

Контактные явления

Часть I.

Контакт металл-полупроводник

Контакт металл-полупроводник (n-тип для наглядности)

При возникновении контакта металл и полупроводник начинают обмениваться электронами. Вначале поток из металла в полупроводник отличается от потока из полупроводника в металл. Происходит перераспределение заряда такое, чтобы возникшее электрическое поле выравнивало эти потоки. Вблизи контакта возникает барьер для электронов из полупроводника (если изначально поток из полупроводника больше) или металла (если изначально поток из металла больше), а концентрация электронов в приконтактном слое может сильно отличаться от концентрации в глубине полупроводника и металла. В металле избыточный заряд “высаживается” на его поверхности = > весь переходной слой находится в полупроводнике.

Надо выяснить, чем определяется барьер?

$$n(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{H(\mathbf{r}, \mathbf{k}) - F}{T}\right)} \leftarrow H(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \varepsilon(\mathbf{k}) - e\varphi(\mathbf{r})$$

$$n(\mathbf{r}) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon(\mathbf{k}) - (F + e\varphi(\mathbf{r}))}{T}\right)} = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon(\mathbf{k}) - \xi}{T}\right)}$$

$\xi \equiv F + e\varphi$ – электрохимический потенциал. Определяется концентрацией и температурой в данном месте полупроводника. Связь между ξ и n такая же как и при $\varphi = 0$

В металле весь избыточный заряд выходит на поверхность. Внутри металла практически ничего не меняется $\Rightarrow$ Весь контактный слой находится в n/n

$\xi(0) = F_M$ – уровень Ферми в металле до приведения в контакт

$\xi(x > d) = F_{II}$ – уровень Ферми в n/n до приведения в контакт

$$e[\varphi(0) - \varphi(x > d)] = \xi(0) - \xi(x > d) = F_M - F_{II}$$

$\varphi(x > d) = \text{const} = 0$ – начало отсчета

$$U(0) \equiv U_K = F_{II} - F_M$$

Высота барьера определяется разностью уровней Ферми полупроводника и металла до приведения в контакт

Чем определяется ширина барьера (ширина контакта)?

$$\nabla D = 4\pi\rho; \rho = e(N_d^+ + p - N_a^- - n)$$

$$D = \varepsilon E = -\varepsilon \nabla \varphi \Rightarrow \Delta \varphi = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho$$

$$T \gg \varepsilon_d, \varepsilon_a \Rightarrow \text{примеси полностью ионизованы} \Rightarrow N_d^+ = n_d; N_a^- = n_a$$

$$\text{Полупроводник } n\text{-типа} \Rightarrow n_d, n \gg n_a, p \Rightarrow \rho = e(n_0 - n), n_0 = n_d - n_a - \text{концентр. в глуб. } n / p$$

$$\Delta \varphi = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} (n_0 - n)$$

$$n = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon(\mathbf{k}) - F - e\varphi}{T}\right) + 1}$$

Невырожденный полупроводник

$$n = \left[\int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \exp\left(\frac{F - \varepsilon(\mathbf{k})}{T}\right) \right] \cdot \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right) = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right) \Rightarrow n_K \equiv n(0) = n_0 \exp\left(-\frac{U_K}{T}\right)$$

$$\Delta \varphi = -\frac{4\pi e n_0}{\varepsilon} \left(1 - \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right)\right)$$

$$\text{Безразмерная потенциальная энергия } \Phi \equiv \frac{U}{T} = -\frac{e\varphi}{T}$$

$$\Delta \Phi = \frac{4\pi e^2 n_0}{\varepsilon T} (1 - \exp(-\Phi))$$

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\lambda_D^2} (1 - \exp(-\Phi))$$

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon T}{4\pi e^2 n_0}} - \text{дебаевская длина экранирования определяет ширину контакта}$$

I) Обедненный слой (запорный контакт) $\Phi > 0$

$$U_K \ll T \Rightarrow \Phi \ll 1 \Rightarrow \exp(-\Phi) \approx 1 - \Phi$$

$$\begin{cases} \Phi'' = \frac{1}{\lambda_D^2} \Phi \\ \Phi(+\infty) = 0 \end{cases} \Rightarrow \Phi(x) = \Phi(0) \exp\left(-\frac{x}{\lambda_D}\right) \Rightarrow U(x) = U_K \exp\left(-\frac{x}{\lambda_D}\right)$$

