Уроки № *4 – 5*

Тема урока*:* «Таблица вариантов и правило произведения»

Для решения комбинаторных задач существуют различные средства, исключающие возможность «потери» какой – либо комбинации элементов.

Для подсчета числа комбинаций из двух элементов таким средством является таблица вариантов.

Таблица вариантов

Задача №1.

Записать всевозможные двузначные числа, используя пр этом цифры:

1) 1, 2 и 3;

2) 0, 1, 2 и 3.

Подсчитать их количество N.

Для подсчета образующихся чисел составим таблицу:

1 – я цифра	2 – я цифра		
	1	2	3
1	11	12	13
2	21	22	23
3	31	32	33

$N = 3 \cdot 3 = 9$

Для подсчета образующихся чисел составим таблицу:

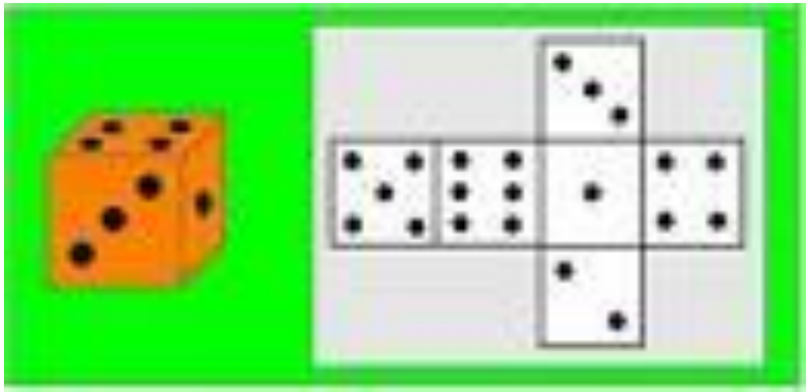
1 – я цифра	2 – я цифра			
	0	1	2	3
1	10	11	12	13
2	20	21	22	23
3	30	31	32	33

$N = 3 \cdot 4 = 12$

Таблица вариантов

Задача № 2.

Бросаются две игральные кости. Сколько различных пар очков может появиться на верхних гранях костей?



С помощью составленной таблицы пар выпавших очков можно утверждать, что число всевозможных пар равно

$6 \cdot 6 = 36$

Число очков на 1 кости	Число очков на 2 кости					
	1	2	3	4	5	6
1	11	12	13	14	15	16
2	21	22	23	24	25	26
3	31	32	33	34	35	36
4	41	42	43	44	45	46
5	51	52	53	54	55	56
6	61	62	63	64	65	66

Правило произведения.

Для решения задач, аналогичных задачам 1 и 2, необязательно каждый раз составлять таблицу вариантов. Можно пользоваться правилом, которое получило в комбинаторике название «Правило произведения»:

если существует **n** вариантов выбора первого элемента и для каждого из них есть **m** вариантов выбора второго элемента, то всего существует **n·m** различных пар с выбранными первым и вторым элементами.

Правило произведения.

Задача № 3.

Катя и Оля приходят в магазин, где продают в любом количестве плитки шоколада трех видов. Каждая девочка покупает по одной плитке. Сколько существует способов покупки?

Правило произведения.

Задача № 3. (решение)

Катя может купить плитку любого из трех видов шоколада (n=3). Оля может поступить аналогично (m=3). Пару шоколадок для Кати и для Оли можно составить $n \cdot m = 3 \cdot 3 = 9$ различными способами.

Ответ: 9 способов.

Правило произведения.

<u>Задача № 4.</u>

Имеются три плитки шоколада различных видов. Катя и Оля по очереди выбирают себе по одной плитке. Сколько существует различных способов выбора шоколадок для Кати и Оли?

Правило произведения.

Задача № 4. (решение)

Допустим первой шоколадку выбирает Катя. У нее есть 3 возможности выбора плитки (n=3). После этого Оля может выбрать одну из двух оставшихся плиток (m=2). Тогда способов выбрать пару шоколадок для Кати и для Оли существует n·m=3·2=6.

Ответ: 6 способов.

Правило произведения.

Задача № 5.

