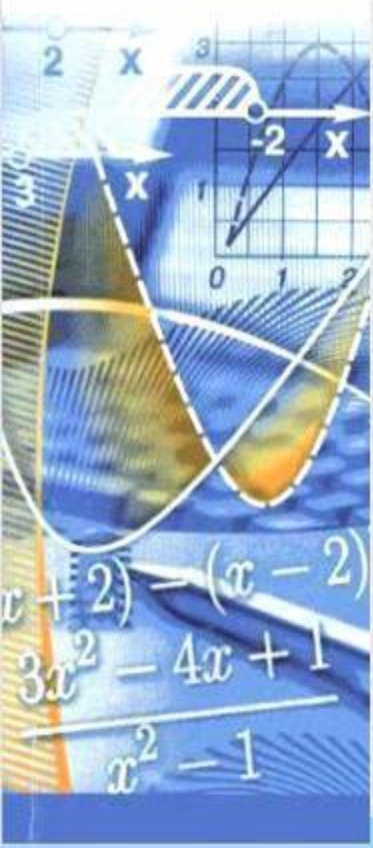


Решение неравенств методом интервалов

урок алгебры в 9 классе

АЛГЕБРА
9
КЛАСС

Устная работа

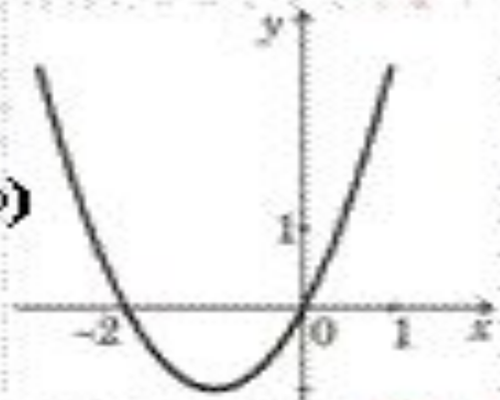
АЛГЕБРА
9
КЛАСС

Являются ли следующие неравенства неравенствами второй степени с одной переменной?

1) $x^2–6x–7 \geq 0$; 2) $4 - x^2 > 0$; 3) $2x + 1 < 0$;

4) $(x-30)(25-x) \leq 0$; 5) $(4 – x)^2 \leq 0$

На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x > 0$.



