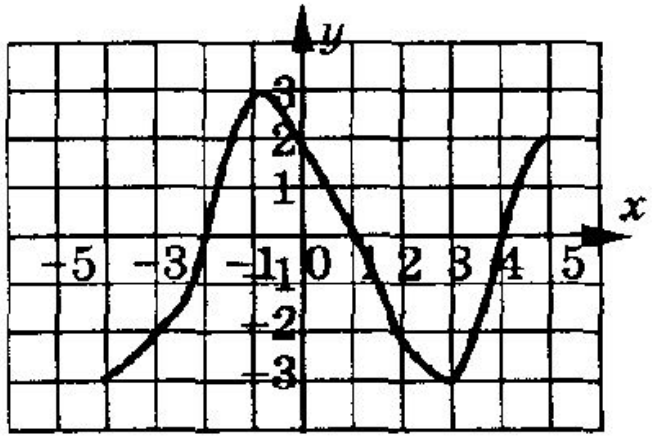
# Функція як математична модель реальних процесів.

***Варіант 1***

1) На *рисунку* зображено графік функції $y = f(x)$, областю визначення якої є проміжок $[-4;5]$. Знайдіть:




а) $f(-3), f(-2), f(0), f(3)$;

б) значення аргументів, при яких $f(x) = 2$, $f(x) = 0$, $f(x) = -2$;

в) найбільше і найменше значення функції;

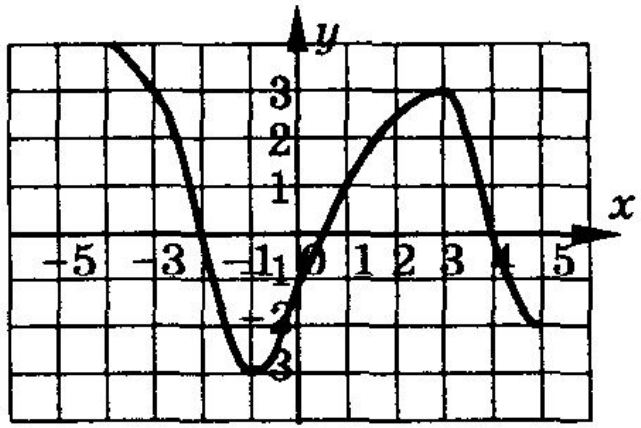
г) область значень функції.

2) Чи належить точка $A(-2;1)$ графіку функції:

а) $y = 2x + 3$; б) $y = x^2 - 3$; в) $y = |x| - 1$; г) $y = \frac{x}{2}$?

***Варіант 2***

1) На *рисунку* зображено графік функції $y=g(x)$, областю визначення якої є проміжок $[-4;5]$. Знайдіть:




а) $g(-1), g(0), g(1), g(3)$;

б) значення аргументів, при яких $g(x)=3$, $g(x)=0$, $g(x)=-2$;

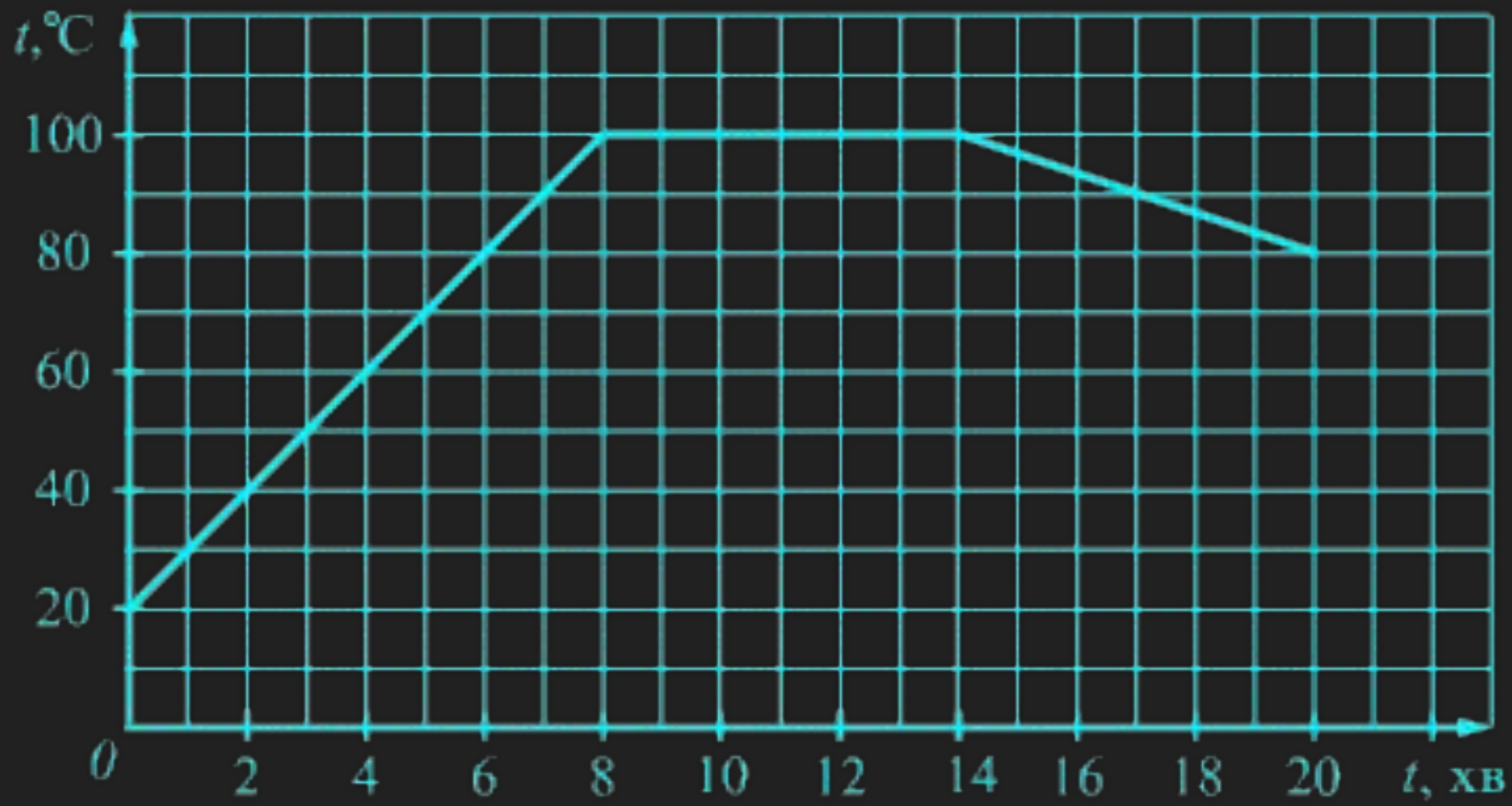
в) найбільше і найменше значення функції;

