

Решение систем уравнений второй степени.

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте

их

(Д. Пойа)

Учитель Бородина Ульяна Николаевна

Система уравнений и её решение

$$\begin{cases} x+y=5 \\ y+l=7 \\ l+m=9 \\ m+x+y=10 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x+x^2=3 \\ 5x^3+2x-7=6 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=5 \\ x+y=2 \\ y^2-x=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ xy=2 \\ x^2+y=3 \end{cases}$$

1) $x=1, y=2$ - решение системы.

$$\begin{cases} 1+2 \cdot 2=5 & \text{верно} \\ 1 \cdot 2=2 & \text{верно} \\ 1^2+2=3 & \text{верно} \end{cases}$$

- *Решением системы уравнений* с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.
- *Решить систему уравнений* - это значит найти все её решения или установить, что их нет.

Способ подстановки (алгоритм)

- Из какого-либо уравнения *выразить* одну переменную через другую.
- *Подставить* полученное выражение для переменной в *другое* уравнение и решить его.
- *Вычислить* значение второй переменной.
- *Записать* ответ: $(x ; y)$.

Способ сложения (алгоритм)

- **Умножить** почленно уравнения системы, подбирая множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами.
- **Сложить** почленно левые и правые части уравнений системы.
- **Решить** получившееся уравнение с одной переменной.
- **Подставить** значение найденной переменной в одно из уравнений системы и найти значение другой переменной.
- **Записать** ответ: $(x; y)$.

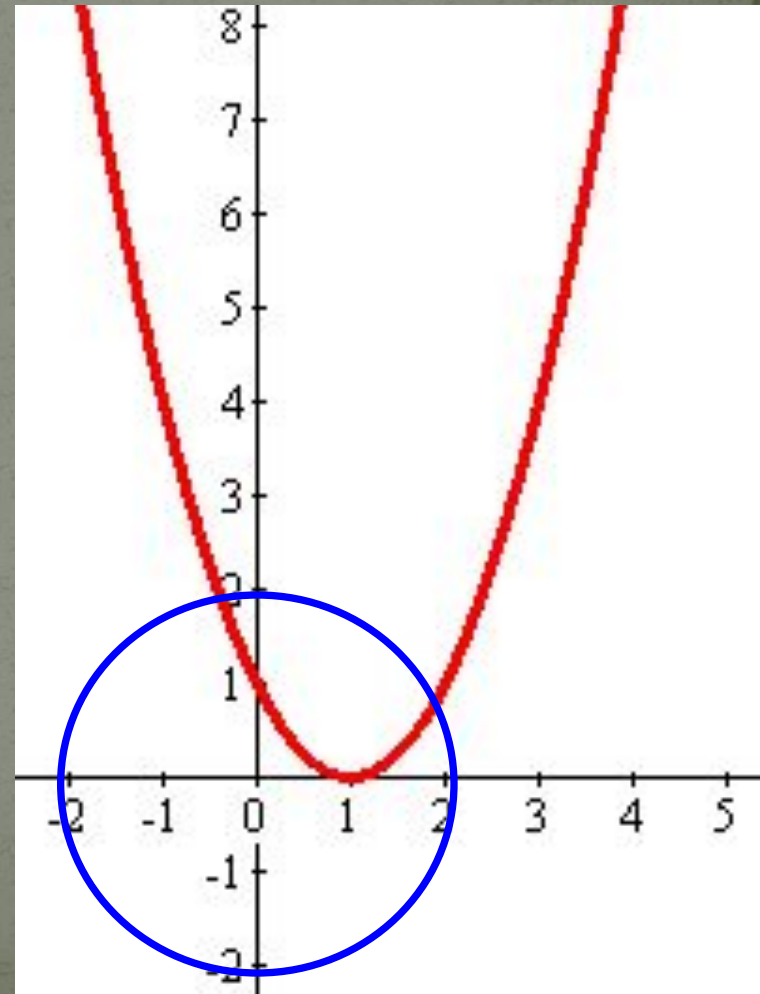
Графический способ (алгоритм)

- *Выразить* y через x в каждом уравнении.
- *Построить* в одной системе координат график каждого уравнения.
- *Определить* координаты точек пересечения.
- *Записать* ответ.

