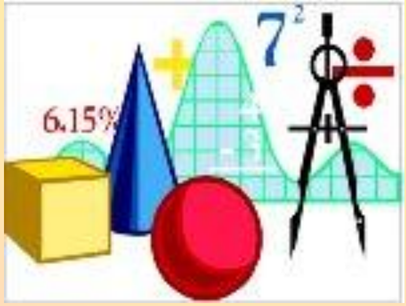
МКОУ «Погорельская СОШ»

ОБЪЕМ ТЕЛ

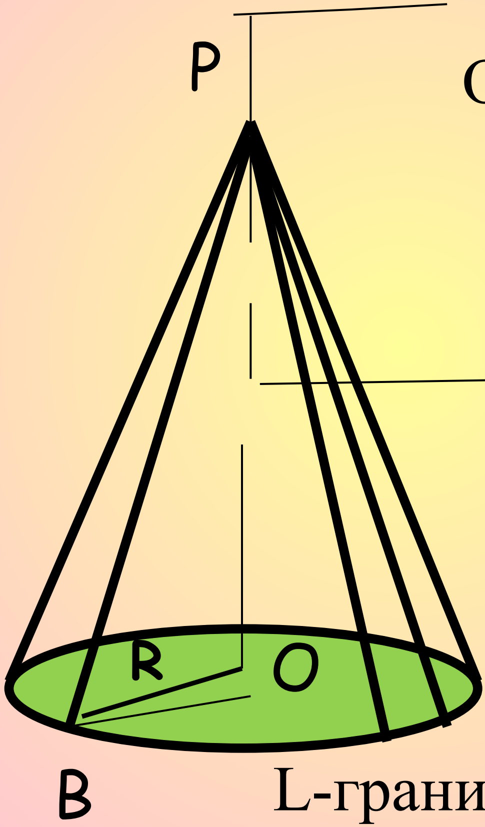
Объем конуса



Цели :

- Сформировать навыки нахождения объема конуса.
- Развитие логического мышления, пространственного воображения, умений действовать по алгоритму, составлять алгоритмы действий.
- Воспитание познавательной активности, самостоятельности.

Основные понятия:



Ось конуса

Вершина конуса

Образующая

Высота конуса

Основание конуса

L-граница круга

Радиус основания конуса

Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей через ось конуса?

Равнобедренный треугольник

Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, проходящей параллельно плоскости основания?

Круг

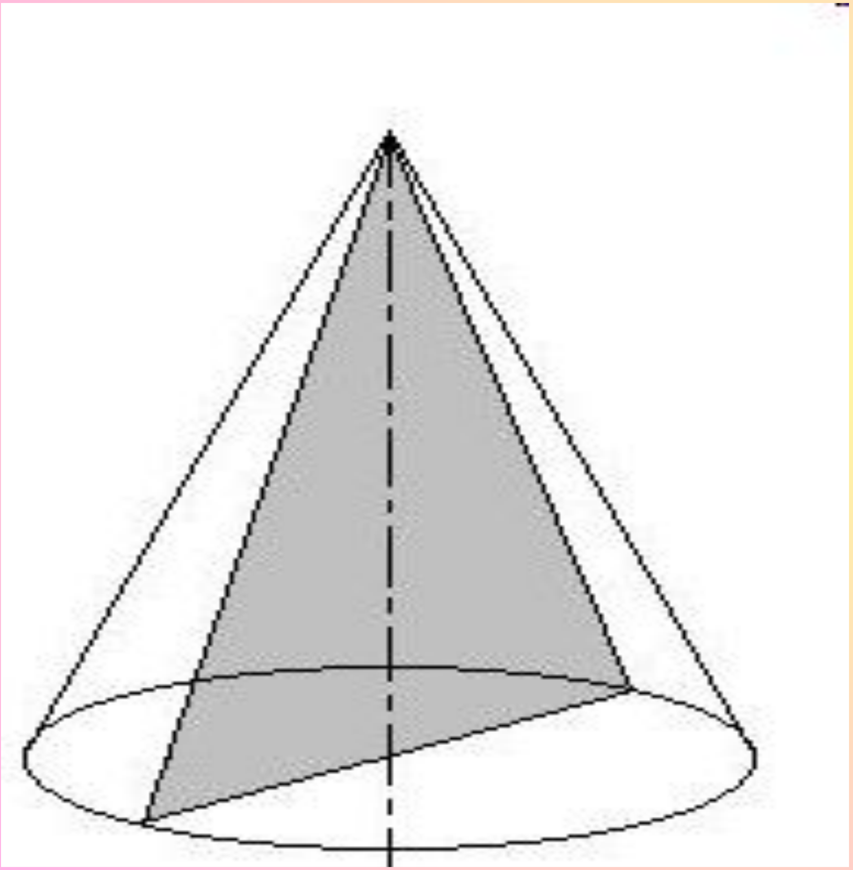
Какая фигура получается в сечении конуса плоскостью, не задевающую плоскость основания?

