
ТЕМА УРОКА:
**«ПРАВИЛЬНЫЕ
МНОГОГРАННИКИ»**

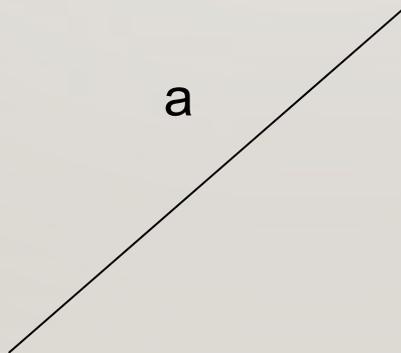


«ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОГРАННИКОВ ВЫЗЫВАЮЩЕ МАЛО, НО ЭТОТ
ВЕСЬМА СКРОМНЫЙ ПО ЧИСЛЕННОСТИ ОТРЯД СУМЕЛ ПРОБРАТЬСЯ В
САМЫЕ ГЛУБИНЫ РАЗЛИЧНЫХ НАУК»

ЛЬЮИС КЭРРОЛЛ

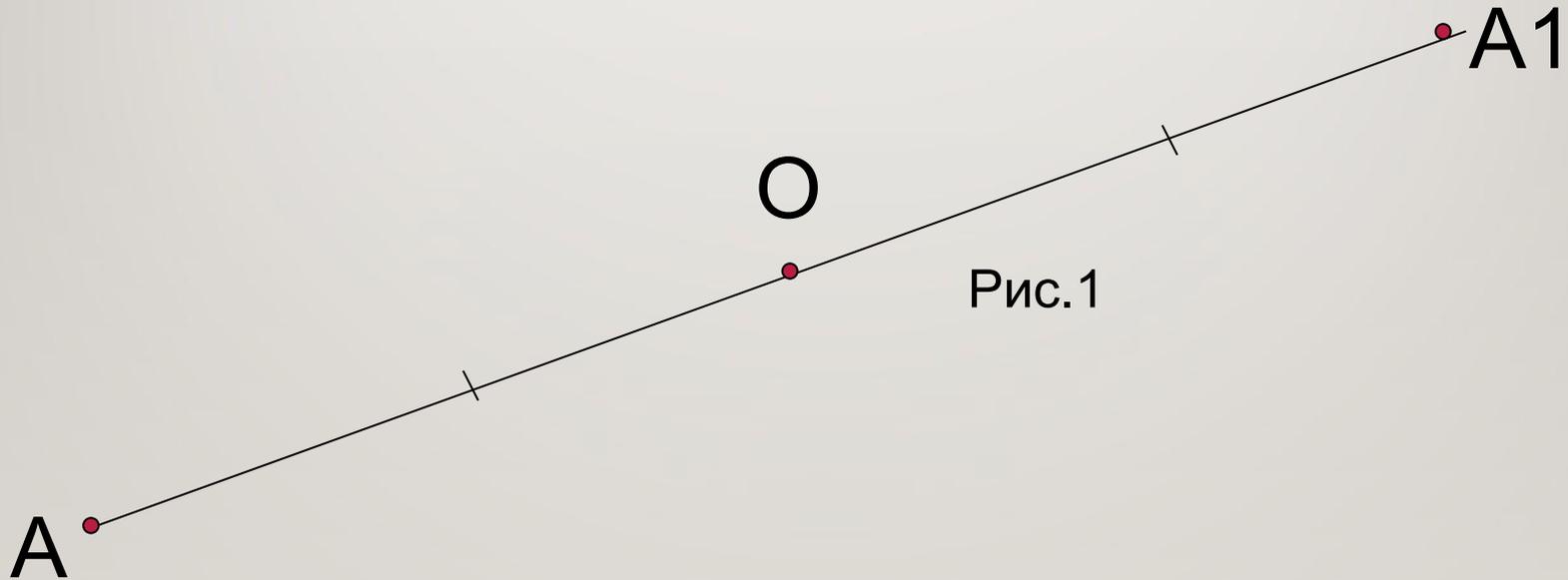
... В ПЛАНИМЕТРИИ МЫ РАССМАТРИВАЛИ ФИГУРЫ, СИММЕТРИЧНЫЕ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ И ОТНОСИТЕЛЬНО ПРЯМОЙ. В СТЕРЕОМЕТРИИ РАССМАТРИВАЮТ СИММЕТРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНО ТОЧКИ, ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ.

