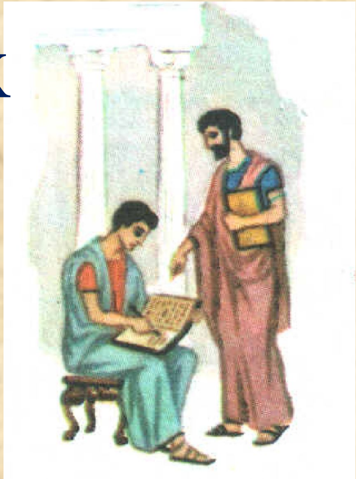
ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ

Геометрические построения

– решение геометрических задач на построение геометрических фигур с помощью различных инструментов.

Древнегреческие математики считали истинно геометрическими лишь построения, производимые циркулем и линейкой. При этом они рассматривали линейку как неограниченную и одностороннюю, а циркулю приписывалось свойство чертить окружности любых размеров.

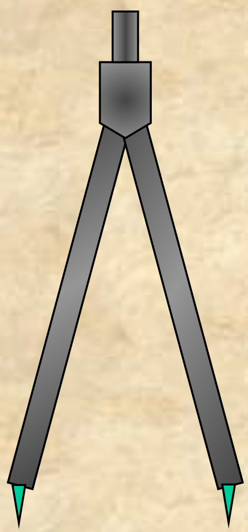


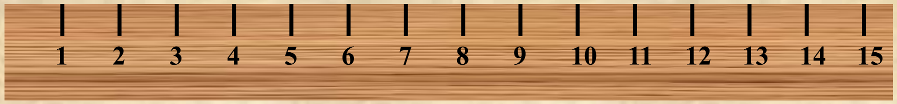
Ограничений средств геометрических построений только циркулем и линейкой придерживался Евклид, хотя в «Началах» названия циркуля и линейки он нигде не упоминает.

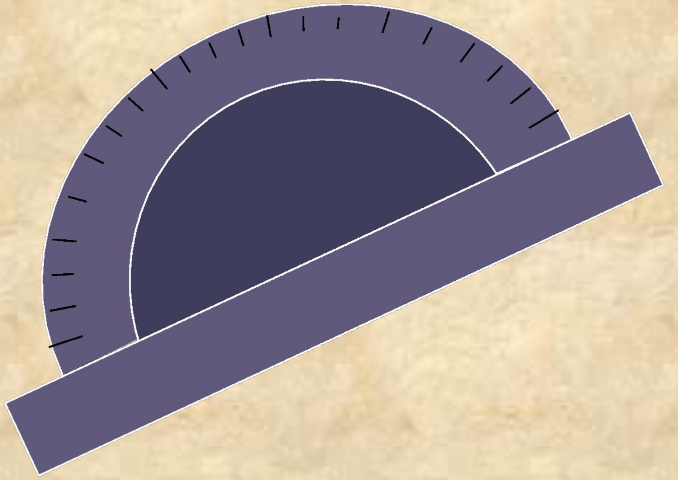
Леонардо да Винчи (1452-1519)

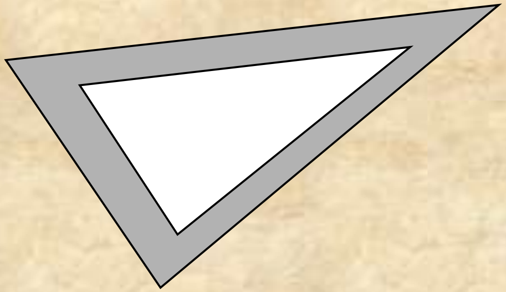
Леонардо да Винчи
рассматривал
построения
омощью линейки и
ркуля постоянного
размаха