Эллипс

Как называется сечение конуса плоскостью параллельной двум образующим конуса.

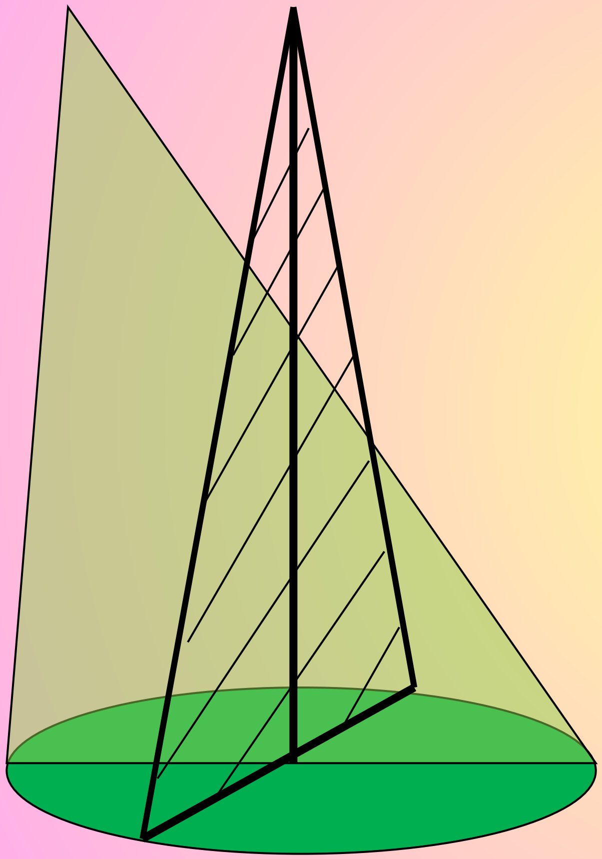
Гипербола

Сечение конуса, проходящее через ось конуса называется **осевым сечением**.