II) Сильно обедненный слой $\Phi > 0$, $\exp(-\Phi) \ll 1$

$$\Phi'' = \frac{1}{\lambda_D^2} \Rightarrow \Phi(x) = \frac{x^2}{2\lambda_D^2} + C_1 x + C_2$$

$$\Phi'(d) = 0 \Rightarrow C_1 = -\frac{d}{\lambda_D^2}$$

$$\Phi(d) = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{d^2}{2\lambda_D^2}$$

$$\Phi(x) = \frac{x^2}{2\lambda_D^2} - \frac{d}{\lambda_D^2} x + \frac{d^2}{2\lambda_D^2} = \frac{1}{2\lambda_D^2} (x - d)^2$$

$$\Phi(0) = \frac{U_K}{T} \Rightarrow \frac{1}{2\lambda_D^2} (d)^2 = \frac{U_K}{T} \Rightarrow d = \left(\frac{\epsilon}{2\pi e^2 n_0} \right)^{1/2}$$

III) Обогащенный слой (антизапорный контакт)

$$\Phi < 0; |\Phi| \gg 1 \Rightarrow \exp(-\Phi) \gg 1$$

$$\Phi'' = -\frac{1}{\lambda_D^2} \exp(-\Phi)$$

$$\int dx \Phi'' \Phi' = -\frac{1}{\lambda_D^2} \int dx \exp(-\Phi) \Phi'$$

$$\int d(\Phi') \Phi' = \frac{1}{\lambda_D^2} \int d(\exp(-\Phi))$$

$$(\Phi')^2 = \frac{2}{\lambda_D^2} \exp(-\Phi) + C$$

$$\Phi'(d) = \Phi(d) = 0 \Rightarrow C = -\frac{2}{\lambda_D^2}$$

$$\Phi' = \pm \frac{\sqrt{2}}{\lambda_D} [\exp(-\Phi) - 1]^{1/2}$$

$$\Phi' > 0 \Rightarrow \Phi' = \frac{\sqrt{2}}{\lambda_D} [\exp(-\Phi) - 1]^{1/2}$$

$$\exp(-\Phi) \gg 1 \Rightarrow \Phi' = \frac{\sqrt{2}}{\lambda_D} \exp(-\Phi/2)$$

$$\Phi' = \frac{\sqrt{2}}{\mathbb{X}_D} \exp(-\Phi/2)$$

$$\exp(\Phi) = \frac{1}{\sqrt{2}\mathbb{X}_D} x + C$$

$$\Phi(0) = \Phi_K = \frac{U_K}{T} \Rightarrow C = \exp(\Phi_K)$$

$$\Phi(x) = \Phi_K + 2 \ln \left(\frac{\exp(-\Phi_K)x}{\sqrt{2}\mathbb{X}_D} + 1 \right)$$

$$n(x) = n_0 \exp(-\Phi) = \frac{n_K}{\left(\frac{\exp(-\Phi_K)x}{\sqrt{2}\mathbb{X}_D} + 1 \right)^2}$$

Вольт-амперная характеристика антизапорного (омического) контакта

$$\begin{cases} j_x = e\mu n E_x + eD \frac{dn}{dx} \\ \frac{dE_x}{dx} = \frac{4\pi}{\varepsilon} \rho; \quad \rho = e(N_d^+ + p - N_a^- - n) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j_x}{\partial x} \end{cases}$$

Стационарная ситуация $\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow j_x = \text{const}$

Примеси полностью ионизованы $\Rightarrow N_d^+ = n_d; N_a^- = n_a; \Rightarrow n_0 - p_0 = n_d - n_a$

