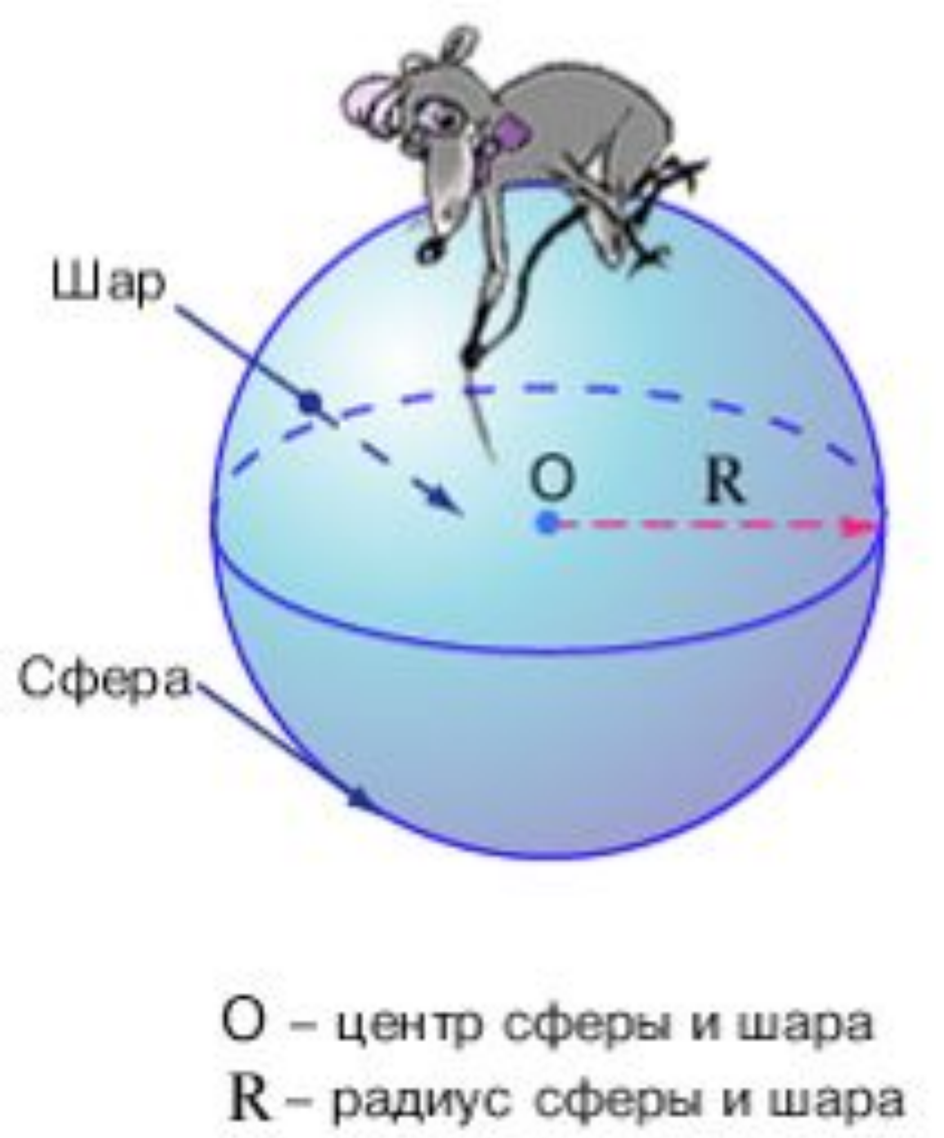
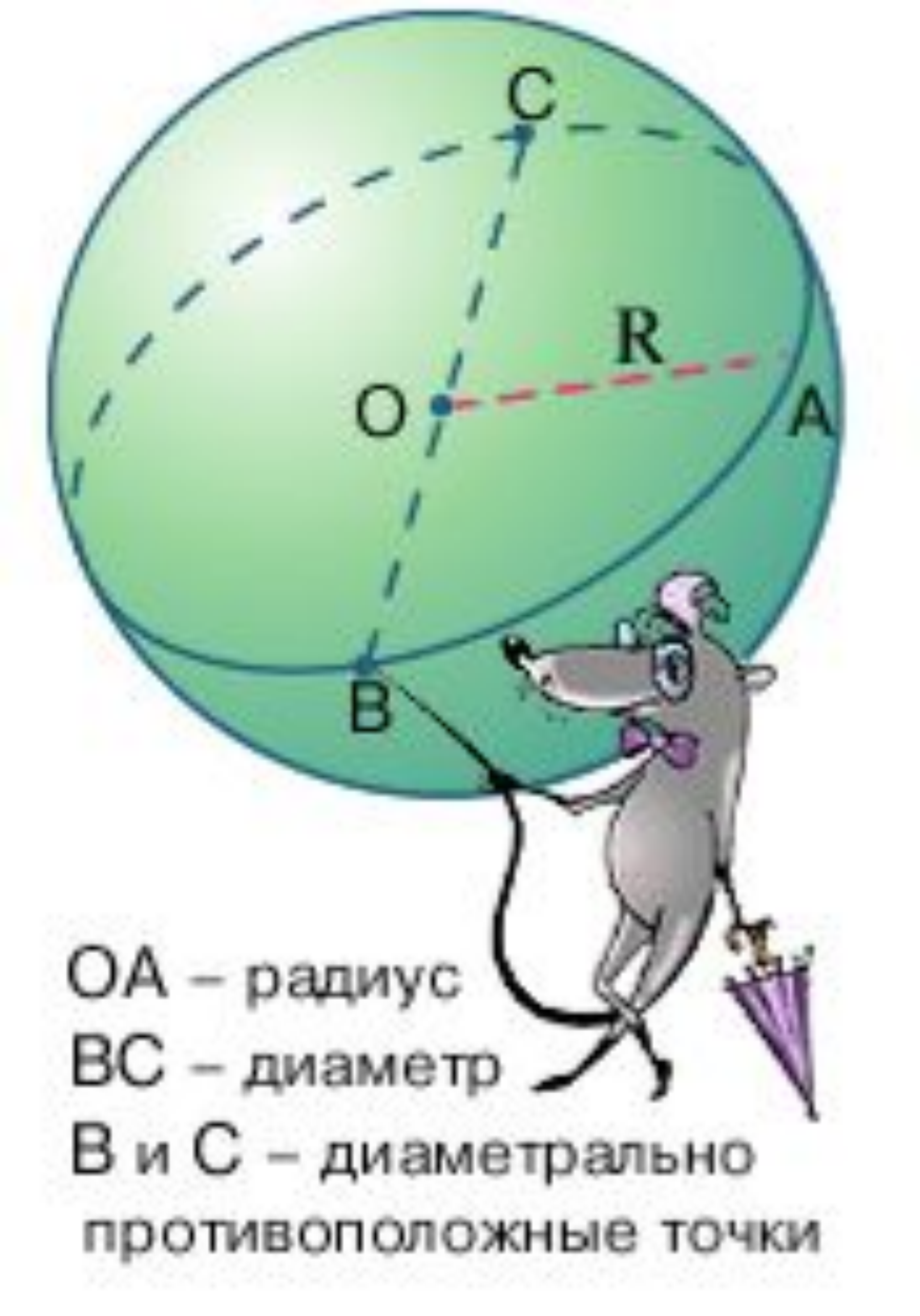
Сфера и шар.

