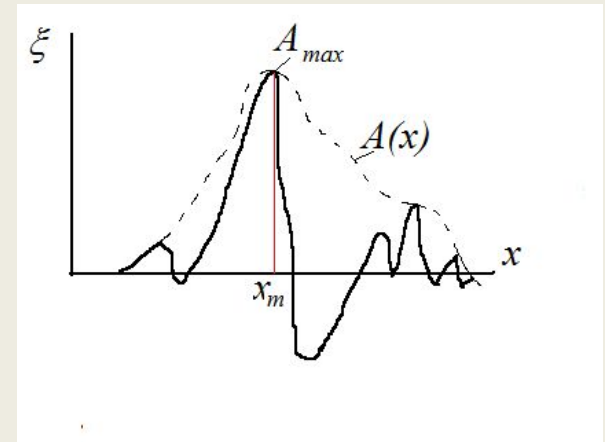
Реальный волновой процесс никогда не является гармоническим из-за его конечности, поглощения излучения веществом и т.д. В ряде случаев его можно описать **волновым пакетом**.

**Волновой пакет** – суперпозиция монохроматических волн, частоты которых непрерывно распределены в некотором диапазоне  $\left( \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}, \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \right)$ , причем  $\Delta\omega \ll \omega_0$ , т.е. пакет должен быть узким.

Для характеристики пакета можно выделить огибающую – амплитуду  $A(x)$ , максимальную амплитуду  $A_{max}$ , ее координату  $x_m$ , среднюю частоту  $\omega_0$ .

В **недиспергирующей среде**  $\left( \frac{dn}{dv} = 0 \right)$  фазовая скорость от частоты не зависит, и пакет со временем форму не меняет.

В **диспергирующей среде**, где  $v_\phi(v)$ , огибающая  $A(x)$  меняется и со временем пакет расплывается.





- координата максимальной амплитуды  
ВП.

Скорость перемещения максимальной  
амплитуды:

$v$   
пределе

Хотя последняя формула выведена для простого случая, она  
обладает большой общностью и годится для любого волнового  
пакета.

Скорость перемещения максимальной амплитуды ВП  $u$   
называется **групповой скоростью**; с этой скоростью  
пакет переносит энергию.



Найдем связь групповой  $U$  и фазовой скоростей  $v_\phi$ . Учтем, что  $\frac{\omega}{k}$

$$U = \left[ \frac{dk}{d\omega} \right]^{-1} = \left[ \frac{d}{d\omega} \left( \frac{\omega}{v_\phi} \right) \right]^{-1} = \left[ \frac{d}{d\omega} \left( \frac{\omega n}{c} \right) \right]^{-1} = \left[ \frac{n}{c} + \frac{\omega}{c} \frac{dn}{d\omega} \right]^{-1}$$

$$U = \frac{c}{n + \omega \frac{dn}{d\omega}} = \frac{v_\phi}{1 + \frac{\omega}{n} \frac{dn}{d\omega}} = \frac{v_\phi}{1 + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}}$$

получили  $U = \frac{v_\phi}{1 + \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}}$  (4.2)

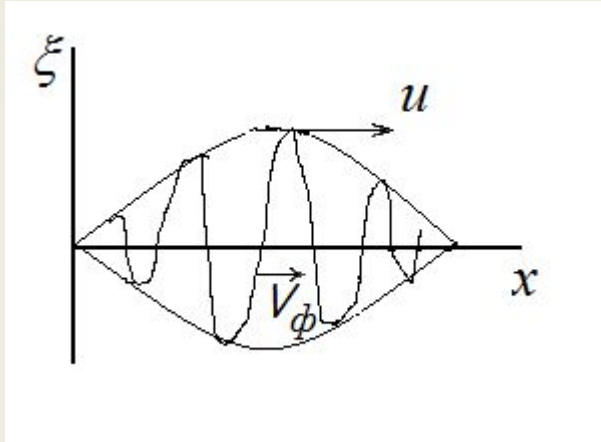
Проанализируем

(4.2).