Решение системы графическим способом №1

- На рисунке изображены графики уравнений $x^2 + y^2 = 4$ и $y = (x - 1)^2$ используя графики, решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = (x - 1)^2; \end{cases}$$



№2

- На рисунке изображены графики уравнений $x^2 + y^2 = 16$ и $x^2 + y^2 = 9$ используя графики, укажите число решений системы уравнений:

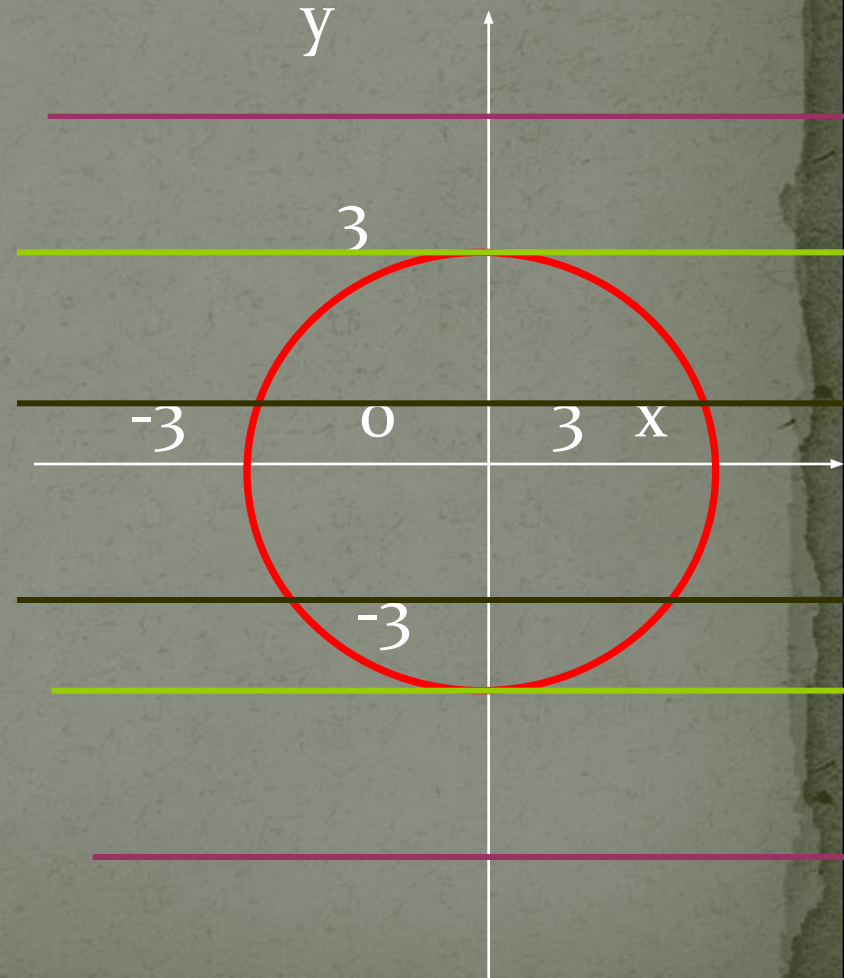
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y^2 + x^2 = 9; \end{cases}$$



При каких значениях к система уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = k; \end{cases}$$

- а) имеет одно решение;
- б) имеет два решения;
- в) не имеет решений?



Проверь себя!

● 1 вариант:

● 1 4

● 2 0

● 3 (1;0),(4;3)

● 4 А

● 5 Б

● 2 вариант:

● 1 В

● 2 2

● 3 0

● 4 2

● 5 (-1;-1)

Решение системы способом подстановки

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ y - 2x - 3 = 0; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = x^2, \\ x = -1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y - 2x - 3 = 0; \end{cases}$$

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = x^2, \\ x = 3; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 9. \end{cases}$$

Ответ: $(-1; 1); (3; 9)$

Умножим
первое
уравнение
на -1

Решение системы способом сложения

$$\begin{cases} y - x^2 = 0, & \parallel \cdot (-1) \\ y - 2x - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -y + x^2 = 0, \\ y - 2x - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0, \\ y = x^2; \end{cases}$$
$$x^2 - 2x - 3 = 0,$$

$$x = -1$$

$$x = 3$$

Сложим уравне-
ния почленно

Решим
уравнение

$$\begin{cases} y = x^2, \\ x = -1; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = x^2, \\ x = 3; \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 9. \end{cases}$$

