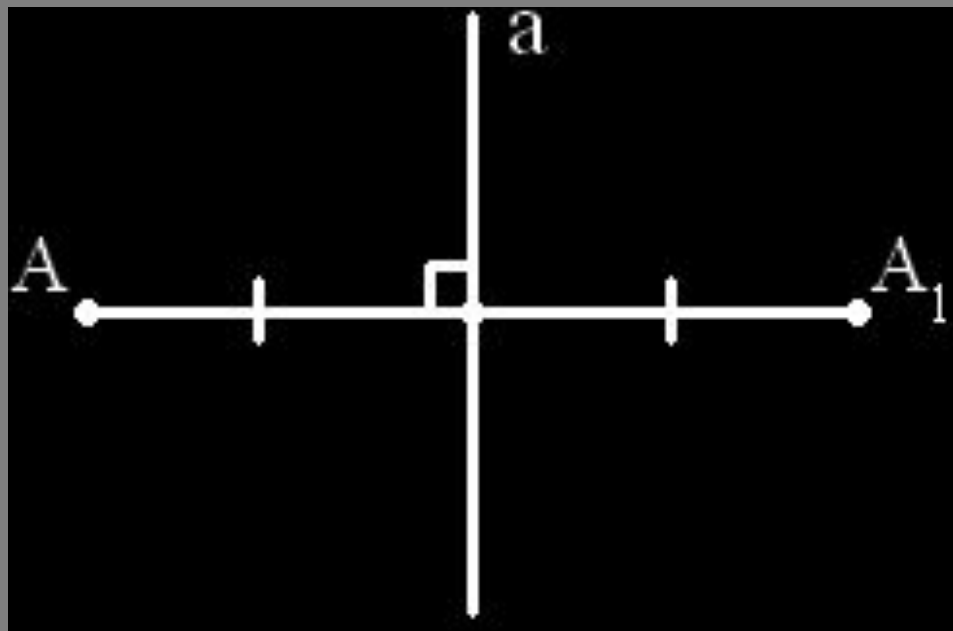

Правильные многогранники

Симметрия в пространстве



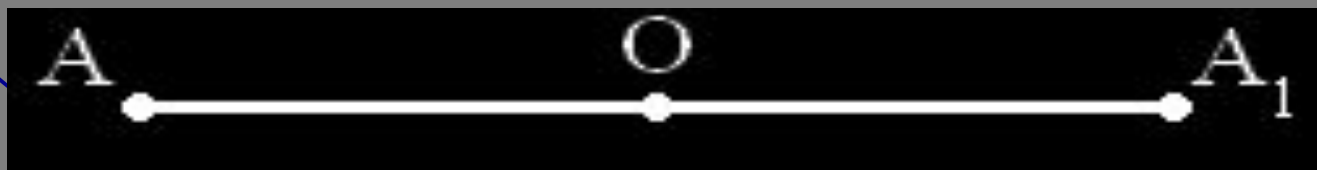
Осевая симметрия



- Две точки A и A_1 называются *симметричными* относительно прямой a (оси симметрии), если прямая a проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к этому отрезку.