1) $(-\infty; 0)$ 2) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$

3) $(-2; 0)$ 4) $(-2; +\infty)$

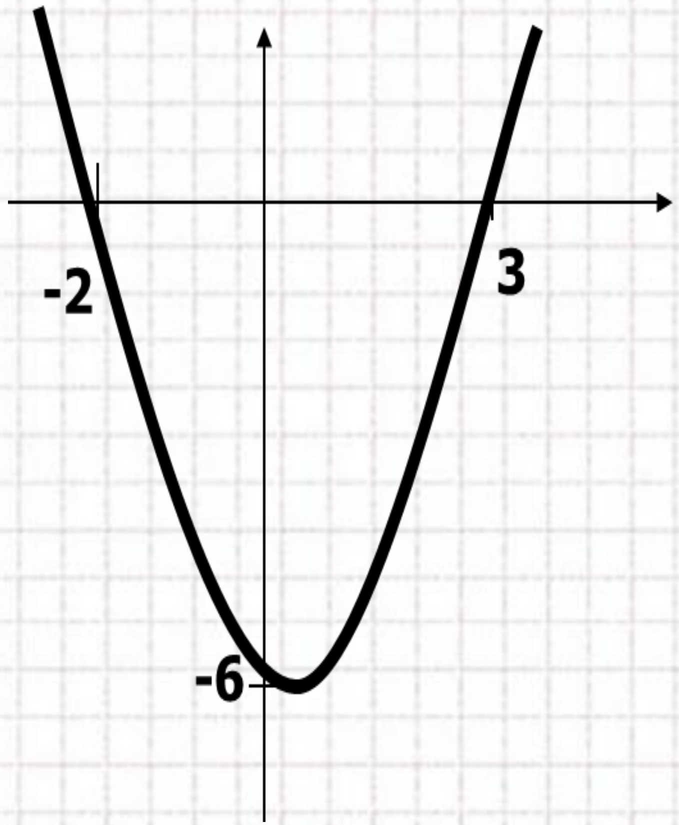
АЛГЕБРА
9
КЛАСС

На рисунке изображен график функции

$$y = x^2 - x - 6.$$

Используя график, решите неравенство

$$x^2 - x - 6 > 0$$



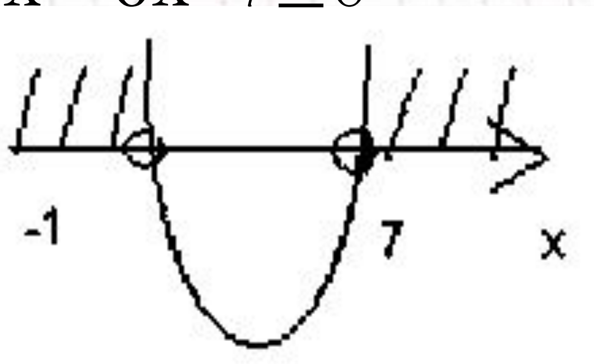
АЛГЕБРА

9

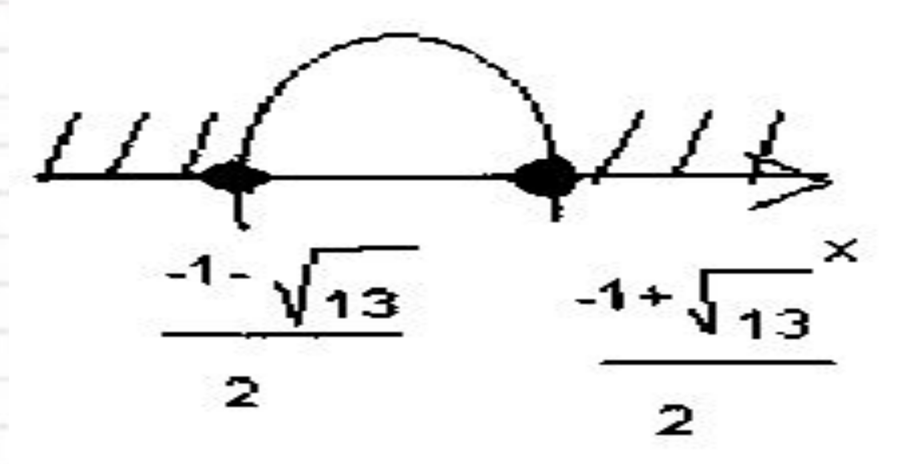
КЛАСС

Повторение

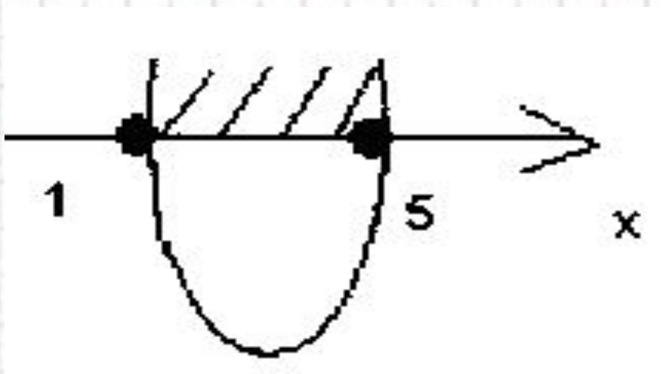
$x^2 - 6x - 7 \geq 0$



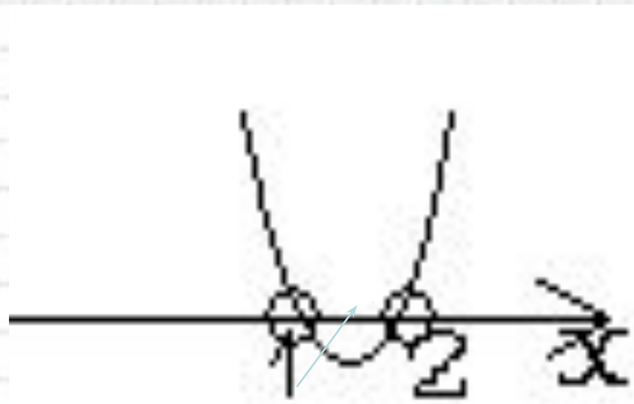
$-x^2 - x + 3 \leq 0$



$X^2 - 6x + 5 \leq 0$

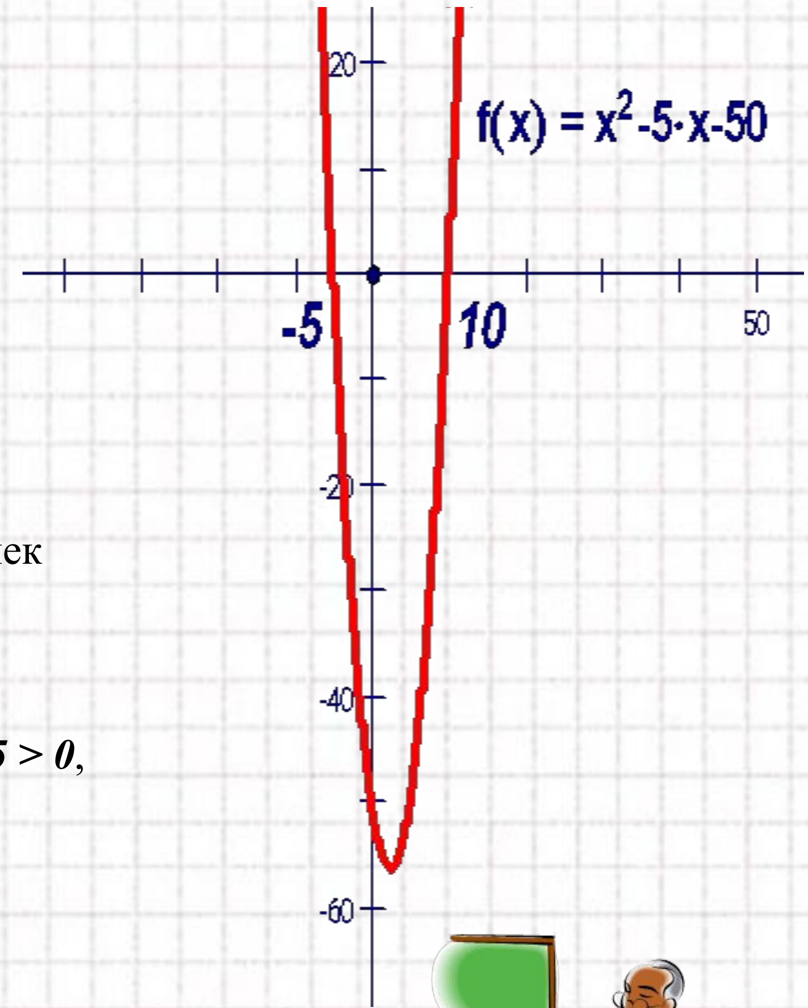


$x^2 - 3x + 2 \geq 0$



1) Рассмотрим квадратичную функцию
$f(x) = x^2 – 5x - 50$ и
найдем такие значения ***x***, для которых ***$f(x) < 0$***.

2) Графиком рассматриваемой функции
является парабола,
ветви которой направлены вверх,
так как ***$a = 1$, $1 > 0$***.



3) Найдем нули функции (то есть абсциссы точек
пересечения параболы с осью Ох).
$x^2 – 5x – 50 = 0$, $a = 1$, $b = -5$, $c = -50$.
$D = b^2 – 4ac$;