Сколько существует различных двузначных кодов, составленных с помощью букв **А, Б, В, Г** и **Д**, если буквы в коде:

1) могут повторяться;

2) должны быть различными?

А Б В Г Д

Правило произведения.

<u>**Задача № 5.**</u> (решение)

1) Первой в коде может быть любая из данных букв (n=5), а второй – также любая из пяти (m=5). Согласно правилу произведения число всевозможных букв (с возможным их повторением в паре) равно

$$n \cdot m = 5 \cdot 5 = 25.$$

Правило произведения.

Задача № 5. (решение)

2) Первой в коде может быть любая из пяти данных букв (n=5), а второй – любая из четырех, отличных от первой (m=4). Согласно правилу произведения число двузначных кодов с различными буквами будет равно

$n \cdot m = 5 \cdot 4 = 20$.

Ответ: 1) 25; 2) 20.

Урок № 6
Тема урока: «Подсчет вариантов с помощью графов»

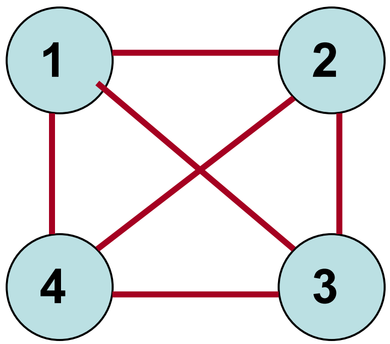
Перебрать и подсчитать всевозможные комбинации из данных элементов несложно, когда их количество невелико. Однако, когда их количество больше, например, 20, то при переборе легко упустить какую-либо из них.

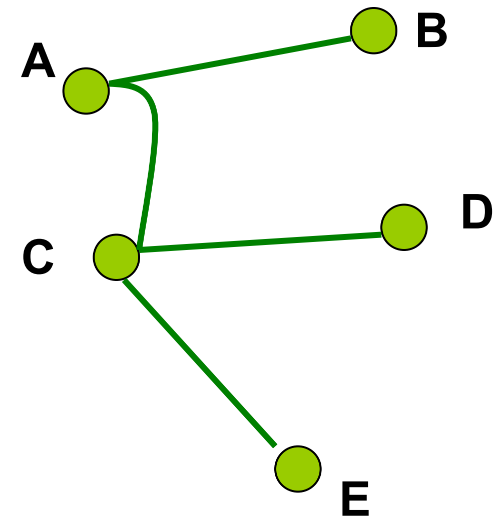
Нередко подсчет вариантов облегчают графы.

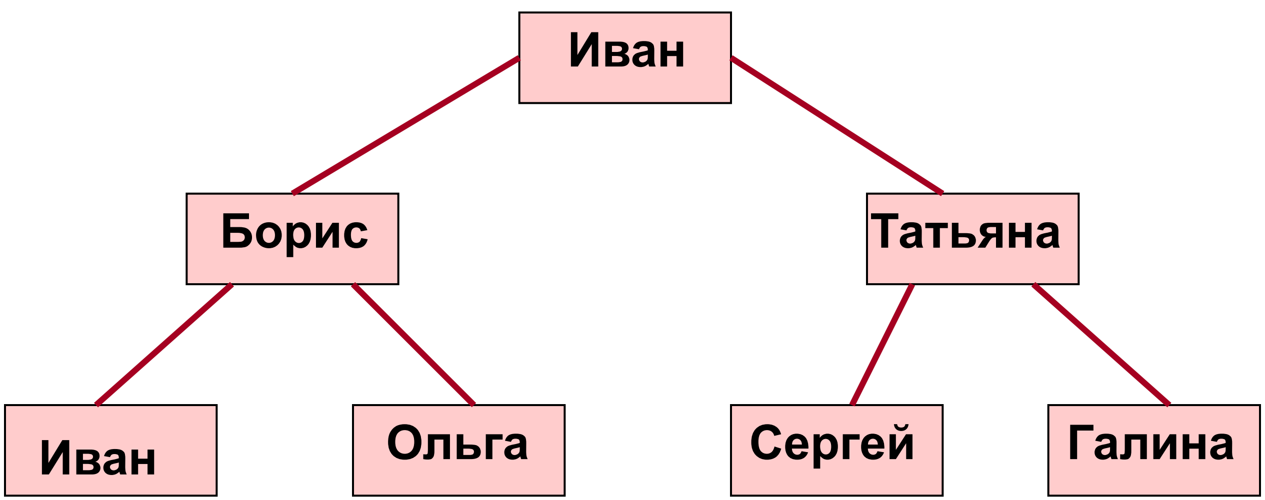
Графы – геометрические фигуры, состоящие из точек (их называют вершинами) и соединяющих их отрезков (называемых ребрами графа).