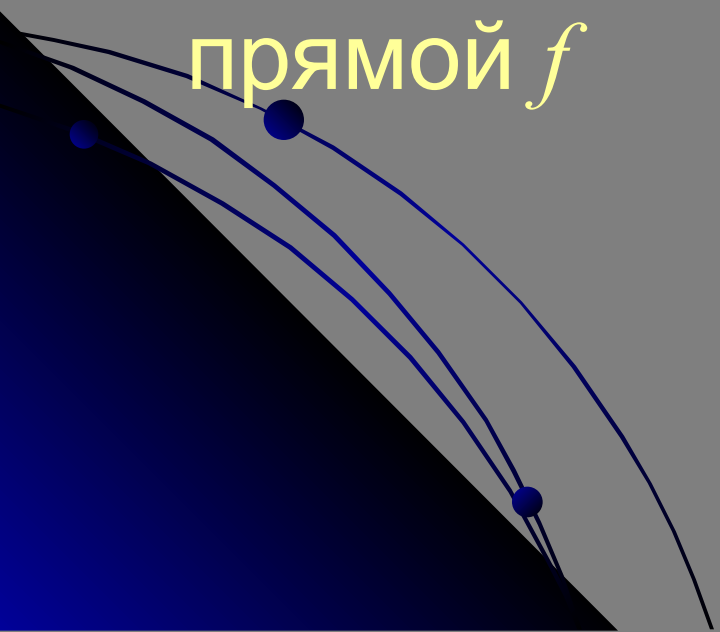
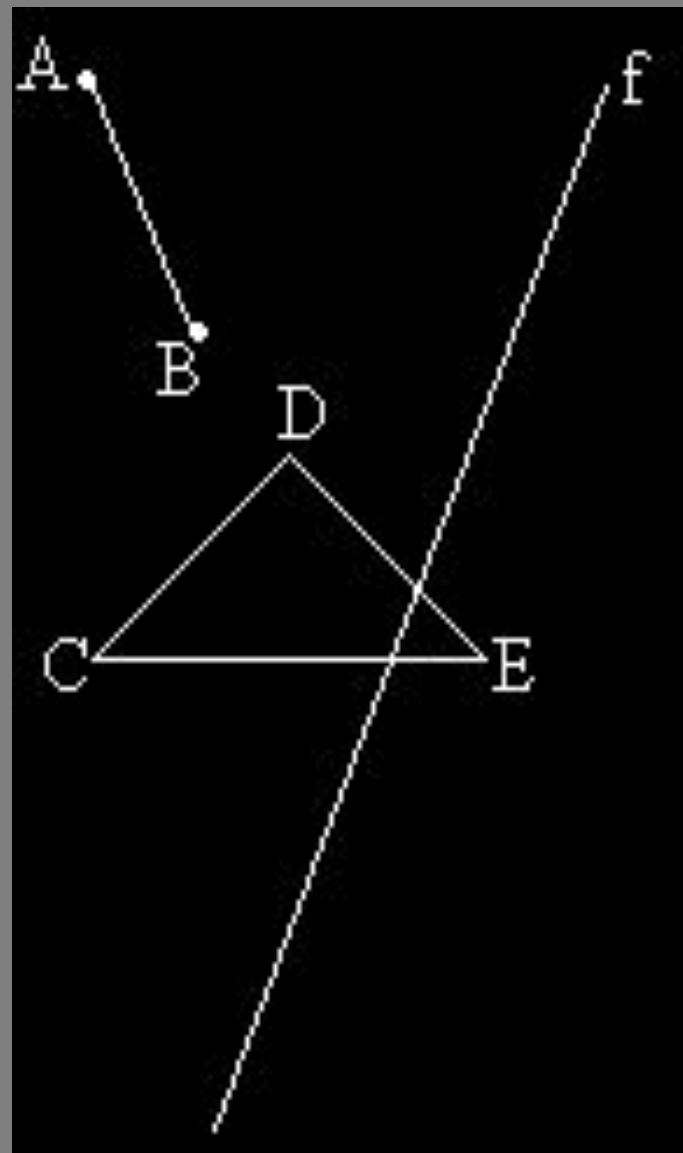
Центральная симметрия

- Две точки A и A_1 называются симметричными относительно точки O , если O – середина отрезка AA_1 . Точка O считается симметричной самой себе.