г) область значень функції.

2) Чи належить точка $B(2;-1)$ графіку функції:

а) $y=x-3$; б) $y=x^2-5$; в) $y=|x|-3$; г) $y=-2x$?

# Графік зміни температури води протягом 20 хв.




Із графіка видно, що: початкова температура води дорівнювала 20° С; протягом перших 8 хв температура води підвищилась до 100°С, потім протягом 6 хв (від 8 хв до 14 хв) температура води не змінювалась, а протягом наступних 6 хв температура води знизилась до 80°С.

Функція, графік якої зображено, описує реальний процес зміни температури води.

Кажуть, що ця функція моделює даний процес, або що вона є *математичною моделлю* даного процесу.

1) Автівка, рухаючись зі швидкістю 72 км/год, проходить за $t$ годин відстань $S$ км. Виразіть формулою залежність $S$ від $t$. Складіть таблицю, яка виражає залежність відстані $S$ від часу $t$, якщо автомобіль знаходився в путі 6 годин.
2) Кількість деталей, які виготовляє робітник за $t$ годин, дорівнює $k$. Виразіть формулою залежність $k$ від $t$, якщо за одну годину робітник виготовляє 6 деталей. Побудуйте графік цієї залежності.
3) 1 кг цукру коштує $a$ грн. Виразіть формулою залежність вартості $p$ цукерок (у гривнях) від їх маси $m$ (у кілограмах).
4) Кожної секунди до басейну вливається 0,9 $м^3$ води. Скільки води буде в басейні через $t$ секунд, якщо зараз у ньому 105 $м^3$ води? Задайте формулою залежність об'єму води в басейні від часу його заповнення $t$.
5) Маса одного цвяха дорівнює 6 г, маса порожнього ящика — 500 г. Задайте формулою залежність маси $m$ ящика від кількості $x$ цвяхів у цьому ящику.

5) Маса одного цвяха дорівнює 6 г, маса порожнього ящика — 500 г. Задайте формулою залежність маси $m$ ящика від кількості $x$ цвяхів у цьому ящику.

6) Довжина прямокутника — $x$ см, а ширина — на 7 см менша. Задайте формулою залежність периметра $P$ прямокутника від довжини $x$.

7) У балоні 1,6 кг рідинного пропану. Газова плита кожної години витрачає 0,1 кг пропану. Задайте формулою залежність маси $m$ пропану, яка залишилася в балоні через $t$ годин роботи плити, від часу $t$.

8) Задайте формулою залежність кількості лап $y$ від кількості качок $x$. Побудуйте графік цієї залежності для $1 \le x \le 10$.

*Додаткове завдання.* Зі свіжих слив виходить 21 % сушених. Задайте формулою залежність маси $m$ сушених слив від маси $x$ свіжих.

2. *Додаткове завдання.* При якому значенні $m$ областю визначення функції:

а) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-mx+9}$ є всі числа, крім 3;

б) $f(x)=\dfrac{5x}{x^2+mx+25}$ є всі числа, крім 5;

в) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-18x-m}$ є всі числа, крім 9.

1) Знайдіть область визначення функції:

а) $f(x)=\frac{x}{x^3-16x}$; б) $f(x)=\frac{x^2}{x^2+6x+9}$; в) $f(x)=\frac{36}{4x^2-48x+36}$;

г) $f(x)=\frac{x}{|x+4|}$; д) $f(x)=\frac{7}{|x-5|-2}$; е) $f(x)=\frac{13x}{|x+9|-4}$.

2) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі невід'ємні числа, якщо: а) $f(x)=x^2$; б) $f(x)=|x-9|$; в) $f(x)=x^2-8x+16$.

3) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі числа, не менші ніж число 9, якщо:

а) $f(x)=x^2+9$; б) $f(x)=|x|+9$; в) $f(x)=x^2-18x+90$.

4) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі недодатні числа, якщо: а) $f(x)=-x^2$; б) $f(x)=-|x-5|$; в) $f(x)=-x^2+10x-25$.

5) Доведіть, що областю значень функції $f(x)$ є всі числа, не більші ніж число $-5$, якщо:

а) $f(x)=-x^2-5$; б) $f(x)=-|x|-5$; в) $f(x)=-x^2+2x-6$.

6) Знайдіть область означень функції:

а) $f(x)=x^2-4$; б) $f(x)=-x^2+3$; в) $f(x)=|x|-2$; г) $f(x)=2-|x|$.