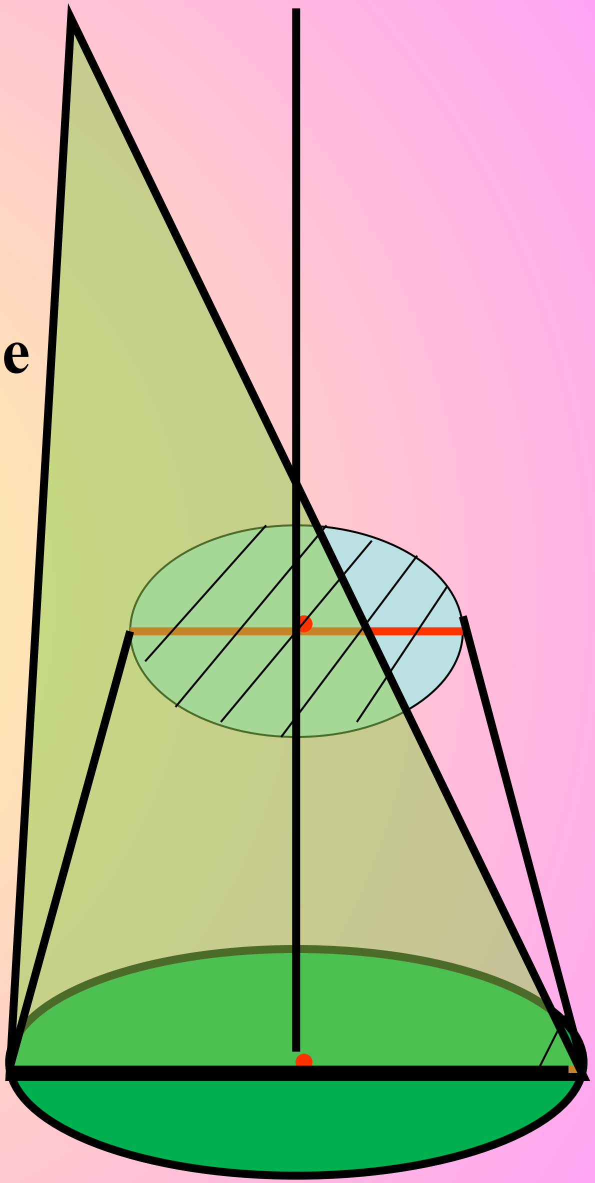


Осевое сечение конуса – это равнобедренный треугольник

Осевое сечение конуса-
равнобедренный треугольник



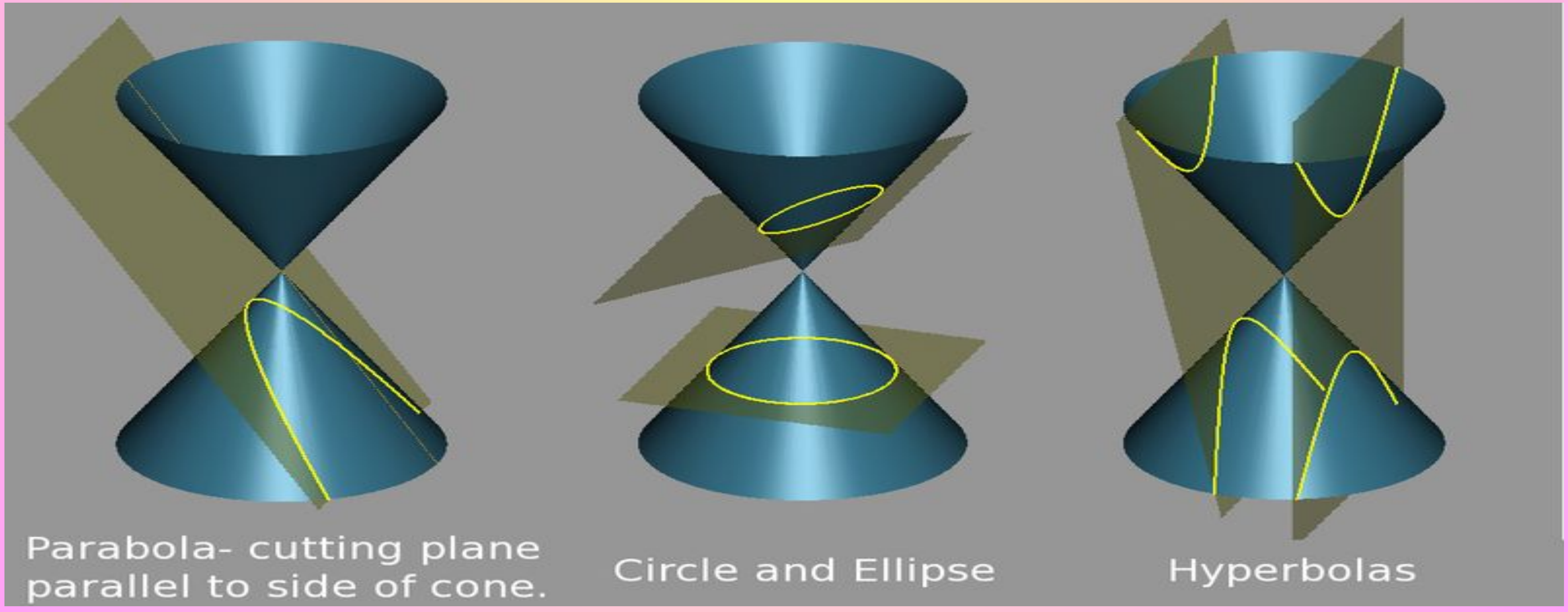
Сечение конуса,
перпендикулярное
оси конуса имеет
форму круга