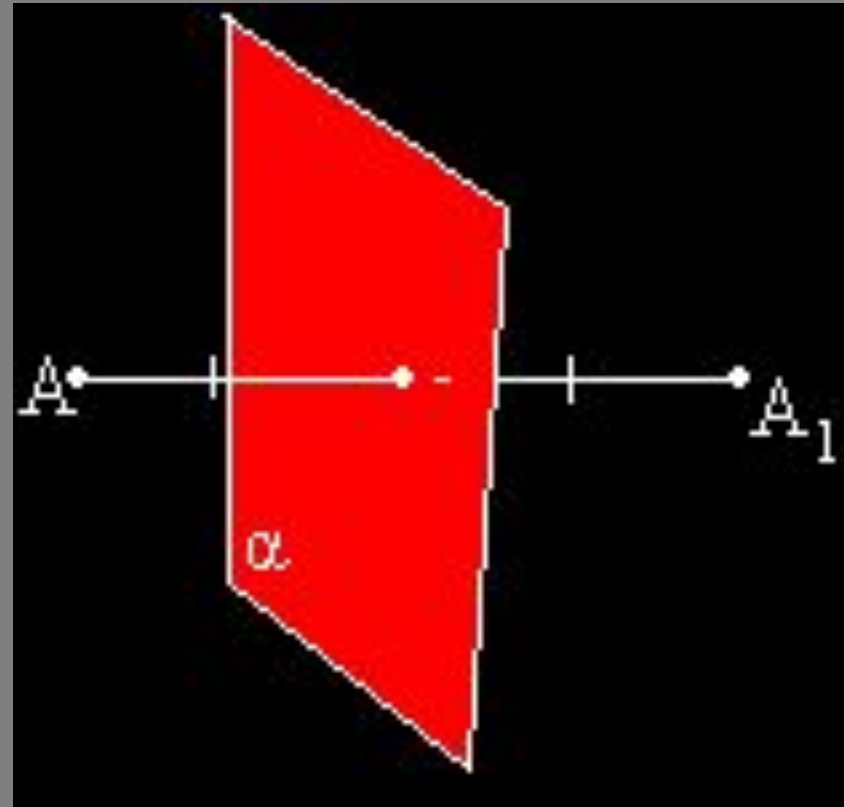
Задача

- Построить фигуры симметричные относительно прямой f



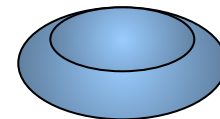
Симметрия относительно плоскости

- Точки A и A_1 называются симметричными относительно плоскости α (плоскость симметрии), если плоскость α проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к этому отрезку. Каждая точка плоскости α считается симметричной самой себе

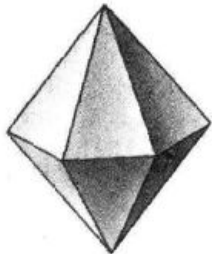
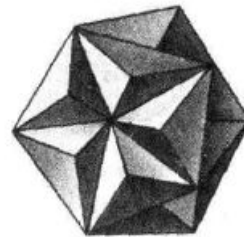


Определение правильного многогранника

- Выпуклый многогранник называется **правильным**, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер.
- Для перехода к выполнению задания воспользуйся кнопкой



Какие из представленных
многогранников являются
правильными?



Существует 5 типов правильных многогранников



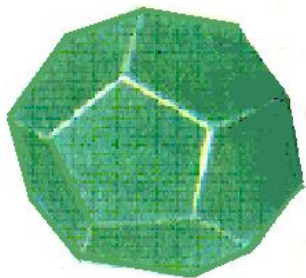
Правильный
тетраэдр



Правильный
гексаэдр



Правильный
октаэдр



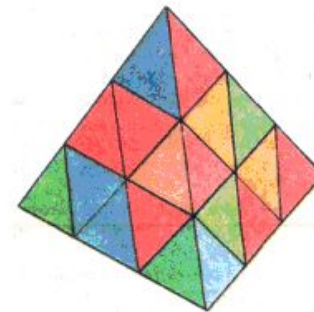
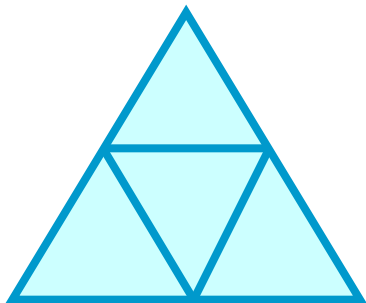
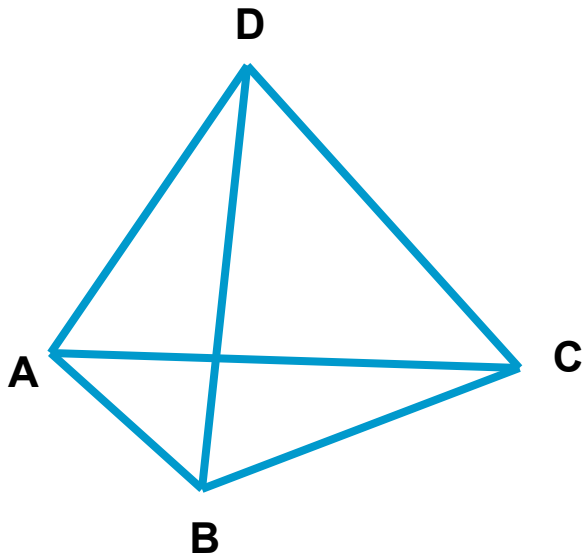
Правильный
додекаэдр



