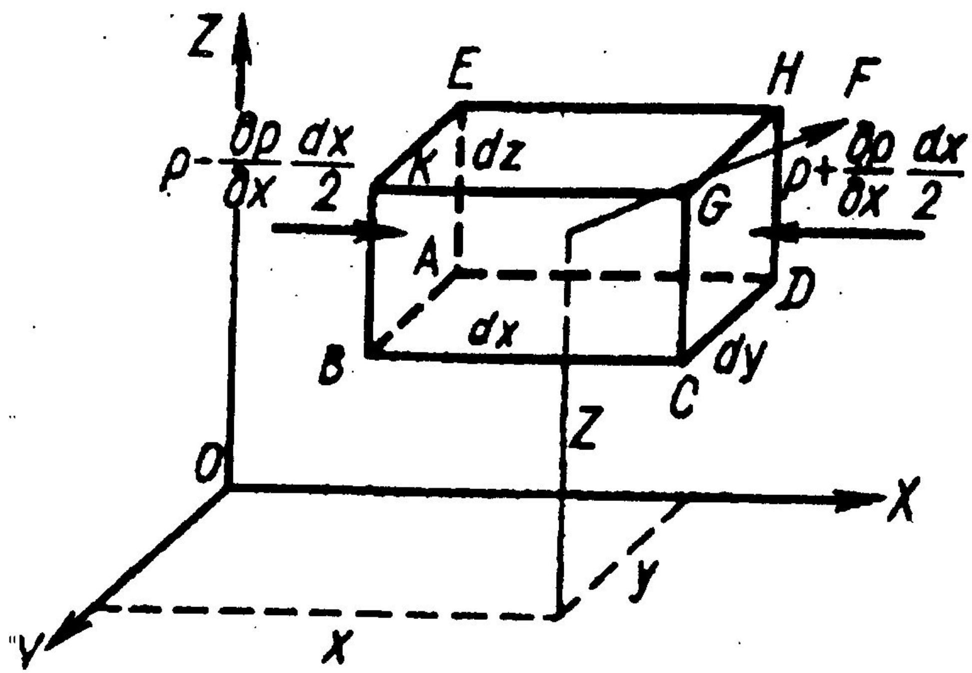
Лекция 3

Гидравлика

Гидродинамика

- ***Гидродинамика*** **– это раздел гидравлики, который изучает законы движения жидкостей в зависимости от приложенных к ним сил.**
- **При заданных внешних силах задача гидродинамики сводится к определению давления и скорости движения в каждой точке жидкости в любой момент времени.**
- **В гидродинамике вводится понятие идеальной (невязкой) жидкости.**
- ***Идеальная жидкость*** **– это модель жидкости, т.е. идеализированная среда, не встречающаяся в природе и технике. Однако изучение законов динамики этой идеализированной среды имеет большое значение. Уравнения динамики невязкой жидкости служат исходными для получения уравнений движения реальной (вязкой) жидкости.**
- **При движении идеальной жидкости силы внутреннего трения не возникают, а значит, в потоке нет касательных напряжений. Напряженное состояние движущейся идеальной жидкости может быть охарактеризовано в каждой точке значением нормального напряжения. Поскольку это значение не зависит от направления действия, его, как и при равновесии жидкости, называют давлением.**

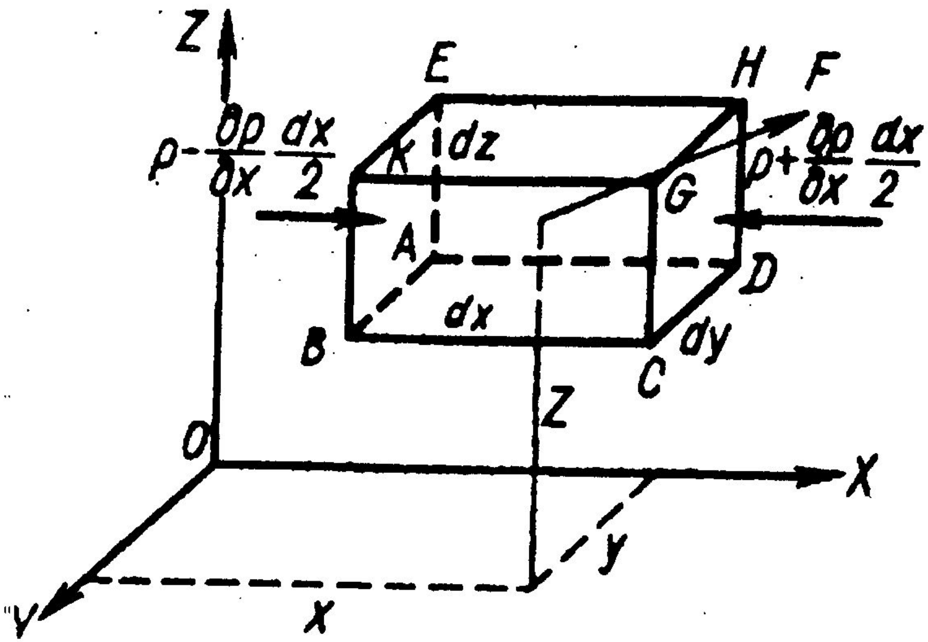
Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)



- **Рассмотрим движущуюся невязкую жидкость, плотность которой равна ρ. Выделим в жидкости элементарный параллелепипед с ребрами dx, dy, dz, параллельными координатным осям. На массу жидкости в объеме параллелепипеда, равную ρdxdydz, действуют массовые силы и поверхностные силы давления окружающей жидкости, распределенные по граням параллелепипеда, направленные по внутренним нормалям к граням и пропорциональные площадям соответствующих граней.**

  По второму закону Ньютона равнодействующая всех сил, действующих на тело равна произведению массы этого тела и ускорения, с которым оно движется. Составим уравнения движения выделенной массы в проекциях на координатные оси.

Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)



- **Произведение массы жидкости в параллелепипеде на проекцию ускорения движения его центра масс (полюса) на направление ОХ равно**

  ρdxdydzdux/dt

  ux – скорость центра масс в направлении ОХ.

  Проекция массовых сил на направление ОХ, действующих на выделенную массу жидкости

  Fxρdxdydz

  Fx – проекция на ось ОХ ускорения массовых сил

  Проекция на ось ОХ результирующей силы давления равна

- **-**

  ∂p/∂x·dxdydz

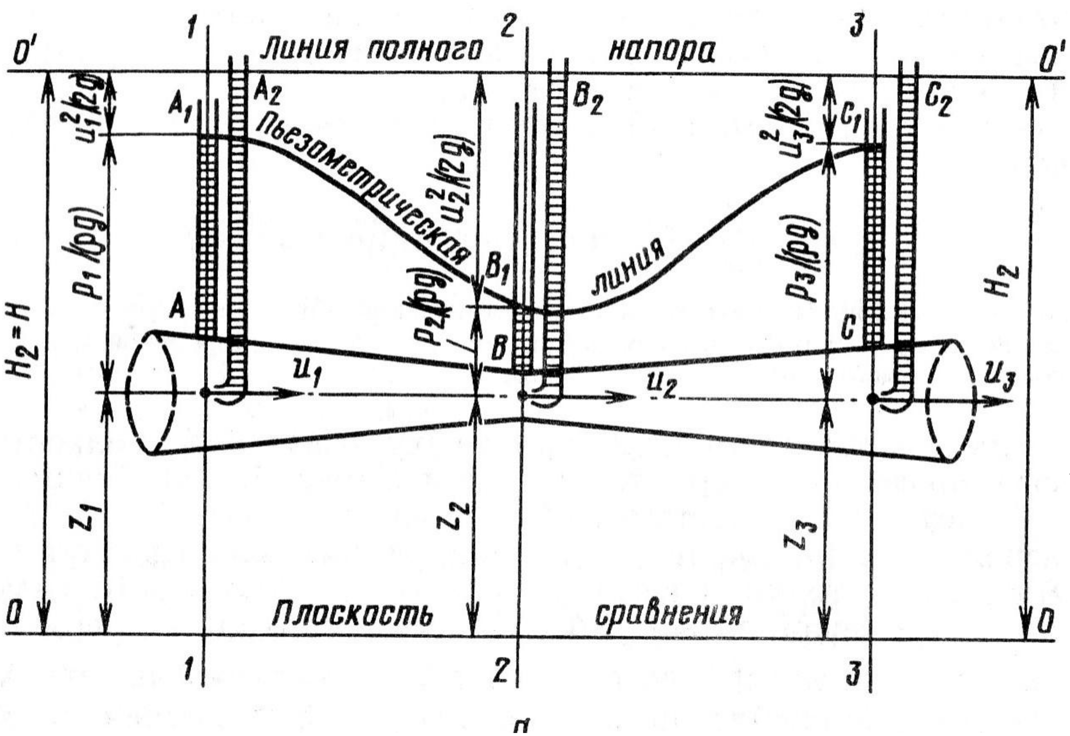
Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости (уравнения Эйлера)

- **Запишем уравнение движения в направлении OX:**
- $$F_x\rho\,dx\,dy\,dz - \partial p/\partial x \cdot dx\,dy\,dz = \rho\,dx\,dy\,dz \cdot du_x/dt$$
-
- **Система дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости имеет вид:**
- $$F_x - \partial p/\rho\partial x = du_x/dt$$
- $$F_y - \partial p/\rho\partial y = du_y/dt$$
- $$F_z - \partial p/\rho\partial z = du_z/dt$$
- **Эти дифференциальные уравнения впервые были получены действительным членом Петербургской Академии наук Л. Эйлером в 1755 г.**
- **Для случая покоящейся жидкости ($u_x = u_y = u_z = 0$) уравнения совпадут с дифференциальными уравнениями равновесия жидкости.**
- **В задачах гидродинамики массовые силы обычно считаются известными (например, сила тяжести), известной бывает и плотность жидкости. Неизвестными величинами являются давление или скорость жидкости.**
- **Для определения неизвестных величин используется система уравнений Эйлера и уравнение неразрывности жидкости.**

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

- Уравнение Бернулли – это основное уравнение гидродинамики, по которому решаются все задачи для движущейся жидкости.
- Уравнение Бернулли выводится в результате преобразования и интегрирования системы дифференциальных уравнений движения идеальной жидкости Эйлера.
- Уравнение Бернулли для идеальной жидкости, когда из массовых сил на жидкость действует только одна сила тяжести, имеет вид:
- $z_1 + p_1/\rho g + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + u_2^2/2g$
- Это уравнение представлено для двух сечений жидкости: z_1 и z_2 - координаты центров сечений относительно плоскости сравнения; p_1 и p_2 – давления жидкости в центрах сечений; u_1 и u_2 – скорости жидкости в центрах сечений.