O
•



α

Точки А и А1 называются **симметричными относительно точки О** (**центр симметрии**), если О – середина отрезка АА1 (рис.1). Точка О считается симметричной самой себе.



ТОЧКИ A И A_1 НАЗЫВАЮТСЯ СИММЕТРИЧНЫМИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПРЯМОЙ a (ОСЬ СИММЕТРИИ), ЕСЛИ ПРЯМАЯ a ПРОХОДИТ ЧЕРЕЗ СЕРЕДИНУ ОТРЕЗКА AA_1 И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА К ЭТОМУ ОТРЕЗКУ (РИС.2). КАЖДАЯ ТОЧКА ПРЯМОЙ a СЧИТАЕТСЯ СИММЕТРИЧНОЙ САМОЙ СЕБЕ.

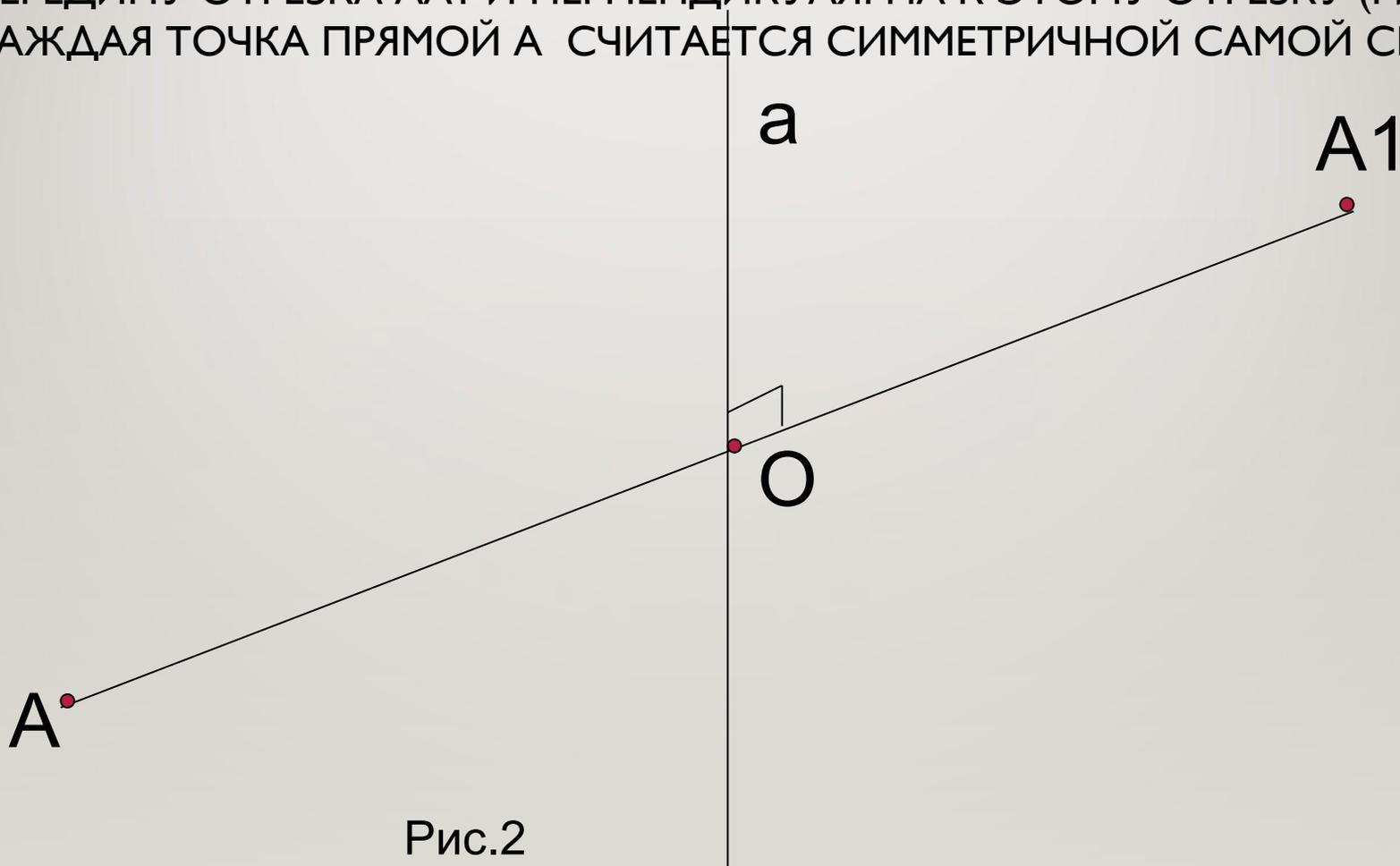


Рис.2