Полупроводник n -типа $\Rightarrow n_0, n_d \gg p_0, n_a \Rightarrow n_0 = n_d - n_a$

$$\begin{cases} j_x = e\mu n E_x + eD \frac{dn}{dx} \leftarrow \frac{D}{\mu} = \frac{e}{T} (\text{невыврожденный полупроводник}) \\ \frac{dE_x}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} (n_0 - n) \end{cases}$$

$$\begin{cases} j = e\mu nE + \mu T \frac{dn}{dx} \quad (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} (n_0 - n) \quad (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow n = n_0 - \frac{\varepsilon}{4\pi e} \frac{dE}{dx} \rightarrow (1)$$

$$\frac{d^2 E}{dx^2} + \frac{e}{T} E \frac{dE}{dx} - \frac{4\pi\sigma_0}{\varepsilon\mu} \frac{e}{T} E + \frac{e}{T} \frac{4\pi}{\varepsilon\mu} j = 0; \quad (3) \quad \sigma_0 = e\mu n_0$$

Рассмотрим ситуацию когда током диффузии (перв.чл.в(3)) можно пренебр.

Когда это можно сделать?

$$\int dx(3) \Rightarrow \frac{dE}{dx} + \frac{e}{2T} E^2 - \square = const$$

Током диффузии можно пренебречь, если $\left| \frac{dE}{dx} \right| \ll \frac{e}{T} E^2$

$$\begin{cases} \frac{d\varphi}{dx} = -E \\ \varphi(d) = 0 \end{cases} \Rightarrow u = \int_0^d E dx - \text{прилож.напряж}$$

$$\text{Теорема о среднем} \Rightarrow u = \bar{E}d \Rightarrow \bar{E} = \frac{u}{d}$$

$$\frac{dE}{dx} \propto \frac{\bar{E}}{d} = \frac{u}{d^2}$$

$$\left| \frac{dE}{dx} \right| \ll \frac{e}{T} E^2 \rightarrow \frac{u}{d^2} \ll \frac{e}{T} \frac{u^2}{d^2} \Rightarrow u \gg \frac{T}{e} \approx 0.025 \text{ В при } T = 300 \text{ К}$$

$$E \frac{dE}{dx} - \frac{4\pi\sigma_0}{\varepsilon\mu} E + \frac{4\pi}{\varepsilon\mu} j = 0$$

Обезразмериваем

$$\frac{\varepsilon\mu}{4\pi j} E \frac{dE}{dx} - \frac{\sigma_0}{j} E + 1 = 0$$

Безразмерная напряженность $E_1 \equiv \frac{\sigma_0}{j} E$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_0 E = e\mu n_0 E \\ j = e\mu n E \end{array} \right| \Rightarrow E_1 = \frac{n_0}{n}$$

$$\frac{\varepsilon}{4\pi\sigma_0} \frac{\mu}{\sigma_0} j E_1 \frac{dE_1}{dx} - E_1 + 1 = 0$$

$\tau_M = \frac{\varepsilon}{4\pi\sigma_0}$ — максвелловское время релаксации

$$\frac{\mu}{\sigma_0} = \frac{\mu}{e\mu n_0} = \frac{1}{en_0}$$

$$\frac{\tau_M j}{en_0} E_1 \frac{dE_1}{dx} - E_1 + 1 = 0$$

Безразмерная координата $x_1 \equiv \frac{en_0}{\tau_M j} x \Rightarrow E_1 \frac{dE_1}{dx_1} - E_1 + 1 = 0$

$$E_1 \frac{dE_1}{dx_1} - E_1 + 1 = 0; E_1 = \frac{\sigma_0}{j} E = \frac{n_0}{n}; x_1 = \frac{\tau_m j}{en_0}$$

$$\text{Граничное условие } E_1(0) = \frac{n_0}{n_K} \ll 1 - \text{обогащенный слой}$$