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости



- **Рассмотрим** ***энергетическую интерпретацию*** **уравнения Бернулли для идеальной жидкости.**
  Величину z называют ***удельной потенциальной энергией положения*****. Если принять плоскость сравнения за плоскость нулевой потенциальной энергии, то можно утверждать, что, подняв массу жидкости M на высоту z, ей сообщили потенциальную энергию Mgz. Значит, z = Mgz/Mg выражает потенциальную энергию, отнесенную к единице веса.**

  Величине p/ρg может быть придан энергетический смысл – это ***работа силы давления, отнесенная к единице веса жидкости.***

  Величина $u^2/2g$ – это ***удельная кинетическая энергия жидкости*****.**
  Каждый член уравнения Бернулли представляет собой удельную потенциальную или кинетическую энергию.
- **Сумма всех членов уравнения Бернулли представляет собой полную (потенциальную плюс кинетическую) удельную энергию жидкости в сечении потока.**

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

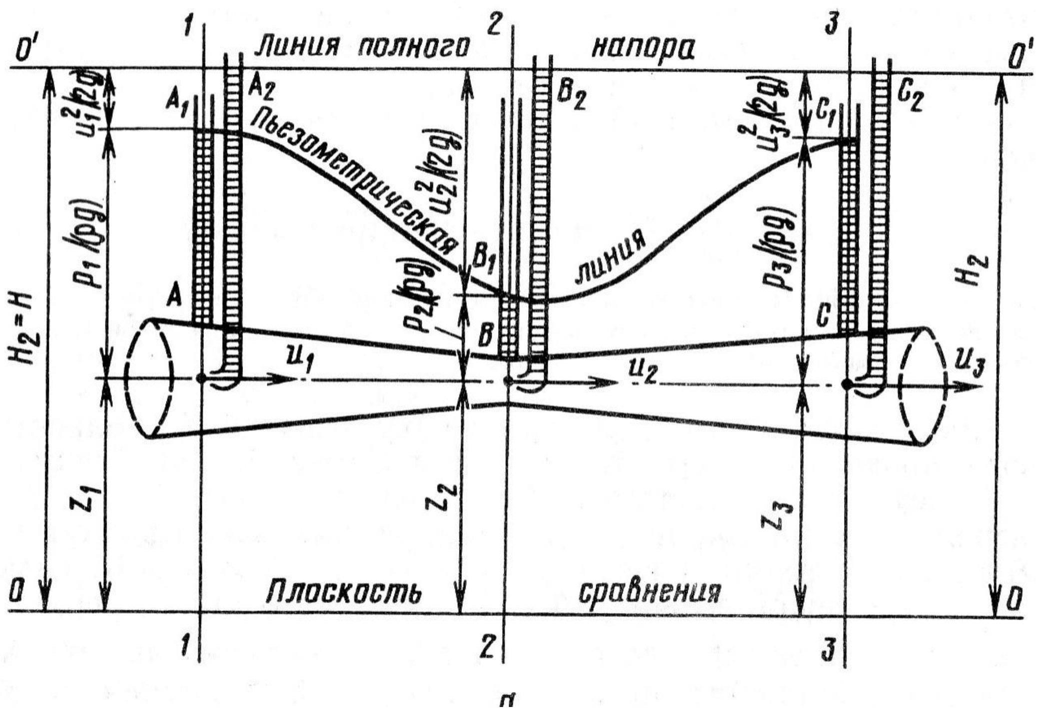
- Трактовка уравнения Бернулли для установившегося движения идеальной жидкости с энергетических позиций такова: при потенциальном движении жидкости суммарная удельная энергия распределена по потоку равномерно, т.е. одинакова для любой пары точек области, занятой движущейся жидкостью.

- Для удельной (отнесенной к единице веса) энергии в гидравлике применяют термин **«напор».**

- $$H = z + p/\rho g + u^2/2g$$

- Величину $z + p/\rho g$ называют ***пьезометрическим*** или ***гидростатическим напором;*** ***$u^2/2g$ - скоростным напором***; ***H – гидродинамическим напором.***