Укажите инструменты, используемые при классических построениях



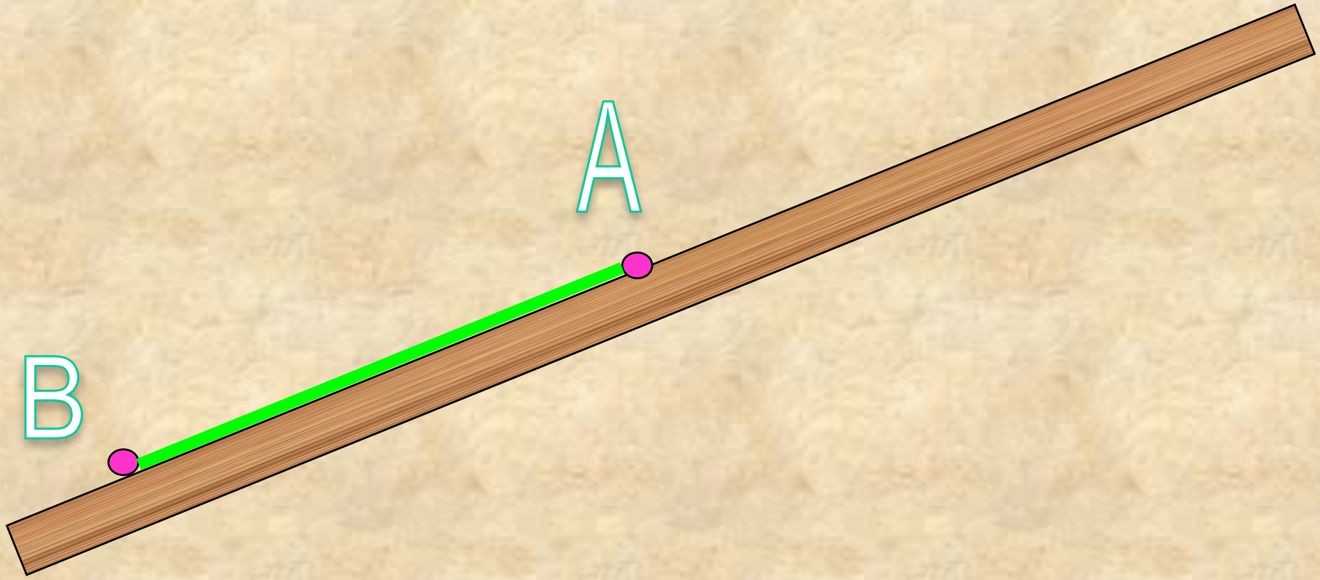




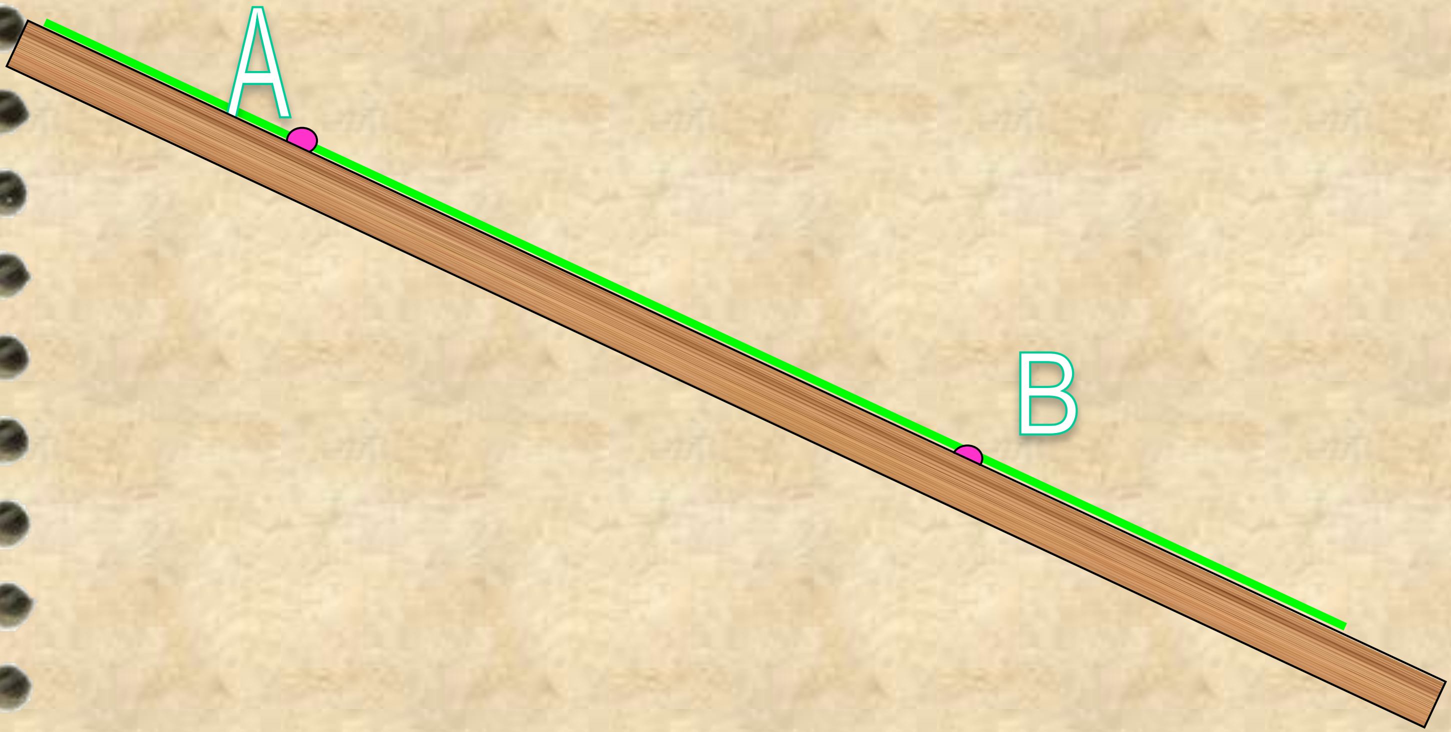


Линейка – инструмент для проведения прямой линии. Позволяет выполнить следующие построения:

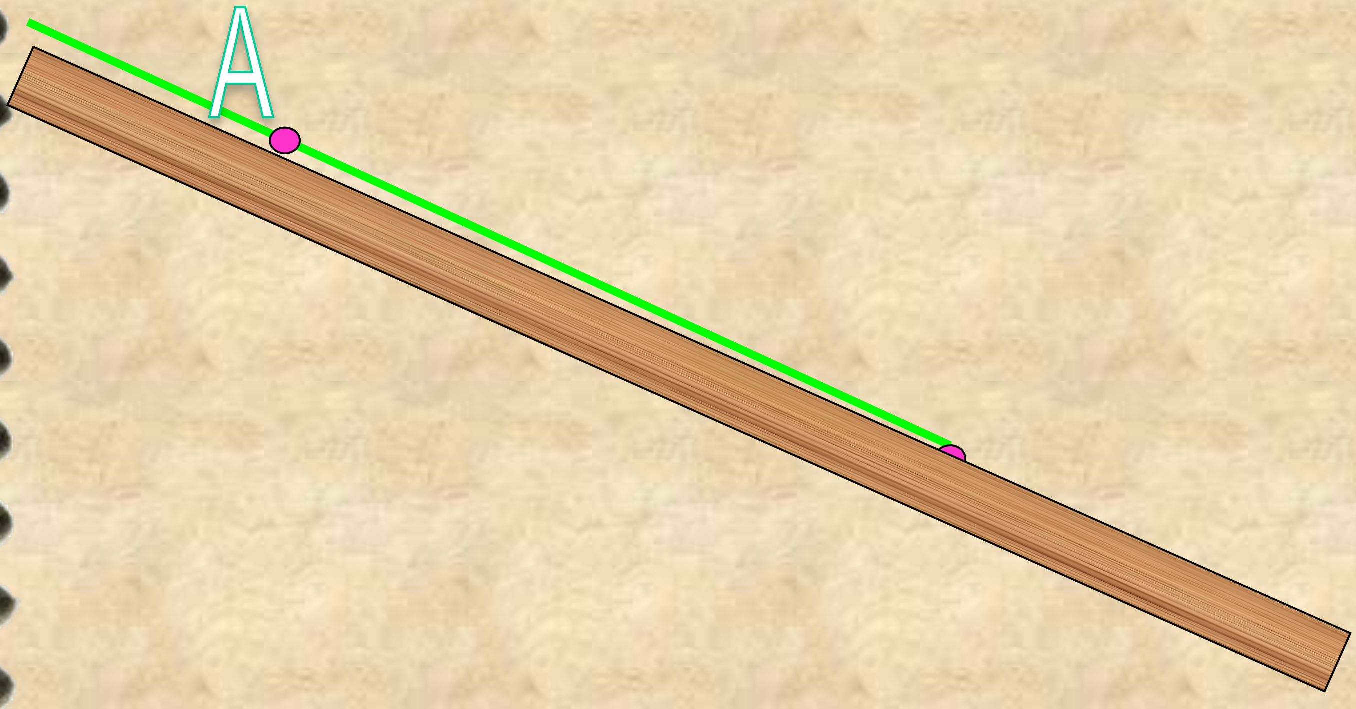
- построить отрезок, соединяющий две точки