Подготовила обучающаяся группы ПК-28

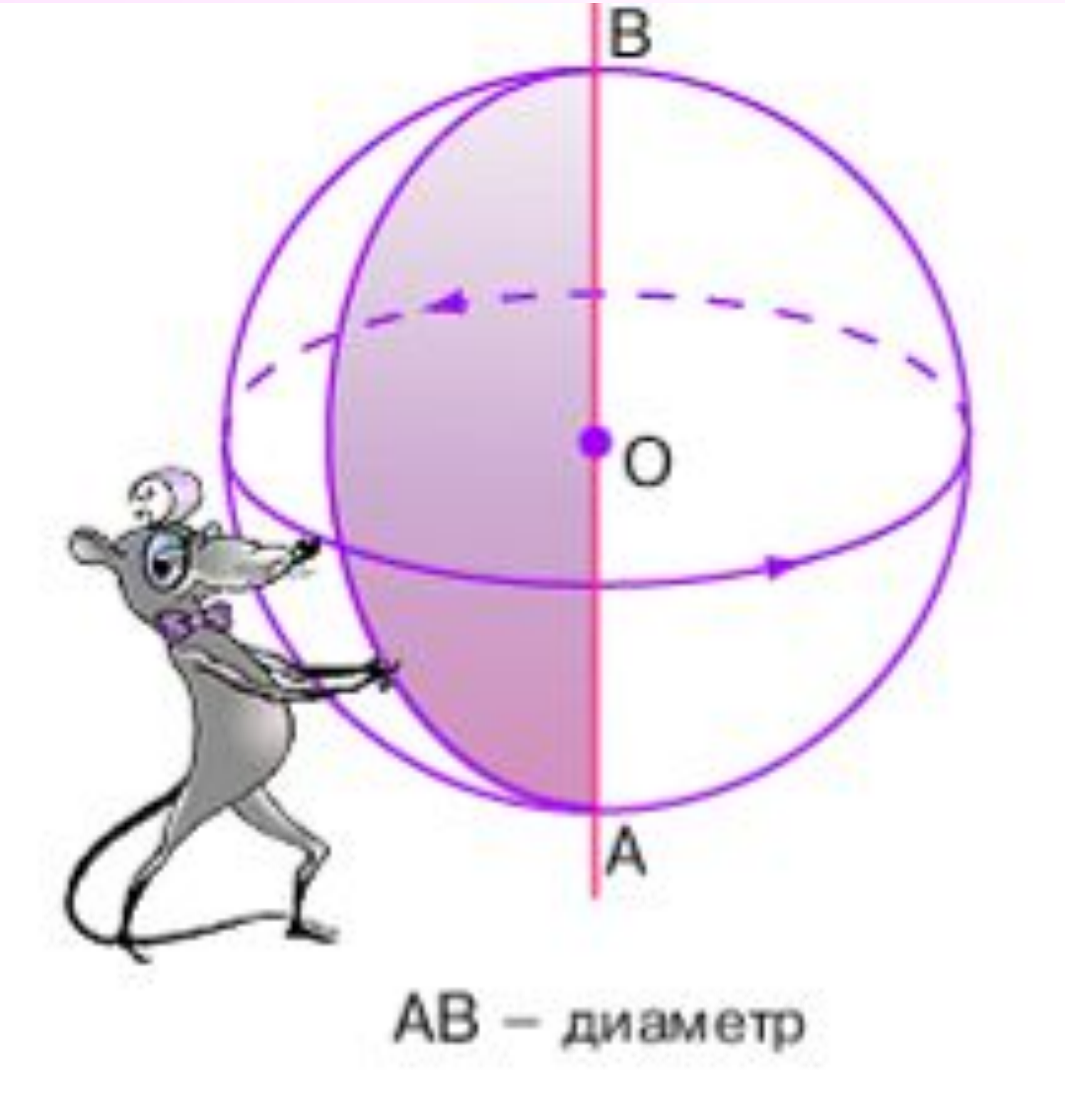
Орёл Ольга



Сферой называется поверхность, которая состоит из всех точек пространства, находящихся на заданном расстоянии от данной точки. Эта точка называется **центром**, а заданное расстояние – **радиусом** сферы, или шара – тела, ограниченного сферой. **Шар** состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии не более заданного от данной точки.