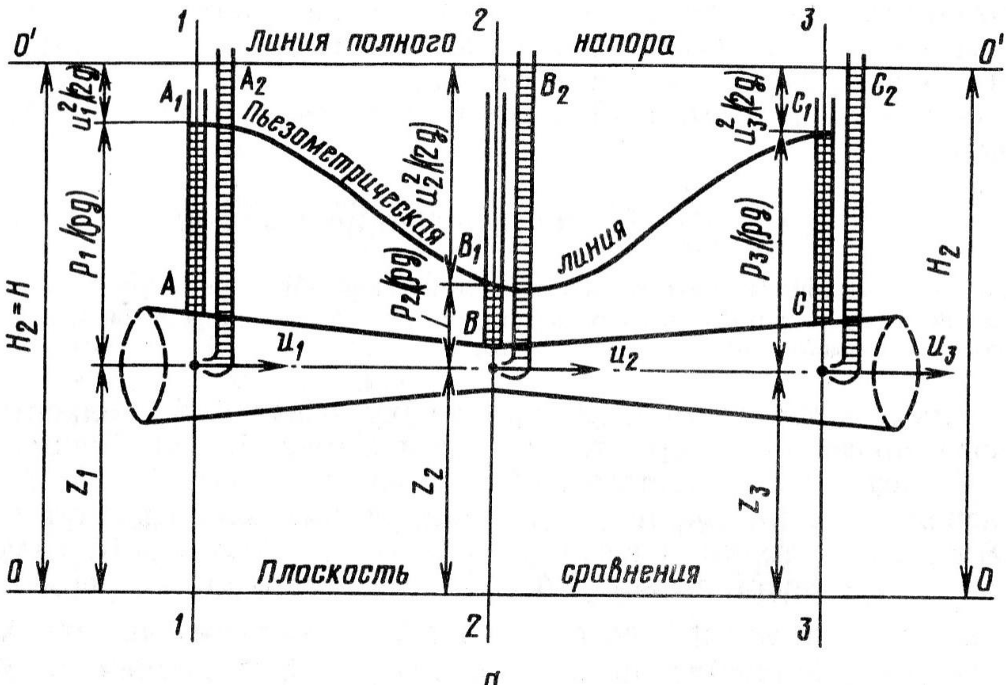
Уравнение Бернулли для идеальной жидкости



- Поскольку члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность, их можно интерпретировать как высоты: z –геометрическая высота, или высота положения; p/ρg – высота, соответствующая давлению, и u²/2g - скоростная высота.

Откладывая от плоскости сравнения вертикальные отрезки z, p/ρg и u²/2g, найдем геометрическое место концов сумм этих отрезков, которое расположится на горизонтальной плоскости, поднятой над плоскостью сравнения на высоту H. Эту плоскость называют напорной, ее след на рисунке представлен верхней горизонтальной линией, которую называют *напорной линией* или *линией удельной энергии*. Соединив концы отрезков z + p/ρg, получим *пьезометрическую линию*.

Уравнение Бернулли для идеальной жидкости



- Разница между высотой, соответствующей давлению, и высотой, соответствующей избыточному давлению $p_{изб}/\rho g$, составляет $p_{ат}/\rho g$.

  Обычно, под пьезометрической линией понимают линию, соединяющую концы отрезков, представляющих суммы $z + p_{изб}/\rho g$.

  Пьезометрический уклон **– это изменение пьезометрического напора, отнесенное к единице длины. Пьезометрический уклон считают положительным, если по течению струйки пьезометрическая линия понижается.**

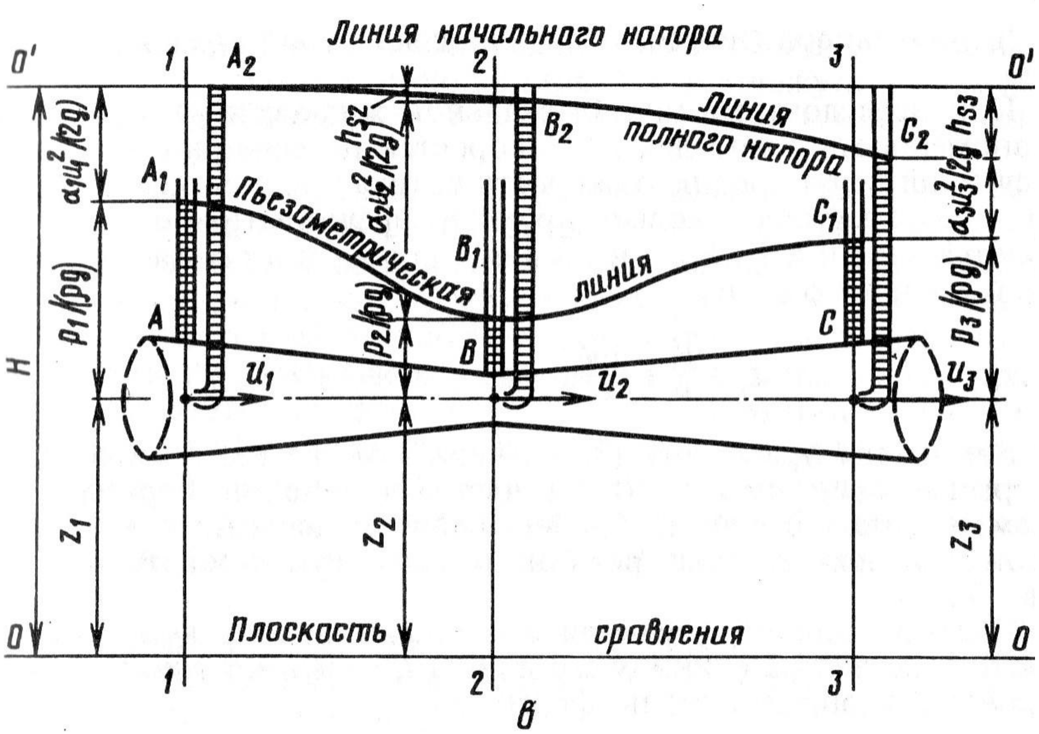
Уравнение Бернулли для реальной жидкости

- Реальная (вязкая) жидкость при движении теряет энергию, удельная энергия вдоль потока уменьшается.