- построить прямую, проходящую через две точки

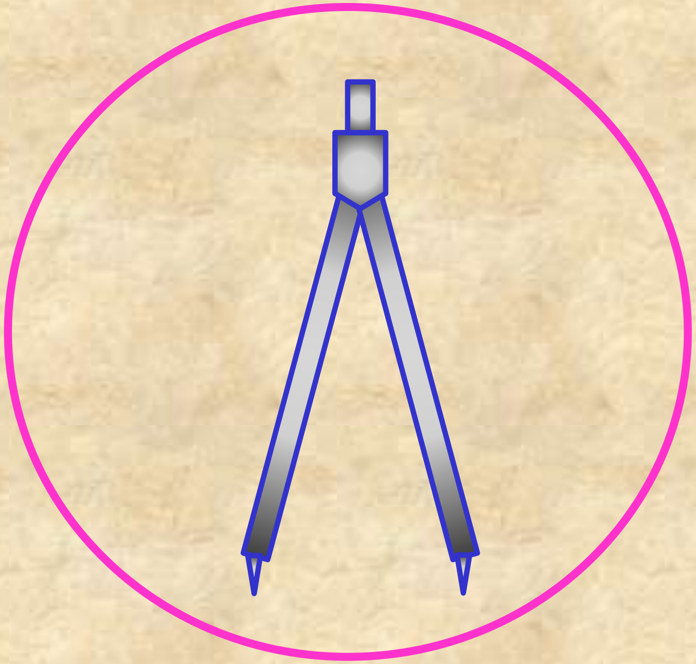


- построить луч, исходящий из точки и проходящий через другую точку

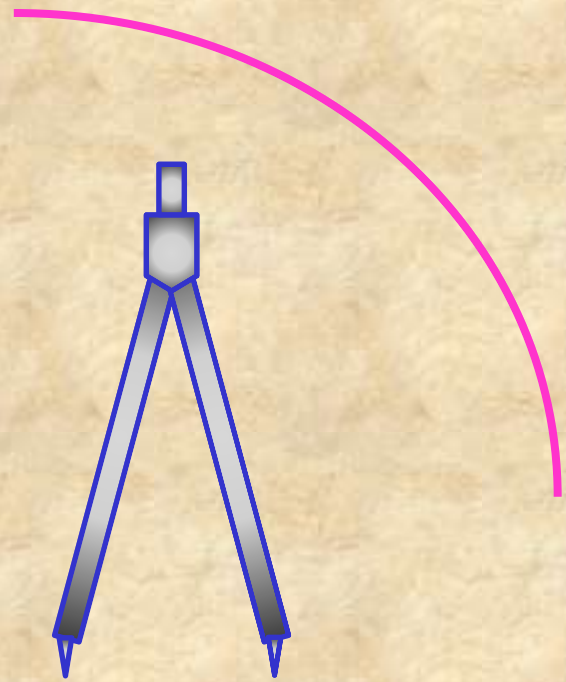


Циркуль – инструмент для вычерчивания окружностей и их дуг. Позволяет выполнить следующие построения:

- построить окружность с заданным центром и радиусом



- построить дугу окружности



Условные обозначения

окр(О;r) - окружность с центром в точке О и радиусом r

∠ - знак угла

∈ - знак принадлежности

⊥ - знак перпендикулярности

∩ - знак пересечения

{ } - в скобках указано множество точек пересечения

: - заменяет слова ”такой что”

Задача 1

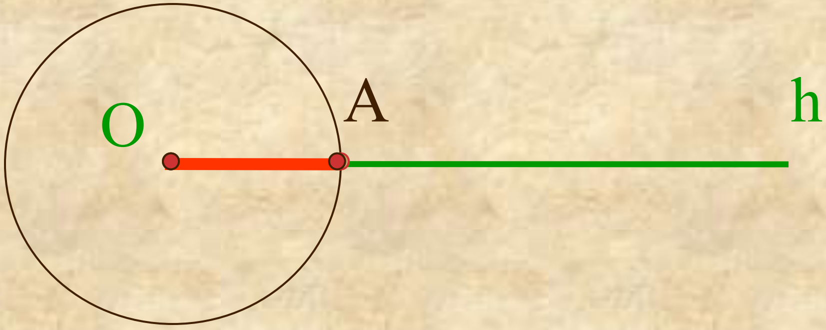
На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному

Дано:

Луч h, O- начало

PQ-отрезок

P ⊢——⊣ Q



Построение:

1. окр(O;PQ)

2. h∩окр(O;PQ)= {A}

3. OA-искомый

Построить:

OA: A∈h

OA=PQ

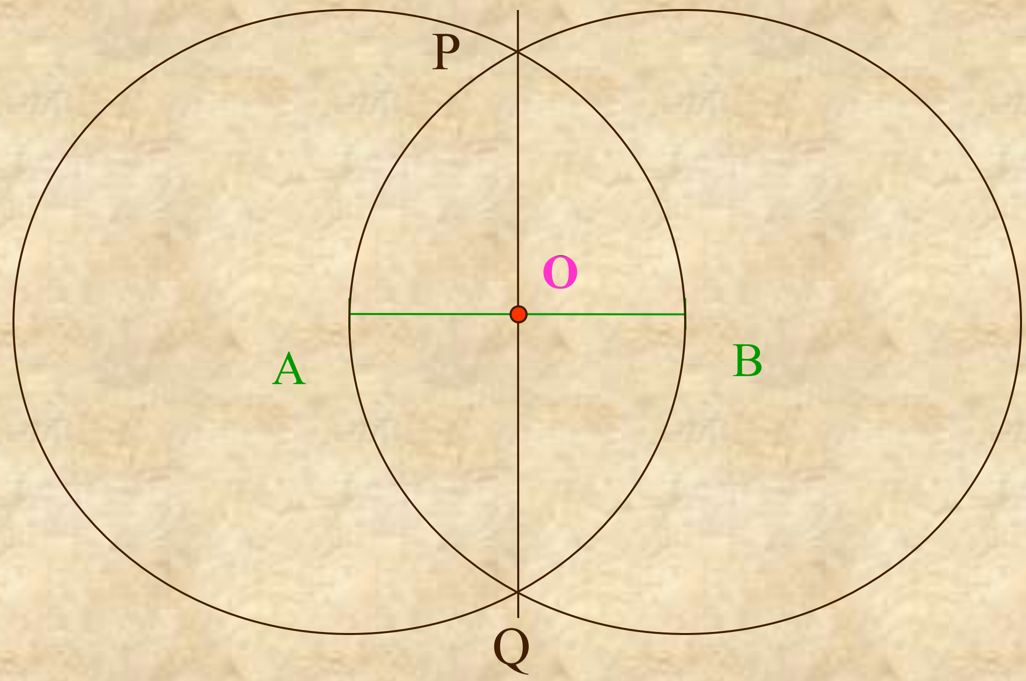
Задача 2 Построить середину данного отрезка

Дано:

AB-отрезок

Построить:

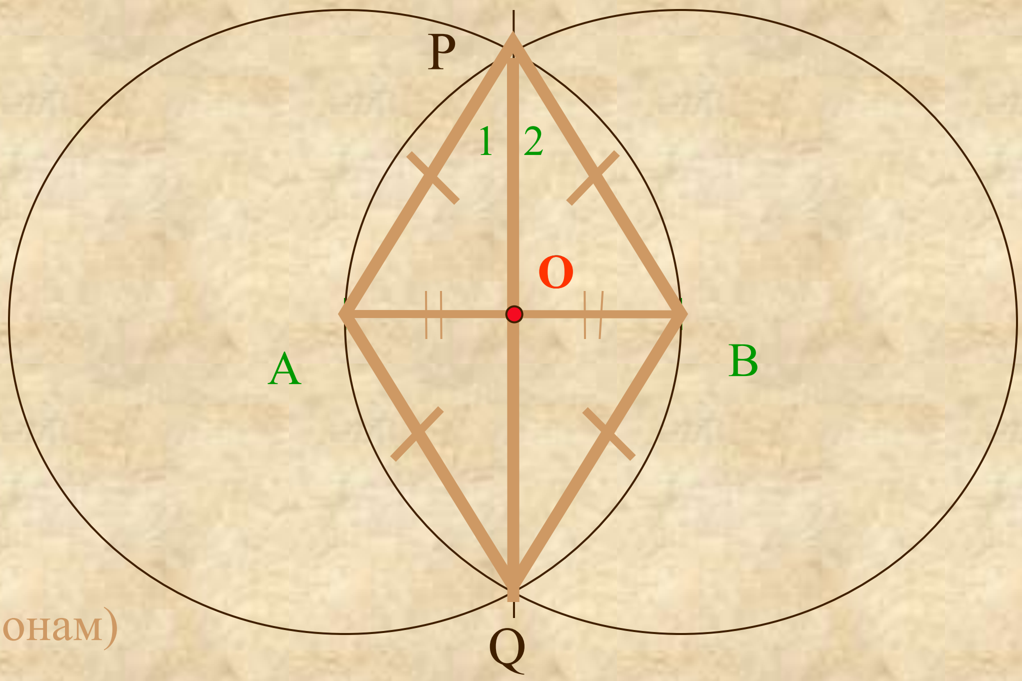
O: $O \in AB$, $OA = OB$



Построение:

1. окр(A ;AB)
2. окр(B;BA)
3. окр(A;AB)∩окр(B;BA)= {P;Q}
4. PQ-прямая
5. PQ∩AB={O}
6. O- искомая точка

Задача 2 Построить середину данного отрезка



Дано:

AB-отрезок

Построить:

O: O∈AB
OA=OB

Доказательство:

ΔAPQ=ΔBPQ(по трем сторонам)
так как 1) AP=BP=r
2) AQ=BQ=r
3) PQ-общая
Следовательно, ∠1=∠2

Значит, PO-биссектриса равнобедренного ΔAPB.

Значит, PO и медиана ΔAPB. То есть, O-середина AB.

Задача 3 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M принадлежит прямой a

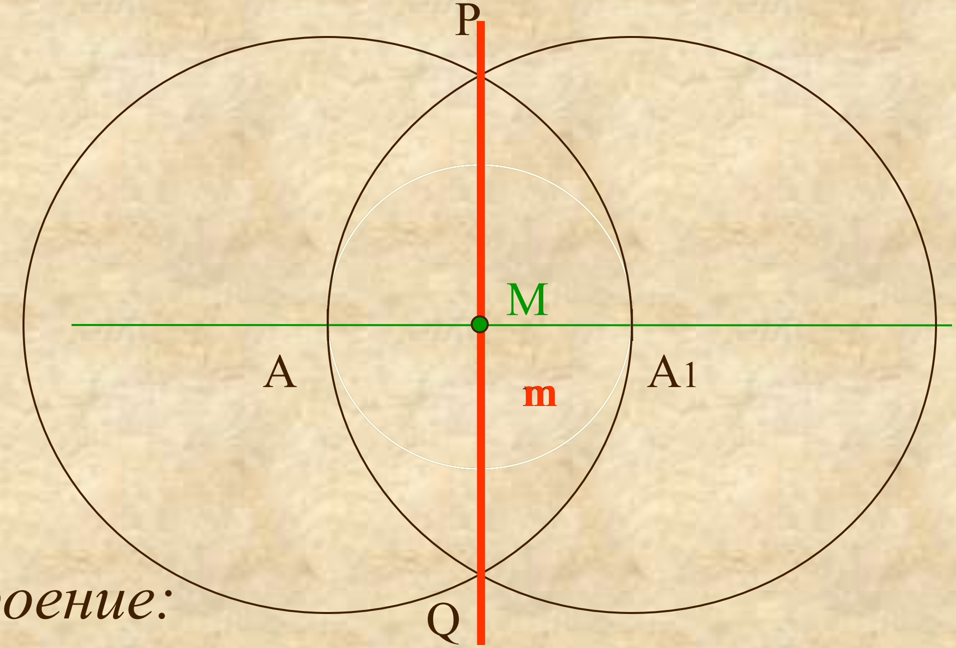
Дано:

