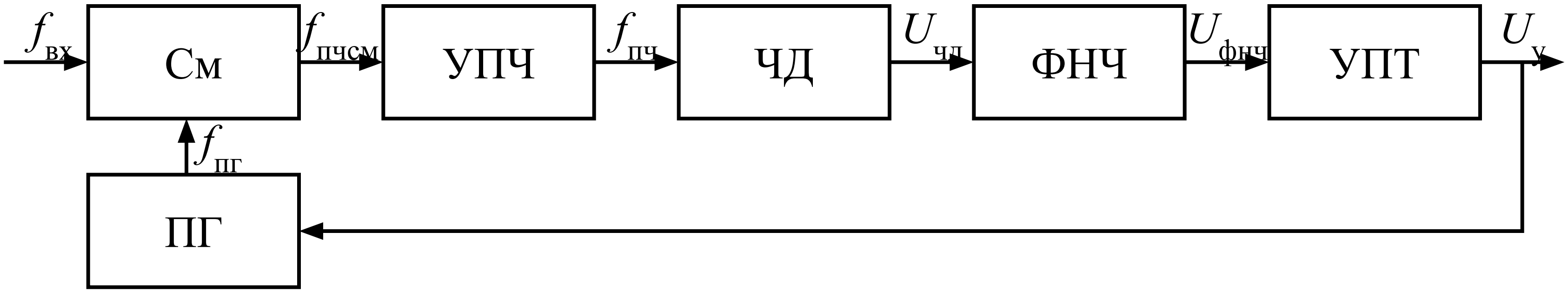
РАДИОАВТОМАТИКА

Лекция 3

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ САР. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

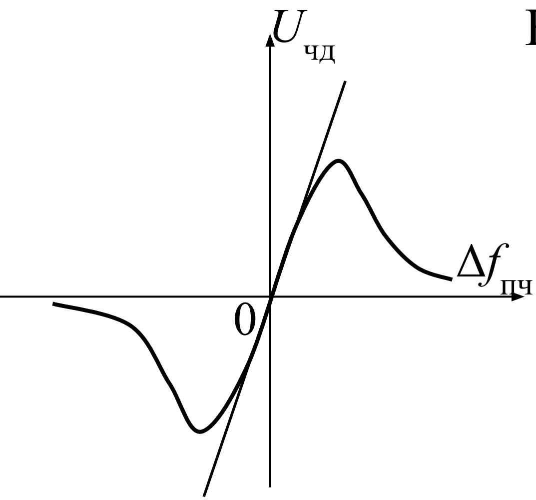
ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ АПЧГ

Структурная схема системы АПЧГ

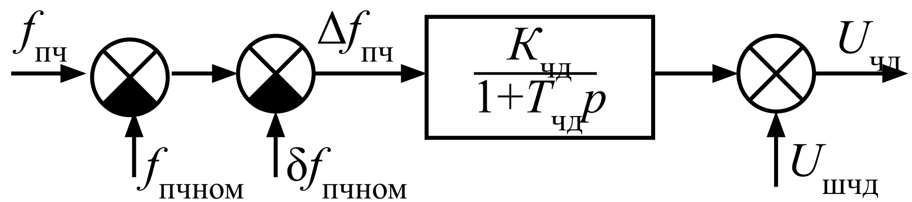


При составлении линейной модели нужно: 1) все нелинейные функциональные зависимости заменить линейными и 2) учесть динамические свойства элементов. Считаем, что выходной и входной процессы элементов связаны между собой так же, как выходное и входное напряжения интегрирующей цепи. Ее передаточная функция $K(p) = \dfrac{1}{1+Tp}$

В модели частотного дискриминатора нужно учесть: 1) медленные изменения переходной частоты $\delta f_{пчном}$ и 2) случайную составляющую выходного напряжения ЧД $U_{шчд}$, обусловленную шумами приемника.

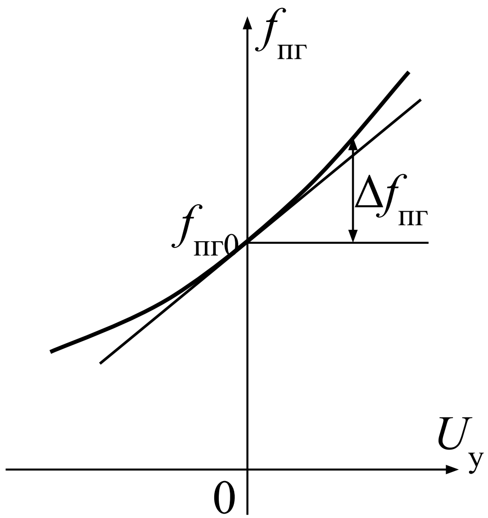


$U_{чд}(\Delta f_{пч}) \rightarrow K_{чд}\, \Delta f_{пч}$

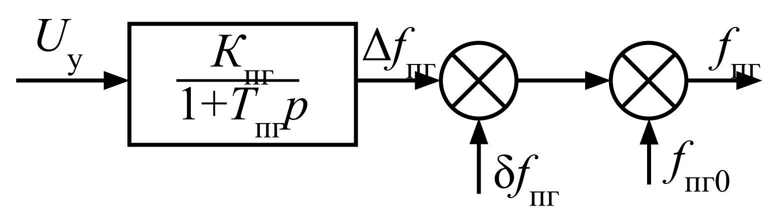


$T_{чт}$ – постоянная времени ЧД

В модели перестраиваемого генератора нужно учесть медленное изменение частоты $\delta f_{пг}$ перестраиваемого генератора при нулевом управляющем напряжении, обусловленное нестабильностью элементов генератора.



