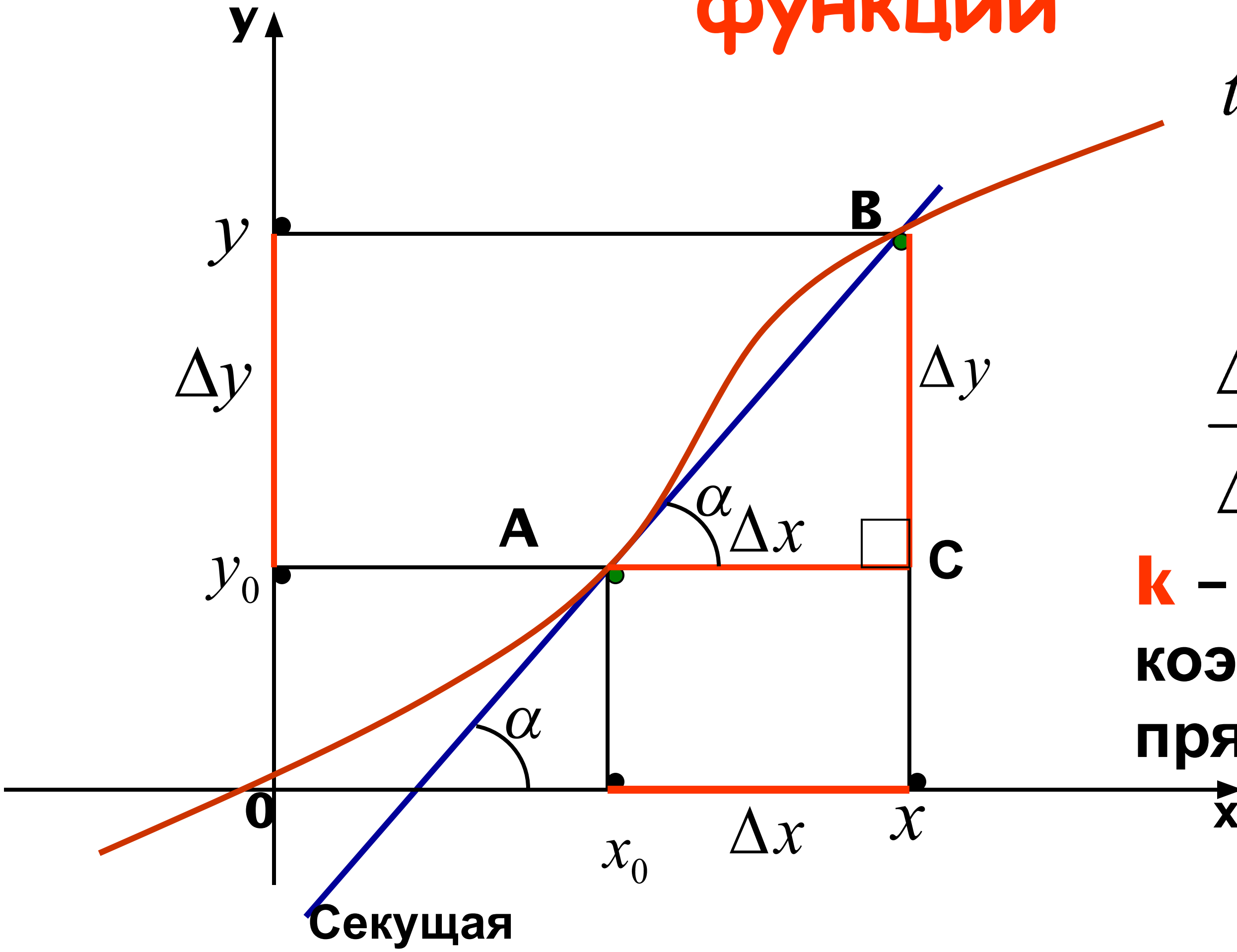
Производная

10 класс

Геометрический смысл приращения функции



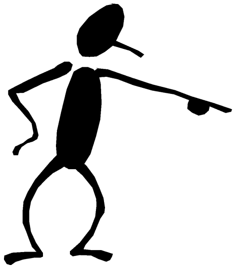
$$tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Итак,