прямая a

точка M

Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$

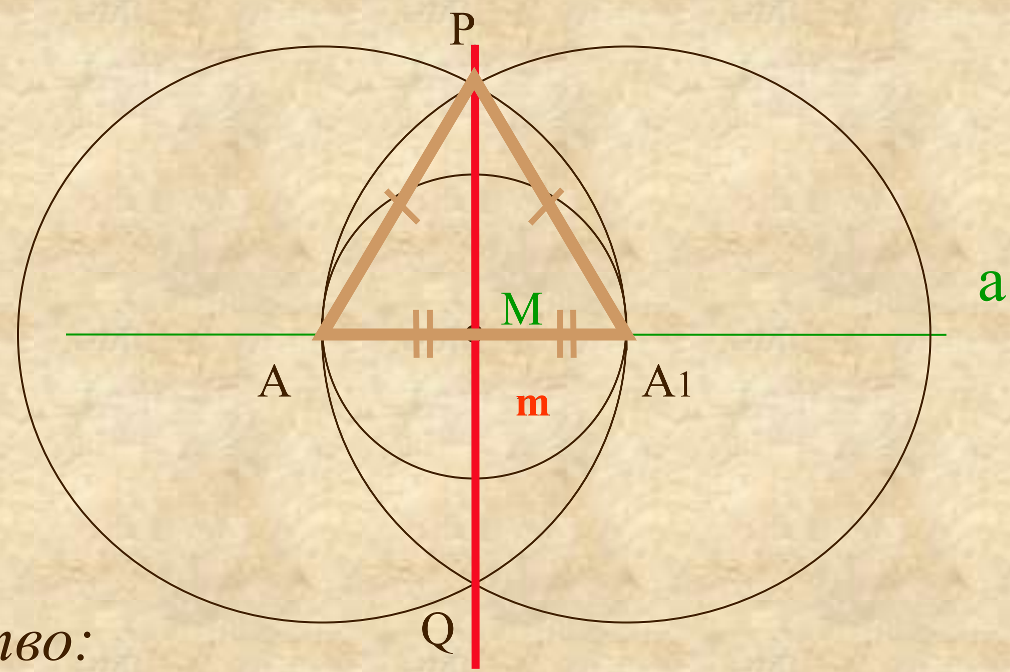


Построение:

1. окр(M;r); r-любой
2. окр(M;r)∩a={A;A1}
3. окр(A;AA1)
4. окр(A1;A1A)
5. окр(A;AA1)∩окр(A1;A)={P;Q}
6. прямая PQ=m
7. m-искомая

Задача 3 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка М принадлежит прямой а



Дано:

прямая а

точка М

Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$

Доказательство:

ΔAPA_1-равнобедренный ($AP=A_1P=r$)

PM-<u>медиана</u>($MA=MA_1=r_1$)

Значит, PM-<u>высота</u> ΔAPA_1. То есть, $PQ \perp a$.

Задача 4 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка М не принадлежит прямой а

Дано:

прямая а

точка М

Построить:

m: М∈m
m ⊥а

Построение:

1. окр(М;r)
2. окр(М;r)∩а={А;A_1}
3. окр(А;АМ)
4. окр(A_1;A_1М)
5. окр(А;АМ)∩окр(A_1;A_1М)={М;Q}
6. прямая MQ=m
7. m-искомая

Задача 4 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M не принадлежит прямой a

Дано:

прямая a

точка M

Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$

Доказательство:

$\Delta AMQ = \Delta A_1MQ$ (по трем сторонам)

так как 1) $AM = A_1M = r$

2) $AQ = A_1Q = r$

3) MQ-общая

Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Тогда, MO-биссектриса равнобедренного ΔAMA_1.

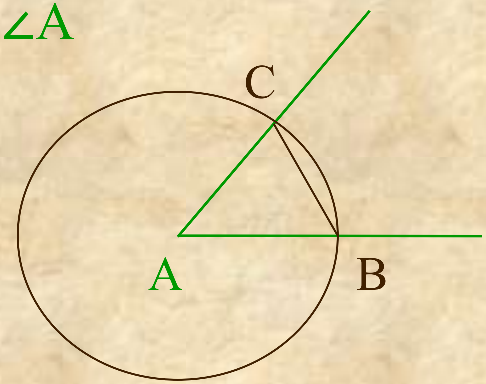
Значит, MO и высота ΔAMA_1. Тогда, $MQ \perp a$.