Если нет дисперсии  $\left( \frac{dn}{dv} = 0 \right)$ ,

$$U = v_\phi$$

Для нормальной дисперсии  $\frac{dn}{dv} > 0$   $U < v_{\phi}$



Т.е. происходит движение горбов и впадин внутри пакета.

Для аномальной дисперсии  $\frac{dn}{dv} < 0$   $U > v_{\phi}$  - ?! – противоречит физическому смыслу.

### Объяснени

При аномальной дисперсии поглощение излучения средой очень велико и ВП успевает развалиться прежде, чем перенесет на какое – то расстояние энергию. Т.о. для аномальной дисперсии понятие групповой скорости (и волнового пакета) теряет смысл.

Понятия волнового пакета и групповой скорости применимы только к сигналу, форма которого мало меняется со временем, то есть в среде с малым поглощением.

# Классическая электронная теория дисперсии

Основная идея: колебания **электрического вектора световой волны**, распространяющейся в диэлектрической среде, вызывают вынужденные **колебания валентных электронов** вещества. **Если частота волны близка к собственной частоте колебаний электронов**, последние сами начинают излучать вторичные электромагнитные волны, активно отбирая энергию у исходной волны. **На этих частотах происходит сильное поглощение света веществом.**

Рассмотрим однородную изотропную среду малой плотности (молекулы не взаимодействуют между собой), в которой распространяется плоская монохроматическая световая волна частоты  $\omega$ .

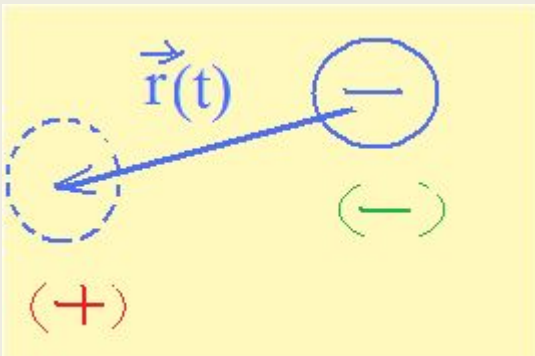
На каждый валентный электрон при этом действует сила:

$$\vec{F} = e\vec{E} + e[\vec{v}\vec{B}] \approx e\vec{E} \longrightarrow F \approx eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$\vec{r}(t)$  - мгновенное смещение электрона под действием  $\vec{E}(t)$ .

Мгновенный наведенный дипольный момент электрона

$$P_e(t) = e r(t)$$



При этом на электрон действуют

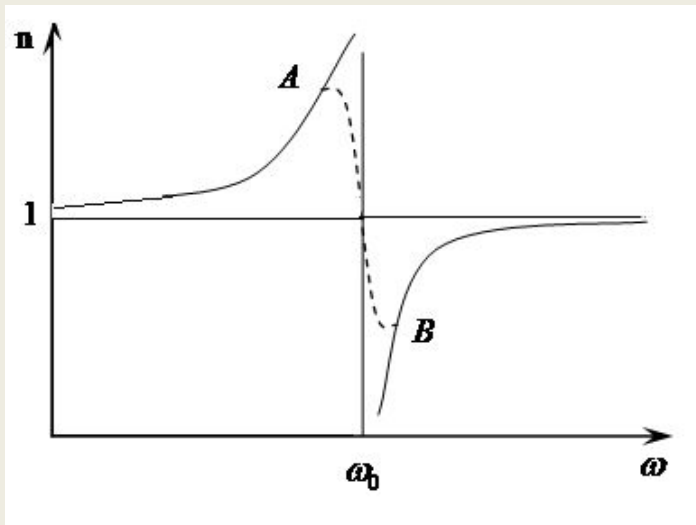
силы: квазиупругая  $F = -kr$ , характеризующая взаимодействие валентного электрона со своим атомом;

-сила сопротивления  $F_c = -b\dot{r}$ , отражающая потери энергии волной при вынужденных колебаниях электрона;

-вынуждающая сила  $F \approx eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$ , действующая со стороны электрического поля световой волны.