Сечение плоскостью, пересекающей все образующие конуса, **- эллипс. (не задевает плоскость основания)**

Сечение плоскостью, параллельной двум образующим конуса, **- гипербола.**

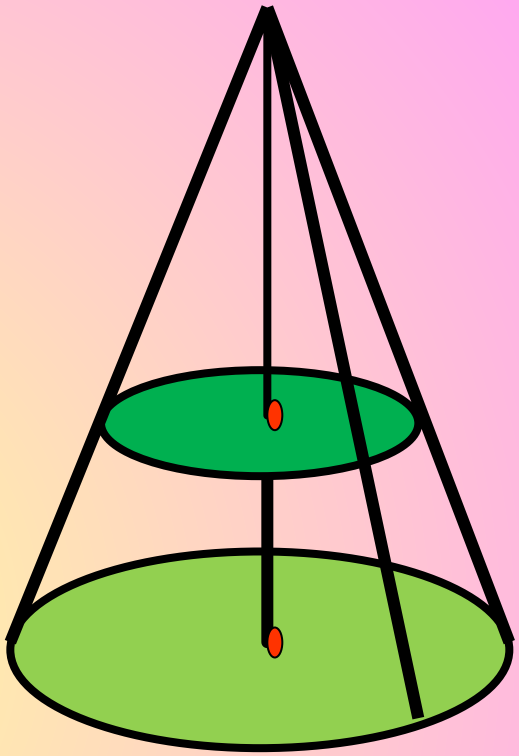
Сечение плоскостью, параллельной одной образующей конуса, **- парабола.**



Теорема

Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

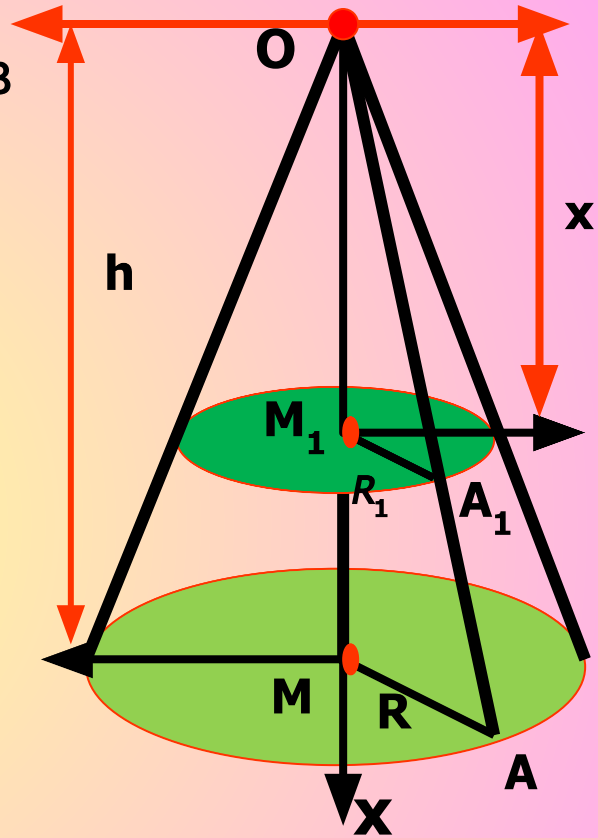


Доказательство

Дано: конус с объемом V, радиусом основания R, высотой h и вершиной в точке O.

Введем ось OX (OM – ось конуса). Произвольное сечение конуса плоскостью, перпендикулярной к оси OX, является кругом с центром в точке M1 - пересечения этой плоскости с осью OX.

Обозначим радиус этого круга через R1, а площадь сечения через S(x), где x – абсцисса точки M1.



