Второй и третий признаки подобия треугольников

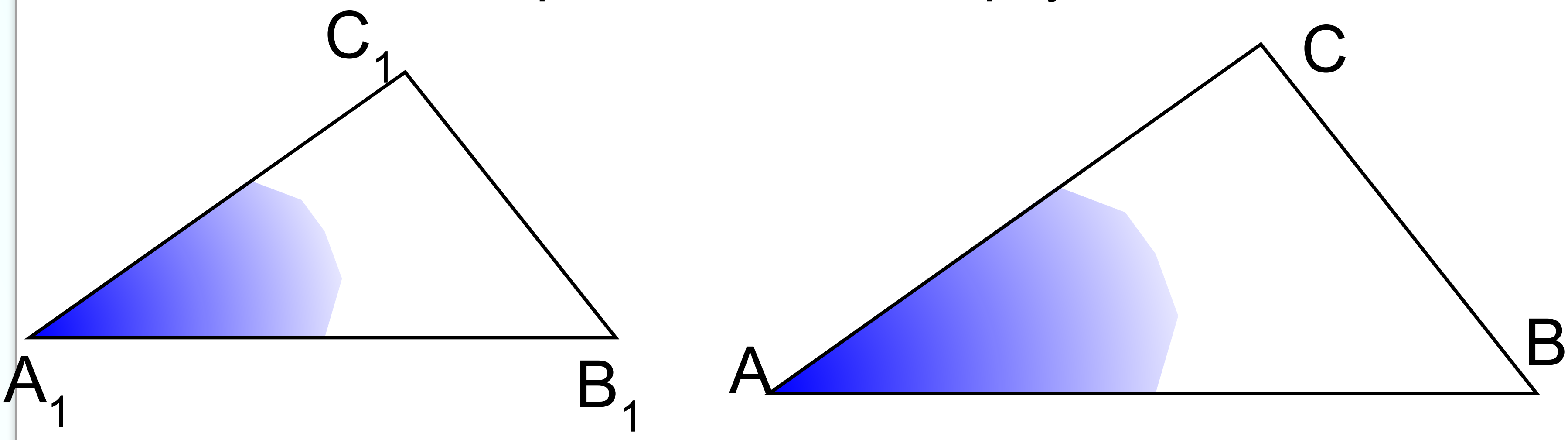
II признак подобия треугольников. **Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.**

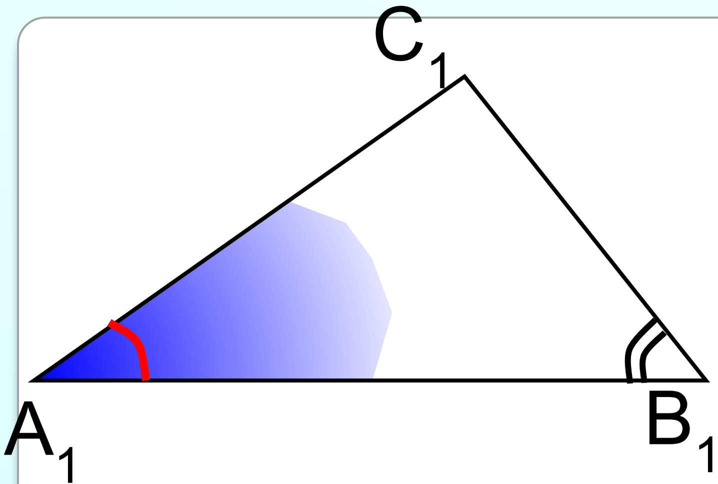
Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$