Общее решение

$$E_1 + \ln(1 - E_1) = x_1 + C$$

$$C = E_1(0) + \ln(1 - E_1(0)) \approx E_1(0) - E_1(0) - \frac{1}{2} E_1^2(0) = -\frac{1}{2} E_1^2(0)$$

$$C = -\frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2 \ll 1$$

Падение напряжения на контакте

$$u = \int_0^d E dx \leftarrow x_1 \equiv \frac{en_0}{\tau_M j} x; \quad E_1 = \frac{\sigma_0}{j} E$$

$$u = \frac{j}{\sigma_0} \frac{\tau_M j}{en_0} \int_0^d E_1 dx_1$$

$$u_1 = \int_0^d E_1 dx_1; \quad u_1 = \frac{en_0 \sigma_0}{\tau_M j^2} u$$

Переходим к интегрир. по E_1

$$x_1(E_1) = E_1 + \ln(1 - E_1) - C; \quad C = -\frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2 \ll 1$$

$$dx_1 = dE_1 - \frac{dE_1}{1 - E_1} = -\frac{E_1 dE_1}{1 - E_1}$$

$$u_1 = \int_0^d E_1 dx_1 = - \int_{E_1(0) \ll 1}^{E_1(d)} \frac{E_1^2 dE_1}{1 - E_1} dx_1 = - \int_0^{E_1(d)} \frac{(E_1^2 - 1 + 1) dE_1}{1 - E_1} dx_1 = \frac{1}{2} E_1^2(d) + E_1(d) + \ln(1 - E_1(d))$$

$$u_1 = \frac{1}{2} E_1^2(d) + E_1(d) + \ln(1 - E_1(d)) \leftarrow E_1(d) + \ln(1 - E_1(d)) = x_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1 = \frac{1}{2} E_1^2(d) + x_1(d) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2 \quad (1) \\ E_1(d) + \ln(1 - E_1(d)) = x_1(d) - \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2 \quad (2) \end{array} \right. \Rightarrow j(u)$$

$$E_1(x_1) + \ln(1 - E_1(x_1)) = x_1 - \frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2$$

$$I) \text{ Слабые токи } |x_1| = \frac{en_0}{\tau_M |j|} x \gg 1$$

$$\frac{n_0}{n_K} \ll 1, E_1 = \frac{n_0}{n} \leq 1 \rightarrow (2) \Rightarrow \ln(1 - E_1(x_1)) = x_1 < 0 \Rightarrow j < 0$$

$$1 - E_1(x_1) = \exp(-|x_1|) \ll 1 \Rightarrow E_1(x_1) \approx 1 \Rightarrow E = \frac{j}{\sigma_0}$$

$$u = \int_0^d E dx = \frac{j}{\sigma_0} d \Rightarrow j = \frac{\sigma_0}{d} u - \text{закон Ома}$$

$$E_1(x_1) + \ln(1 - E_1(x_1)) = x_1 + C; \quad C = -\frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2$$

$$II) \text{ Сильные токи } E_1 = \frac{\sigma_0}{j} E \ll 1$$

$$\ln(1 - E_1) \approx -E_1 - \frac{1}{2} E_1^2(d)$$

$$-\frac{1}{2} E_1^2 = x_1 + C$$

$$II.a) |x_1| \gg |C| \rightarrow -\frac{1}{2} E_1^2 = x_1 < 0 \Rightarrow j < 0$$