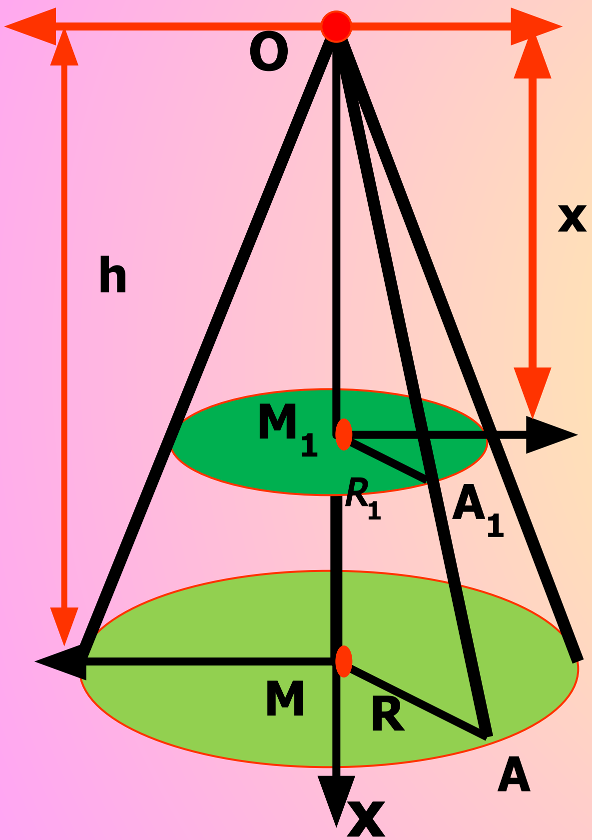
$\Delta OMA \sim \Delta OM_1A_1$

$$\frac{OM_1}{OM} = \frac{R_1}{R}, или \frac{x}{h} = \frac{R_1}{R}, откуда\ R_1 = \frac{xR}{h}$$

$$Так\ как\ S(x) = ПR_1^2, то\ S(x) = \frac{ПR^2}{h^2}x^2$$

Применяя основную формулу для вычисления объемов тел при a=0, b=h, получаем

$$V=\int_0^h \frac{\Pi R^2}{h^2}*x^2dx=\frac{\Pi R^2}{h^2}\int_0^h x^2dx=\frac{\Pi R^2}{h^2}*\frac{x^3}{3}\Big|_0^h=\frac{1}{3}\Pi R^2h$$



Площадь S основания конуса равна ΠR^2, поэтому

$$V=\frac{1}{3}S*h$$

Следствие

Объем V усеченного конуса, высота которого равна h, а площади оснований равны S и S1, вычисляется по формуле

$$V=\int_0^h \frac{\Pi R^2}{h^2}*x^2dx=\frac{\Pi R^2}{h^2}\int_0^h x^2dx=\frac{\Pi R^2}{h^2}*\frac{x^3}{3}\Big|_0^h=\frac{1}{3}\Pi R^2h$$

$$V=\frac{1}{3}h(S+S_1+\sqrt{S*S_1})$$

Решение задач с целью закрепления материала

Ответы

1. Вычислить объем конуса , если его высота равна 6см, а площадь основания 42см^2 .
2. Объем конуса с радиусом основания 4м и высотой 6м равен ?
3. Найдите площадь основания конуса , если его объем равен 256см^3, а высота 4м.
4. Вычислите объем усеченного конуса , если радиусы его оснований равны 3см, а площадь основания 16см^2 и 4см^2.
5. Вычислите объем усеченного конуса, если радиусы его оснований равны 3см и 9см, а высота 6см.

Ответы:

1. 84см^3 , 2. 32Пм^3, 3. 192см^2, 4. 32см^3 , 5. 234Пси^3

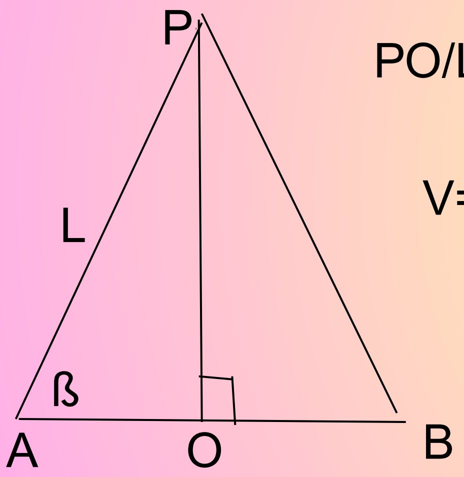
Решение задач

Зад. №1. Образующая конуса L составляет с плоскостью основания угол ß. Найдите объем конуса.

Дано: Конус, треугольник PAB-осевое сечение конуса,PA=PB=L, PO-высота.

Найти: $V_{конуса}$-?