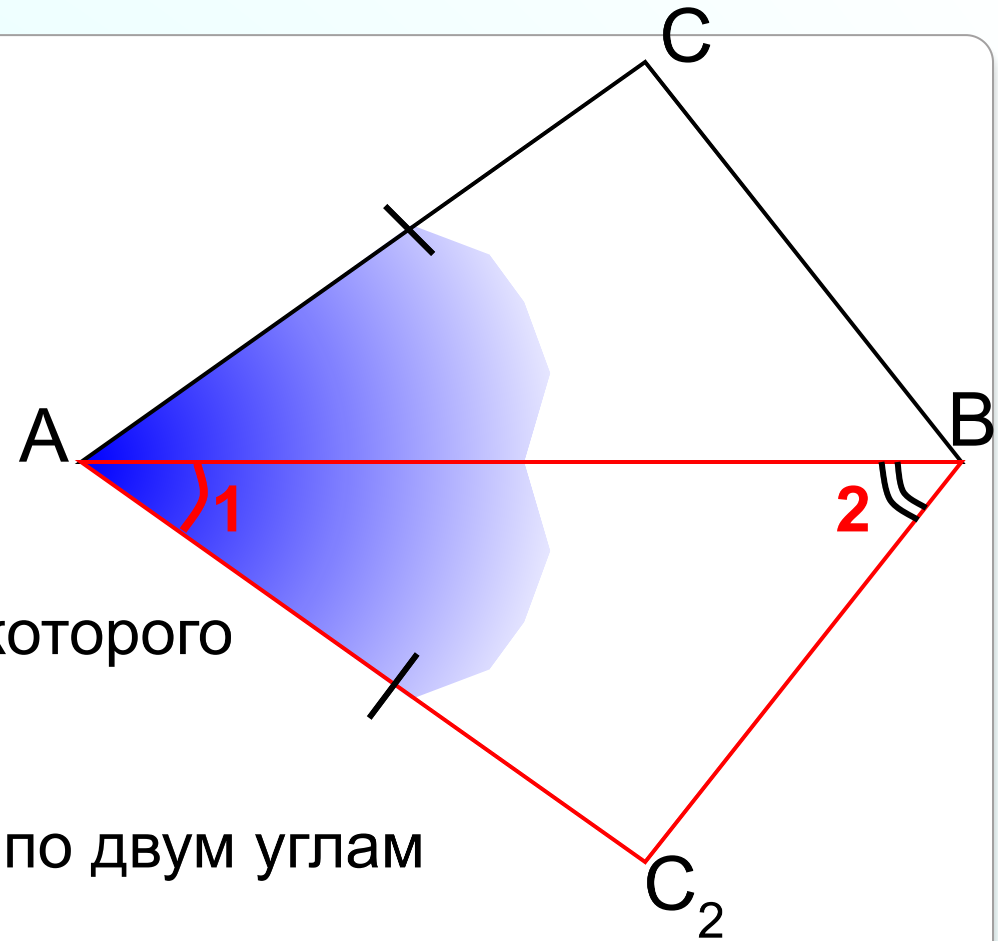
Доказать: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

Идея доказательства: Рассмотрим два треугольника ABC и $A_1B_1C_1$. Докажем, что они подобны. Для этого построим треугольник ABC_2 и докажем, что он подобен треугольнику $A_1B_1C_1$. Рассмотрим треугольники ABC и ABC_2 и докажем, что они равны. Сделаем вывод о подобии треугольников ABC и $A_1B_1C_1$.

Доказательство: докажем, что $\angle B = \angle B_1$ и применим 1 признак подобия треугольников







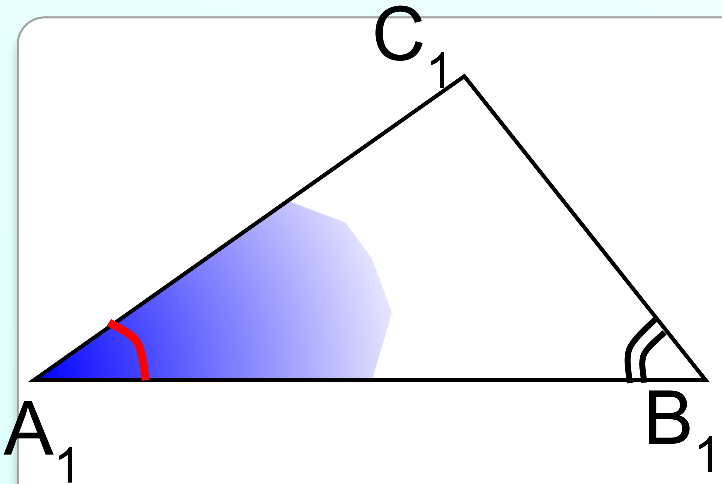
1). Рассмотрим ΔABC_2, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

