

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Лекцию читает
Кандидат физико-математических наук,
доцент
Кузьмин Юрий Ильич

Электронные адреса

www.nwpi.ru

physics@nwpi.ru

- Работа силы
- Кинетическая энергия
- Потенциальная энергия
- Закон сохранения механической энергии

- Состояние механической системы характеризуется координатами и импульсами (скоростями) входящих в неё тел.
- Процесс изменения состояния системы тел происходит под действием сил. Количественно этот процесс характеризуется понятием **работа силы.**

- **1. Работа постоянной силы** определяется как **скалярное** произведение \vec{F} на $\Delta\vec{r}$

$$A = (\vec{F} \cdot \Delta\vec{r})$$

- $A = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos\alpha$;

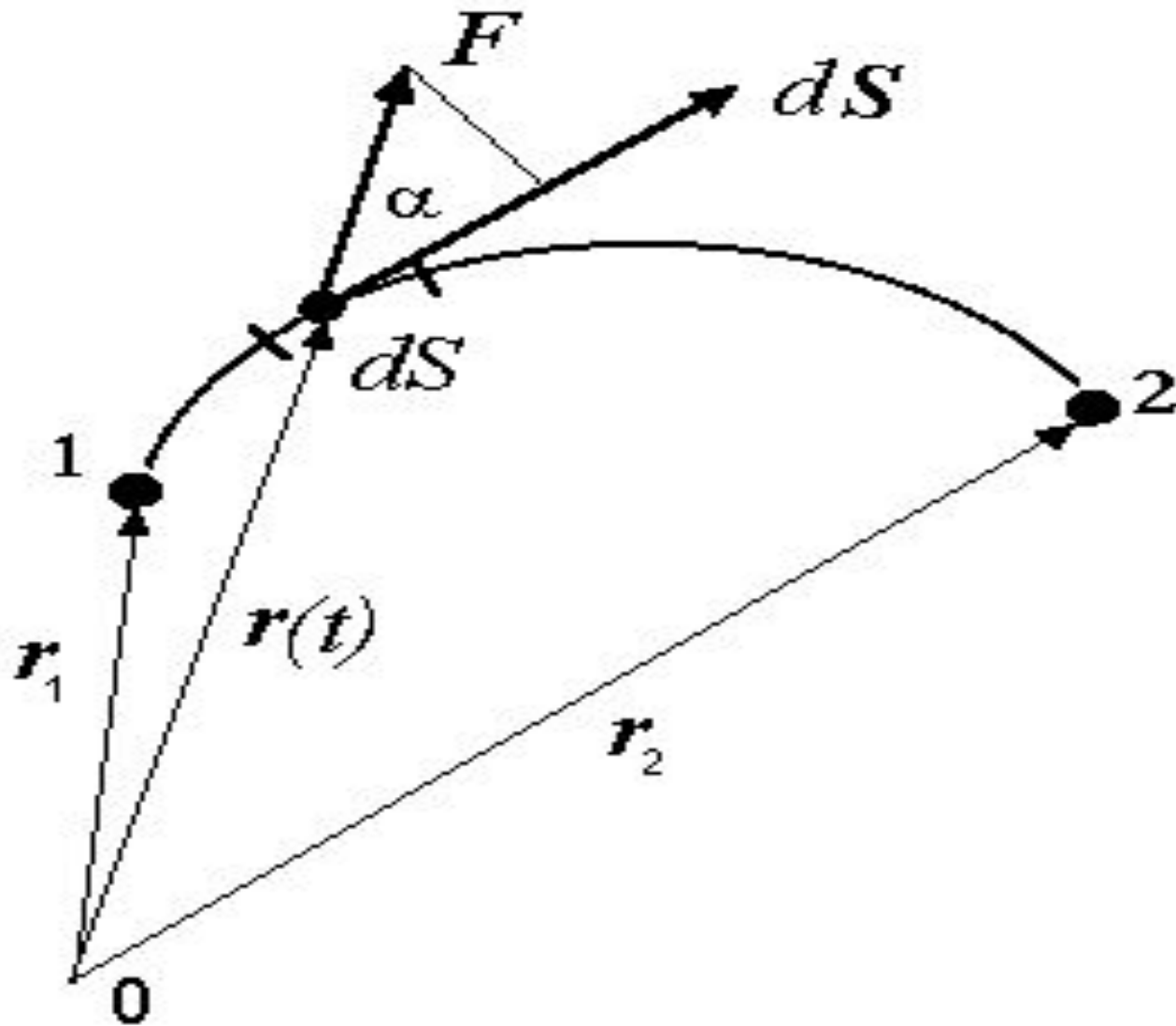
- $|\vec{F}| \cdot \cos\alpha = F_r$ – проекция вектора силы на направление перемещения .