Подсчет вариантов с помощью графов

Приведем примеры различных графов







Полный граф

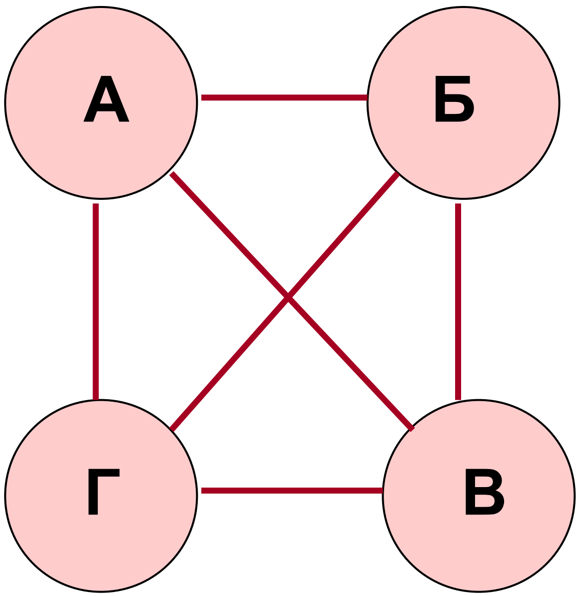
Задача № 1

Андрей, Борис, Виктор и Григорий играли в шахматы. Каждый сыграл с каждым по одной партии. Сколько партий было сыграно?

Решим задачу с помощью полного графа.

Вершины – первые буквы имен мальчиков, а отрезки-ребра обозначают шахматные партии.

Полный граф



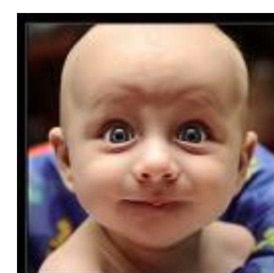
Из рисунка видно, что граф имеет 6 ребер, значит, и партий было сыграно 6.

<u>Ответ:</u> 6 партий.

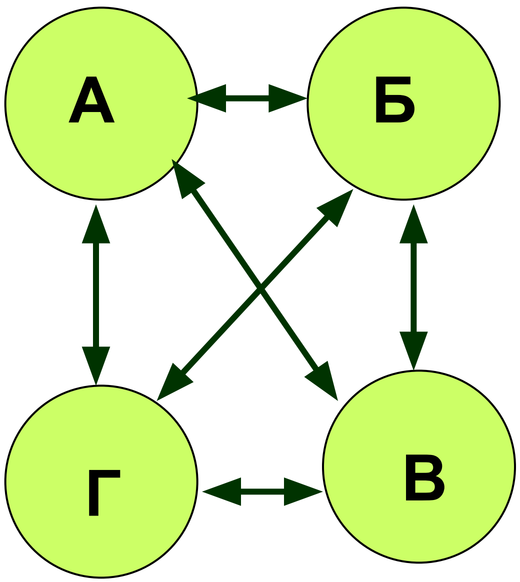
Полный граф

Задача № 2

Андрей, Борис, Виктор и Григорий после возвращения из спортивного лагеря подарили на память друг другу свои фотографии. Причем каждый мальчик подарил каждому по одной фотографии. Сколько всего фотографий было подарено?



Полный граф



С помощью стрелок на ребрах полного графа с вершинами А, Б, В и Г показан процесс обмена фотографиями. Очевидно, что стрелок в 2 раза больше, чем ребер, т. е. 6·2=12. Столько же было подарено фотографий.