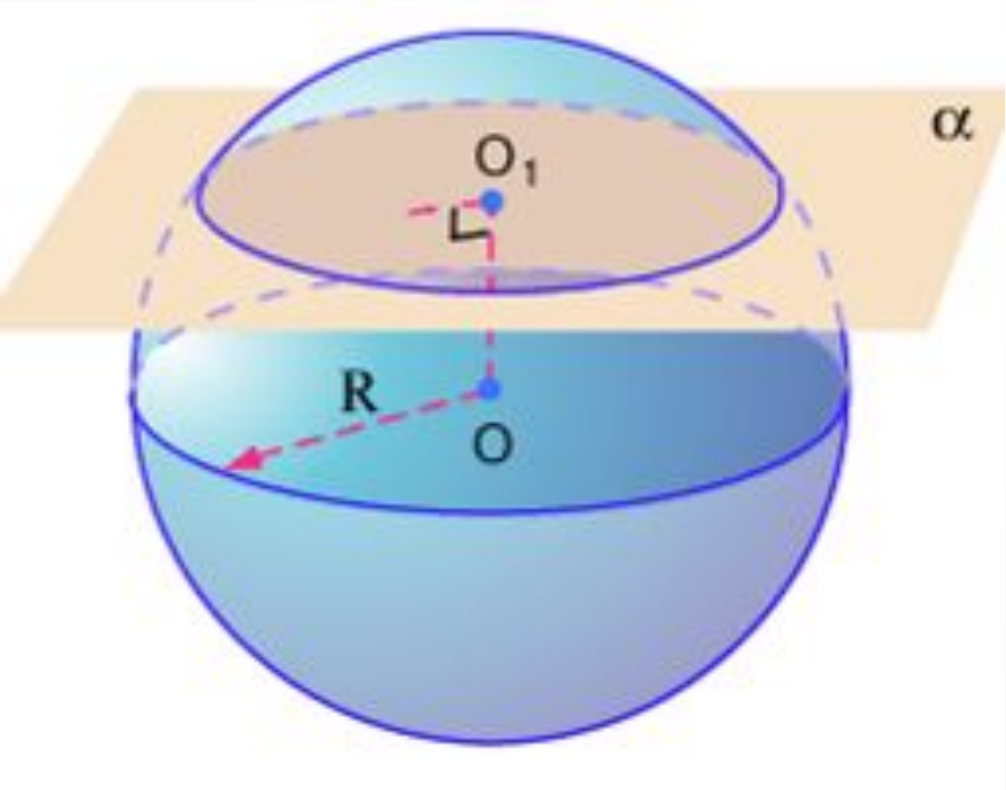


Отрезок, соединяющий центр шара с точкой на его поверхности, называется радиусом шара. Отрезок, соединяющий две точки на поверхности шара и проходящий через центр, называется диаметром шара, а концы этого отрезка – диаметрально противоположными точками шара.



Шар можно рассматривать как тело, полученное от вращения полукруга вокруг диаметра как оси.

Теорема. ***Любое сечение шара плоскостью есть круг. Перпендикуляр, опущенный из центра шара на секущую плоскость, попадает в центр этого круга.***



Дано:

$шар\,(O, R)$

α – секущая плоскость

$OO_1 \perp \alpha$

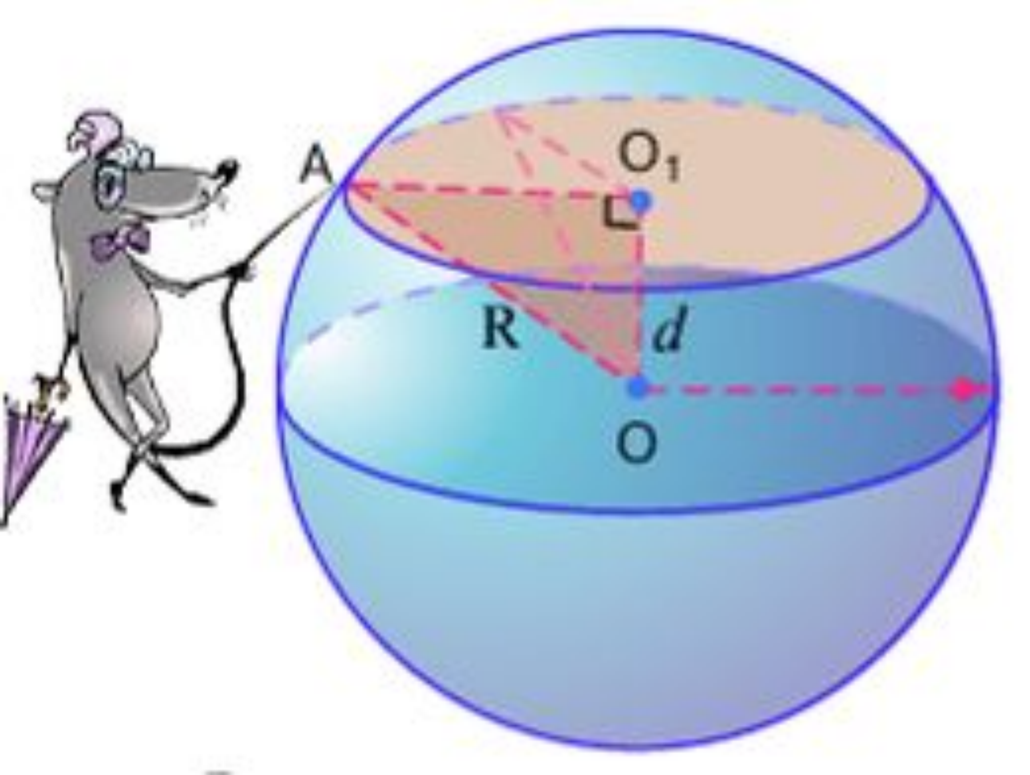
Доказать:

сечение – круг

O_1 – центр круга

Доказательство:

Рассмотрим прямоугольный треугольник, вершинами которого являются центр шара, основание перпендикуляра, опущенного из центра на плоскость, и произвольная точка сечения.



