

Уравнения и неравенства с модулем часть 2

Уравнение вида $|f(x)| = g(x)$

Чтобы решить уравнение с модулем надо избавиться от модульных скобок по определению модуля

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{условие1 } a \geq 0 \\ -a, & \text{условие2 } a < 0 \end{cases}$$

Уравнение вида $|f(x)| = g(x)$

1. Условие 1 $f(x) \geq 0$ (решаем полученное неравенство)
2. Раскрываем модульные скобки с использованием условия
$$f(x) = g(x)$$
3. Решаем полученное уравнение
4. Проверяем соответствие корней **УСЛОВИЮ**

Уравнение вида $|f(x)| = g(x)$

1. Условие 2 $f(x) < 0$ (решаем полученное неравенство)
2. Раскрываем модульные скобки с использованием условия
 $-f(x) = g(x)$
3. Решаем полученное уравнение
4. Проверяем соответствие корней **УСЛОВИЮ**

Решить уравнение $|2x+5|=3x-1$

**1. Условие: $2x+5 \geq 0$
 $x \geq -2,5$**

Раскрываем модульные скобки: по условию выражение под модулем положительно, то модульные скобки просто убираем

$$2x+5=3x-1$$

$$2x-3x=-1-5$$

$$-x=-6$$

$x=6$ – подходит по условию, следовательно корень

Решить уравнение $|2x+5|=3x-1$

1. Условие: $2x+5 < 0$

$$x < -2,5$$

Раскрываем модульные скобки: по условию выражение под модулем отрицательно, то модульные скобки раскрываем со знаком минус

$$-(2x+5)=3x-1$$

$$-2x-5=3x-1$$

$$-2x-3x=-1+5$$

$$-5x=4$$

$x=-0,8$ – не подходит по условию, следовательно не корень

Ответ: 6

Неравенство вида $|f(x)| \geq g(x)$

Решаем аналогично уравнению.

- 1. Ставим условие 1 и решаем его**
- 2. Раскрываем модульные скобки в соответствии с условием**
- 3. Решаем полученное неравенство**
- 4. Находим общее решение для условия и решенного неравенства**
- 5. Ставим условие 2 и выполняем пункты со 2 по 4**
- 6. Объединяем все полученные промежутки**

Решить уравнение $|2x+5|>3x-1$

**1. Условие: $2x+5 \geq 0$
 $x \geq -2,5$**

Раскрываем модульные скобки: по условию выражение под модулем положительно, то модульные скобки просто убираем

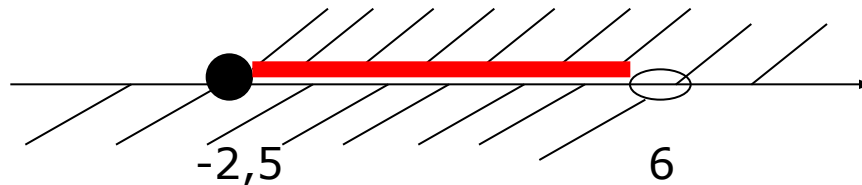
$$2x+5 > 3x-1$$

$$2x-3x > -1-5$$

$$-x > -6$$

$$x < 6$$

$$[-2,5; 6)$$



Решить уравнение $|2x+5|>3x-1$

2. Условие: $2x+5<0$
 $x<-2,5$

Раскрываем модульные скобки: по условию выражение под модулем отрицательно, то модульные скобки раскрываем с минусом

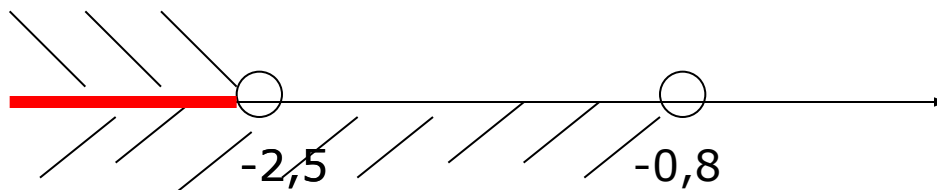
$$-(2x+5)>3x-1$$

$$-2x-5>3x-1$$

$$-2x-3x>-1+5$$

$$-5x>4$$

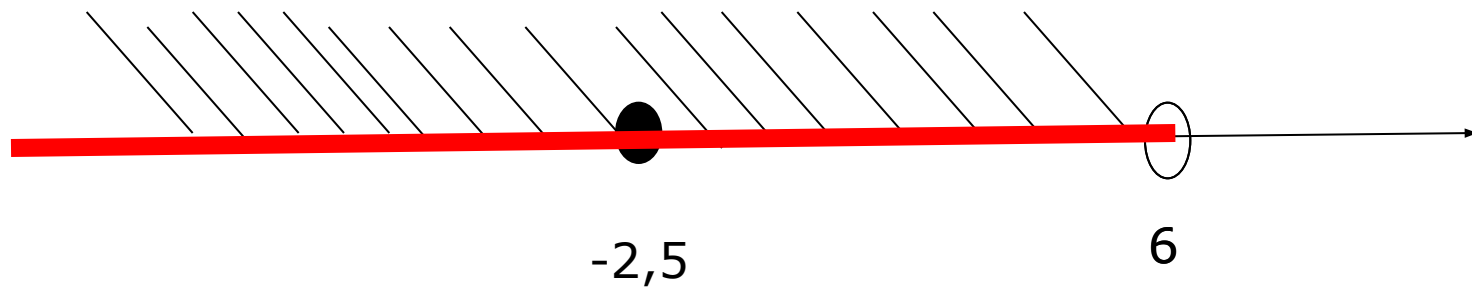
$$x<-0,8$$



$$(-\infty; -2,5)$$

Решить уравнение $|2x+5|>3x-1$

Объединим полученные интервалы
 $(-\infty; -2,5)$ и $[-2,5; 6)$



Ответ: $(-\infty; 6)$

Уравнение вида $|f(x)| = |g(x)|$

$$|f(x)| = |g(x)|$$

Заменяем модульные скобки
квадратами

$$f(x)^2 = g(x)^2$$

$$f(x)^2 - g(x)^2 = 0$$

$$(f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) = 0$$

$$f(x) - g(x) = 0 \text{ или } f(x) + g(x) = 0$$

Решить уравнение $|2x+5|=|3x-1|$

$$|2x+5|=|3x-1|$$

$$(2x+5)^2=(3x-1)^2$$

$$(2x+5)^2-(3x-1)^2=0$$

$$((2x+5)-(3x-1))((2x+5)+(3x-1))=0$$

$$(2x+5)-(3x-1)=0 \text{ или } (2x+5)+(3x-1)=0$$

$$2x+5-3x+1=0$$

$$-x=-6$$

$$x=6$$

$$2x+5+3x-1=0$$

$$5x=-4$$

$$x=-0,8$$

Ответ: 6; -0,8