Правильный
икосаэдр



Правильный тетраэдр

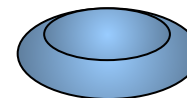


В переводе с греческого «тетраэдр» - четырёхгранник .

У правильного тетраэдра грани – правильные треугольники; в каждой вершине сходится по три ребра.

Тетраэдр представляет собой треугольную пирамиду, у которой все ребра равны.

Кнопка для перехода к таблице



Тетраэдр

(от греческого *tetra* – четыре и *hedra* – грань) - правильный многогранник, составленный из 4 равносторонних треугольников.

Сумма длин всех ребер

$$6a$$

Площадь поверхности тетраэдра

$$S = a^2 \sqrt{3}$$

Объем

$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

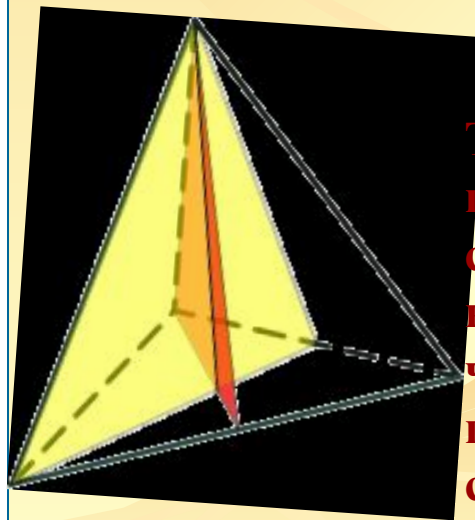
Радиус описанной сферы

$$R = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Радиус вписанной сферы

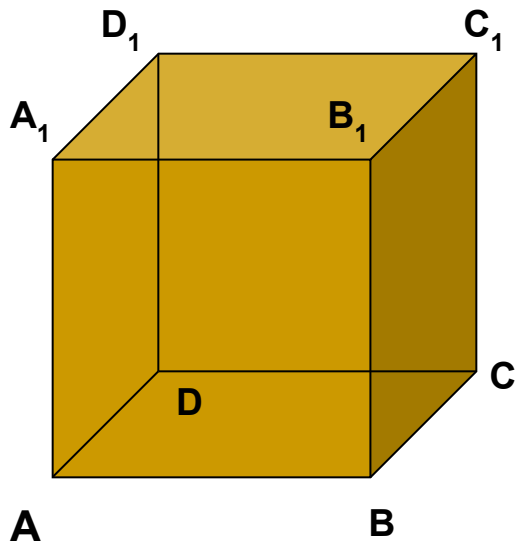
$$r = \frac{a\sqrt{6}}{12}$$

Тетраэдр имеет три оси симметрии, которые проходят через середины скрещивающихся ребер.



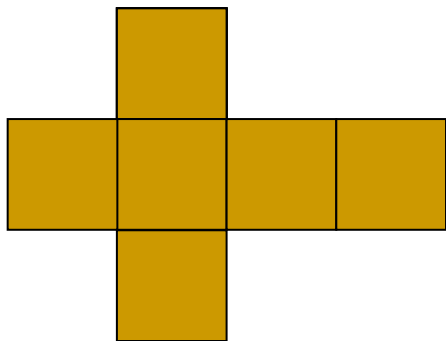
Тетраэдр имеет 6 плоскостей симметрии, каждая из которых проходит через ребро тетраэдра перпендикулярно скрещивающемуся с ним ребру.

Правильный гексаэдр

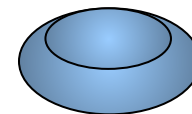


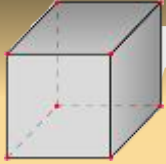
Гексаэдр - шестигранник.