Решение: **$V_{кон.}$= 1/3·Пr²h** , V=1/3·П·AO²·PO. Из треугольника APO (<O=90⁰)



PO/L=sinß, PO=sinß·L, AO/L=cosß, AO=cosß·L

$V=1/3\cdot П\cdot L\cdot 2\cos^2ß\cdot L\cdot \sin ß= 1/3\cdot П\cdot L^3\cdot 2\sin ß\cos ß\cdot 1/2\cdot \cos ß =$

$= 1/3\cdot 1/2\cdot П\cdot L^3\cdot \sin^2ß\cos ß=1/6\cdot П\cdot L^3\cdot \sin^2ß\cos ß$

Ответ: V=1/6·П·L·3·sin2ßcosß

Решение задач

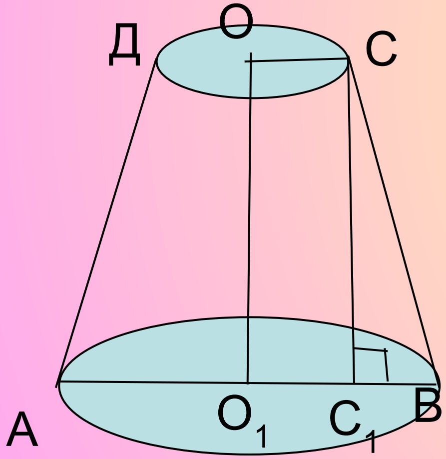
Зад.№708. Радиусы оснований усеченного конуса равны 3м и 6м, а образующая равна 5м. Найдите объем конуса.

<u>Дано</u>: Усеченный конус, r=O1C=3м, OB=R=6м, CB=5м.
<u>Найти</u> : V усеченного конуса-?
<u>Решение:</u>

$V=1/3*П*h(R^2+r^2+Rr)$

Проведем $CC_1 \perp AB$, $O_1C_1=OC=3$м

$C_1B=6-3=3$м.



Из треугольника CBC_1($<C_1=90^0$) по теореме Пифагора $CB^2=CC_1{}^2+C_1B^2$, отсюда $CC_1{}^2=CB^2 – C_1B^2$, $CC_1{}^2=25-9=16$, $CC_1=4$

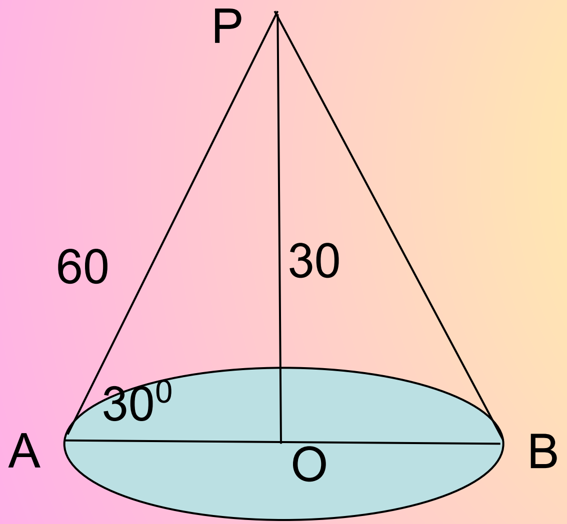
$V=1/3*П*4*(6^2+3^2+6*3)= 84П(м^{3)}$

Ответ: $V=84П(м^3)$

Решение задач

Зад.№2. Образующая конуса равна 60см, высота 30см. Найдите $V_{кон.}$

<u>Дано</u>:Конус PAB , PO – высота, PA=60см, PO=30см.
<u>Найти </u>: V конуса-?
<u>Решение:</u>



$V=1/3*\Pi r^2h$

Из треугольника AOP ($<O=90^0$)

так как PO=AP/2 , то $<A=30^0$

$R=AO=60*\cos30^0=60*\sqrt{3}/2=30\sqrt{3}$ (см)

$V=1/3*\Pi*(30\sqrt{3})^2= 27000\Pi$(см$^{3)}$

Ответ: $V=27000\Pi$(см^3)

