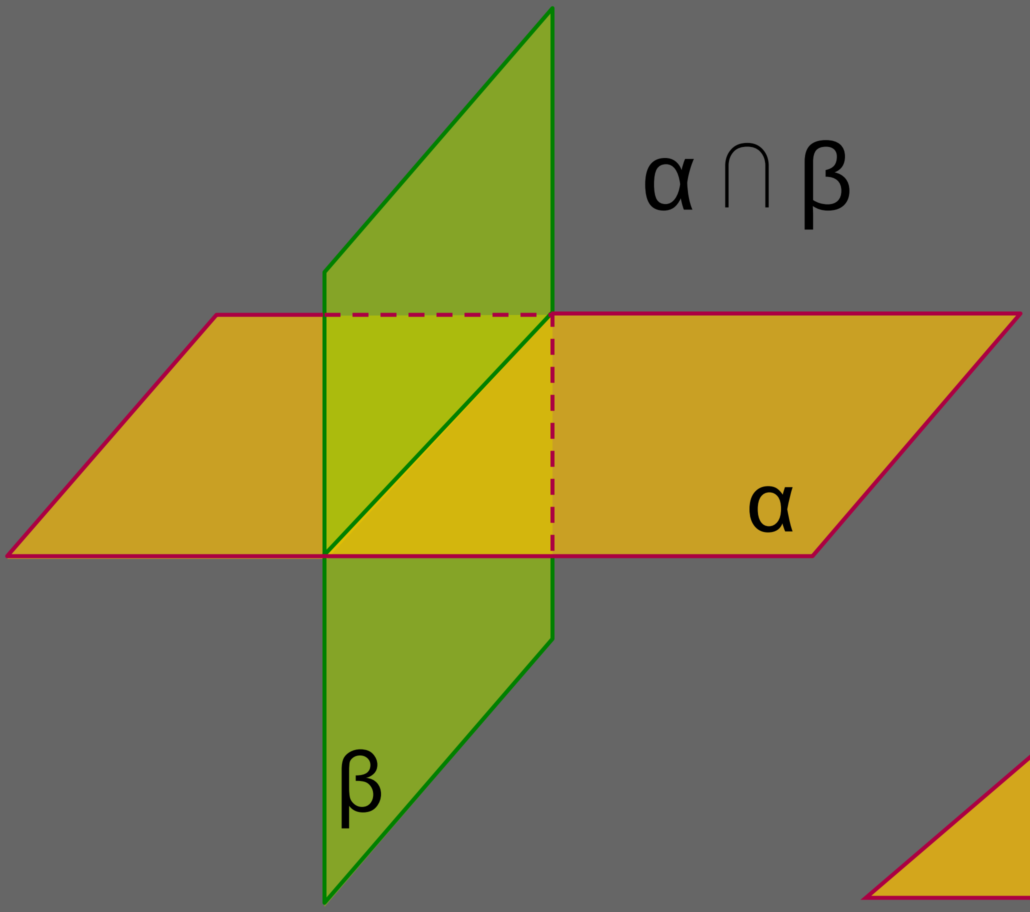
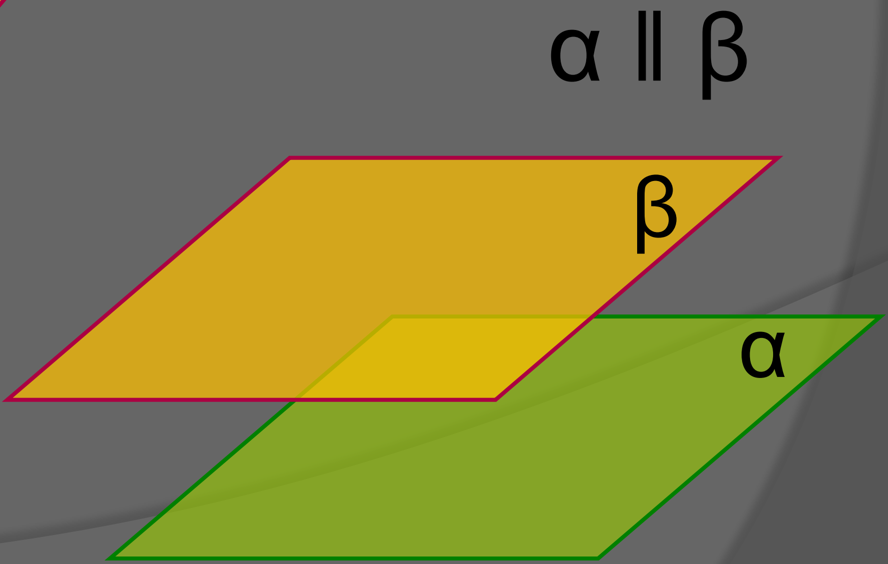
ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