- Уравнение Бернулли для вязкой жидкости получают из уравнения Бернулли для идеальной жидкости путем введения в него дополнительной величины, которая называется потерями энергии hтр.

- Уравнение Бернулли имеет вид:
- $$z1 + p1/\rho g + \alpha 1 \upsilon 1^2/2g = z2 + p2/\rho g + \alpha 2 \upsilon 2^2/2g + h\text{тр}$$
-
- α1 и α2 - коэффициенты кинетической энергии (коэффициенты Кориолиса) в сечениях; υ1 и υ2 - средние скорости в рассматриваемых сечениях.

Уравнение Бернулли для реальной жидкости



- Все члены уравнения Бернулли имеют линейную размерность и могут быть представлены графически.

  При движении вязкой жидкости линия удельной энергии (напорная линия) не горизонтальна, как при движении идеальной жидкости, а представляет собой наклонную линию, т.к. удельная энергия потока (гидродинамический напор) при движении вязкой жидкости уменьшается в направлении движения.

  Пьезометрический напор (удельная потенциальная энергия) в направлении движения может и уменьшаться, и увеличиваться в зависимости от конкретных условий.

  Гидравлическим уклоном **называют отношение потерь htp к длине участка ℓ, на котором эти потери происходят:**

- **J = htp/ℓ**

Режимы движения жидкости

- Экспериментальные исследования показали, что потери энергии при движении жидкости существенно зависят от особенностей движения частиц жидкости в потоке, от режима движения жидкости.
- Учеными было установлено, что существуют два режима движения жидкости – ламинарный и турбулентный.

- ***Ламинарный режим*** – это режим движения жидкости, при котором отсутствуют изменения (пульсации) местных скоростей, приводящие к перемешиванию жидкости.

- ***Турбулентный режим –*** это режим движения жидкости, при котором происходит перемешивание жидкости.
- Эти виды движения были подробно изучены английским физиком О.Рейнольдсом.

Режимы движения жидкости

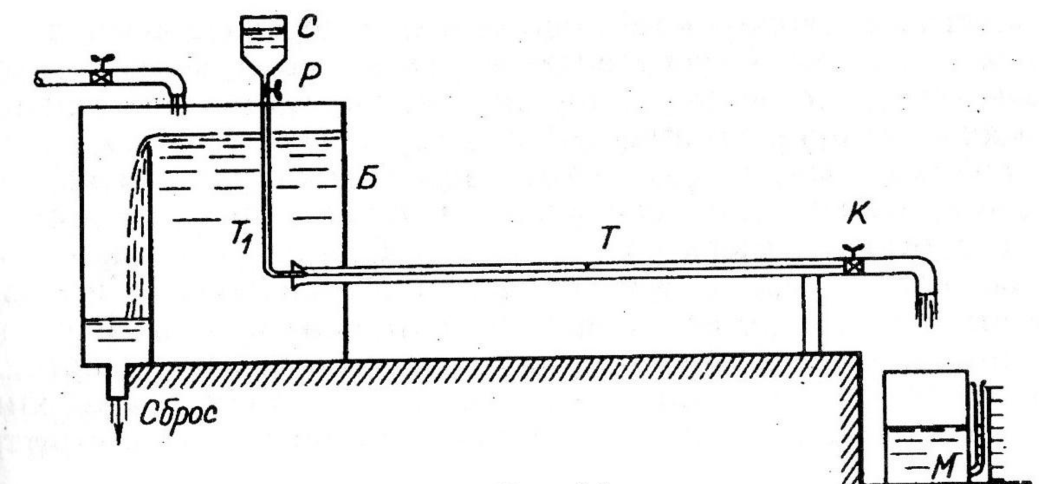


Рис. 6.1

- **Скорость потока, при которой меняется режим движения жидкости, называют *критической скоростью*.**
- **Рейнольдс в опытах установил, что критическая скорость для потока в цилиндрической трубе круглого сечения пропорциональна кинетической вязкости v и обратно пропорциональна диаметру трубы d :**

  υкр = кv/d

  Коэффициент пропорциональности к оказался одинаковым для различных v и d (для различных жидкостей).

  В честь ученого Рейнольдса этот коэффициент был назван *критическим числом Рейнольдса* и обозначен Reкр.
- **Reкр = к = υкрd/v = 2320**

Режимы движения жидкости

- **Число Рейнольдса характеризует отношение сил инерции к силам трения (вязкости).**
- **Для любого потока жидкости по известным υ, d, ν можно определить число Рейнольдса ($Re = \upsilon d/\nu$) и сравнить его с критическим значением $Re_{кр}$.**
- **Если $Re < Re_{кр}$, режим движения жидкости ламинарный и $\upsilon < \upsilon_{кр}$.**
- **Если $Re > Re_{кр}$, режим движения жидкости турбулентный и $\upsilon > \upsilon_{кр}$.**
- **В природе и технике турбулентное движение жидкости наблюдается чаще, чем ламинарное. Области ламинарного движения – движение вязких жидкостей типа масел по трубам и в механизмах, движение грунтовых вод, движение в капиллярах (в том числе и движение крови в живых организмах).**