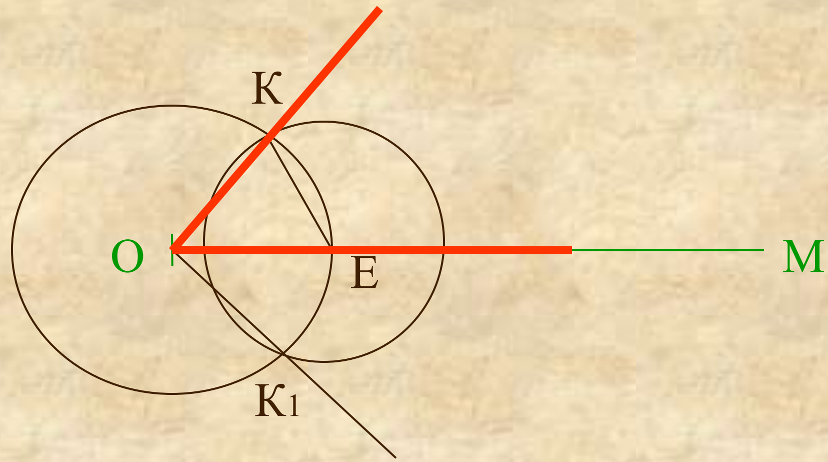
Задача 5 Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч ОМ

∠А





Построить:

∠КОМ=∠А

Построение:

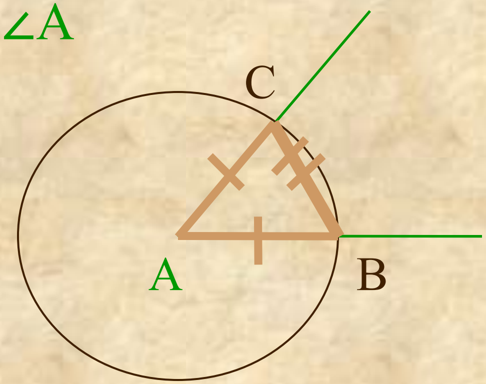
1. окр(А,г); г-любой
2. окр(А;г)∩∠А={В;С}
3. окр(О,г)
4. окр(О,г) ∩ОМ= {Е}
5. окр(Е,ВС)
6. окр(Е,ВС)∩окр(О,г)= {К;К$_1$}
7. луч ОК; луч ОК$_1$
8. ∠КОМ -искомый

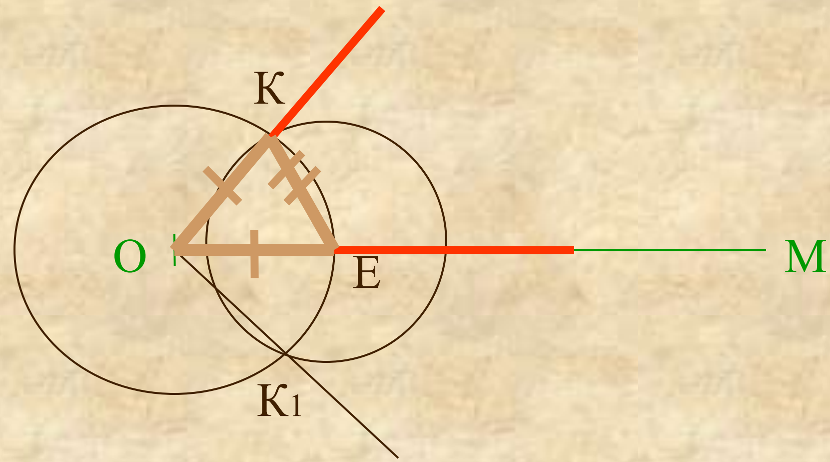
Задача 5 Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч OM

∠A





Построить:

∠KOM=∠A

Доказательство:

∆ABC=∆OEK(по трем сторонам)

так как 1) AB=OE=r

2) AC=OK=r

3) BC=EK=r_1

Следовательно, ∠KOM=∠A

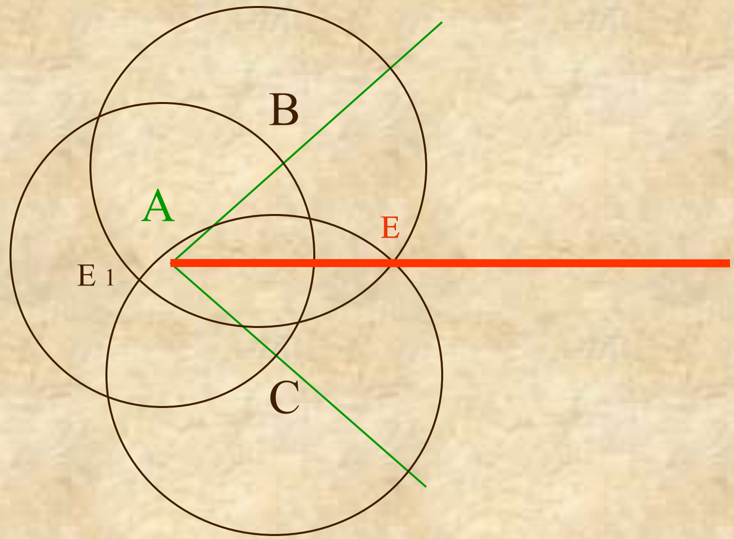
Задача 6 Построить биссектрису данного угла

Дано:

∠A

Построить:

Луч AE-биссектрису ∠A



Построение:

1. окр(A;г); г-любой
2. окр(A;г)∩∠A={B;C}
3. окр(B;$г_1$)
4. окр(C;$г_1$)
5. окр(B;$г_1$)∩окр(C;$г_1$)={E;E_1}
6. E-внутри ∠A
7. AE-луч
8. AE-искомый

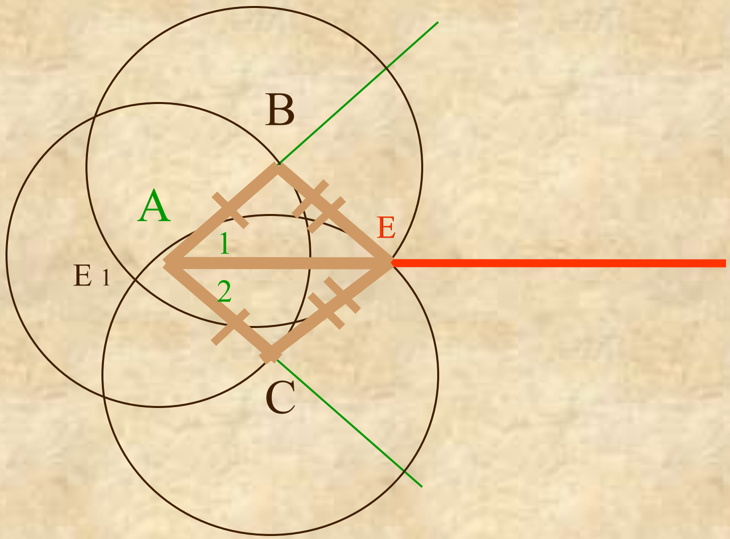
Задача 6 Построить биссектрису данного угла

Дано:

∠A

Построить:

Луч AE-биссектрису ∠A



Доказательство:

ΔABE=ΔACE(по трем сторонам)

так как 1) AC=AB=r

2) CE=BE=r_1

3) AE-общая

Следовательно, ∠1=∠2.

Значит, AE-<u>биссектриса</u> ∠A.

Древнегреческие математики достигли большого искусства в *геометрических построениях* с помощью циркуля и линейки.

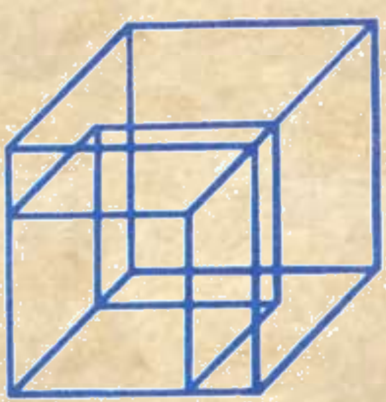
Однако три задачи не поддавались их усилиям. Прошли тысячелетия, и только в наше время, наконец, были получены их решения.

Великие задачи древности

- Квадратура круга

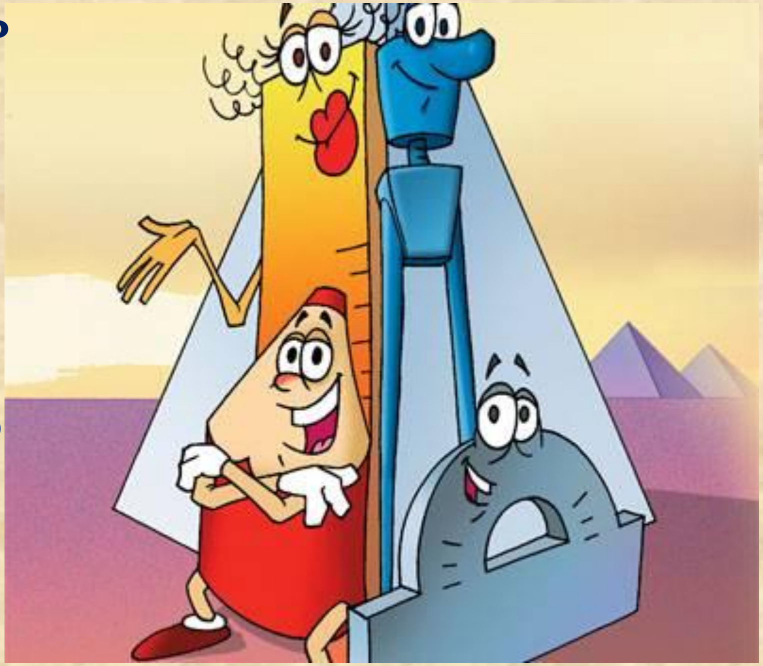
- Трисекция угла

- Удвоение куба



В конце концов было доказано, что эти задачи невозможно решить, пользуясь только циркулем и линейкой. Но уже сама постановка задачи — «доказать неразрешимость» — была смелым шагом вперёд.

Вместе с тем предлагалось множество решений при помощи нетрадиционных инструментов. Всё это привело к возникновению и развитию совершенно новых идей в геометрии и алгебре.



Желаю успехов!