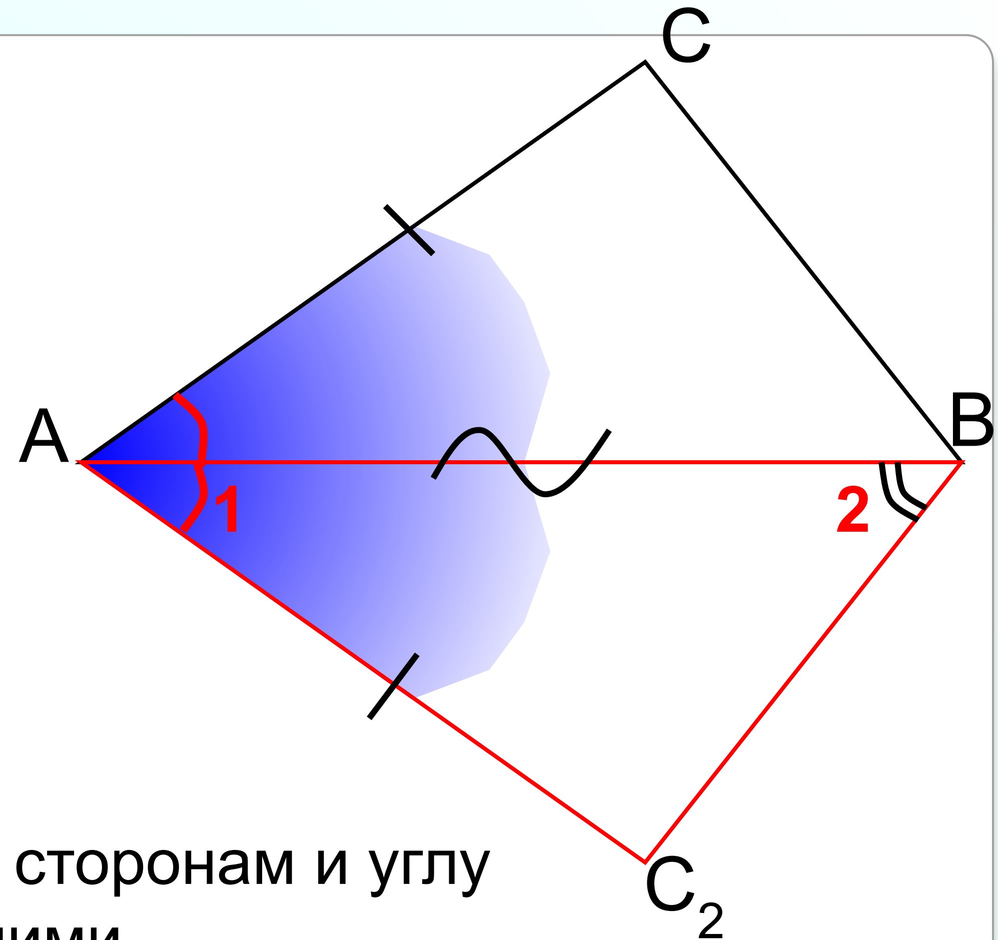
$\Delta ABC_2 \sim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам

Тогда $$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$$

$AC = AC_2$

по условию $$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$





2).

$\Delta ABC = \Delta ABC_2$ по двум сторонам и углу между ними

$\angle B = \angle 2$, $\angle 2 = \angle B_1$

$\angle \quad = \angle$

III признак подобия треугольников. **Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.**

Дано: ΔABC, $\Delta A_1B_1C_1$, $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1}$

Доказать: $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$

Доказательство: (аналогично)

Что нужно рассмотреть, чтобы доказать, что $\Delta ABC \backsim \Delta A_1B_1C_1$?

Каким признаком подобия мы воспользуемся?

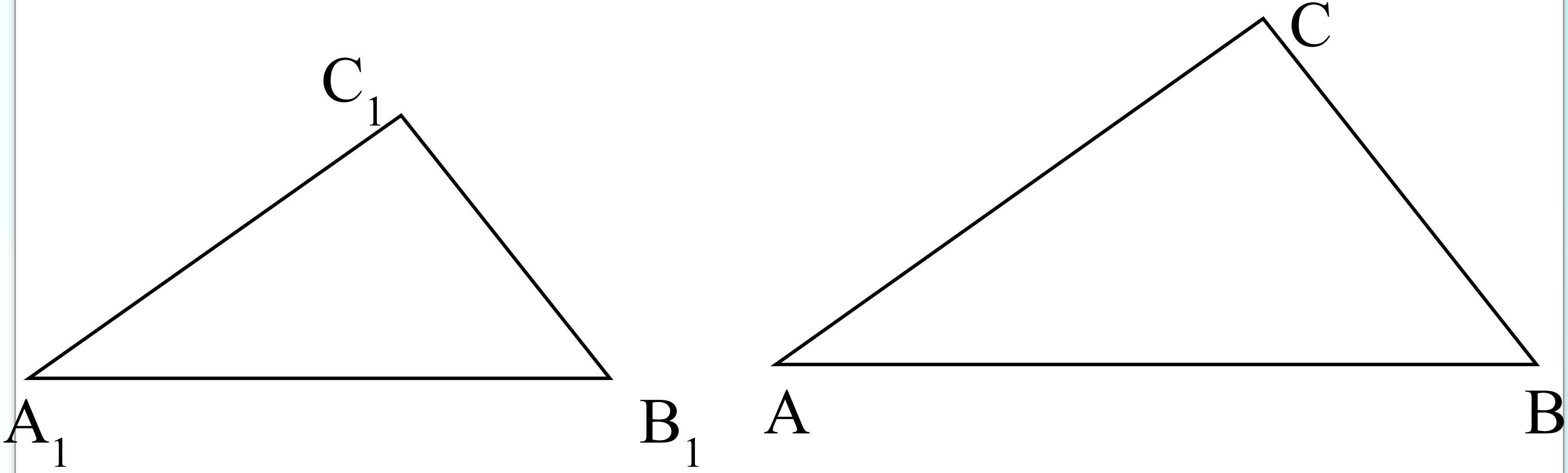
Какой вспомогательный треугольник мы должны рассмотреть?