$$OA = R \quad OO_1 = d$$

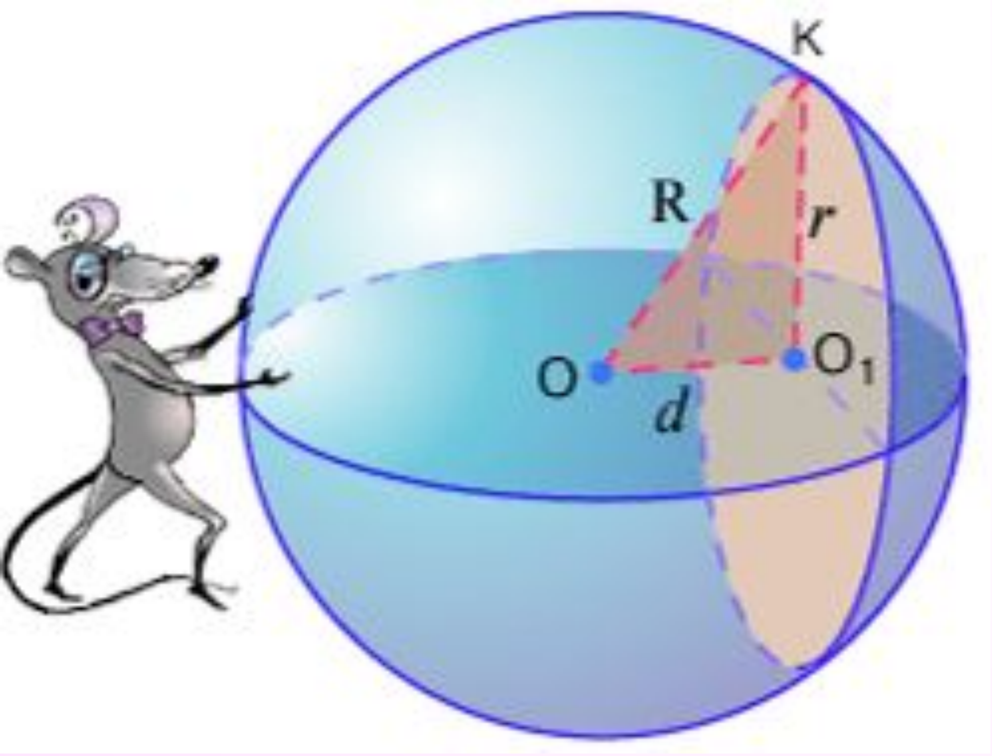
$$AO^2 = OO_1^2 + AO_1^2$$

$$R^2 = d^2 + AO_1^2$$

$$AO_1 = \sqrt{R^2 - d^2}$$

$$AO_1 = const$$

Следствие. ***Если известны радиус шара и расстояние от центра шара до плоскости сечения, то радиус сечения вычисляется по теореме Пифагора.***

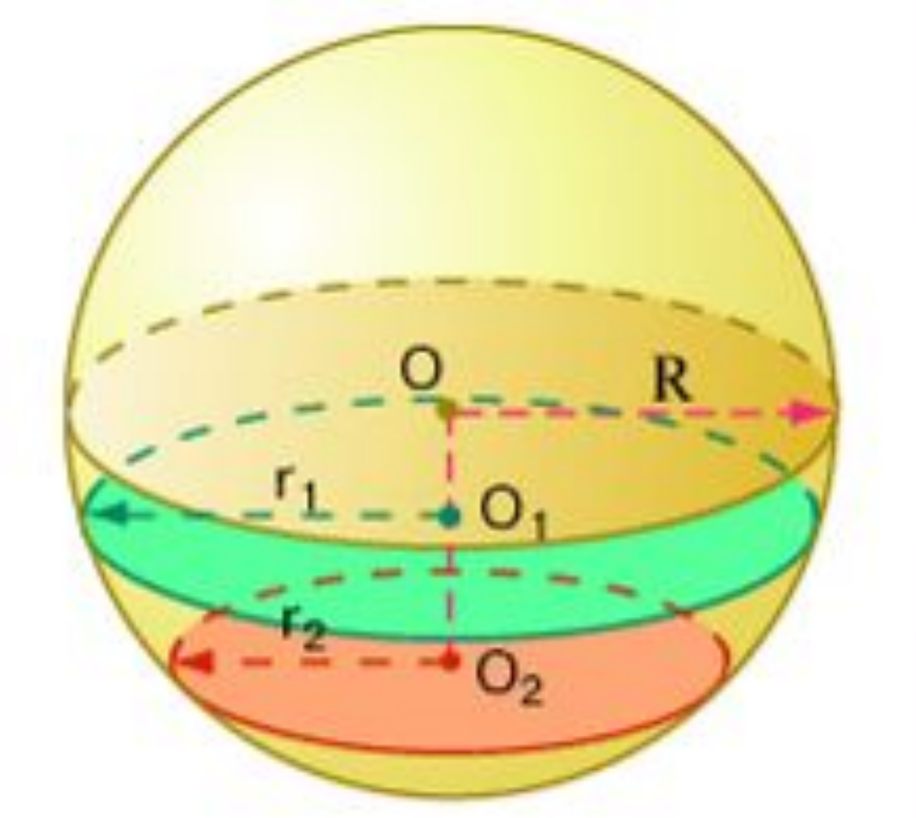


$$O_1K^2 + d^2 = R^2$$

$$O_1K = \sqrt{R^2 - d^2} = r$$

r – *радиус сечения*

Чем меньше расстояние от центра шара до плоскости, тем больше радиус сечения.