Потери напора(удельной энергии)

- Потери удельной энергии (напора), затрачиваемой на преодоление сопротивлений движению вязкой жидкости (гидравлических сопротивлений), слагаются из потерь двух видов: потерь по длине hдл, и местных потерь напора hм.
- *Потери по длине hдл -* потери напора на преодоление гидравлических сопротивлений по длине, пропорциональные длине участков трубы, по которым движется жидкость.
- *Местные потери hм -* потери напора на преодоление гидравлических сопротивлений в пределах коротких участков в непосредственной близости к тем или иным местным конструктивным устройствам труб (вход, выход, расширение, сужение, поворот, трубопроводная арматура, фасонные части и т.п.).
- *Общие потери* напора в системе труб принимают равными сумме потерь напора по длине отдельных участков и всех местных потерь напора:
- hтр = Σhдл + Σhм

Потери напора

- **Эти потери энергии обусловлены переходом механической энергии потока в тепловую энергию. Процесс этот необратим.**
- **Наличие гидравлических сопротивлений при движении вязкой жидкости связано с работой сил трения внутри жидкости.**
- **Механизм действия сил сопротивления очень сложен. Аналитически пока не удалось получить универсальные соотношения для их вычисления. Поэтому при расчетах потерь напора используют, как правило, эмпирические зависимости.**
- **Обычно потери напора выражают через скоростной напор:**

$$h_{тр} = \xi \upsilon^2/2g,$$

- **где ξ –коэффициент сопротивления(коэффициент потерь), показывающий, какому числу скоростных напоров (или долей скоростного напора) соответствует потеря напора, затрачиваемого на преодоление данного сопротивления. Эту формулу называют формулой Вейсбаха.**
- **Большинство коэффициентов сопротивления, приводимых в справочниках, найдено экспериментально.**

Потери напора по длине

- **Общая формула для определения *потерь напора по длине* имеет вид:**
- $$h_{дл} = \lambda \ell \upsilon^2 / 8Rg$$
- **Для круглых труб:**
- $$h_{дл} = \lambda \ell \upsilon^2 / 2dg,$$
-
- **где λ – коэффициент гидравлического трения (коэффициент Дарси).**
- **Формула была установлена экспериментально, ее называют формулой Дарси-Вейсбаха.**
- **Согласно формуле при равномерном движении жидкости средняя скорость будет определяться по следующей зависимости:**
- $$\upsilon = (8gRh_{дл} / \lambda \ell)^{1/2}$$
-
- **Обозначим $(8g/\lambda)^{1/2} = C$.**
- **Коэффициент C называют *коэффициентом Шези*.**

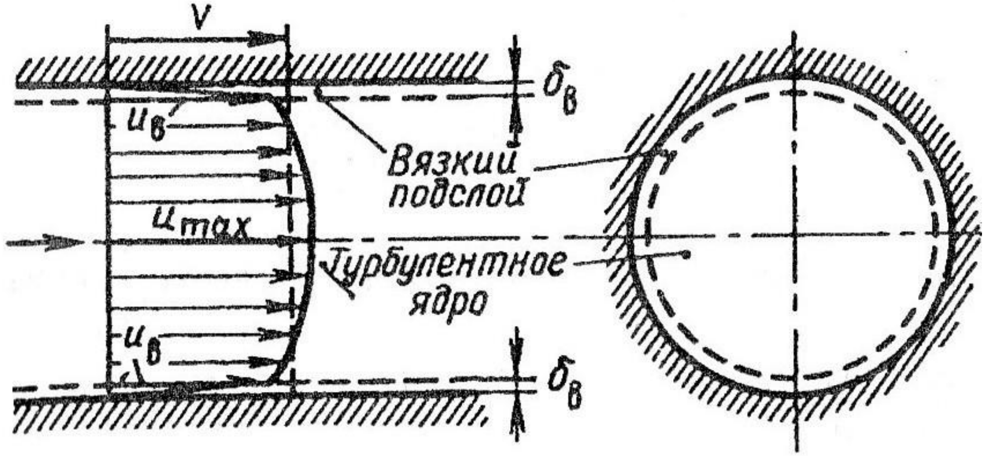
Потери напора по длине

- **Введя в формулу коэффициент Шези и гидравлический уклон $I = h\text{дл}/\ell$, получим *формулу Шези для средней скорости при равномерном движении*:**
- $$\upsilon = C(RI)^{1/2}$$

Потери по длине при равномерном движении можно выразить следующей формулой:

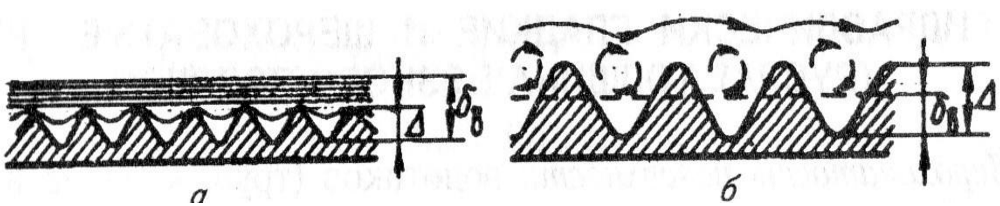
- $$h\text{дл} = \upsilon^2\ell/C^2R$$
- **Зная формулу для средней скорости потока, получим *формулу Шези для расхода при равномерном движении*:**
- $$Q = \omega\upsilon = \omega C(RI)^{1/2}$$
- **Коэффициент Дарси при равномерном ламинарном движении жидкости определяют по формуле:**
- $$\lambda = 64/Re$$