Взаимное расположение плоскостей





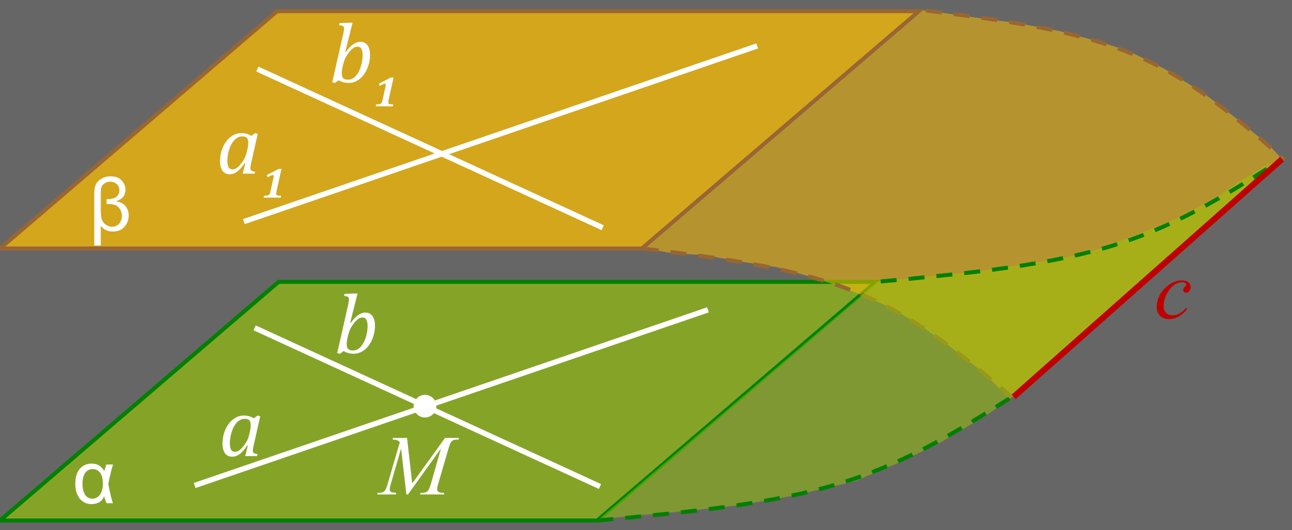
Определение

Две плоскости называются ***параллельными***, ***если они не пересекаются***

$$\alpha \parallel \beta$$

Признак параллельности плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны



Дано: α; β;

$a \subset \alpha$; $a_1 \subset \beta$; $a \parallel a_1$;

$b \subset \alpha$, $b_1 \subset \beta$; $b \parallel b_1$;

$a \cap b = M$.

Доказать: $\alpha \parallel \beta$

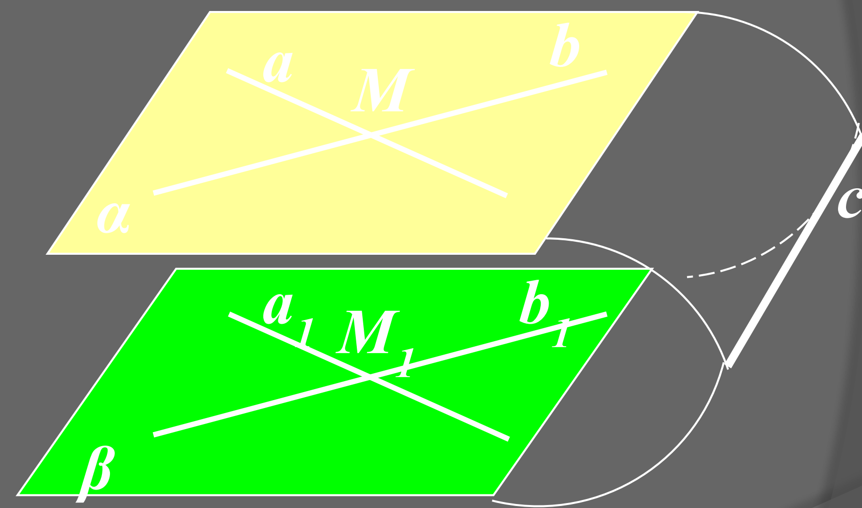
Доказательство от противного

- *$a \subset \alpha$; $a_1 \subset \beta$; $a \parallel a_1$ □ $a \parallel \beta$*
  $в \subset \alpha$; $в_1 \subset \beta$; $в \parallel в_1$ □ $в \parallel \beta$