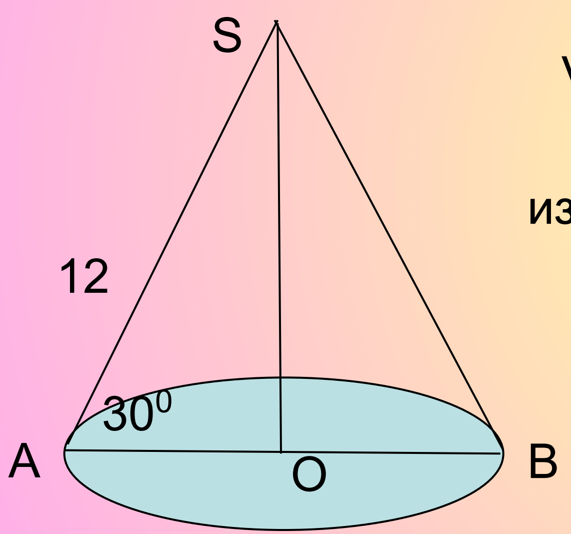
Решение задач

Зад.№3. Образующая конуса равна 12см, наклонена к плоскости основания под углом 30^0. Найдите $V_{кон.}$

Дано:Конус SAB, SA=12см, <SAO=30^0.

Найти : V конуса-?

Решение:



$V=1/3\cdot П r^2 h$

$V=1/3\cdot П\cdot AO^2\cdot SO$.

из треугольника ASO (<O=90^0), h=SO=1/2·AC=6см.

$R=AO=12\cdot\cos30^0=12\cdot\sqrt{3}/2=6\sqrt{3}$(см)