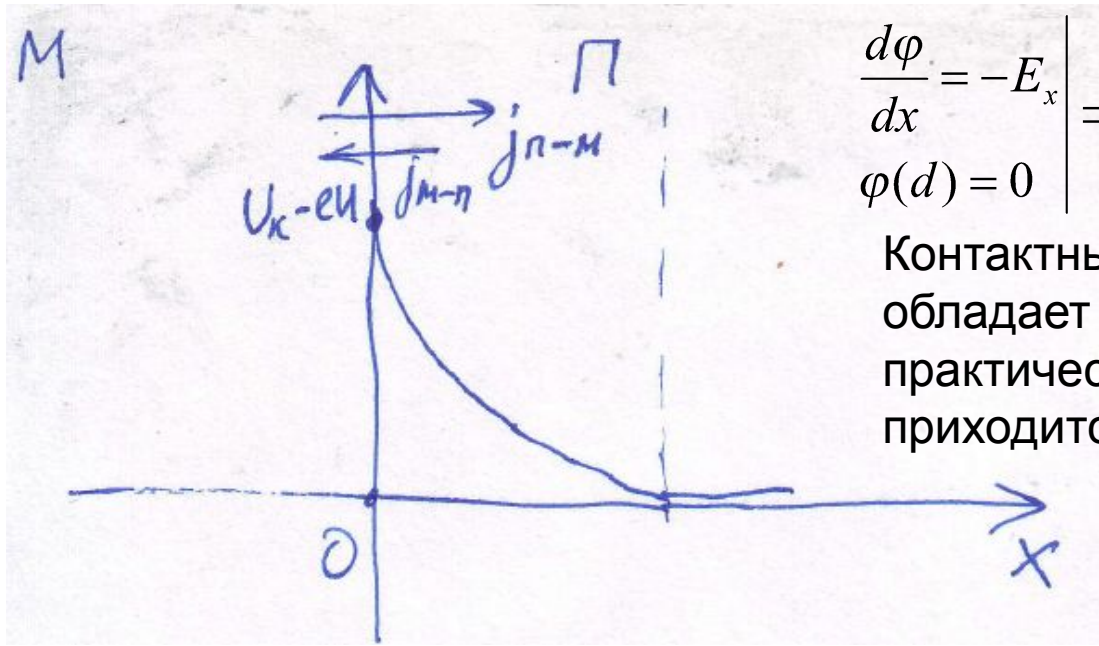
$$E_1 = \sqrt{2x_1} \Rightarrow E = \left(\frac{2j}{\tau_M \sigma_0 \mu} \right)^{1/2} x^{1/2}$$

$$u = \int_0^d E dx = \left(\frac{8jd^3}{9\tau_M \sigma_0 \mu} \right)^{1/2} \Rightarrow j = \frac{9}{8d^3} \tau_M \sigma_0 \mu \cdot u^2 - \text{закон Мотта}$$

$$II.б) |x_1| \ll |C| \rightarrow -\frac{1}{2} E_1^2 = C = -\frac{1}{2} \left(\frac{n_0}{n_K} \right)^2 \Rightarrow E_1 = \frac{\sigma_0}{j} E = \frac{n_0}{n_K}$$

$$u = \int_0^d E dx = \frac{j n_0 d}{\sigma_0 n_K} \Rightarrow j = \frac{e \mu n_K}{d} u - \text{закон Ома}$$

Диодная теория запорного контакта



$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi}{dx} &= -E_x \\ \varphi(d) &= 0 \end{aligned} \right| \Rightarrow u = \int_0^d dx E_x^{\text{внеш}}$$

Контактный слой обеднен носителями =>
обладает большим сопротивлением =>
практически вся разность потенциалов
приходится на контактный слой

Длина свободного пробега >> толщины контакта => в металл проходят все электроны полупроволника, движущиеся против оси x ($p_x < 0$) и достигшие контакта (плоскости $x=d$) с кинетической энергией движения вдоль оси x , большей высоты барьера

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_x^2}{2m} &> U_k - eu \\ p_x &< 0 \end{aligned} \right| \Rightarrow p_x < -\sqrt{2m(U_k - eu)}$$

Вклад в ток с импульсами от $\mathbf{p}$ до $\mathbf{p}+d\mathbf{p}$

$$dj_x^{n \rightarrow M} = -e \frac{p_x}{m} dn(\mathbf{p})$$

Контактный слой обеднен носителями $\Rightarrow$ обладает большим сопротивлением $\Rightarrow$ практически вся разность потенциалов приходится на контактный слой $\Rightarrow$ за пределами контактного слоя можно использовать распределение Максвелла (полупроводник невырожденный)

$$dn(\mathbf{p}) = A \exp\left(-\frac{p^2}{2mT}\right) d\mathbf{p} \rightarrow n_0 = \int dn(\mathbf{p}) \Rightarrow A = \frac{n_0}{(2\pi mT)^{3/2}}$$

$$dj_x^{n \rightarrow M} = -\frac{en_0}{m(2\pi mT)^{3/2}} p_x \exp\left(-\frac{p^2}{2mT}\right) d\mathbf{p}$$