У правильного гексаэдра (куба) все грани - квадраты; в каждой вершине сходится по три ребра. Куб представляет собой прямоугольный параллелепипед с равными рёбрами.



Кнопка для перехода к таблице





Куб (гексаэдр)

(от греческого *hex* — шесть и *hedra* — грань) - правильный многогранник, составленный из 6 квадратов.

Сумма длин всех ребер

$$12a$$

Площадь поверхности тетраэдра

$$S = 6a^2$$

Объем

$$V = a^3$$

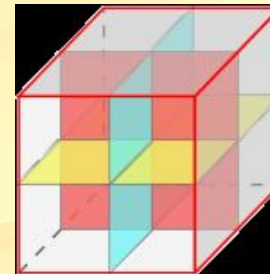
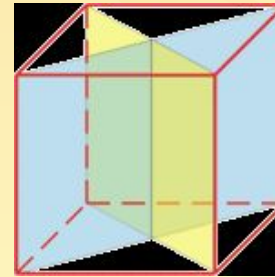
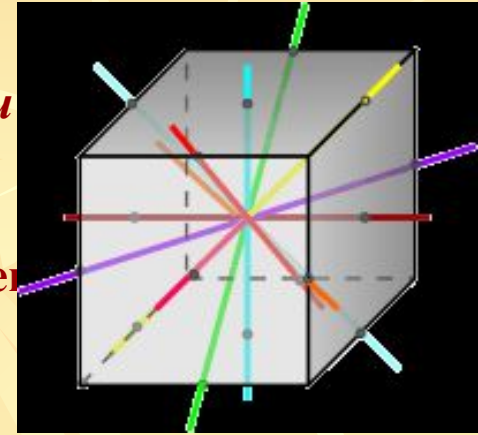
Радиус описанной сферы

$$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Радиус вписанной сферы

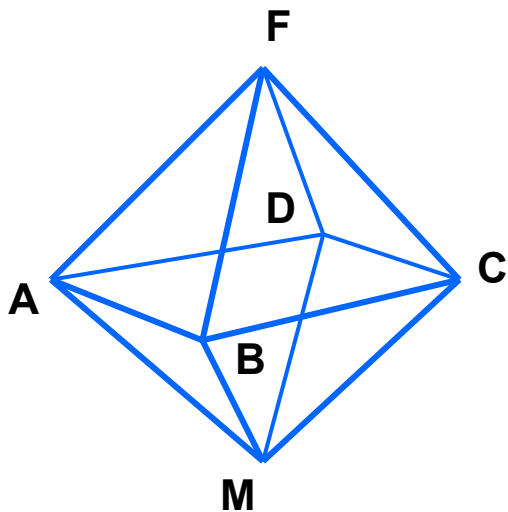
$$r = \frac{a}{2}$$

Центром симметрии куба является точка пересечения его диагоналей. Через центр симметрии проходят оси симметрии.



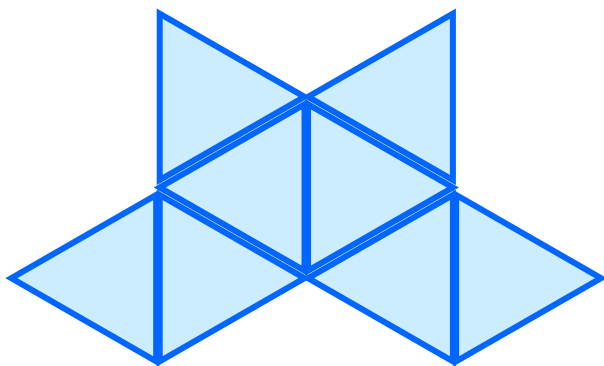
Плоскостей симметрии у куба также 9 и проходят они либо через противоположные ребра (таковых плоскостей 6), либо через середины противоположных ребер (таких - 3).

Правильный октаэдр

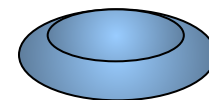


Октаэдр - восьмигранник.

У октаэдра грани – правильные треугольники, но в отличие от тетраэдра в каждой вершине сходится по четыре ребра.