- *Пусть $\alpha \cap \beta = c$*
- *Тогда*
- *$a \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c$ □ $a \parallel c$.*
- *$b \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c$ □ $b \parallel c$.*

- *$a \cap в = M$; $a \parallel c$; и $в \parallel c$ □ $a \parallel b$*

- *Находим противоречие условию: через точку М проходят две прямые а и b, параллельные прямой с.*
- *Предположение $\alpha \cap \beta = c$ - неверно*

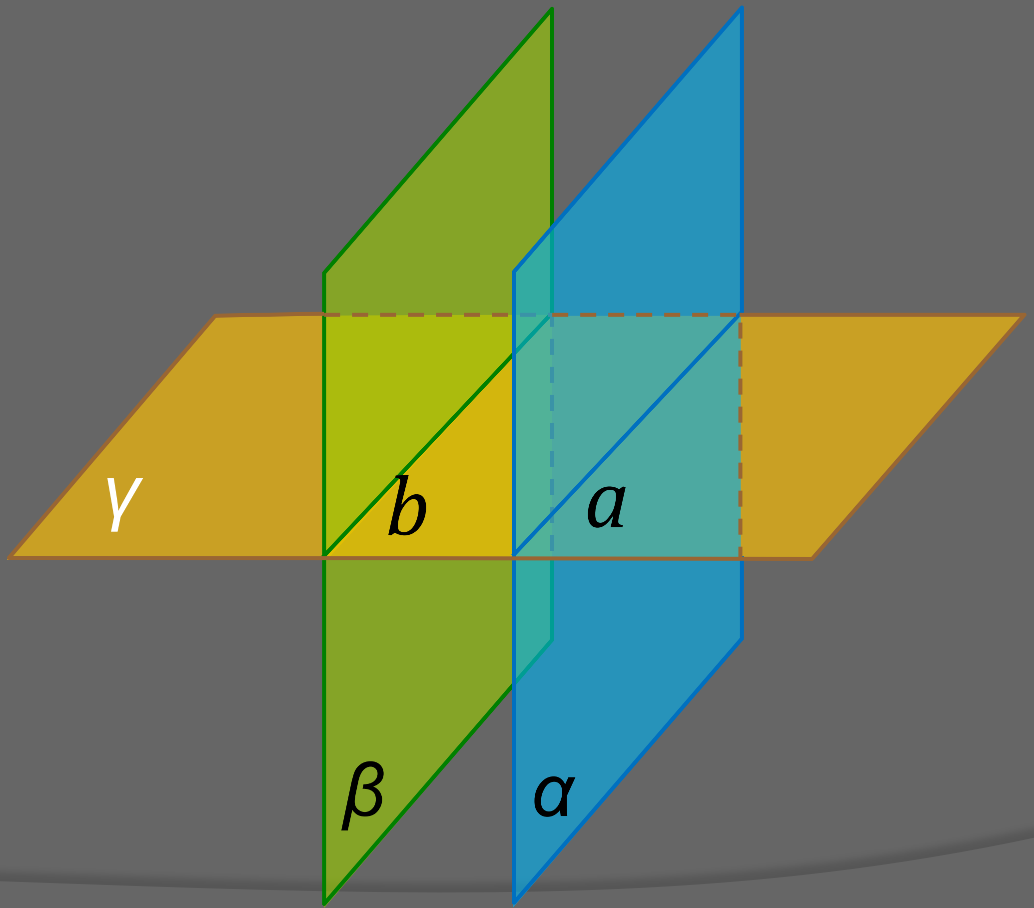


Какие теоремы мы использовали при доказательстве признака?