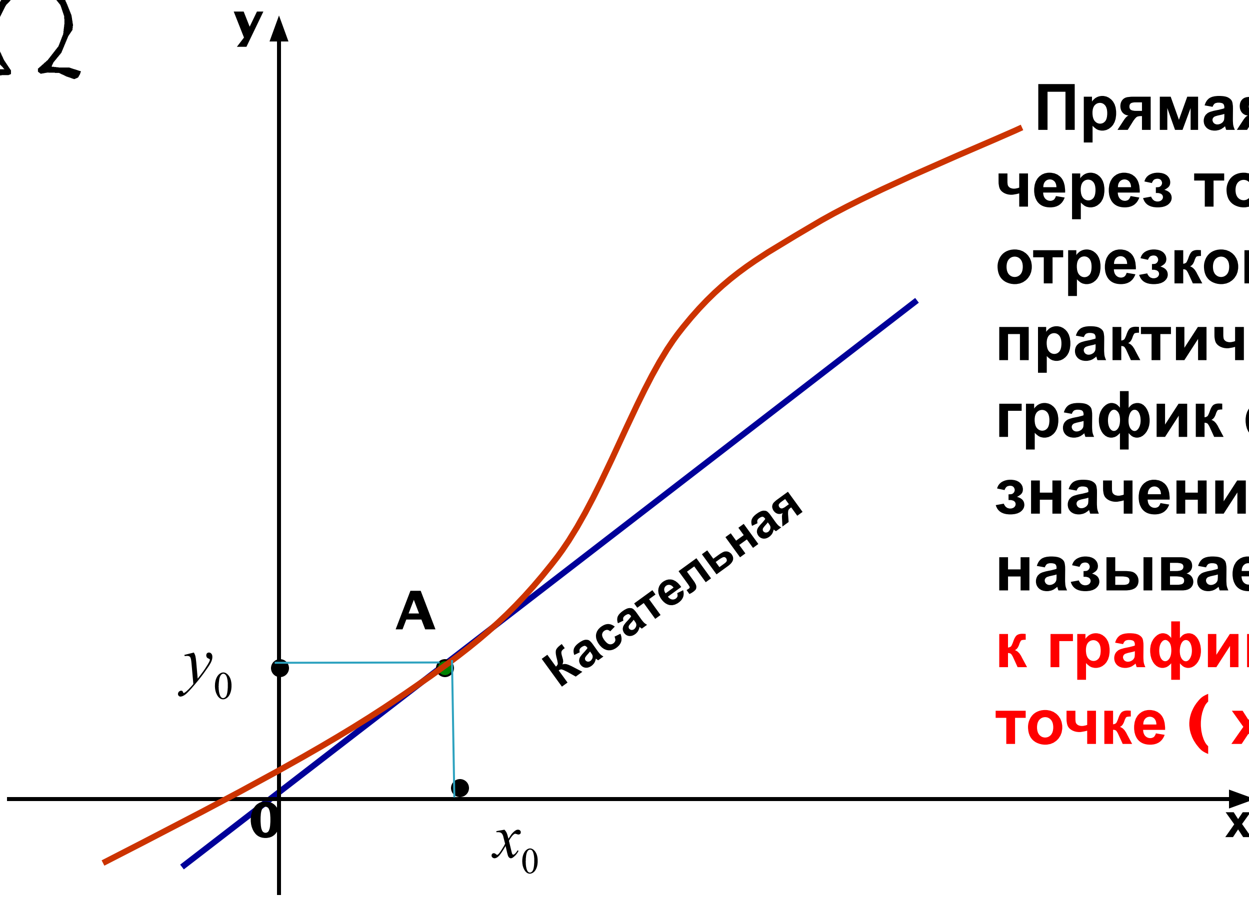
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