$D = (-5)^2 –4*1*(-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2$, $225 > 0$,
уравнение имеет два действительных корня.
$x_1 = (-(-5) – 15) : 2 = -5$;
$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10$.
Нули функции: ***$x = -5$*** и ***$x = 10$***.

***Ответ*: (-5; 10).**

АЛГЕБРА
9
КЛАСС

Алгоритм решения неравенств второй степени с одной переменной

1.Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)

2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$

3. Определите направление ветвей

4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них $y=0$; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$)

5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$

6. Выделите часть параболы, для которой $y>0$ ($y<0$)

7. На оси абсцисс выделите те значения x, для которых $y>0$ ($y<0$)

8. Запишите ответ в виде промежутков.

АЛГЕБРА 9 КЛАСС

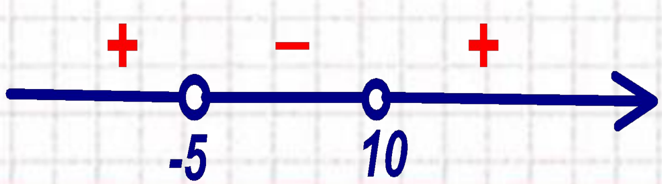
Метод интервалов

1)Рассмотрим функцию $f(x) = x^2 – 5x – 50$ и найдем такие значения x для которых $f(x) < 0$.
$D(f) = R$ (то есть множество всех действительных чисел).