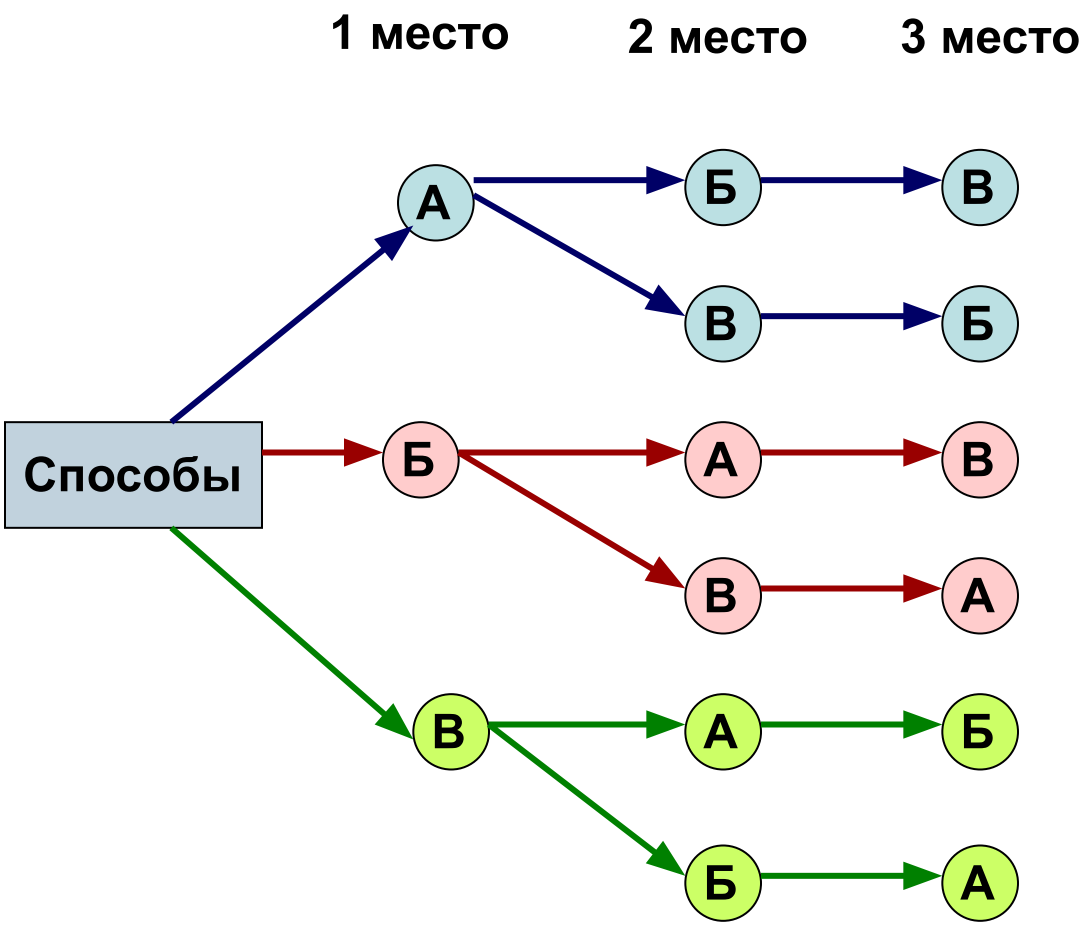
<u>Ответ</u>: 12 фотографий.

Граф - дерево

Задача № 3

Антон, Борис и Василий купили 3 билета на футбольный матч на 1, 2 и 3-е места первого ряда. Сколькими способами они могут занять имеющиеся три места?

Граф - дерево



Упорядоченные тройки

АБВ

АВБ

БАВ

БВА

ВАБ

ВБА

<u>Ответ</u>: 6 способов.