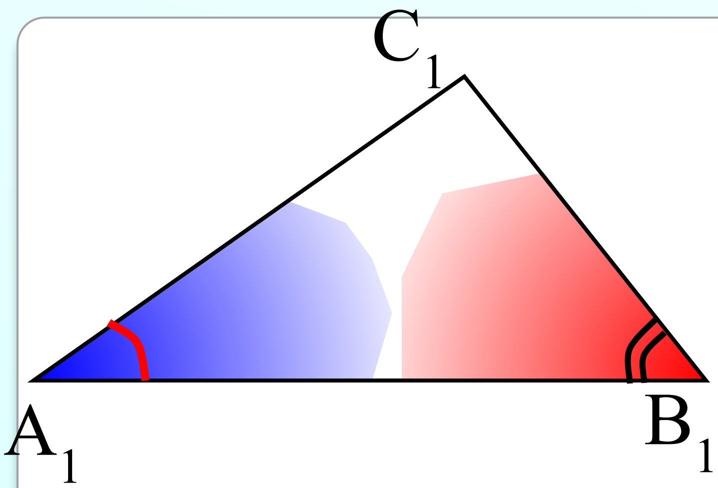
Какому треугольнику он будет подобен? По какому признаку?

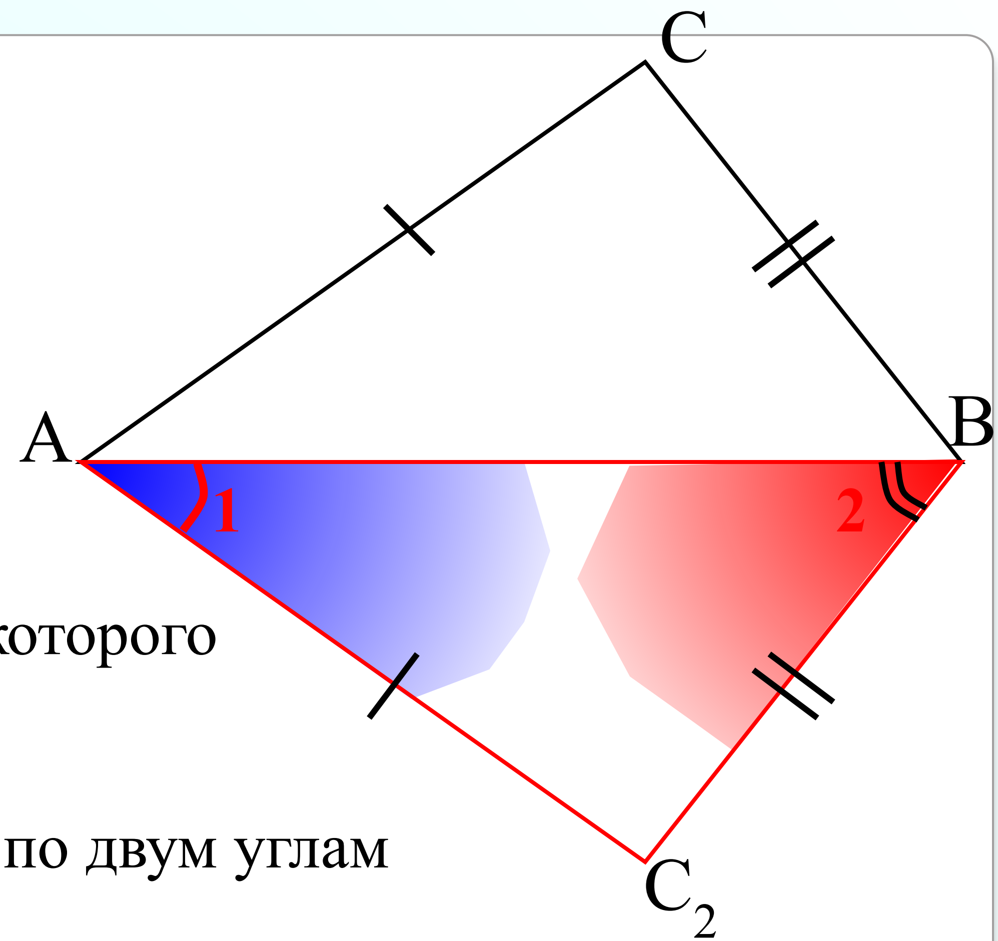
Если треугольники подобны, то какое отношение мы можем составить?

С каким отношением мы должны его сравнить? Что будет следовать?