Ток из n / p в металл

$$\begin{aligned} j_x^{n \rightarrow M} &= -\frac{en_0}{m(2\pi mT)^{3/2}} \int_{-\infty}^{-\sqrt{2m(U_K - eU)}} dp_x \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \int_{-\infty}^{+\infty} dp_z p_x \exp\left(-\frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2mT}\right) = \\ &= \frac{en_0}{m(2\pi mT)^{3/2}} \int_{\sqrt{2m(U_K - eU)}}^{+\infty} dp_x p_x \exp\left(-\frac{p_x^2}{2mT}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dp_y \exp\left(-\frac{p_y^2}{2mT}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} dp_z \exp\left(-\frac{p_z^2}{2mT}\right) = \\ &= \frac{en_0}{m(2\pi mT)^{3/2}} \frac{1}{2} (2mT)^2 \int_{(U_K - eU)/T}^{+\infty} dx \exp(-x) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} dy \exp(-y^2) \right]^2 \end{aligned}$$

$$j_x^{n \rightarrow \mathcal{M}} = \frac{en_0}{m(2\pi mT)^{3/2}} \frac{1}{2} (2mT)^2 \left[\int_{-\infty}^{+\infty} dy \exp(-y^2) \right]^2 \cdot \int_{(U_k - eu)/T}^{+\infty} dx \exp(-x)$$

$$j_x^{n \rightarrow \mathcal{M}} = e \frac{1}{4} \left(\frac{8T}{\pi m} \right)^{1/2} n_0 \exp\left(-\frac{U_k}{T}\right) \cdot \exp\left(\frac{eu}{T}\right)$$

$$j_x^{n \rightarrow \mathcal{M}}(u) = j_0 \cdot \exp\left(\frac{eu}{T}\right)$$

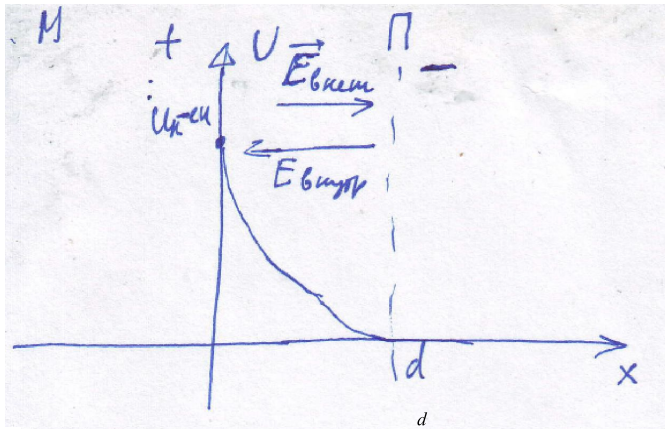
$$j_0 \equiv j_x^{n \rightarrow \mathcal{M}}(u=0) = e \frac{1}{4} v_T n_k; \quad v_T = \left(\frac{8T}{\pi m} \right)^{1/2}; \quad n_k = n_0 \exp\left(-\frac{U_k}{T}\right)$$

$$\text{При } u=0: \quad j_x^{\mathcal{M} \rightarrow n}(u=0) = -j_x^{n \rightarrow \mathcal{M}}(u=0) = -j_0$$

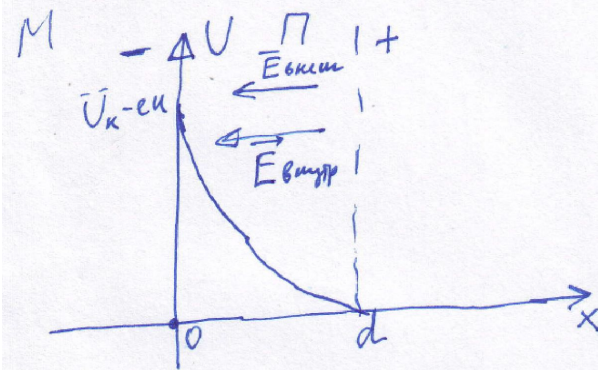
$$\text{Для электронов со стороны металла барьер отсутствует } \Rightarrow j_x^{\mathcal{M} \rightarrow n}(u) \approx j_x^{\mathcal{M} \rightarrow n}(u=0)$$

$$\text{Полный ток из полупроводника в металл} \quad j_x = j_x^{n \rightarrow \mathcal{M}} + j_x^{\mathcal{M} \rightarrow n}$$