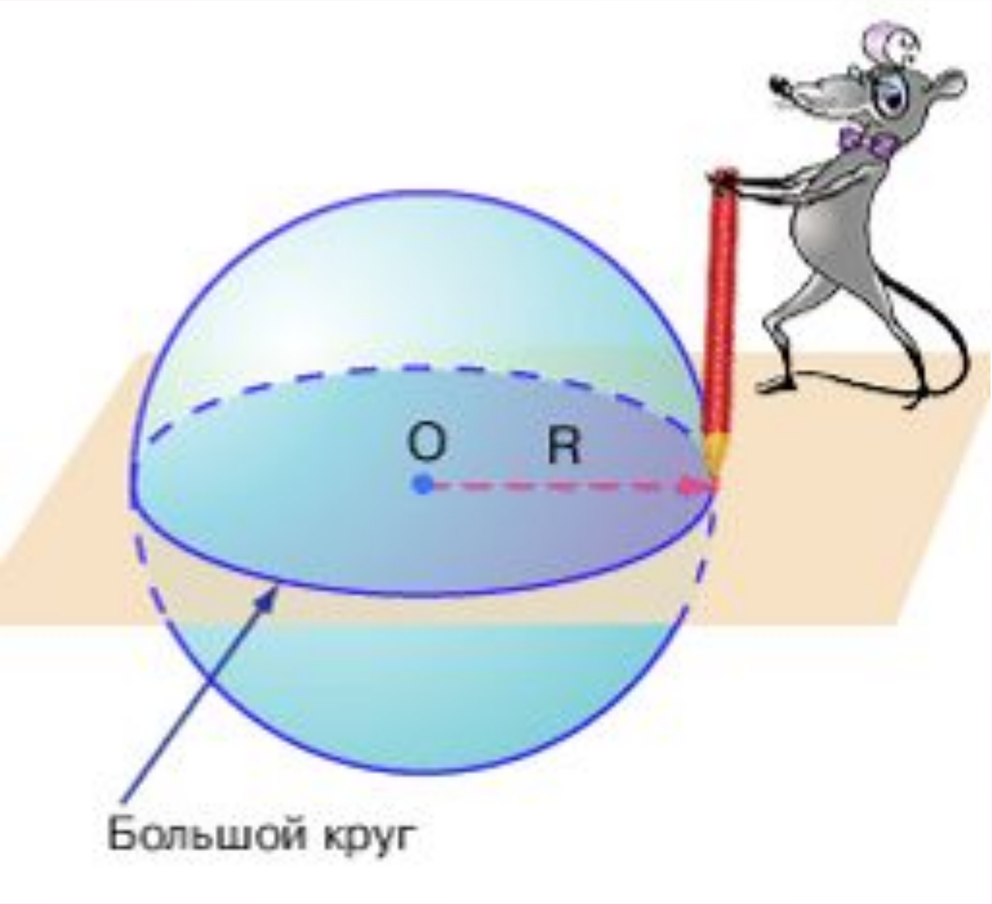


$$r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

$$d_1 = OO_1$$

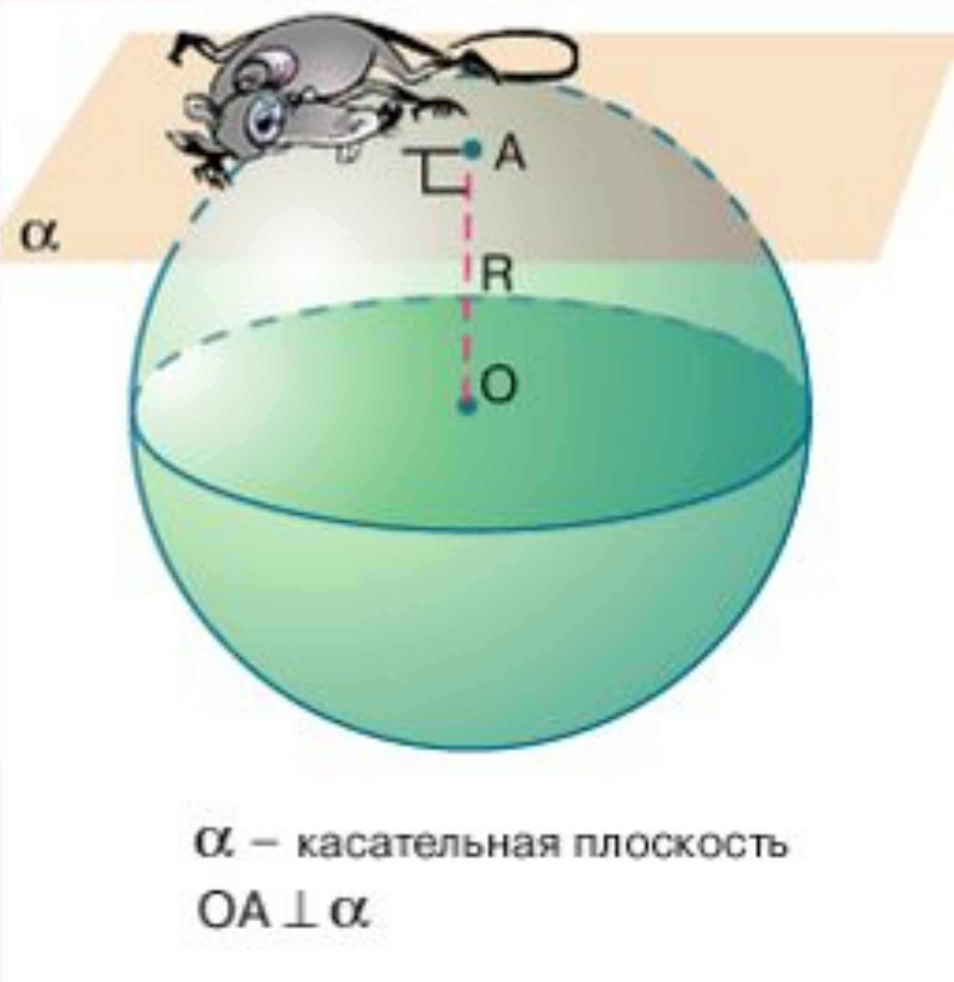
$$d_2 = OO_2$$

$$r_1 > r_2 \Rightarrow d_1 < d_2$$

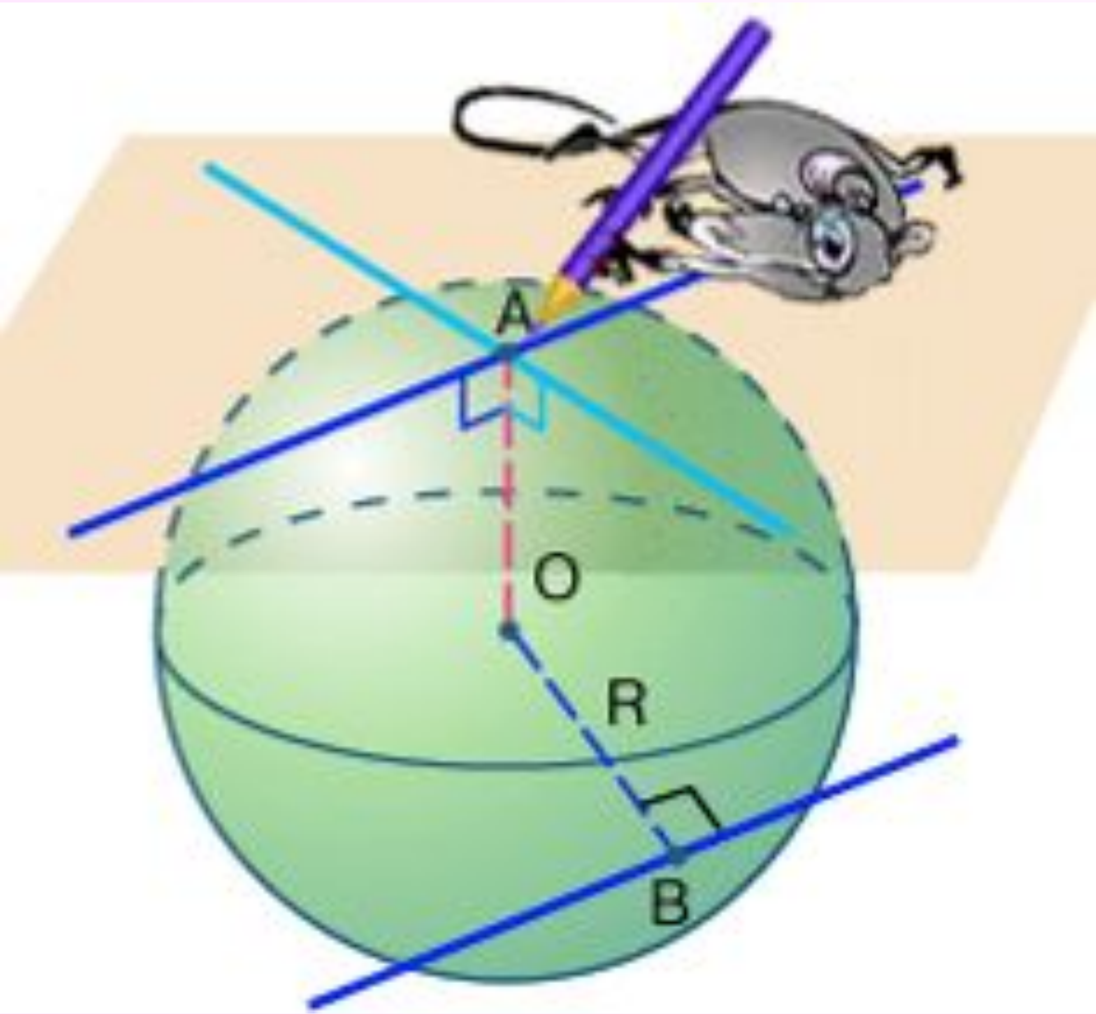


Наибольший радиус сечения получается, когда плоскость проходит через центр