Доказательство: докажем, что $\angle A = \angle A_1$ и применим 2 признак подобия треугольников







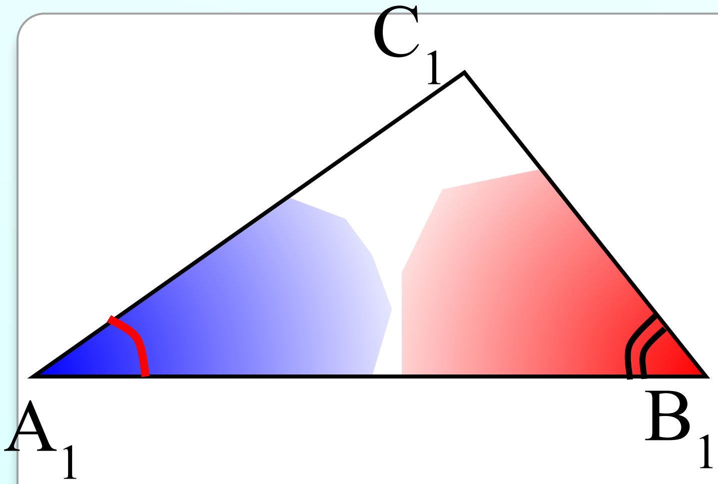
1). Рассмотрим ΔABC_2, у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

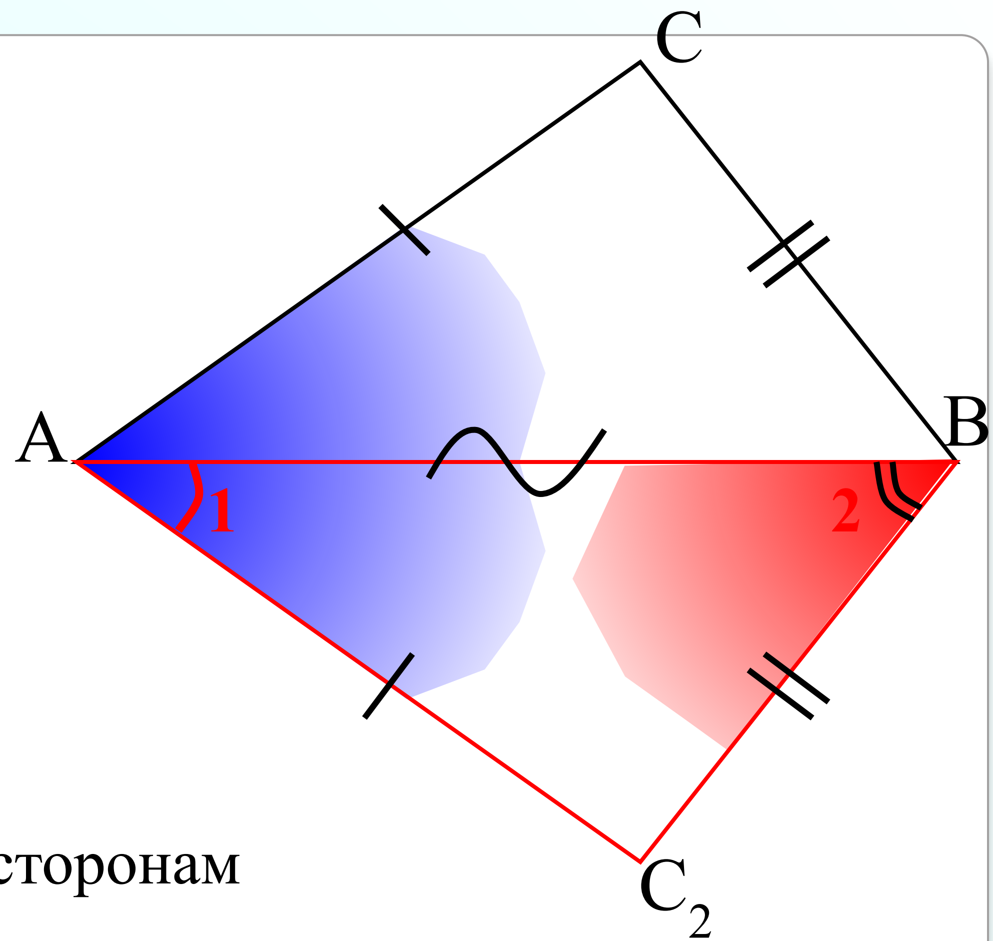
$\Delta ABC_2 \backsim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам

Тогда $$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC_2}{B_1C_1} = \frac{AC_2}{A_1C_1}$$

$AC = AC_2$ $BC = BC_2$

по условию $$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}$$





2).