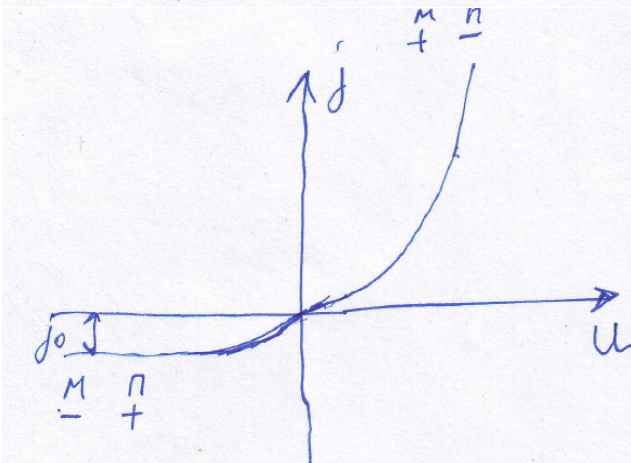
$$j_x(u) = j_0 \cdot \left[\exp\left(\frac{eu}{T}\right) - 1 \right]$$



$$u = \int_0^d dx E_x^{\text{внеш}} > 0$$



$$u = \int_0^d dx E_x^{\text{внеш}} < 0$$



$$j_x(u) = j_0 \cdot \left[\exp\left(\frac{eu}{T}\right) - 1 \right]$$

Диффузионная теория заперного контакта

Длина свободного пробега меньше или порядка ширины заперного слоя

$$\begin{cases} j_x = e\mu n E_x + eD \frac{dn}{dx} \\ \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{4\pi}{\varepsilon} \rho; \quad \rho = e(N_d^+ + p - N_a^- - n) \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial j_x}{\partial x} \end{cases}$$

$$\text{Стационарная ситуация} \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow j_x = \text{const}$$

$$\text{Примеси полностью ионизованы} \Rightarrow N_d^+ = n_d; N_a^- = n_a; \Rightarrow n_0 - p_0 = n_d - n_a$$

$$\text{Полупроводник } n\text{-типа} \Rightarrow n_0, n_d \gg p_0, n_a \Rightarrow n_0 = n_d - n_a$$

$$\begin{cases} j_x = e\mu n E_x + eD \frac{dn}{dx} \leftarrow E_x = -\frac{d\varphi}{dx}; \frac{D}{\mu} = \frac{e}{T} (\text{невыврожденный полупроводник}) \\ \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} (n_0 - n) \end{cases}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} j_x = -e\mu n \frac{d\varphi}{dx} + T\mu \frac{dn}{dx} \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{4\pi e}{\varepsilon} (n_0 - n) \end{array} \right. \quad (2)$$

Граничные условия

$$x = d : \quad \varphi = 0; \quad \frac{d\varphi}{dx} = 0; \quad n = n_0 \quad (3)$$

$$x = 0 : \quad \varphi = \varphi_K + u = -\frac{U_K}{e} + u \quad (4)$$

Алгоритм решения задачи

$$(1) + (2) \Rightarrow n(\varphi(x), j) \rightarrow (2) \Rightarrow \varphi(x, j) \rightarrow (4) \Rightarrow j(u)$$

$$j = -e\mu n \frac{d\varphi}{dx} + \mu T \frac{dn}{dx}$$

$$\frac{dn}{dx} - \frac{e}{T} \frac{d\varphi}{dx} n = \frac{j}{\mu T}$$

Общее однородного $j = 0 \Rightarrow n_{o,o} = C \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right)$

Частное неоднородного $j \neq 0$

Попробуем убрать второе слагаемое. Ищем решение в виде $n_{u,n}(x) = \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right) f(x)$

$$\frac{e}{T} \frac{d\varphi}{dx} n + \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right) \frac{df(x)}{dx} - \frac{e}{T} \frac{d\varphi}{dx} n = \frac{j}{\mu T}$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{j}{\mu T} \exp\left(-\frac{e\varphi(x)}{T}\right) \Rightarrow n_{u,n}(x) = \frac{j}{\mu T} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) \int_0^x d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right)$$