Гладкие и шероховатые трубы



- **В гидравлике вводится понятие гидравлически гладких и шероховатых труб. В качестве характеристики шероховатости выбирают некоторую среднюю высоту выступов шероховатости Δ. Было установлено, что при турбулентном движении поток жидкости в трубе состоит их турбулентного ядра и вязкого подслоя. В турбулентном ядре происходит интенсивное перемешивание молей жидкости. Вязкий подслой толщиной δв находится вблизи стенки, в пределах этого тонкого подслоя движение жидкости можно считать ламинарным. Если высота выступов шероховатости Δ меньше, чем толщина вязкого подслоя δв, все неровности полностью погружены в этот подслой, и жидкость в пределах этого подслоя плавно обтекает выступы шероховатости. В этом случае шероховатость стенок не влияет на особенности движения, и соответственно потери напора не зависят от шероховатости.**

Гладкие и шероховатые трубы

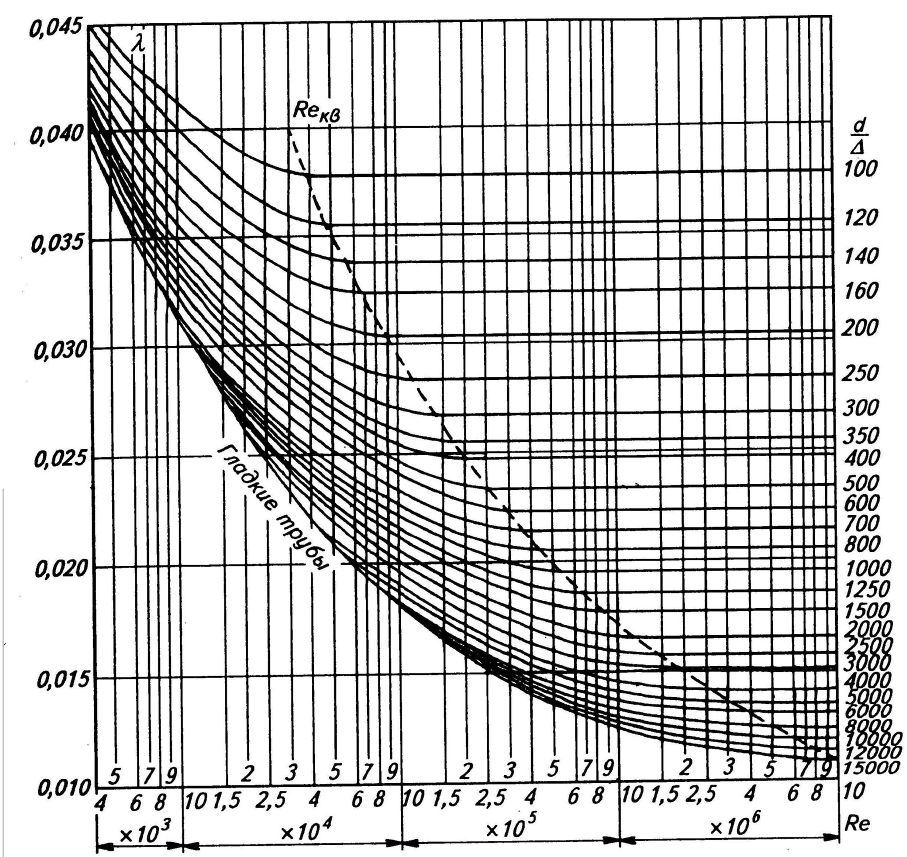


- ***Гидравлически гладкие трубы*** **– трубы, в которых потери напора не зависят от шероховатости труб.**
- **Если высота выступов шероховатости Δ превышает толщину вязкого подслоя δв , неровности стенок выходят в пределы турбулентного ядра, поток обтекает выступы с отрывом, сопровождающимся интенсивным перемешиванием молей жидкости. В этом случае потери напора зависят от шероховатости.**
- ***Гидравлически шероховатые трубы*** **– трубы, в которых потери напора зависят от шероховатости.**
- **В третьем случае, являющемся промежуточным, абсолютная высота выступов шероховатости примерно равна толщине вязкого подслоя.**

Пять областей сопротивления

- **Были проведены многочисленные экспериментальные исследования по изучению зависимости коэффициента Дарси λ от числа Re и относительной шероховатости труб.**
- **Установлено *5 различных областей сопротивления* при напорном движении жидкости в трубах:**
- **1-я область - ламинарный режим движения, $\lambda_{лам} = f(Re)$, $Re < 2300$;**
- **2-я область - переход от ламинарного к турбулентному режиму,**
- **$Re = 2300\text{-}4000$;**
- **3-я область - турбулентный режим, гидравлически гладкие трубы, $\lambda_{гл} = f(Re)$.**
- **4-я область – турбулентный режим (переходная область между областью гидравлически гладких труб и квадратичной областью),**
- **$\lambda_{пер} = f(Re, \Delta/d)$.**
- **5-я область – турбулентный режим, квадратичная область сопротивления, $\lambda_{кв} = f(\Delta/d)$, $\lambda_{кв} \neq f(Re)$.**