- **2. Работа переменной силы** ($F_r \neq \text{const}$).
Вводится понятие элементарной работы (dA) на малом отрезке $d\vec{r}$, когда силу можно считать постоянной, а движение точки – прямолинейным.

$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F_s dS \quad (2)$$

- где $dS = |d\vec{r}|$ – элементарный путь, F_s – проекция вектора \vec{F} на перемещение.

Работа переменной силы



- Весь участок траектории от точки 1 до точки 2 разбивается на множество малых отрезков dr , полная работа на всем пути равна сумме элементарных работ, т.е.

$$A = \int_1^2 F_s dS$$

Кинетическая и потенциальная энергия

- В механике рассматриваются два вида энергии: кинетическая (W_k) и потенциальная (W_p), а полная механическая энергия равна их сумме:

$$W = W_k + W_p$$

энергия тела (или механической системы) – это энергия механического движения, она зависит от массы и скорости тела.

- Получим количественное выражение для W_k . Сила \vec{F} , действуя на покоящееся тело, вызывает его движение, совершая работу. Энергия движущегося тела возрастает на величину совершенной работы, т.е.

$$dA = dW_k$$

- Используем второй закон Ньютона $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ и, умножая \vec{F} на перемещение $d\vec{r}$, получим выражение для работы постоянной силы:

$$\vec{F} d\vec{r} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = dA \quad (2)$$

- Так как $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, то элементарная работа

- $dA = m\vec{v}d\vec{v} = mvdv = dW_k$, (3)

откуда

- $W_k = \int_0^v mvdv = \frac{mv^2}{2}$ (4)

- т.е. общее выражение для W_k тела, движущегося со скоростью v , имеет вид:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \quad (5)$$

- 2. *Потенциальная энергия* – это энергия взаимодействия, W_p зависит от взаимного расположения тел и характера действующих между телами сил.
- В механике рассматриваются 2 вида сил, действующих между телами: консервативные и диссипативные.

- Силы, работа которых при перемещении тела из одного положения в другое не зависит от формы траектории, а зависит только от начального и конечного положений, называются консервативными. Такими силами являются гравитационные силы и силы упругости. В дальнейшем покажем, что только в случае консервативных сил, действующих в замкнутой системе, выполняется *закон сохранения механической энергии*.

- В качестве примера вычислим потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости $F_{\text{упр}} = -kx$, (6) Где k –
- жесткость (пружины).
- По третьему закону Ньютона деформирующая сила равна по модулю силе упругости и противоположно ей направлена $F = -F_{\text{упр}} = kx$ Элементарная работа dA , совершаемая силой F при малой деформации dx , равна

$$dA = Fdx = kx dx$$

- а полная работа

$$A = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2} \quad (7)$$

идет на увеличение потенциальной энергии пружины.

- Таким образом

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2} \quad (8)$$

- Существенно, что работа равна изменению энергии

$$A = \Delta W = W_2 - W_1$$

Закон сохранения механической энергии

- Формулировка: Полная механическая энергия замкнутой системы, в которой действуют только консервативные силы, сохраняется постоянной во времени, т.е.

$$W = W_k + W_p = \text{const}^{(1)}$$

Проиллюстрируем действие этого закона на примере свободного падения тел.

- Известно, что тело, поднятое на высоту h
- вблизи поверхности Земли, обладает

- потенциальной энергией $W_n = mgh$
Предоставленное самому себеⁿ, тело будет падать, набирая скорость. При этом сила тяжести совершает работу за счет убыли потенциальной энергии.

- Элементарная работа dA на малом отрезке dr :

$$dA = -dW_n \quad (2)$$

- Одновременно эта работа идет на увеличение кинетической энергии тела, т. е.

$$dA = dW_k \quad (3)$$

- Поскольку левые части выражений (2) и (3) одинаковы, то одинаковы и правые:

$$-dW_p = dW_k \quad (4)$$

- т.е. убыль потенциальной энергии сопровождается ростом кинетической энергии.