Общее неоднородного $n(x) = C \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) + \frac{j}{\mu T} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) \int_0^x d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right)$

Граничные условия $n(d) = n_0$; $\varphi(x) = 0 \Rightarrow C = n_0 - \frac{j}{\mu T} \int_0^d d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right)$

$$n(x) = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) - \frac{j}{\mu T} \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) \left[\int_0^d d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right) - \int_0^x d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right) \right]$$

$$n(x) = \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) \left[n_0 - \frac{j}{\mu T} \int_x^d d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right) \right]$$

Подставляем в уравнение Пуассона $\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} (n - n_0)$

$$\begin{cases} \frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} \left(\exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) \left[n_0 - \frac{j}{\mu T} \int_x^d d\xi \exp\left(-\frac{e\varphi(\xi)}{T}\right) \right] - n_0 \right) \\ \varphi(0) = -\frac{U_K}{e} + u \\ \frac{d\varphi}{dx}(d) = \varphi(d) = 0 \end{cases} \Rightarrow j(u)$$

Интегро-дифференциальное уравнение. В общем случае нельзя решить аналитически. Нужен численный расчет.

$$j = j^{n \rightarrow m} + j^{m \rightarrow n}$$

Электроны полупровод. достигшие границы контакта не испыт. сопротив. и свободно проходят в металл

$$j^{n \rightarrow m}(u) = e \frac{1}{4} v_T n(0, u)$$

Для электронов в металле барьера нет $\Rightarrow j^{m \rightarrow n}(u) \approx j^{m \rightarrow n}(u=0) = -e \frac{1}{4} v_T n_K$

$$j = e \frac{1}{4} v_T [n(0, u) - n_K]$$

Часто $j \ll j^{n \rightarrow m}, |j^{m \rightarrow n}| \Rightarrow n(0, u) \approx n_K = n_0 \exp\left(-\frac{U_K}{T}\right)$

$$n(x) = n_0 \exp\left(\frac{e\varphi(x)}{T}\right) - \frac{j}{\mu T} \int_x^d d\xi \exp\left(\frac{e}{T}(\varphi(x) - \varphi(\xi))\right)$$

Граничное условие на плоскости контакта

$$\varphi(0) = -\frac{U_K}{e} + u; n(0) = n_k = n_0 \exp\left(-\frac{U_K}{T}\right)$$

$$n_K = n_0 \exp\left(-\frac{U_K}{T}\right) \exp\left(\frac{eu}{T}\right) - \frac{j}{\mu T} \int_0^d d\xi \exp\left(\frac{e}{T}(\varphi(0) - \varphi(\xi))\right)$$

$$j = j_0 \left[\exp\left(\frac{eu}{T}\right) - 1 \right] - \text{диодная ВАХ}$$

$$j_0 = \frac{\mu T n_K}{\int_0^d d\xi \exp\left(\frac{e}{T}(\varphi(0) - \varphi(\xi))\right)}$$

$$j_0 = \frac{\mu T n_K}{\int_0^d d\xi \exp\left(\frac{e}{T}(\varphi(0) - \varphi(\xi))\right)}$$

$\varphi(0) - \varphi(\xi) < 0 \Rightarrow$ основной вклад в интеграл $\xi \propto 0$

$$\varphi(\xi) = \varphi(0) + \left. \frac{d\varphi}{dx} \right|_0 \xi = \varphi(0) - E(0)\xi = \varphi(0) + |E(0)|\xi$$

$$\int_0^d d\xi \exp\left(-\frac{e}{T}|E(0)|\xi\right) \approx \frac{T}{e|E(0)|} \left[1 - \exp\left(-\frac{e}{T}|E(0)|d\right) \right]$$

$$j_0 = \frac{e\mu n_k |E(0)|}{1 - \exp\left(-\frac{e}{T}|E(0)|d\right)}$$

$$T \ll e|E(0)|d \rightarrow j_0 = e\mu n_k |E(0)|$$