График для определения коэффициента Дарси



- **Многими учеными проведено экспериментальное изучение движения жидкости в этих пяти областях.**
- **В результате экспериментов получены формулы для определения коэффициента Дарси для каждой области сопротивления при напорном движении жидкости в трубах. Эти формулы приводятся в справочниках и учебниках по гидравлике.**
- **Существует сводный график для определения коэффициента Дарси λ в зависимости от числа Re и шероховатости Δ.**

Местные потери напора

- **Общая формула для определения *местных потерь напора* называется формулой Вейсбаха и имеет вид:**
- $$h_м = \xi_м \upsilon^2/2g,$$
- **где $\xi_м$ – безразмерный коэффициент местного сопротивления.**
- **При течении вязкой жидкости на коротких участках, непосредственно примыкающих к конструктивным элементам труб, происходит изменение вектора средней скорости. Причиной изменения средней скорости является изменение геометрии границ потока (изменение площади сечения) или изменение направления движения жидкости.**
- **Происходят изменения кинематических параметров. В пределах таких участков движение жидкости неравномерное. Часть удельной энергии (напора) затрачивается на преодоление сопротивлений движению жидкости.**

Местные потери напора

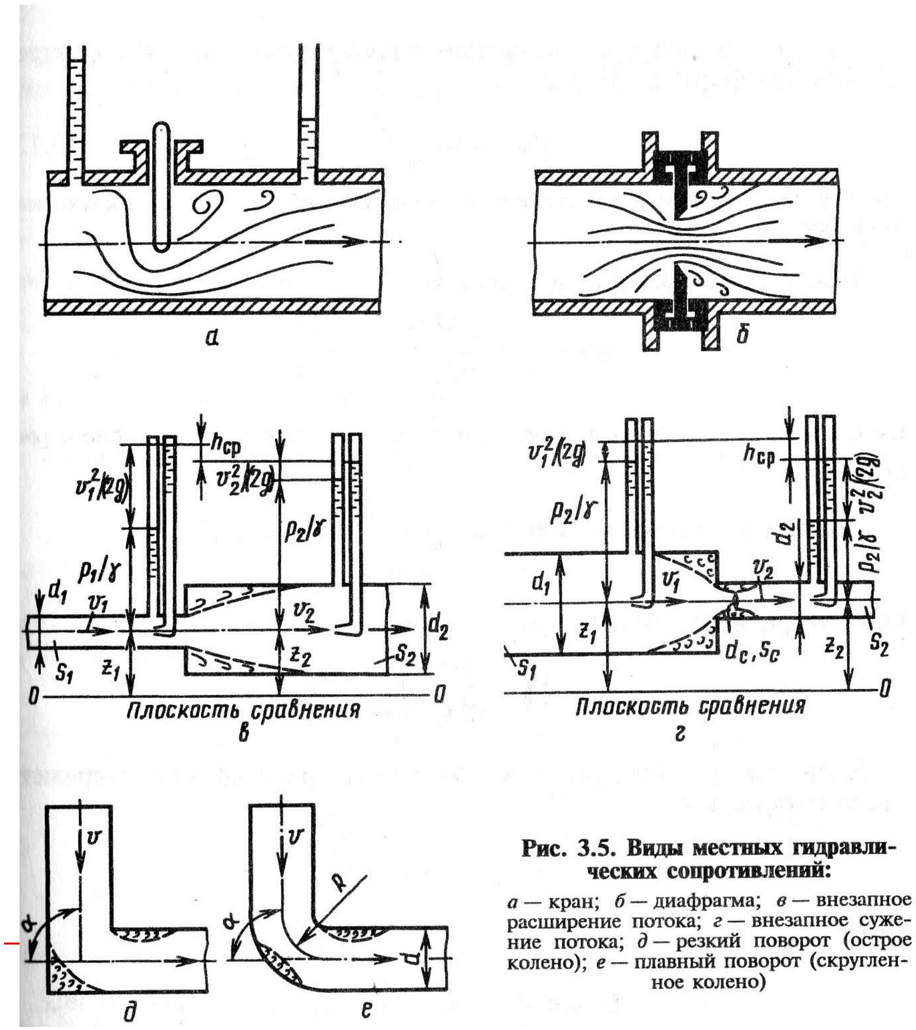


Рис. 3.5. Виды местных гидравлических сопротивлений:

а — кран; *б* — диафрагма; *в* — внезапное расширение потока; *г* — внезапное сужение потока; *д* — резкий поворот (острое колено); *е* — плавный поворот (скругленное колено)

Для большинства местных сопротивлений приведенные в справочной литературе коэффициенты потерь найдены экспериментально.

Приведем примеры некоторых типичных случаев местных гидравлических сопротивлений при турбулентном режиме и напорном движении жидкости: внезапное расширение трубы, выход из трубы в неподвижную жидкость, постепенное расширение, внезапное сужение, постепенное сужение (конфузоры), поворот, диафрагма, задвижка, кран, обратный клапан с сеткой.