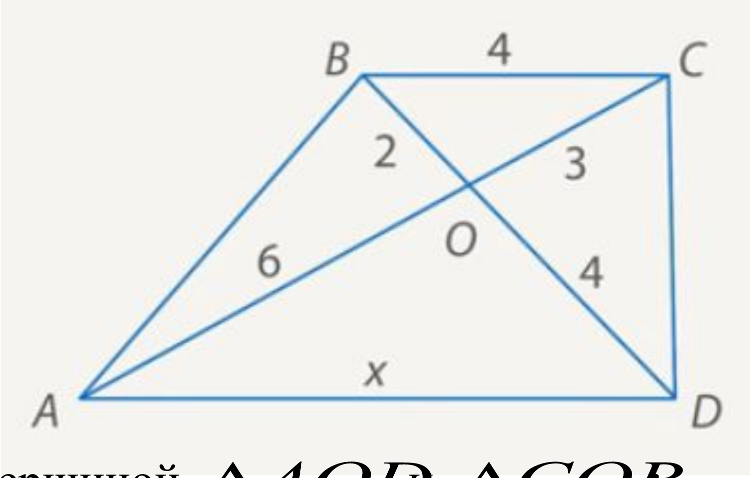
$\Delta ABC = \Delta\ ABC_2$ по трем сторонам

$\angle A = \angle 1,$ $\angle 1 = \angle A_1$

$\angle \quad = \angle$

Решение задач

По данным рисунка
Найти: x
Доказать: BC||AD



Решение:

1) Рассмотрим два треугольника с общей вершиной ΔAOD и ΔCOB:
$\angle BOC = \angle DOA$, так как они вертикальные.

Рассмотрим отношение прилегающие стороны:

$$\frac{DO}{AO} = \frac{4}{2} = 2 \qquad \frac{AO}{CO} = \frac{6}{3} = 2 \qquad \frac{DO}{BO} = \frac{AO}{CO}$$

Согласно II признаку подобия $\Delta AOD \sim \Delta COB$. Коэффициент подобия k=2.
С помощью него определим длину x=AD:

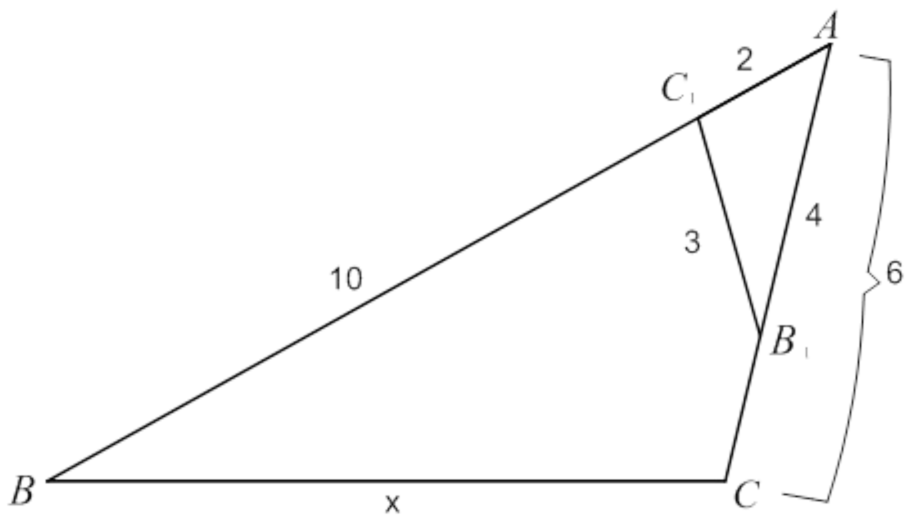
$$\frac{x}{BC} = 2 \;|\Longrightarrow x = 2 * BC = 2 * 4 = 8$$

2) Так как $\Delta AOD \sim \Delta COB$, то все углы у них равны. $\angle OBC = \angle ODA$- эти углы являются накрест лежащими при пересечении прямых BC и AD секущей BD. Таким образом, BC||AD.

Ответ: 8

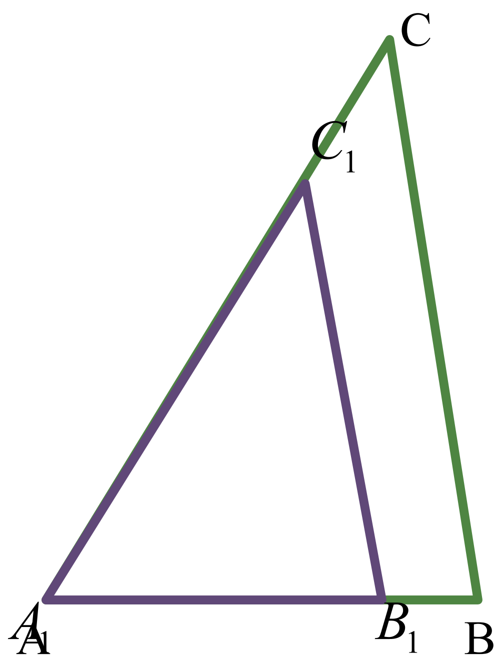
№2

По данным рисунка найти длину x, отметить равные углы, доказать, что $\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1$