$V=1/3\cdot П\cdot(6\sqrt{3})^2\cdot 6= 216П(см^3)$

Ответ: $V=216П(см^3)$

Свойство объемов №1

Равные тела имеют равные объемы

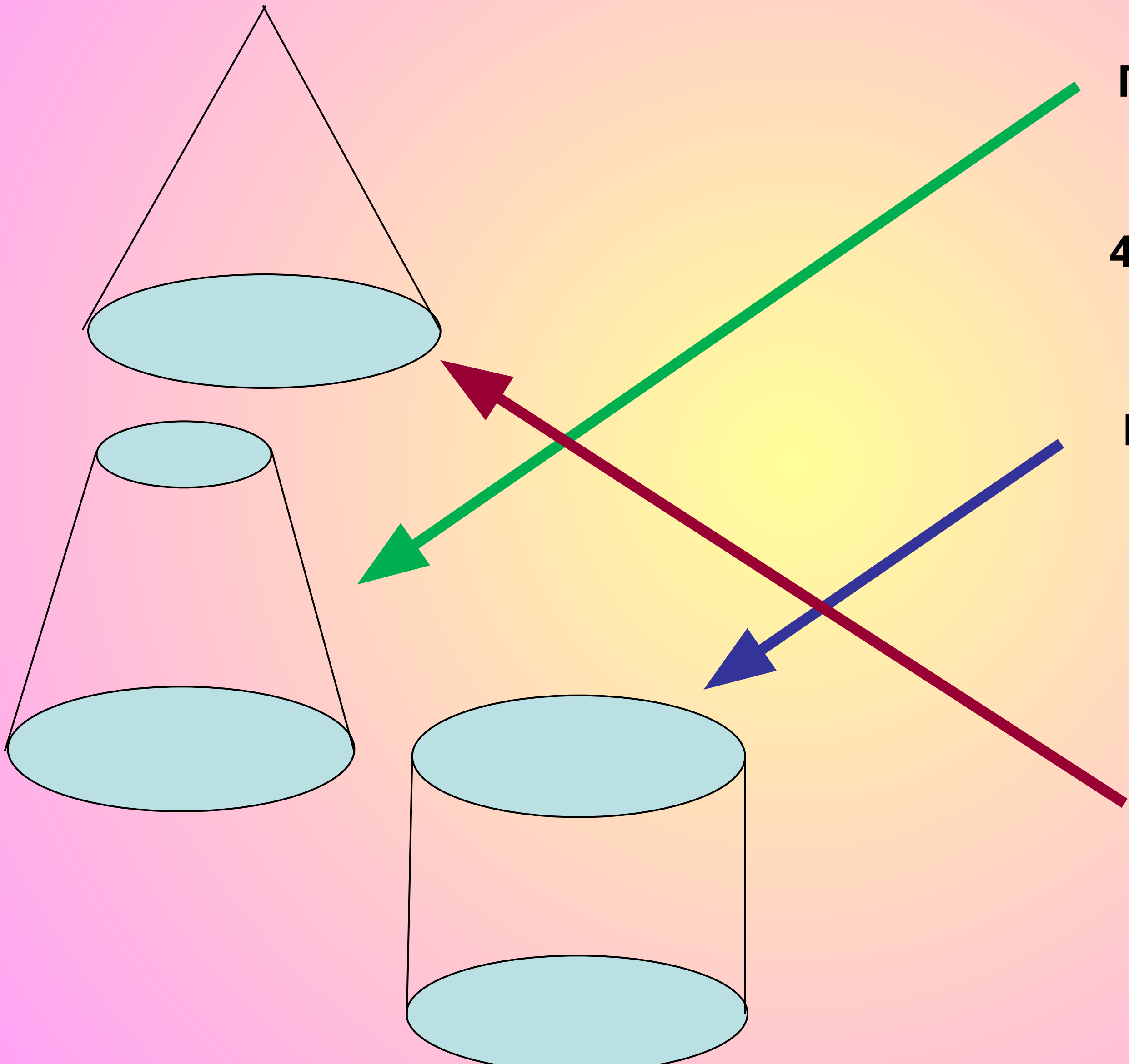
Свойство объемов №2

Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.

Свойство объемов №3

Если одно тело содержит другое, то объем первого тела не меньше объема второго.

Установите соответствие фигур и формул для нахождения объема



$Пh/3*(Rr+r^2+R^2)$

$4ПD^2$

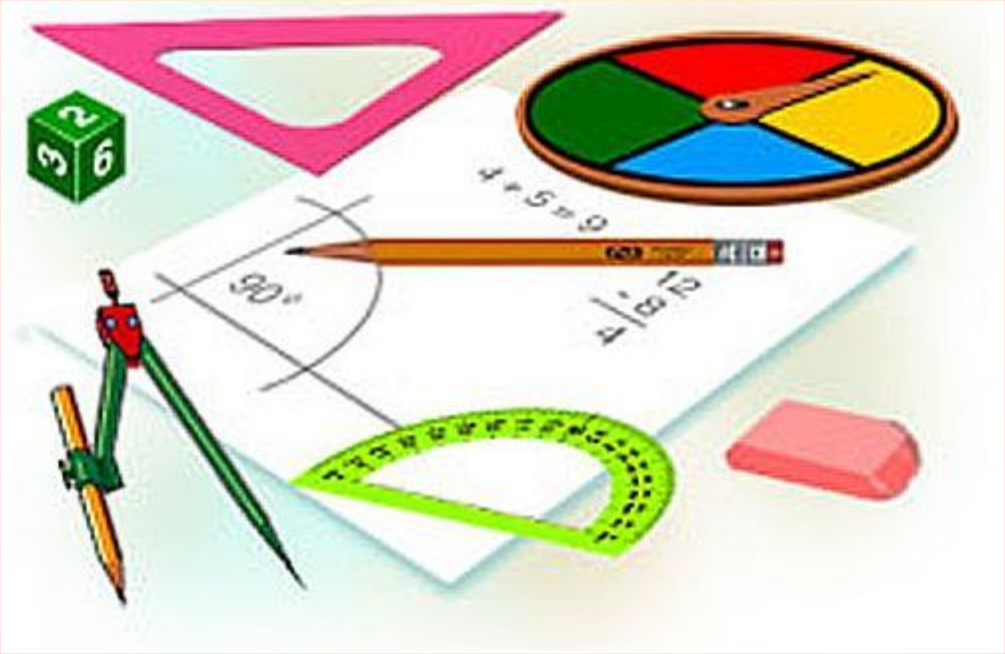
$Пr^2h$

$ПrL$

$П*R^2*h/3$

Домашнее задание

П. 70, № 701,704,709, Д.К/р



Библиография

- Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев «Геометрия, 10-11», М., Просвещение, 2007
- В.Я. Яровенко «Поурочные разработки по геометрии», Москва, «ВАКО», 2006

УСПЕХОВ!