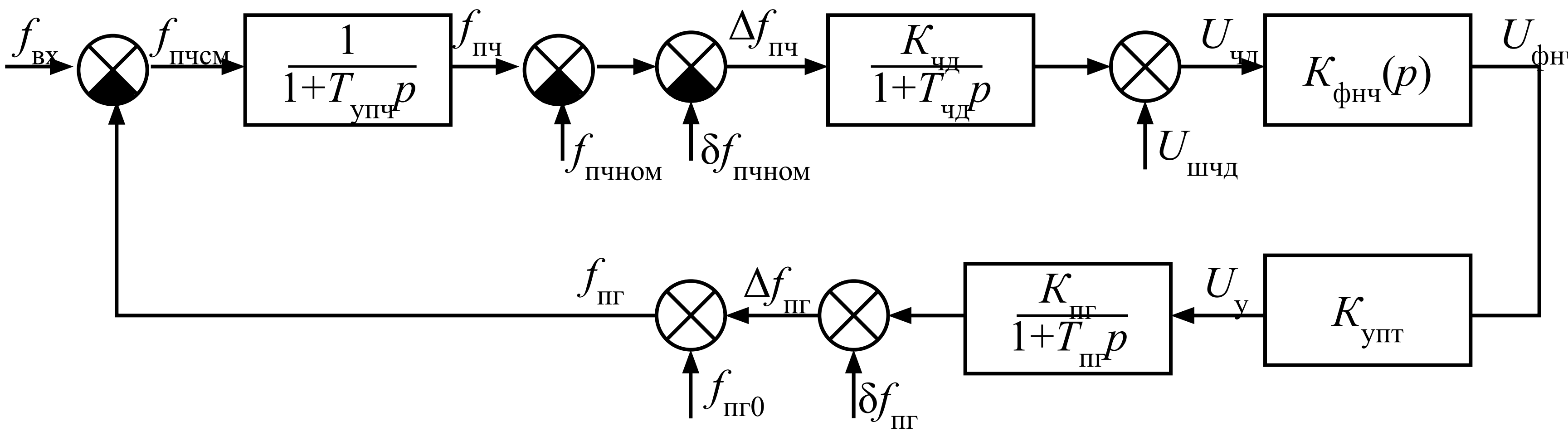
$\Delta f_{пг}\,(U_{у}) \rightarrow K_{пг}\, U_{у}$



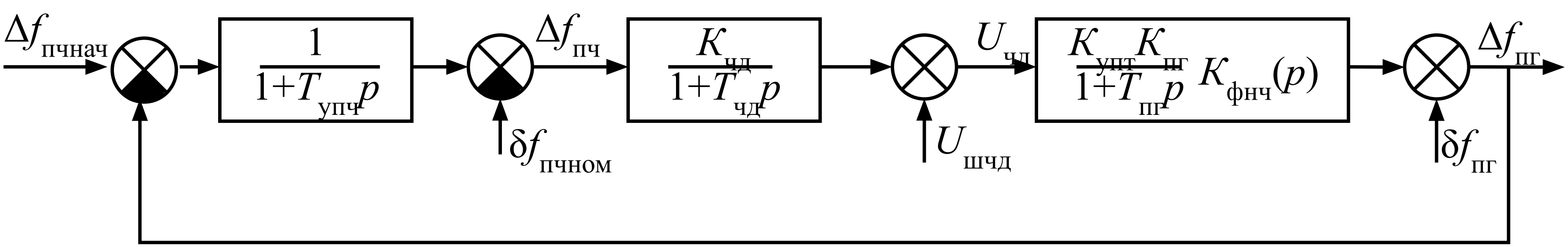
$T_{пг}$ – постоянная времени ПГ

В линейной модели учитываются динамические свойства наиболее узкополосных элементов. Для системы АПЧГ это – ФНЧ, ЧД, ПГ и УПЧ. Остальные элементы (См и УПТ) считаются безынерционными.