шара. Круг, получаемый в этом случае, называется большим кругом. Большой круг делит шар на два полушара.

Плоскость и прямая, касательные к сфере.

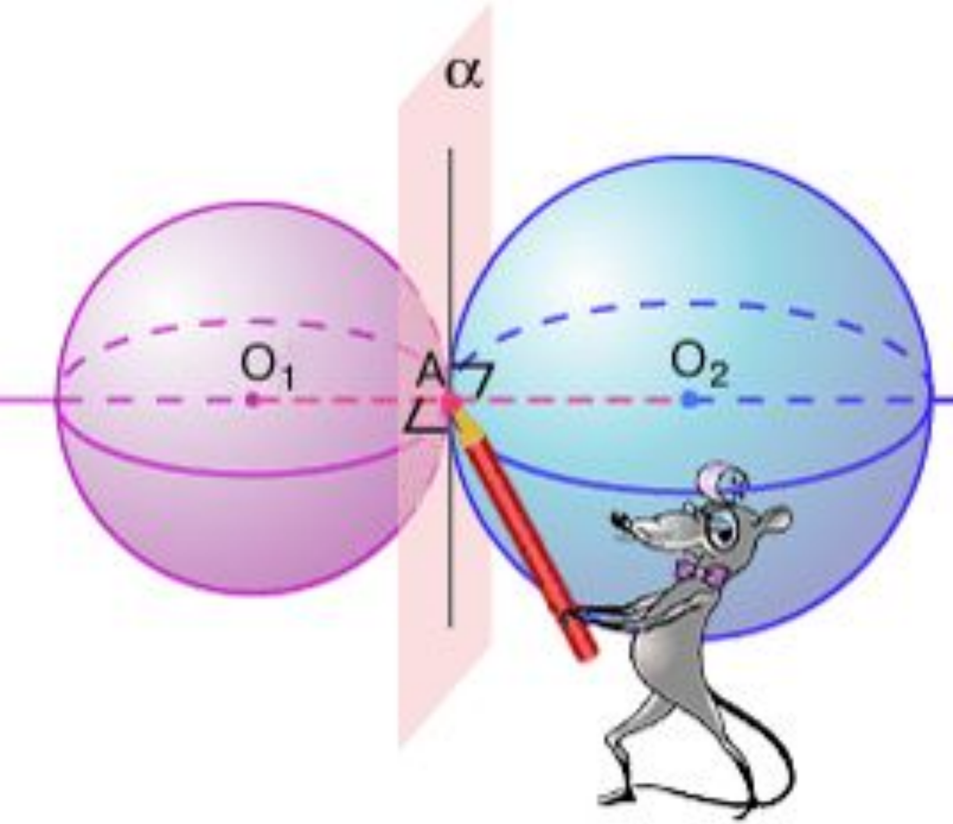


Плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью. Касательная плоскость перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