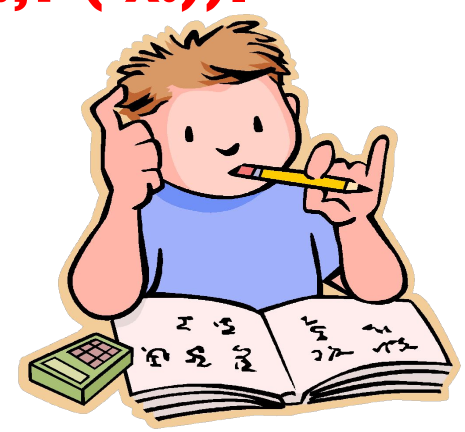
$$y = kx + b$$



Касательная к графику функции

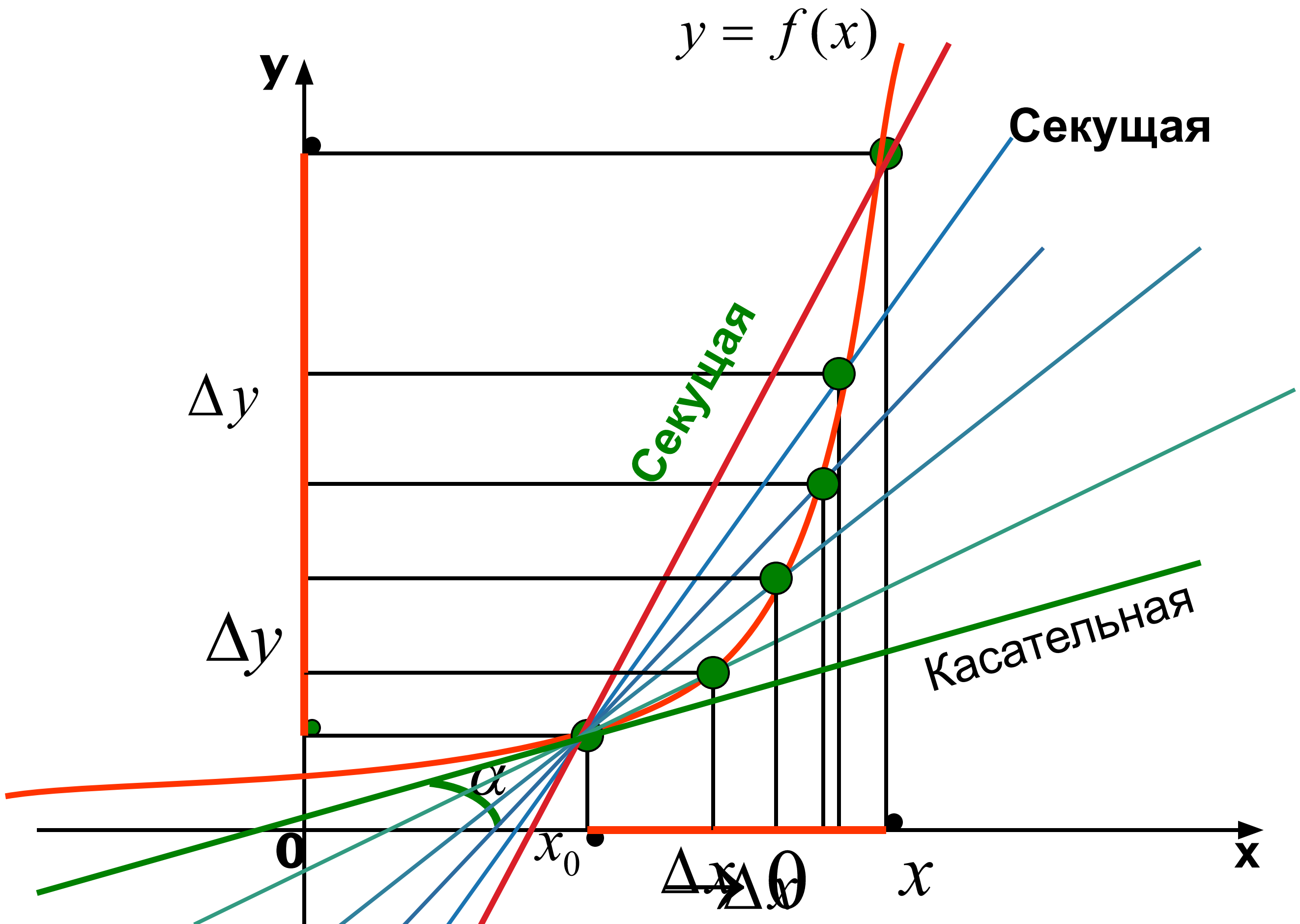


Прямая, проходящая через точку (x_0 ;f (x_0)), с отрезком которой практически сливается график функции **f** при значениях близких к x_0 , называется **касательной к графику функции f в точке (x_0;f (x_0)).**



Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$

Автоматический показ. Щелкните 1 раз.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

При $\Delta x \to 0$ угловой коэффициент секущей $\to$ к угловому коэффициенту касательной.

Секущая стремится занять положение касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.

Мгновенная скорость движения.

$$V_{ср.} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

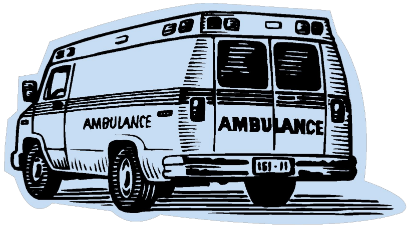
Или, если Δx *– перемещение тела, а* Δt *– промежуток времени, в течении которого выполнялось движение, то*

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ *– средняя скорость движения на промежутке времени* t.

Скорость, с которой движется тело в момент времени t называется ***мгновенной скоростью движения*** .

Если $\Delta t \to 0$, то $V_{ср.} \to V_{мгн.}$

$V_{мгн.} = \Delta x/\Delta t$ при $\Delta t \to 0$.



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ.

Производной функции $f(x)$ *в точке* x_0 *называется*

число, к которому стремится отношение $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ *при* $\Delta x \to 0.$

Алгоритм нахождения производной :

1.С помощью формулы, задающей функцию f ,
находим ее приращение в точке x_0 **:**
$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ **.**