Кнопка для перехода к таблице





Октаэдр

(от греческого *okto* – восемь *hedra* – грань) – правильный многогранник, составленный из 8 равносторонних треугольников.

Сумма длин всех ребер

$$12a$$

Площадь поверхности тетраэдра

$$S = 2a^2 \sqrt{3}$$

Объем

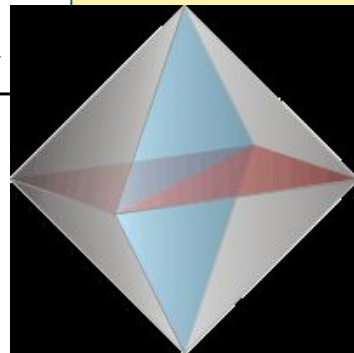
$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

Радиус описанной сферы

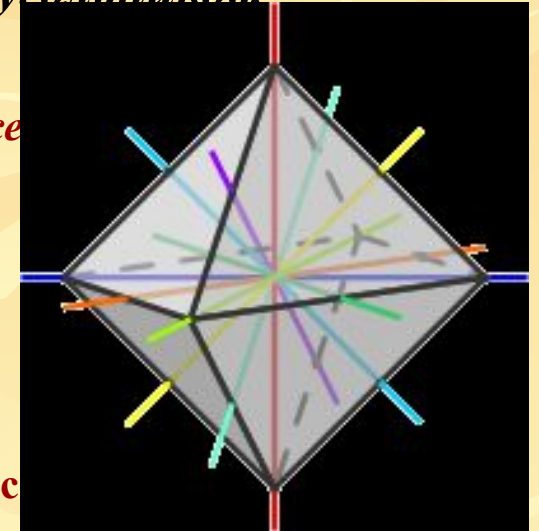
$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Радиус вписанной сферы

$$r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

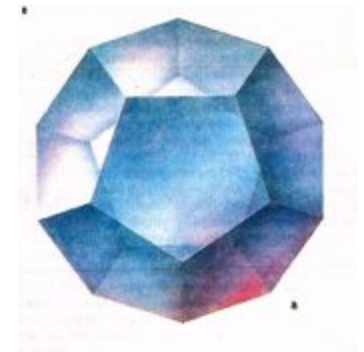
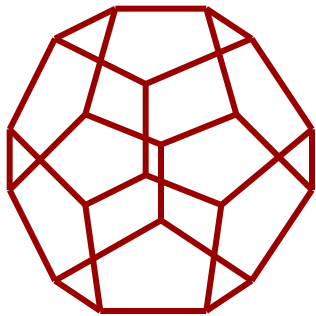


Октаэдр обладает симметрией. Три из 9 осей симметрии октаэдра проходят через противоположные вершины, шесть - через середины ребер. Центр симметрии октаэдра - точка пересечения его осей симметрии.



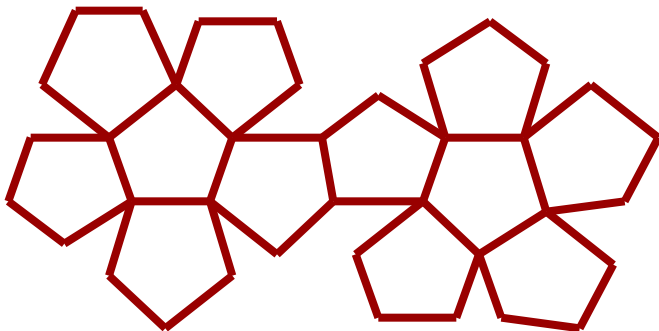
Три из 9 плоскостей симметрии тетраэдра проходят через каждые 4 вершины октаэдра, лежащие в одной плоскости. Шесть плоскостей симметрии проходят через две вершины, не принадлежащие одной грани, и середины противоположных ребер.

Правильный додекаэдр

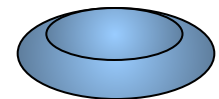


Додекаэдр - двенадцатигранник.