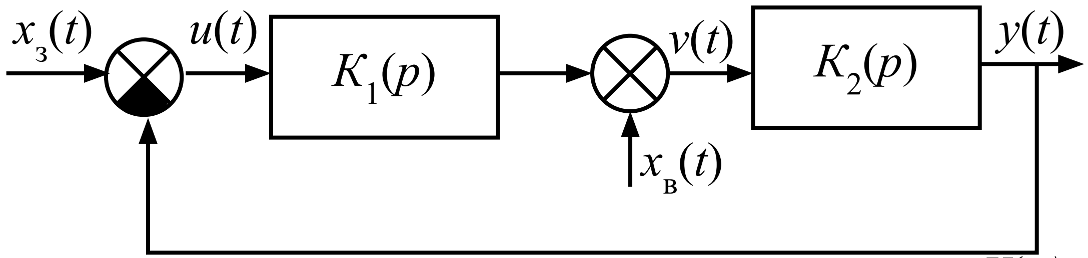
Заменяя элементы их линейными моделями, получим линейную модель системы



Преобразуем модель, объединяя арифметические операции с постоянными воздействиями $f_{пчном}$, и $f_{пг0}$ как в статической модели, а также заменяя последовательно соединенные линейные звенья одним звеном.



ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ СИСТЕМ АВТОРЕГУЛИРОВАНИЯ



Воздействия: $x_з(t)$ – задающее, $x_в(t)$ – возмущающее

Передаточная функция замкнутой системы $K_з(p) = \dfrac{Y(p)}{X_з(p)}$

Передаточная функция разомкнутой системы $K_р(p) = \dfrac{Y(p)}{X_з(p)}$ при разомкнутой ОС $= \dfrac{Y(p)}{U(p)}$

Передаточная функция по возмущению $K_в(p) = \dfrac{Y(p)}{X_в(p)}$

Передаточная функция ошибки $K_{ош}(p) = \dfrac{U(p)}{X_з(p)}$

$$Y(p) = K_2(p)V(p) = K_2(p)\{K_1(p)U(p) + X_в(p)\} = K_2(p)\{K_1(p)[X_з(p) - Y(p)] + X_в(p)\}$$

$$Y(p) = \frac{K_1(p)K_2(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)} X_з(p) + \frac{K_2(p)}{1 + K_1(p)K_2(p)} X_в(p) \qquad K_р(p) = K_1(p)\,K_2(p)$$

$$K_з(p) = \frac{K_р(p)}{1 + K_р(p)} \qquad K_в(p) = \frac{K_2(p)}{1 + K_р(p)} \qquad K_{ош}(p) = \frac{1}{1 + K_р(p)}$$

Правило составления передаточных функций: В знаменателе передаточной функции стоит выражение $1 + K_р(p)$, а в числителе – передаточная функция элементов, находящихся между точкой съема выходного процесса и точкой подачи входного воздействия

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Линейная система устойчива, если при ограниченном входном воздействии $x(t)$ выходной процесс $y(t)$ тоже ограничен

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x(t).$$

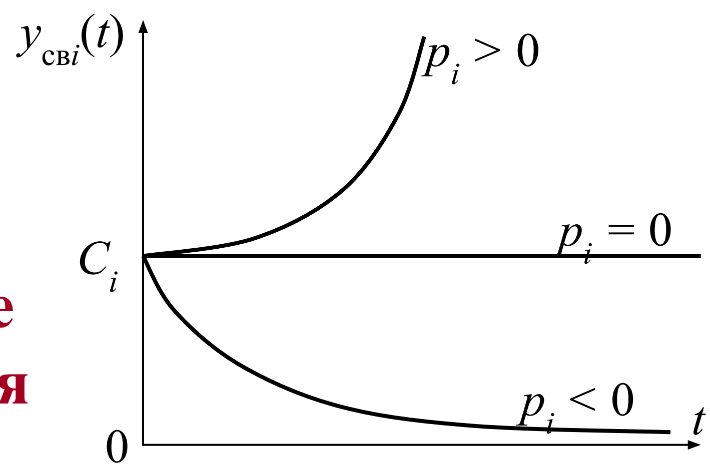
Решение: $y(t) = y_{\text{св}}(t) + y_{\text{прин}}(t)$ ограничено, если ограничена $y_{\text{св}}(t)$, которая является решением однородного дифференциального уравнения

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = 0.$$

Решение: $y_{св}(t) = \sum_{i=1}^{n} C_i e^{p_i t}$, где p_i – корни характеристического уравнения:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots + a_0 = 0$$

Для неустойчивой системы $\lim\limits_{t\to\infty} y_{св}(t) = \infty$



Линейная система устойчива, если все корни характеристического уравнения находятся в левой полуплоскости.

КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

На практике определение устойчивости по корням характеристического уравнения производится крайне редко. Обычно пользуются критериями устойчивости. Напомним связь характеристического уравнения с другими математическими описаниями линейных систем.

Возьмем преобразование Лапласа от дифференциального уравнения

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x(t).$$

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0) Y(p) = (b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0)\, X(p)$$

Передаточная функция $K(p) = \dfrac{Y(p)}{X(p)} = \dfrac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0}$

Знаменатель передаточной функции (характеристический полином) совпадает с левой частью характеристического уравнения.

Комплексная частотная характеристика $K(j\omega) = \dfrac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + b_0}{a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + a_0}$

Устойчивость линейной системы определяется знаменателем передаточной функции или комплексной частотной характеристики

Используются два типа критериев: алгебраические (Рауса-Гурвица), определяющие устойчивость по коэффициентам a_i характеристического полинома, и частотные (Михайлова и Найквиста) , в основу которых положено исследование аргумента частотного характеристического полинома.