$a \subset \alpha$; $a_1 \subset \beta$; $a \parallel a_1$ □ $a \parallel \beta$; в $\subset \alpha$; в$_1 \subset \beta$; в $\parallel$ в$_1$ □ в $\parallel \beta$	*Признак параллельности прямой и плоскости*
Пусть $\alpha \cap \beta = c$	**Делаем предположение, противное заключению**
Тогда $a \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c$ □ $a \parallel c$. $b \parallel \beta$, $\alpha \cap \beta = c$ □ $b \parallel c$.	*Теорема о линии пересечения плоскостей*
$a \cap$ в$=M$; $a \parallel c$; и в $\parallel c$ □ $a \parallel b$	*Теорема о параллельности трех прямых в пространстве*
Находим противоречие условию: через точку M проходят две прямые a и b, параллельные прямой c.	*Теорема о параллельных прямых*
Предположение **$\alpha \cap \beta = c$ - неверно**	**Делаем вывод, $\alpha \parallel \beta$**

1 свойство параллельных плоскостей

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны



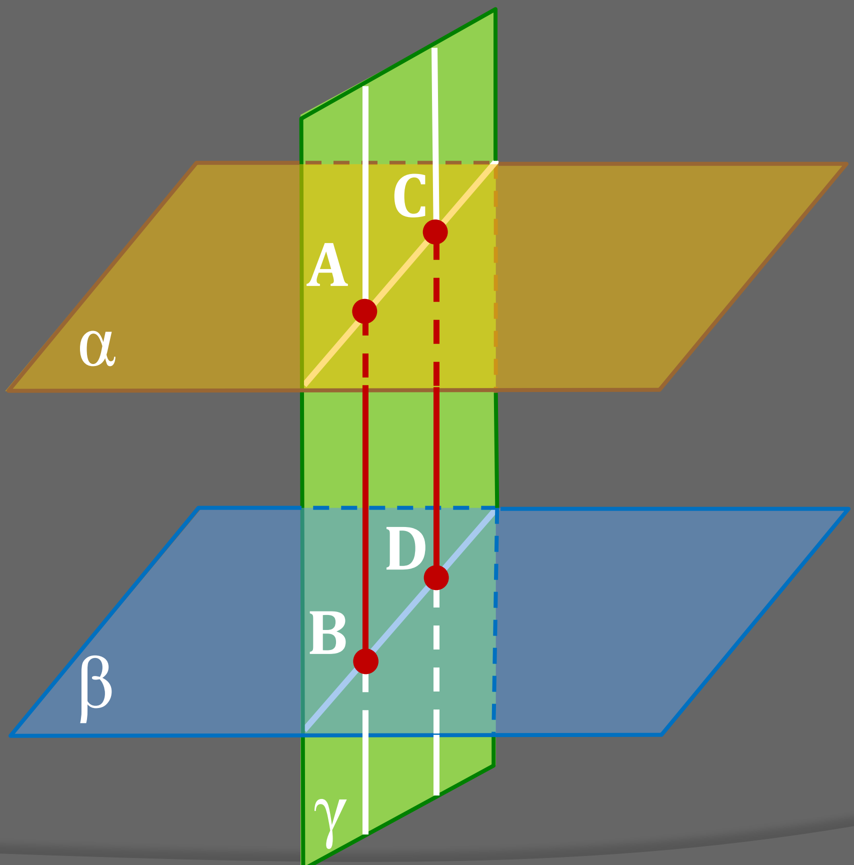
Дано: $\alpha, \beta, \gamma,\ \alpha \parallel \beta$

$\gamma \cap \alpha = a, \gamma \cap \beta = b$

Доказать: $a \parallel b$

2 свойство параллельных плоскостей

Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны



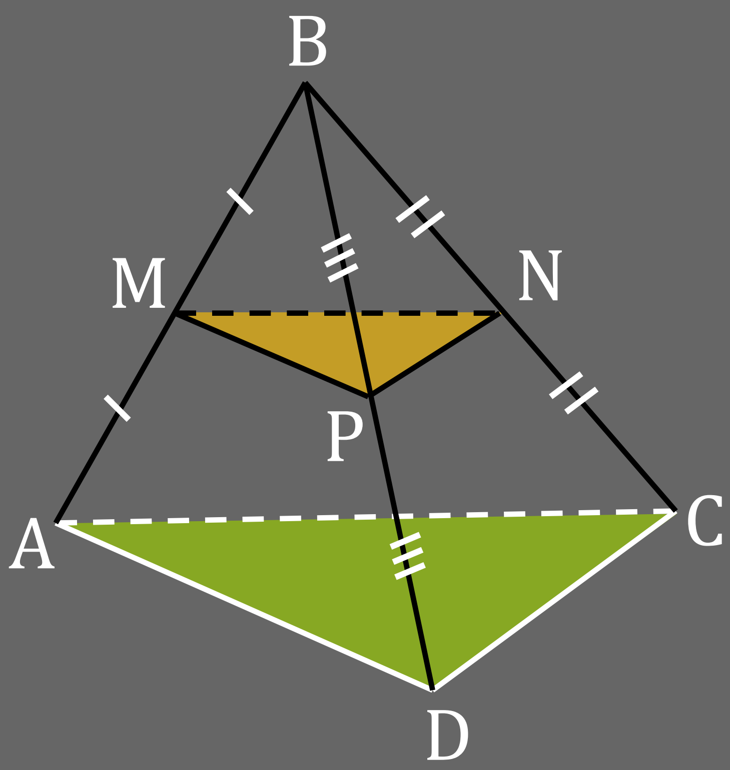
Дано: α; β; γ;