2.Находим выражение для разностного отношения
$\Delta f / \Delta x$ **, которое затем преобразуем -** ***упрощаем , сокращаем на*** Δx ***и т. п.***

3.Выясняем, к какому числу стремится отношение
$\Delta f / \Delta x$ **, если считать, что** Δx **стремится к 0.**

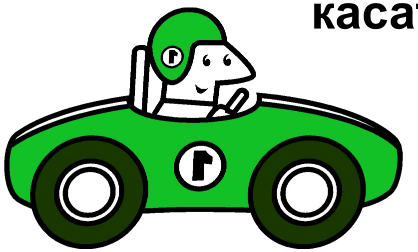
Если функция $y = f(x)$ имеет производную в точке x, то ее называют ***дифференцируемой в точке x*** **.**

Она обозначается ***$f'(x)$*** **или** ***y'*** **.**

Нахождение производной данной функции f называется ***дифференцированием*** **.**

Геометрический смысл производной :

Производная функции f в точке x выражает угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке x



$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Физический (механический) смысл производной :

Если $s(t)$ - закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени t .

$$v = s'(t) .$$

Пример вычисления производной

$Дано: f(x) = x^2 + 1.$

$Найдем\ f'(x)\ в\ точке\ x_0 = -2,\ то\ есть\ f'(-2).$

Решение

$$\Delta f(x) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$f(x_0 + \Delta x) = f(-2 + \Delta x) = (-2 + \Delta x)^2 + 1 =$$

$$= 4 - 4\Delta x + \Delta x^2 + 1 = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2$$

$$f(x_0) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\Delta f(x) = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2 - 5 = -4\Delta x + \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{-4\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = -4 + \Delta x$$

$$Если\ \Delta x \to 0,\ то\ \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \to -4,\ то\ есть\ f'(x) = -4.$$

$$Ответ: f'(x) = -4.$$