- Следовательно, $d(W_k + W_n) = 0$
т.е. $W = W_k + W_n = \text{const}$

- Выражение (6) – математическая запись закона сохранения энергии. Существенно, что это не только закон сохранения, но и превращения одного вида энергии в другой.
- Закон сохранения энергии – фундаментальный закон природы, он справедлив как для систем макроскопических тел, так и для систем микромира.

- В системе, в которой действуют также неконсервативные силы, например силы трения, полная механическая энергия не сохраняется. В этом случае выполняется более общий закон сохранения энергии.
- Его **формулировка: В изолированной системе сохраняется постоянной сумма всех видов энергии – механических и немеханических.**

Задача

- . В пружинном ружье пружина сжата на 10 см. При взводе её сжали на 20 см. С какой скоростью вылетит из ружья стрела массой 30 г, если жесткость пружины 144 Н/м.

Дано:

$$x_1 = 0,1 \text{ м}$$

$$x_2 = 0,2 \text{ м}$$

$$m = 3 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

$$k = 1,44 \cdot 10^2 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

$$V = ?$$

Решение

- **Закон сохранения энергии:**

- $$\frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \quad ,$$

- $$v = \sqrt{\frac{k}{m}(x_2^2 - x_1^2)} = \sqrt{\frac{1,44 \cdot 10^2}{3 \cdot 10^{-2}} \cdot (4 - 1) \cdot 10^{-2}} = \sqrt{144} = 12 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Задача

- **Ракета, масса которой вместе с зарядом равна 250 г, взлетает вертикально вверх и достигает высоты 150 м. Определить скорость истечения газов из ракеты, считая, что сгорание заряда происходит мгновенно. Масса заряда равна 50 г.**

Дано:

$$m_1 = 0,250 \text{ кг}$$

$$m_2 = 0,05 \text{ кг}$$

$$h = 150 \text{ м}$$

• -----

$$v = ?$$

Решение

- Закон сохранения импульса

- $0 + 0 = (m_1 - m_2) \cdot v_1 - m_2 v_2$

- где $v_1 = \sqrt{2gh}$

$$v_2 = \frac{(m_1 - m_2)}{m_2} \sqrt{2gh} = 219 \text{ м/с}$$

Упругий и неупругий удары шаров

- Рассматривается прямой центральный удар шаров.
- 1. Неупругий удар. После соударения оба тела движутся вместе или покоятся. Вследствие удара происходят потери механической энергии (механическая энергия частично переходит в тепловую или энергию остаточных деформаций). В случае такого удара выполняется только закон сохранения импульса.

- Силы взаимодействия между телами столь велики, что систему можно считать замкнутой.
- Запишем закон сохранения импульса для шаров в проекции на ось X (направление движения):

$$m_1 v_1 \pm m_2 v_2 = (m_1 + m_2)u \quad (1)$$

- Откуда скорость шаров после удара

$$u = \frac{m_1 v_1 \pm m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

где знак “минус” соответствует движению шаров навстречу друг другу.

- Пример: два шара массой 1 кг каждый двигались с одинаковыми скоростями 5 м/с навстречу друг другу.
Определить скорость шаров после неупругого удара.

- 2. Абсолютно упругий удар. После удара оба тела полностью восстанавливают свою форму. При этом ударе выполняются два закона сохранения: импульса и механической энергии.
- Скорости шаров до удара обозначим v_1 и v_2 , а после удара u_1 и u_2 .
- Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (3)$$

$$m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 = m_1 \mathbf{u}_1 + m_2 \mathbf{u}_2$$

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) \pm 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

$$u_2 = \frac{2m_1 v_1 \pm (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}$$

- Рассмотрим пример № 1.

Два шара с кинетическими энергиями по 2,5 Дж каждый двигались навстречу друг другу. Чему равна полная кинетическая энергия шаров после упругого удара?

- Пример № 2.

При вертикальном падении шарика на массивную плиту (удар абсолютно упругий). Импульс, переданный плите, равен:

1) mV ; 2) $-mV$; 3) $p = 0$; 4) $p = 2mV$

- Укажите номер правильного ответа.