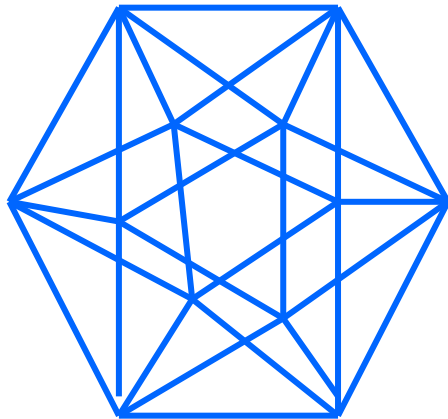
У додекаэдра грани – правильные пятиугольники. В каждой вершине сходится по три ребра.



Кнопка для перехода к таблице

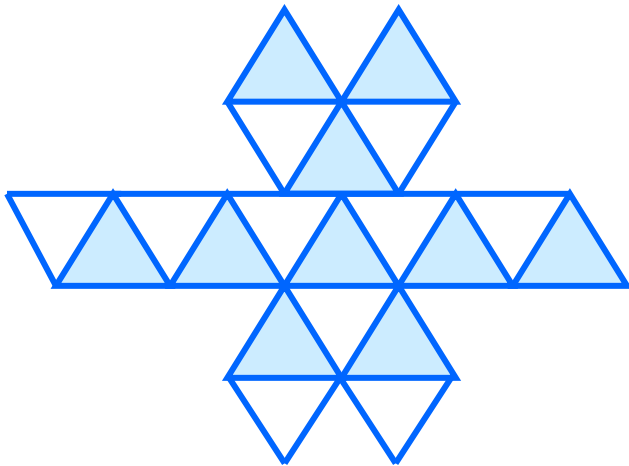


Правильный икосаэдр

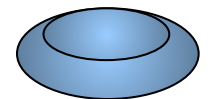


Икосаэдр - двадцатигранник.

У икосаэдра грани – правильные треугольники. В каждой вершине сходится по пять рёбер.



Кнопка для перехода к таблице



Историческая справка

О существовании всего лишь пяти правильных многогранников знали еще в Древней Греции. Великий древнегреческий мыслитель Платон считал, что четыре из них олицетворяют четыре «стихии»: *тетраэдр – огонь, куб – землю, икосаэдр – воду, октаэдр – воздух*. Пятый же многогранник, *додекаэдр*, символизировал собой все мироздание, представлял собой **образ всей Вселенной**, почитался главнейшим и его стали называть *quinta essentia* (квинта эссенция) или «*пятая сущность*».

Правильные многогранники называют иногда Платоновыми телами, им посвящена последняя книга «Начал» Евклида. Её считают венцом стереометрии у древних греков.



Основные элементы правильных многогранников

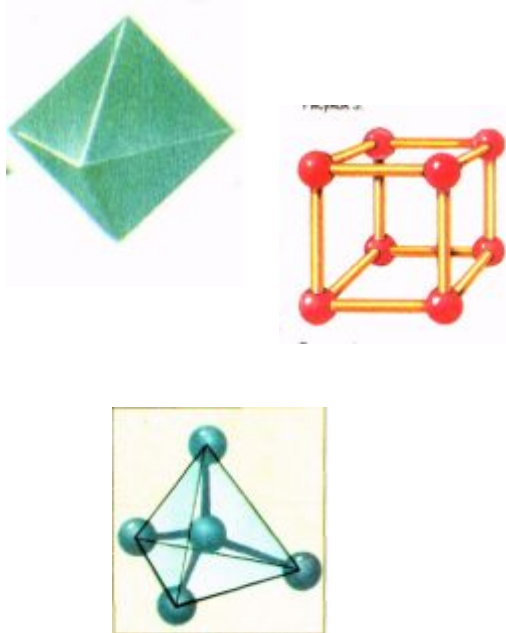
Тип многогранника	Число		
	ребер	граней	вершин
<u>Тетраэдр</u>			
<u>Куб (гексаэдр)</u>			
<u>Октаэдр</u>			
<u>Додекаэдр</u>			
<u>Икосаэдр</u>			

Заполните таблицу в тетради и проверьте её по теореме (формуле) Эйлера
 $V + G = P + 2$, где P – число рёбер, V – вершин, G - граней



