

Рациональные числа

Создала: учитель математики МОУ СОШ №19
Короленко Н.И.

Рациональное число (лат. ratio — отношение, деление, дробь) — число, представляемое обыкновенной дробью $\frac{m}{n}$, где числитель m — целое число, а знаменатель n — натуральное число. Такую дробь следует понимать как результат деления m на n , даже если нацело разделить не удаётся. В реальной жизни рациональные числа используются для счёта частей некоторых целых, но делимых объектов, например, тортов или других продуктов, разрезаемых на несколько частей

Множество рациональных чисел

Множество рациональных чисел обозначается и может быть записано в виде:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Нужно понимать, что численно равные дроби

такие как, например, $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{12}$, входят в это множество как

одно число. Поскольку делением числителя и знаменателя дроби на их наибольший общий делитель можно получить единственное несократимое представление рационального числа, то можно говорить об их множестве как о множестве несократимых дробей со взаимно простыми целым числителем и натуральным знаменателем:

Рациональные числа как бесконечные десятичные дроби

Для всех рациональных чисел можно использовать один и тот же способ записи. Рассмотрим

1. Целое число 5

5,000

2. Обыкновенную дробь $\frac{7}{22}$

0, 3(18)

3. Десятичную дробь 8,377

8,3(7)

Пример. Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную периодическую дробь.

Положим, что $x = 1,(23)$, т.е. $1,232323\dots$

$$100x = 123,2323\dots$$

$$100x = 123,2323\dots$$

$$\square \frac{x = 1,2323\dots}{}$$

$$99x = 122$$

$$x = \frac{122}{99}$$

$$\text{Итак: } 1,(23) = \frac{122}{99}$$

Положим $x = 1,5(23) = 1,52323\dots$

Сначала умножим на 10.

Получим $15,2323\dots$, а потом ещё на 100

$$1000x = 1523,2323\dots$$

$$\square \quad \frac{10x = 15,232323\dots}{}$$

$$990x = 1508$$

$$x = \frac{1508}{999}$$

$$\text{Итак: } 1,5(23) = \frac{1508}{999}$$

Пусть $x=0,1(9)$, тогда

$$100x=19,999\dots$$

$$\underline{-10x= 1,999\dots}$$

$$90x=18$$

$$\text{Итак, } x=0,1(9)=\frac{18}{90}=\frac{1}{5}, \text{ но}$$

$$\frac{1}{5}=0,2$$

Замечание: В примере мы видим, что $0,1(9)=0,2(0)$. Аналогично можно установить, что $2,45(9)=2,46(0)$ и т.д. Поэтому обычно десятичные дроби с периодом 9 не рассматриваются, заменяют их соответственно дробями с периодом 0.

Самостоятельная работа

Вариант 1

1. Записать в виде

а) $\frac{5}{99}$

б) $\frac{53}{12}$

2. Представьте в виде

а) $15,(3)$

б) $2,(14)$

в) $1,6(1)$

Вариант 2

бесконечной дроби

а) $\frac{2}{15}$

б) $\frac{78}{11}$

обыкновенной дроби

а) $7,(2)$

б) $23,(25)$

в) $3,9(12)$

Проверь себя

Вариант 1

1. Записать в виде

а) $0, (05)$

б) $4,41(6)$

2. Представьте в виде обыкновенной дроби

а) $\frac{138}{9}$

б) $\frac{212}{99}$

в) $\frac{145}{90}$

Вариант 2

бесконечной дроби

а) $0,1(3)$

б) $7,(09)$

а) $\frac{65}{9}$

б) $\frac{2302}{99}$

в) $\frac{3873}{990}$

**Спасибо за
внимание**