2) Разложим квадратный трехчлен $x^2 – 5x - 50$ на множители (то есть представим его в виде произведения $a(x – x_1)(x – x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена).

3) Для нахождения корней квадратного трехчлена решим уравнение $x^2 – 5x – 50 = 0$.
(Его мы уже решали, поэтому воспользуемся готовым результатом).
Так как $x_1 = -5$, $x_2 = 10$, то получаем следующее разложение квадратного трехчлена на множители

$$x^2 – 5x - 50 = (x – (-5))(x – 10) = (x + 5)(x –10).$$



Выбираем промежутки, в которых $f(x) < 0$:
это выполняется
для всех $–5 < x < 10$.
Ответ: $(-5; 10)$.

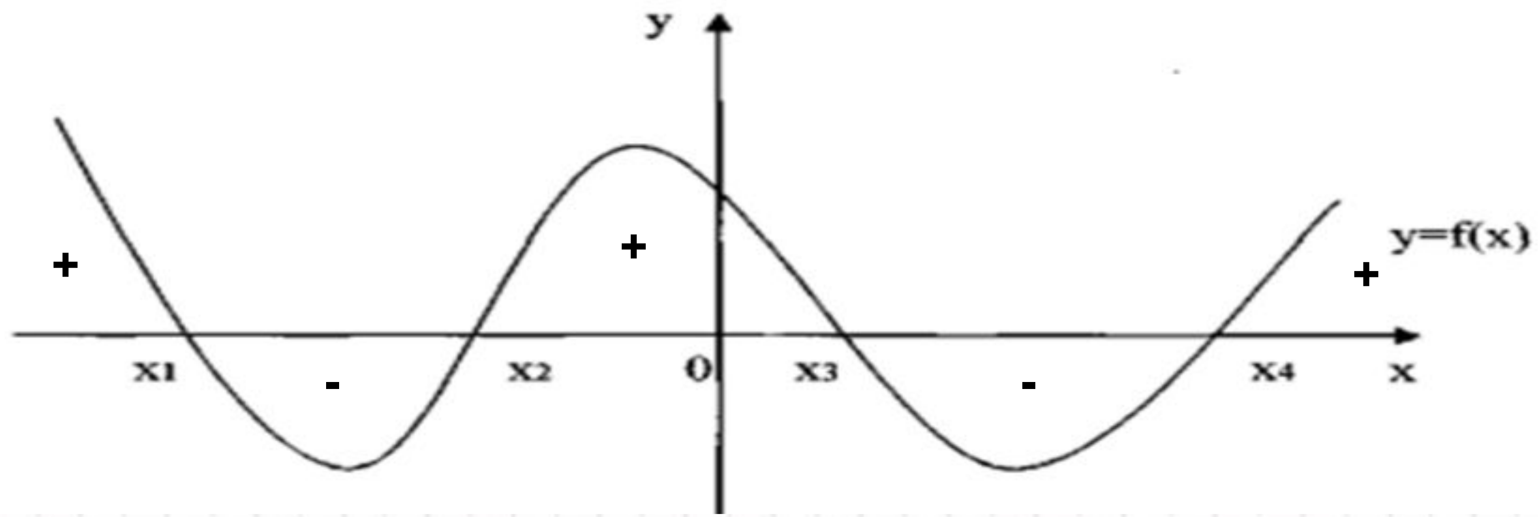
АЛГЕБРА 9 КЛАСС

Изучение нового материала.

1. Если функция задана формулой вида: $f(x)=(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$, где x- переменная, а $x_1, x_2, \ldots, x_n$, не равные друг другу числа.

Эти числа являются нулями функции. В каждом из промежутков, на которые область определения разбивается нулями функции, знак функции сохраняется, а при переходе через нуль ее знак изменяется. Это свойство используется для решения неравенств вида:

$$(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)>0$$
$$(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_т)<0$$



Свойство: Если на интервале (a;b) функция непрерывна и не обращается в нуль, то она на этом интервале сохраняет постоянный знак.

АЛГЕБРА

9

КЛАСС

Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

1. Привести неравенство к виду $f(x)>0$, $f(x)>0$, $f(x)<0$, $f(x)<0$.