Применение в кристаллографии

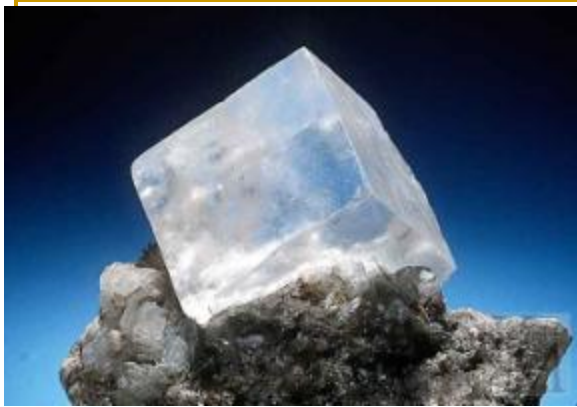
- Тела Платона нашли широкое применение в кристаллографии, так как многие кристаллы имеют форму правильных многогранников.
- Например, куб - монокристалл поваренной соли (NaCl), октаэдр - монокристалл алюмокалиевых квасцов, одна из форм кристаллов алмаза - октаэдр



Кристаллы бывают самой различной формы: 1 — берилл, 2 — аметист, 3 — рубин, 4 — кристалл металла германия — денорит, 5 — горный хрусталь, 6 — испанский шпат, 7 — поваренная соль, 8 — ограненный алмаз—бриллиант, вправленный в кольцо.

В колбе с перенасыщенным раствором на конце проволоочки, опущенной в раствор, растет кристалл поваренной соли.

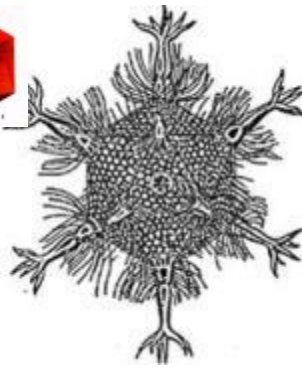




Поваренная соль состоит из кристаллов в форме куба



Минерал сильвин также имеет кристаллическую решетку в форме куба.



Скелет одноклеточного организма феодарии представляет собой икосаэдр.



Молекулы воды имеют форму тетраэдра.



Минерал куприт образует кристаллы в форме октаэдров.



Кристаллы пирита имеют форму додекаэдра



Заключение

- Сегодня на уроке вы познакомились с понятием правильного многогранника, узнали о существовании пяти типов правильных многогранников.
- Заполните в тетради таблицу «Элементы правильных многогранников.»



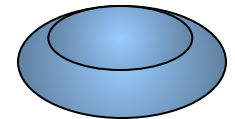
Леонард Эйлер (1707-1783г.г.)

Эйлер - швейцарский математик и механик, академик Петербургской Академии Наук, автор огромного количества глубоких результатов во всех областях математики. Полное собрание сочинений Эйлера-72 тома-не вышло целиком и до сих пор. По единодушному признанию современников **Леонард Эйлер - первый математик мира**. В геометрии Эйлер положил начало совершенно новой области исследований, выросшей впоследствии в самостоятельную науку — *топологию*.

Имя Эйлера носит формула, связывающая число вершин (V), ребер (P) и граней (Г) выпуклого многогранника: **$V + Г = P + 2$**

«Эйлер не проглядел ничего в современной ему математике, хотя последние семнадцать лет своей жизни был совершенно слеп».

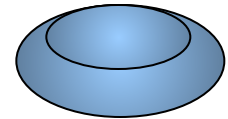
Э.Т.Белл



3-1

- Верно, при условии равенства всех ребер.

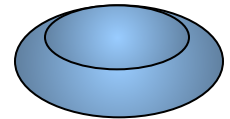
Для возвращения к выполнению задания воспользуйся кнопкой



3-2

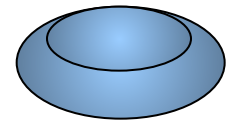
- Неверно.

Прочти ещё раз определение правильного многогранника.



3-4

- Верно.
- Для возвращения к выполнению задания воспользуйся кнопкой



Итог урока

1. С какими правильными многогранниками мы сегодня познакомились?
 2. Сколько Платоновых тел существует?
 3. Назовите их
 4. Почему их так называют?
- 