Подставим

Ответ: $(-1; 1); (3; 9)$

Решение системы графическим способом

$$\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ y - 2x - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = 2x + 3; \end{cases}$$

Построим график
первого уравнения

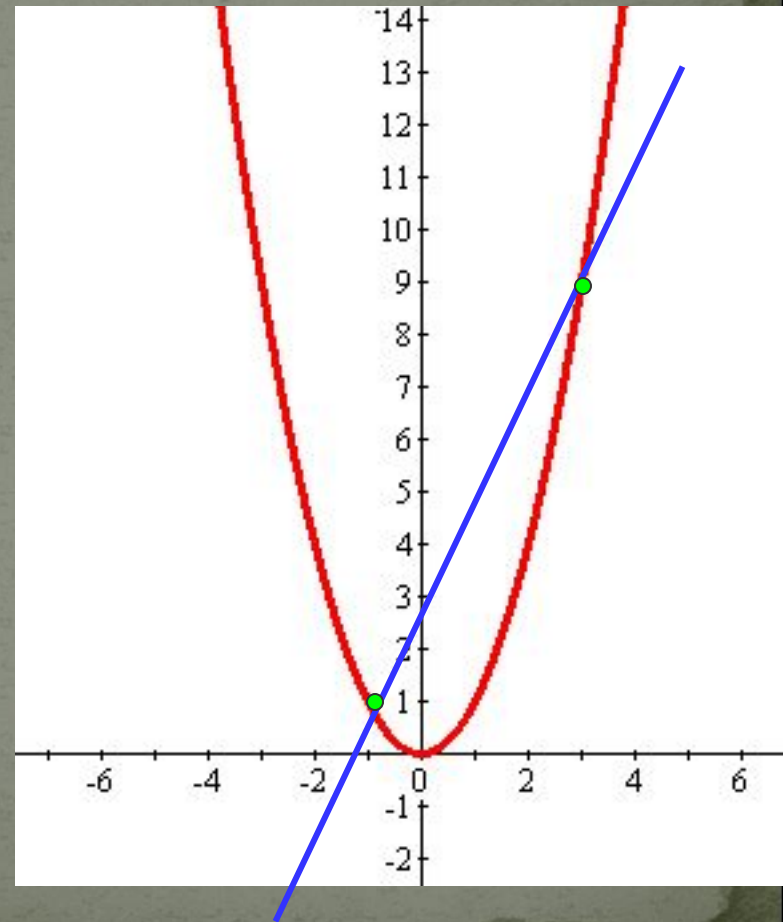
$$y = x^2$$

Построим график
второго уравнения

$$y = 2x + 3$$

x	0	1
y	3	5

Ответ: $(-1; 1); (3; 9)$



Самостоятельная работа

Вариант 1

Вариант 2

$$1 \quad \begin{cases} x^2 + 2y = 6, \\ y = x - 1. \end{cases}$$

$$2 \quad \begin{cases} x^2 - y^2 = 24, \\ x - 2y = 7. \end{cases}$$

$$3 \quad \begin{cases} (x-2)(y-1) = 30, \\ 2x - y = 10. \end{cases}$$

$$4 \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ 2y - x = 1. \end{cases}$$

$$1 \quad \begin{cases} x^2 - 2y = 54, \\ y = x - 3. \end{cases}$$

$$2 \quad \begin{cases} 4y + x = 0, \\ x^2 + y^2 = 17. \end{cases}$$

$$3 \quad \begin{cases} (\delta-2)(\acute{o}-1) = 36, \\ \delta - 2\acute{o} = 6. \end{cases}$$

$$4 \quad \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2}, \\ 2x - y = 2. \end{cases}$$

Дополнительное задание. Имеет ли решение система уравнений

$$\begin{cases} 3x + 2y = 11, \\ 5x - 3y = 12, \\ x^2 + y^2 - xy - y = 6. \end{cases}$$