Уравнение вынужденных колебаний электрона без учета затухания ( $b = 0$ ):

$$m \ddot{r} = -kr + eE_0 \cos(\omega t + \alpha)$$



$\omega_0$  - частота собственных колебаний электрона.

$$n^2 = 1 + \frac{N_0 e \cdot e E_0 \cos \omega t}{\varepsilon_0 E_0 \cos \omega t \cdot m (\omega_0^2 - \omega^2)}$$

$$n^2 = 1 + \frac{N_0 e^2}{m \varepsilon_0 (\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (2)$$

- зависимость  $n(\omega)$  в среде без поглощения.

Построим график этой зависимости:

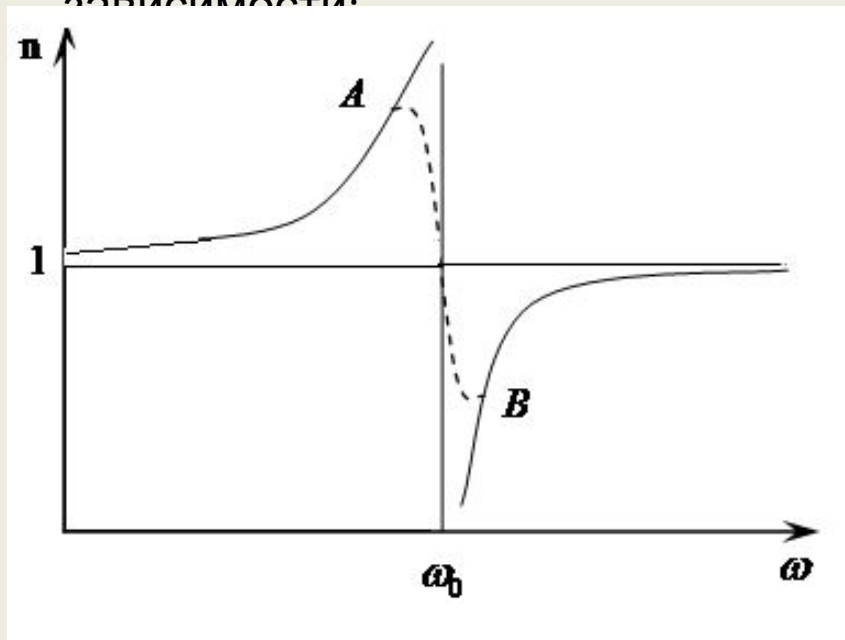
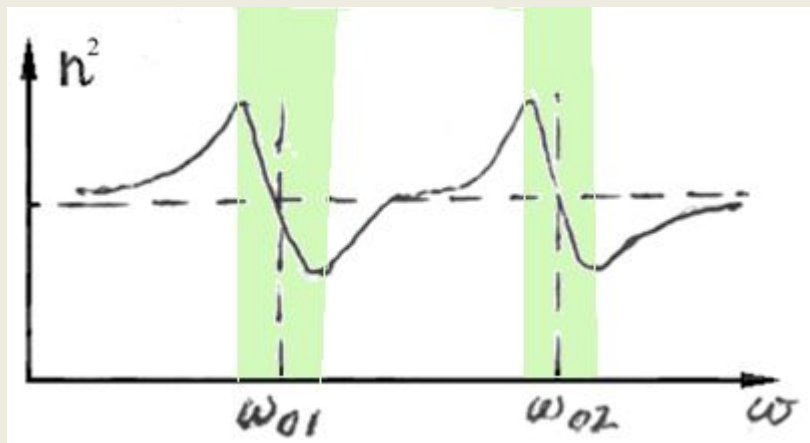