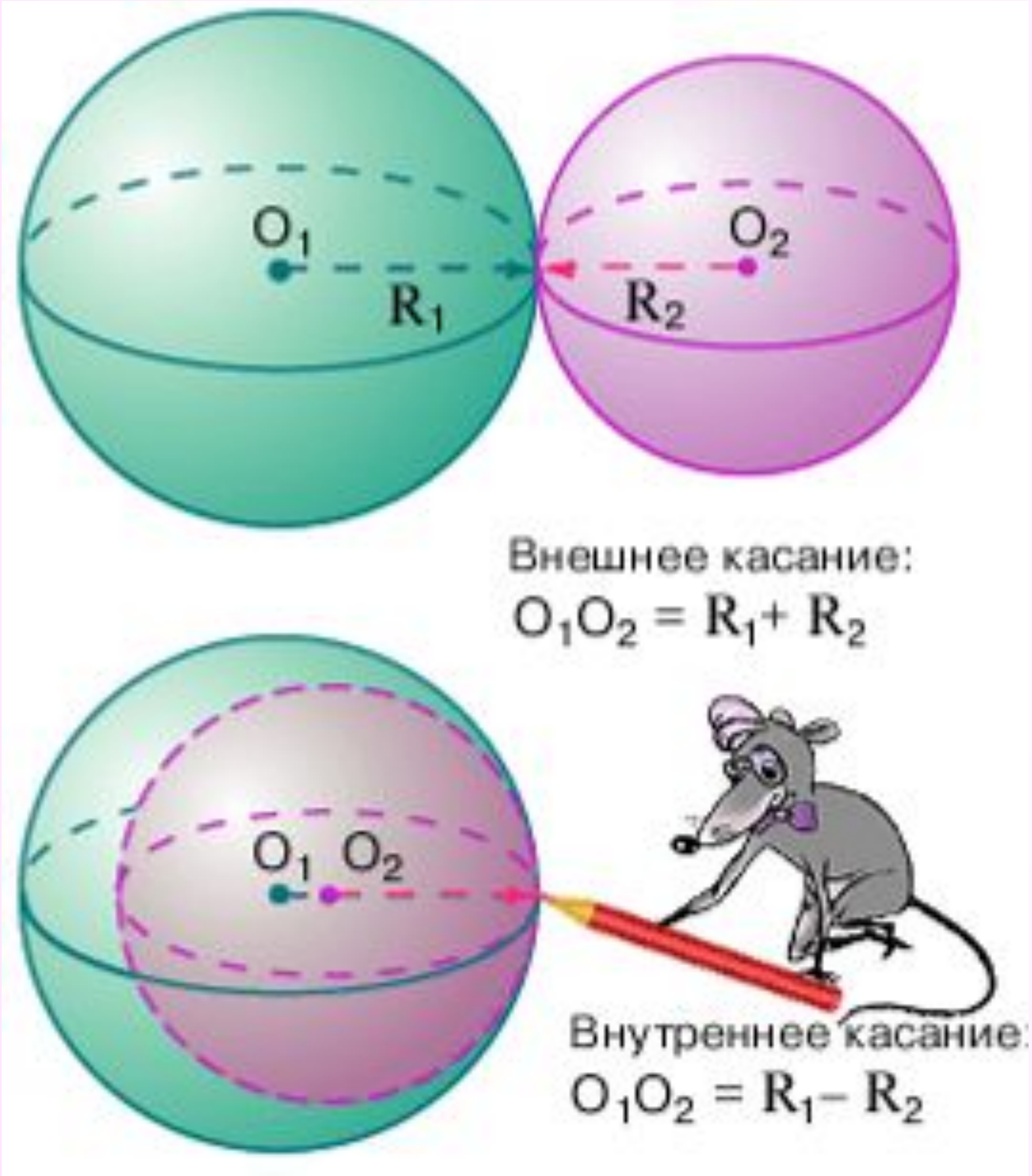


Прямая называется касательной, если она имеет со сферой ровно одну общую точку. Такая прямая перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания. Через любую точку сферы можно провести бесчисленное множество касательных прямых.

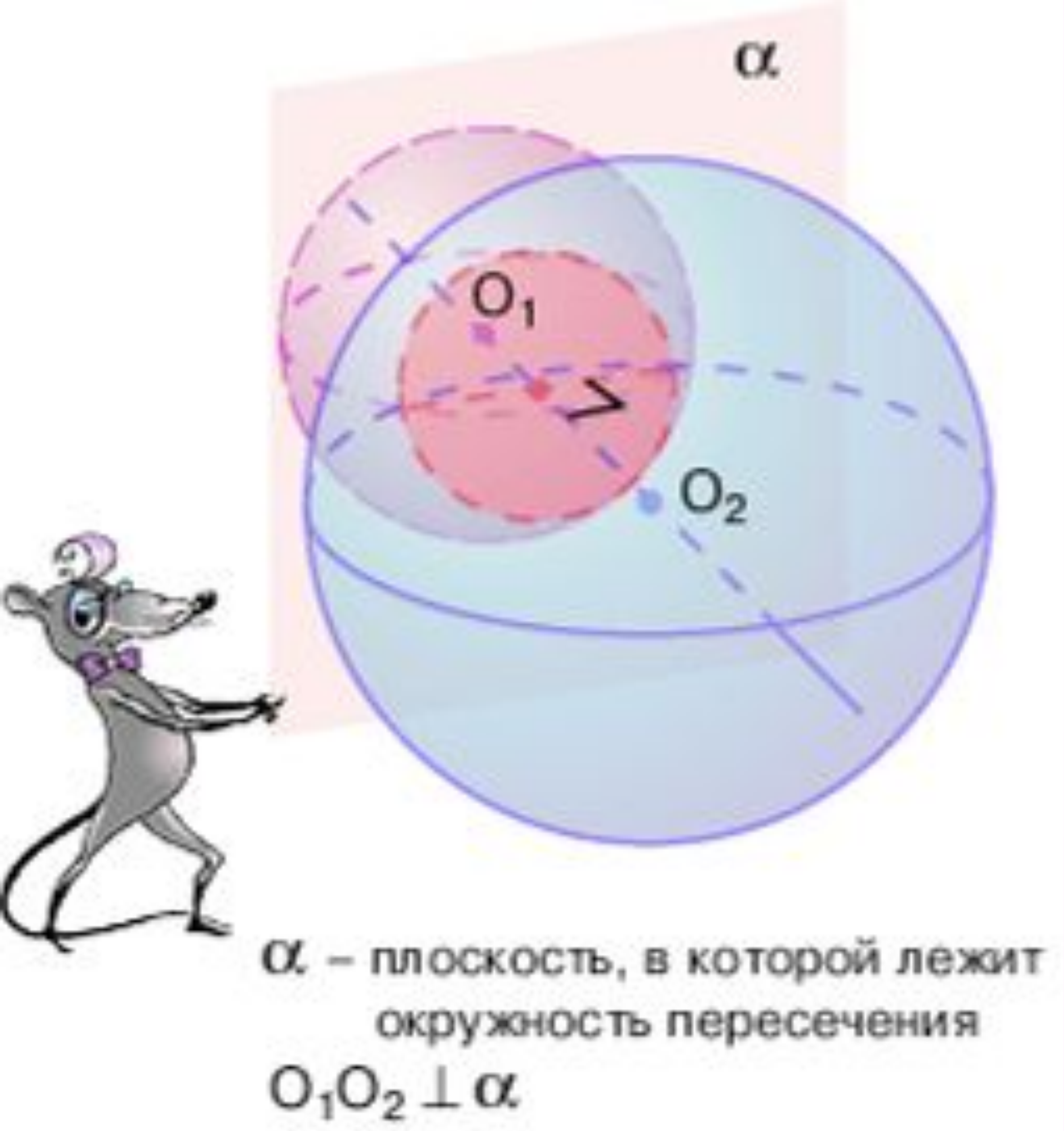
Взаимное расположение двух шаров.



Если два шара или сферы имеют только одну общую точку, то говорят, что они касаются. Их общая касательная плоскость перпендикулярна линии центров (прямой, соединяющей центры обоих шаров).