α ‖ β; γ ∩ α = AC;

γ ∩ β = BD; AB ‖ CD.

Доказать: AB = CD

Задача



Дано: Δ ADC;

B∉(ADC);

AM=MB; CN=NB;

DP=PB; $S_{\Delta ADC} = 48$ см^2

а) Доказать:

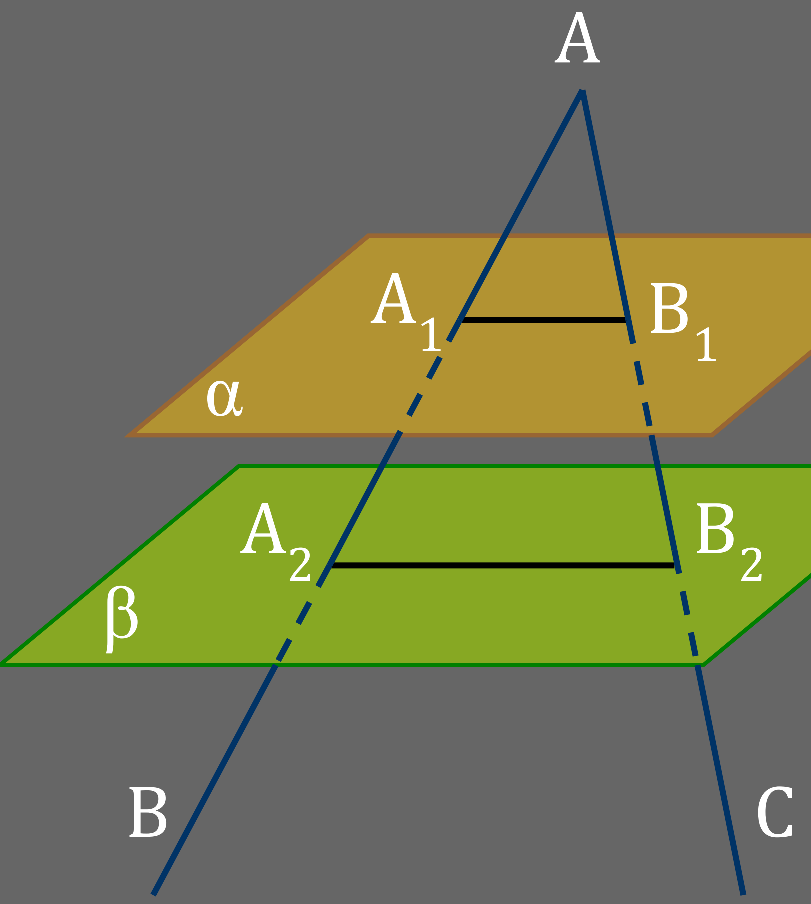
(MNP) ∥ (ADC)

б) Найти: $S_{\Delta MNP}$

Отвечаем на вопросы

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α. Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β?
4. Верно ли, что если прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая a имеет одну общую точку?
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α. Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α?
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции?
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей?
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости?
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α, то и третья сторона параллельна плоскости α?

Задача



Дано: α, β; $\alpha \parallel \beta$;

$\angle BAC$; $AB \cap \alpha = A_1$; $AB \cap \beta = A_2$;

$AC \cap \alpha = B_1$; $AC \cap \beta = B_2$;

а) $A_1A_2 = 2A_1A$; $A_1A_2 = 12$см; $AB_1 = 5$см;

б) $A_1B_1 = 18$см; $AA_1 = 24$см; $AA_2 = 1{,}5A_1A_2$.

Найти:

а) AA_2 и AB_2;

б) A_2B_2 и AA_2.