$(f(x= (x-x_1)(x-x_2) \dots (x-x_n))$Выделить функцию $y=f(x)$.

2. Найти область определения функции.

3. Найти нули функции, решив уравнение $f(x)=0$.

$(f(x) = (x-x_1)(x-x_2) \dots (x-x_n))$

4. Отметить на координатной прямой промежутки, на которые область определения разбивается нулями функции.

5. Определить знаки функции на одном из интервалов и расставить на остальных интервалах чередуя знаки.

6. Рассмотреть полученный рисунок и записать решение в виде промежутка, учитывая знак исходного неравенства:

– если $f(x)>0$, то выбираем промежуток со знаком “+”;

– если $f(x)<0$, то выбираем промежуток со знаком “-”.

АЛГЕБРА

9

КЛАСС

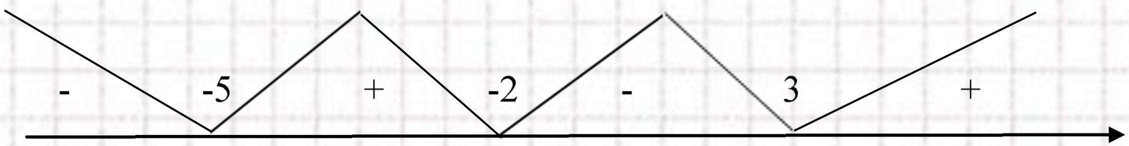
Пример 1. Решить неравенство (x+2)(x-3)(x+5)>0.

Рассмотрим функцию f(x)=(x+2)(x-3)(x+5).

D(f)=R.

Найдем нули функции, решив уравнение f(x)=0:

(x+2)(x-3)(x+5)=0; x_1 = -5, x_2 = -2, x_1 = 3,



Решением данного неравенства является множество значений x, при которых f(x)>0.

Из рисунка видно, f(x)>0 при xє (-5;-2)U(3;+∞).

Ответ: (-5;-2)U(3;+∞).

2 .При решении неравенств широко используется разложение на множители

$$а^2 – в^2 =(а - в)(а – в)$$

$$а^2 + 2ав + в^2 = (а + в)^2$$

$$а^2 – 2ав + в^2 =(а – в)^2$$

$$ах^2 +вх +с = а (х – х_1)(х – х_2)$$

АЛГЕБРА 9 КЛАСС

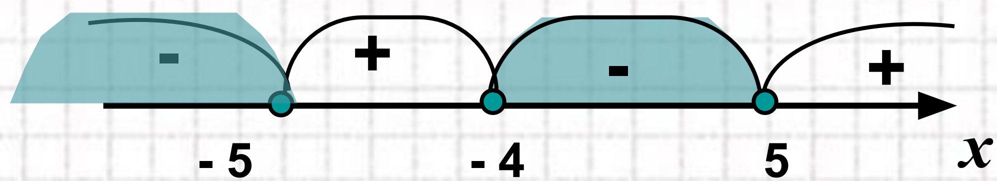
Проверь своё решение

Решить неравенство (x – 5)(x + 4)(x + 5) ≤ 0

Решение.

f(x) = (x – 5)(x + 4)(x + 5)

Нули функции x = 5, x= - 4, x = - 5



Ответ: (- ∞;-5] U [-4; 5]

АЛГЕБРА
9
КЛАСС

Давайте закрепим

Решите методом интервалов неравенства:

1) $x(x + 2)(x - 1) \geq 0$

2) $(x - 1)(3 - x)(x - 2) \leq 0$

Решите неравенство:

3) $(x-4)(x+7)(x-6)<0$

4) $(x-9)(x-1)(x+5)>0$

5) $\sqrt{(x-3)(x+2)}$

6) $\sqrt{(x-6)(2x+3)}$

Работа в группах **Определить промежуток , который принадлежит неравенству**

7) $(x-1)(x+4) \le 0.$ [-4;1],(-3;1),[0;1],(-4;1),[-4;-2]

8) $(x+2)(x-5) \le 0.$ [-2;-5],(2;5),[0;2],[-1;2),[3;-5]

9) $(x-6)(x-4) > 0.$ (7;10),[-5;3],[8;11),[-6;4),[-7;0)

АЛГЕБРА

9

КЛАСС

Домашнее задание.

1) §15 (глава II)
2) №325, 327, 333