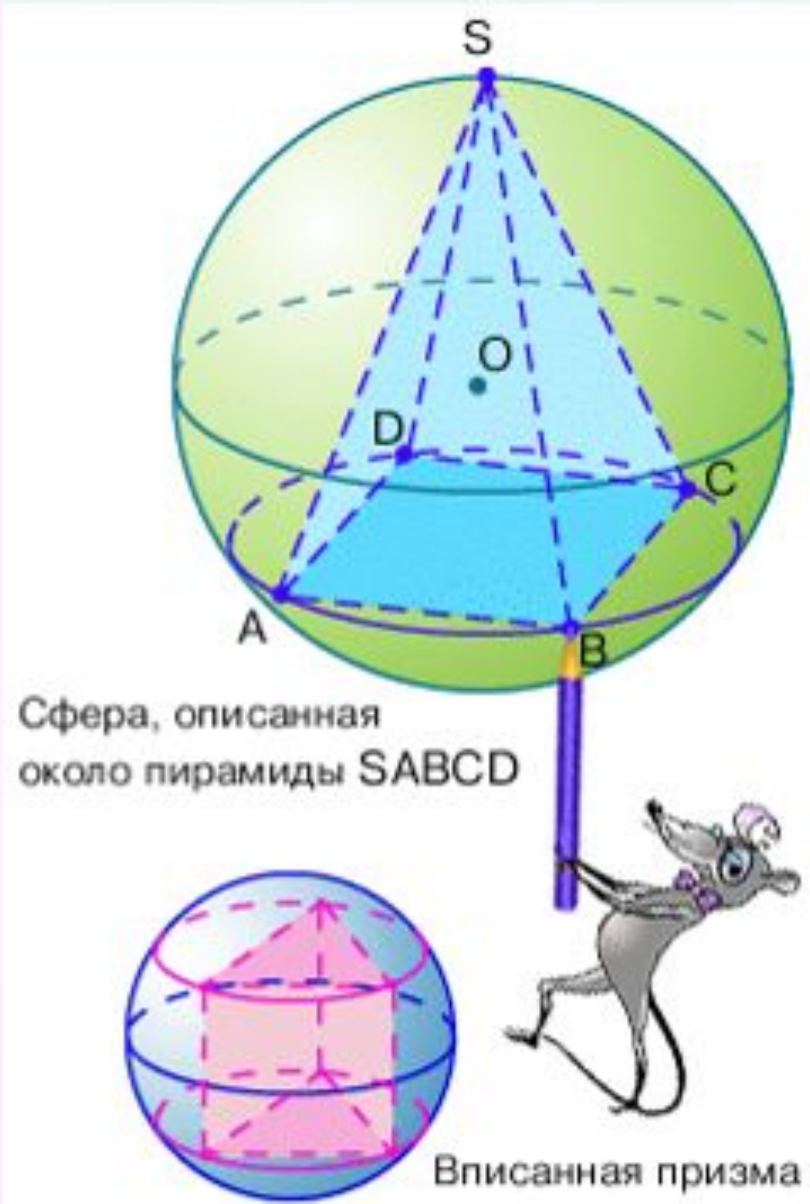


Касание шаров может быть внутренним и внешним.

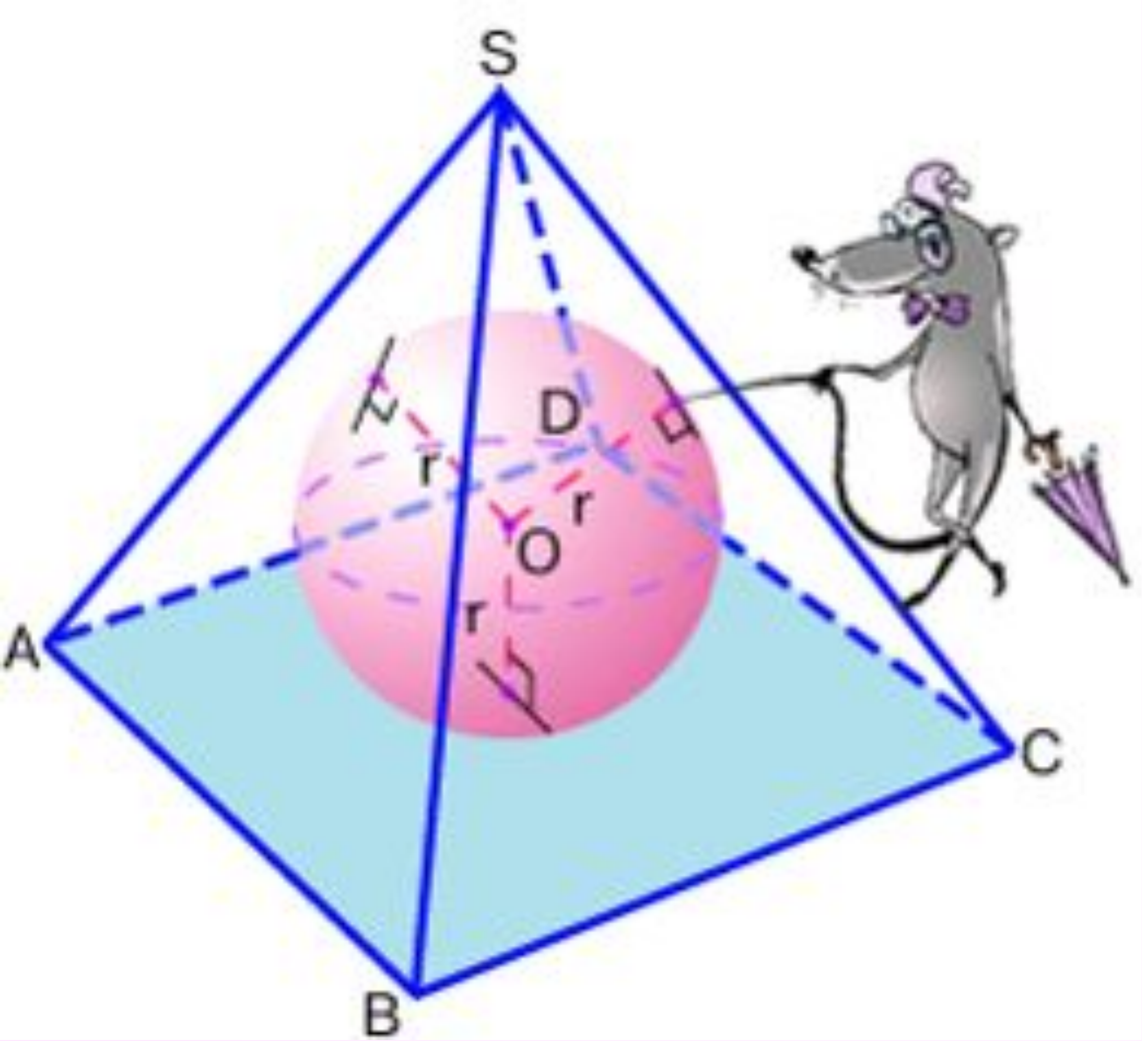


Две сферы пересекаются по окружности. Линия центров перпендикулярна плоскости этой окружности и проходит через ее центр.

Вписанная и описанная сферы.



Сфера (шар) называется описанной около многогранника, если все вершины многогранника лежат на сфере.



Сфера называется вписанной в многогранник, в частности, в пирамиду, если она касается всех граней этого многогранника (пирамиды).