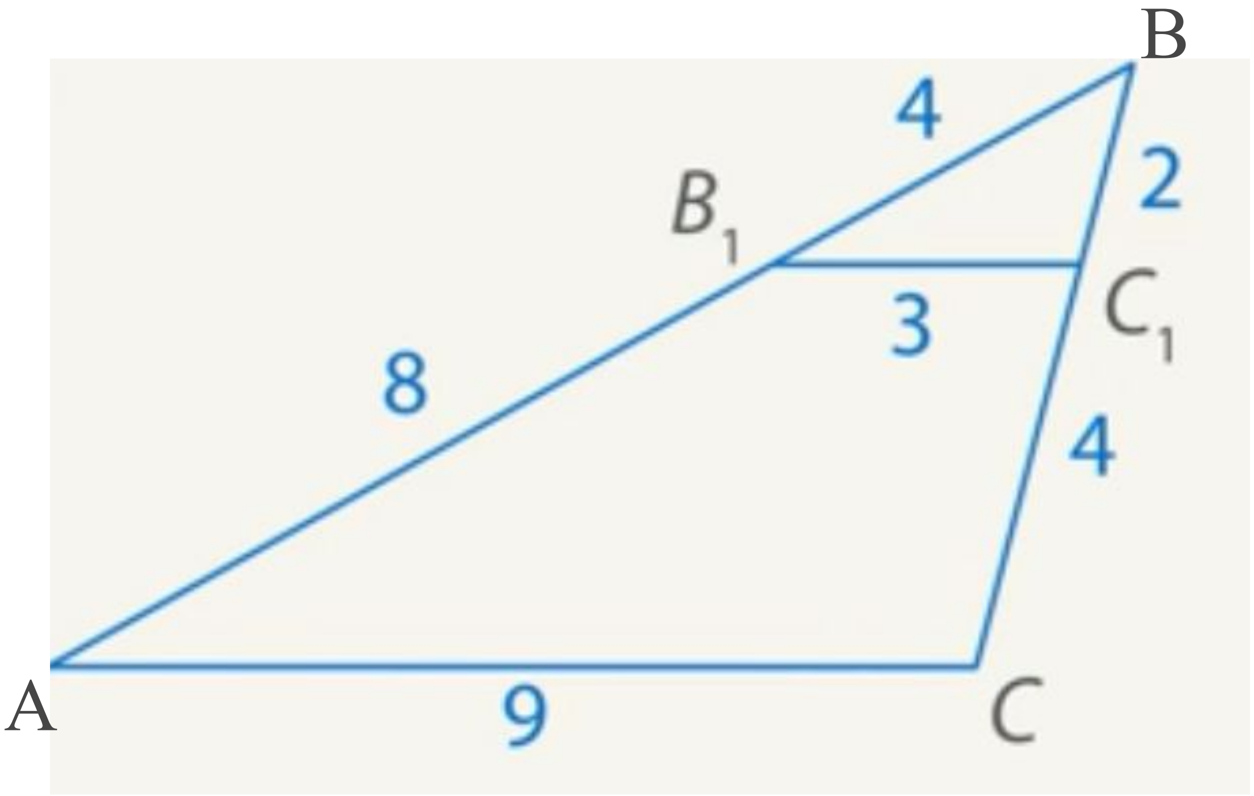
№3

Подобны ли треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, если AB = 3 см, BC = 5 см, AC = 7 см, A_1B_1 = 4,5 см, B_1C_1 = 7,5 см, A_1C_1 = 10,5 см?