Граф - дерево

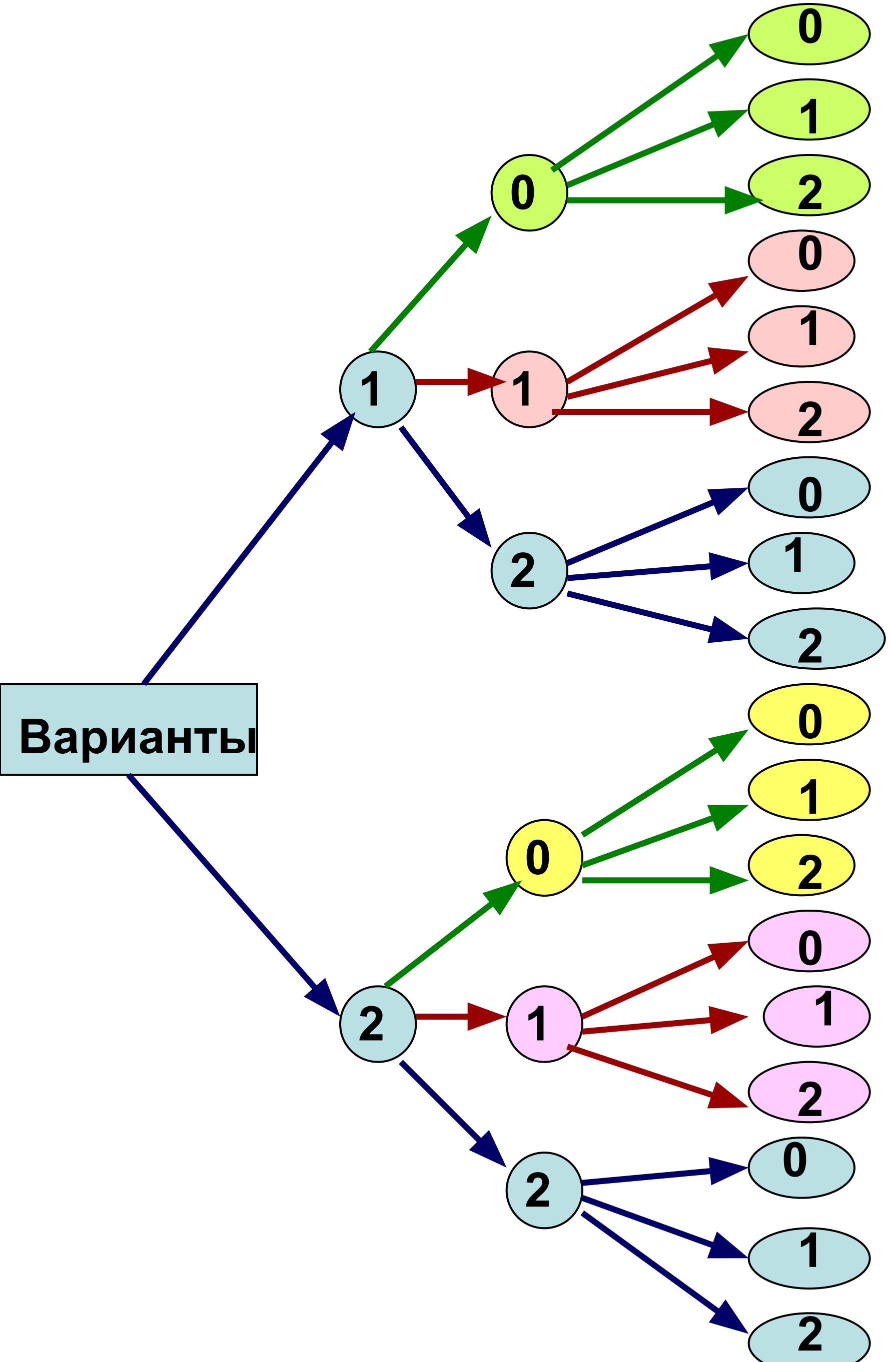
<u>Задача № 4</u>

Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 0, 1, 2, если цифры в числе могут повторяться?

213 543 753 849 109 760

376 934 875 777 201

213 543 753 849 109 760 376 934 875 777



Образовавшееся число

100
101
102
110
111
112
120
121
122
200
201
202
210
211
212
220
221
222

Ответ: 18 чисел

Задачи

«Таблица вариантов и правило произведения»

«Подсчет вариантов с помощью графов»