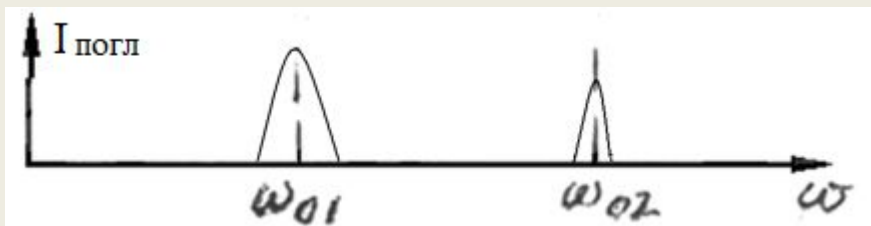
Рис.  
а)

1. в области  $\omega = 0$  до  $\omega \rightarrow \omega_0$   
от значения  $n^2 > 1$   $n^2$  и возрастает с  $\omega$  увеличением (нормальная дисперсия);
2. при  $\omega = \omega_0$  значения  $n^2 = \pm \infty$ ;
3. в области  $\omega_0 < \omega < \infty$   $n^2 < 1$   
при этом  $n$  возрастает от  $-\infty$  до 1 (нормальная дисперсия).

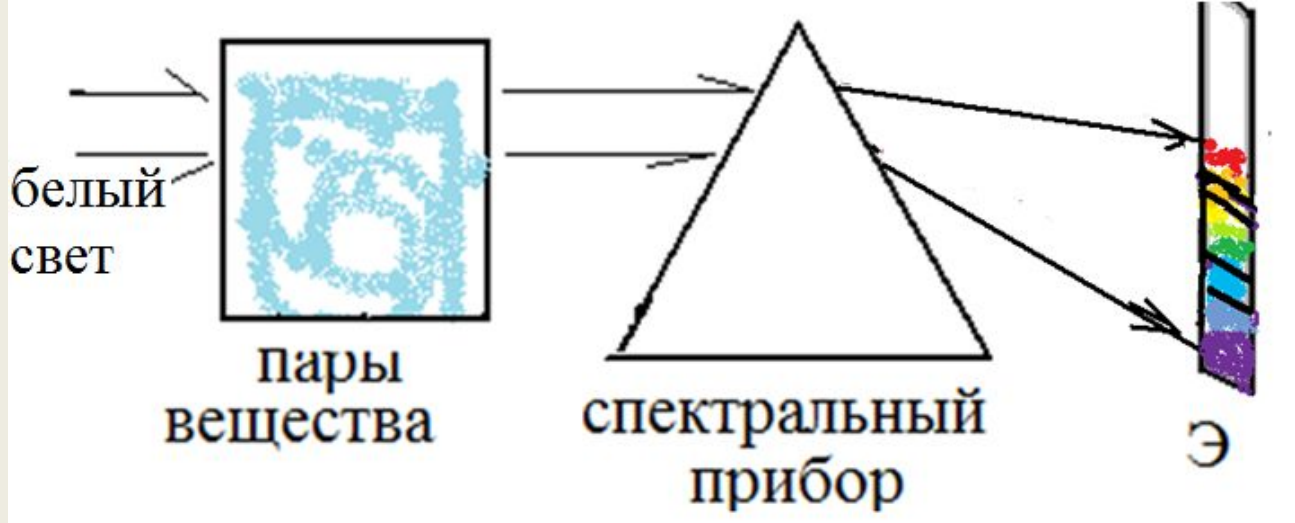
В действительности электроны в атомах связаны в разной степени. Соответственно электроны, находящиеся в разных условиях, имеют разные собственные частоты ( $\omega_{0k}$ ). Тогда зависимость  $n^2$  будет выглядеть так:



При  $\omega$ , заметно отличающихся от всех  $\omega_{0k}$ ,  $n \approx 1$ , т.к. наведенная поляризация (смещение электронов из положения равновесия) незначительна. При  $\omega \approx \omega_{0k}$  происходит сильное поглощение света – это области аномальной дисперсии.



# Линейчатые спектры поглощения и испускания



Атомы поглощают излучение на тех же частотах, на которых испускают.

Линейчатые спектры дают вещества в газообразном состоянии при невысоких давлениях. Газы при высоких давлениях, жидкости и твердые тела дают широкие полосы в спектрах.