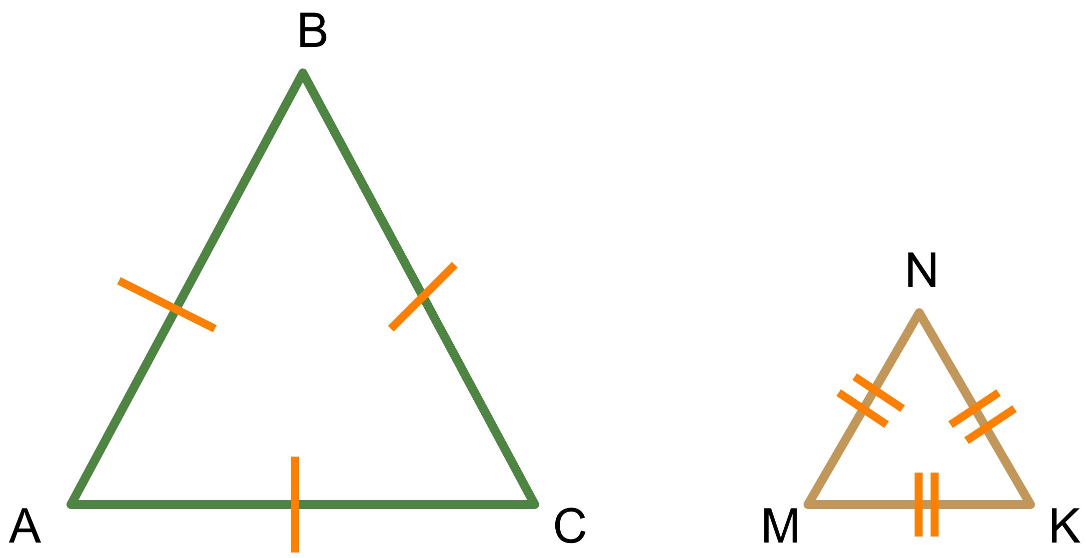
№4

По данным рисунка докажите, что $B_1C_1 \parallel BC$.



№5

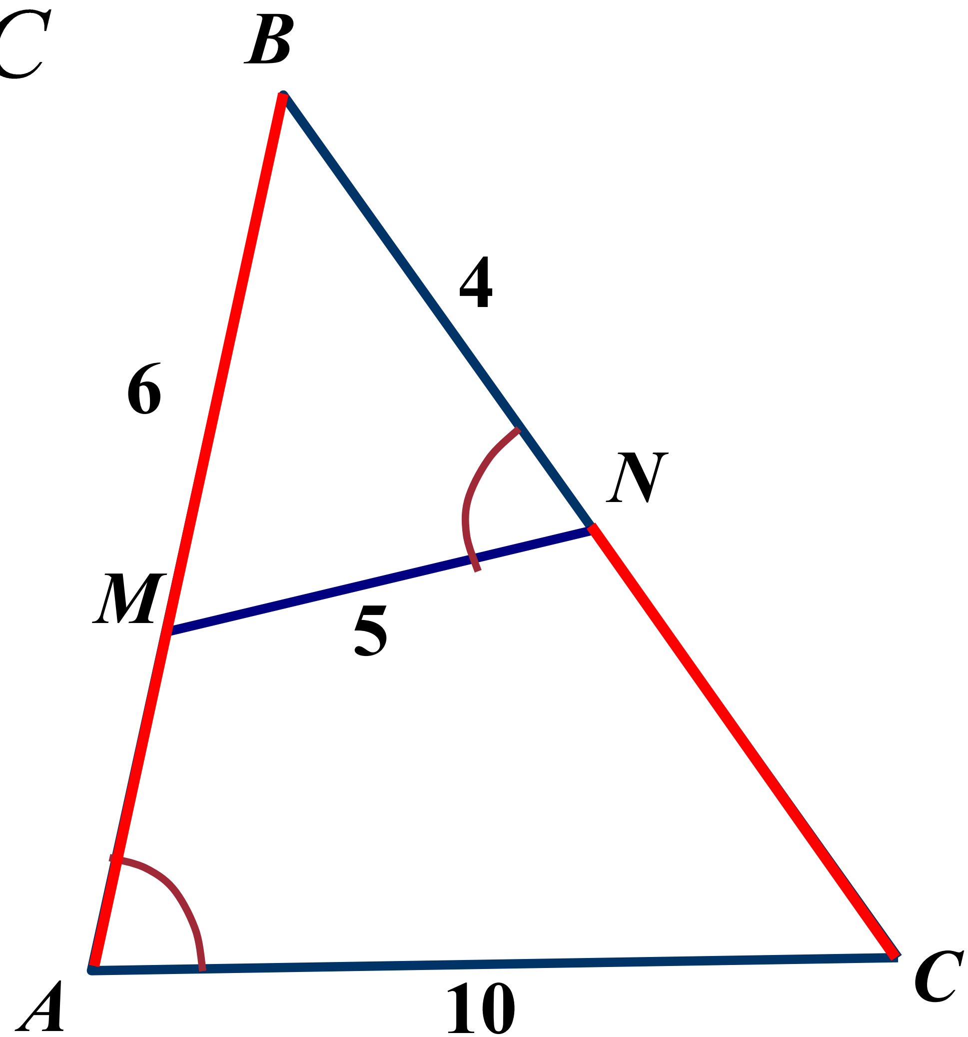
Докажите, что два равносторонних треугольника подобны.



№6

Дано: ΔABC

Найти: $AB,\ NC$



Домашняя работа: из презентации задачи №2, 3, 4, 5, 6
тетрадь-конспект стр. 54 – типовая задача
стр. 55 – типовая задача, опорная задача.