ТОЧКИ A И A_1 НАЗЫВАЮТСЯ СИММЕТРИЧНЫМИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТИ α (ПЛОСКОСТЬ СИММЕТРИИ), ЕСЛИ ПЛОСКОСТЬ α ПРОХОДИТ ЧЕРЕЗ СЕРЕДИНУ ОТРЕЗКА AA_1 И ПЕРПЕНДИКУЛЯРНА К ЭТОМУ ОТРЕЗКУ (РИС.3). КАЖДАЯ ТОЧКА ПЛОСКОСТИ α СЧИТАЕТСЯ СИММЕТРИЧНОЙ САМОЙ СЕБЕ.

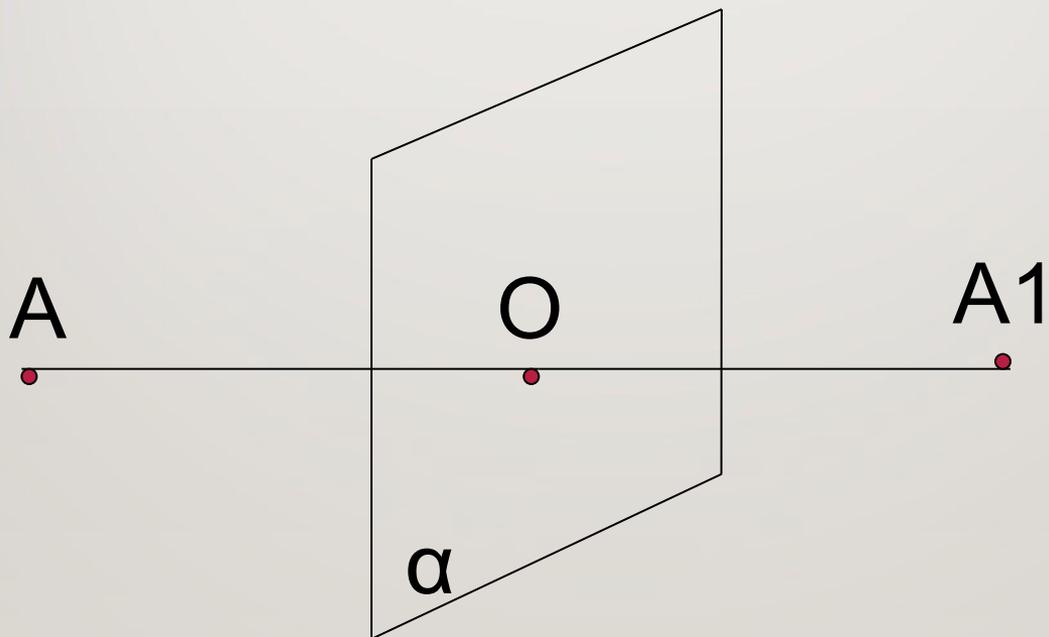


Рис.3

ТОЧКА (ПРЯМАЯ, ПЛОСКОСТЬ) НАЗЫВАЕТСЯ ЦЕНТРОМ (ОСЬЮ, ПЛОСКОСТЬЮ) СИММЕТРИИ ФИГУРЫ, ЕСЛИ КАЖДАЯ ТОЧКА ФИГУРЫ СИММЕТРИЧНА ОТНОСИТЕЛЬНО НЕЕ НЕКОТОРОЙ ТОЧКЕ ТОЙ ЖЕ ФИГУРЫ.

ЕСЛИ ФИГУРА ИМЕЕТ ЦЕНТР (ОСЬ, ПЛОСКОСТЬ СИММЕТРИИ), ТО ГОВОРЯТ, ЧТО ОНА ОБЛАДАЕТ ЦЕНТРАЛЬНОЙ (ОСЕВОЙ, ЗЕРКАЛЬНОЙ) СИММЕТРИЕЙ. НА РИСУНКАХ 4,5,6 ПОКАЗАНЫ ЦЕНТР O , ОСЬ A И ПЛОСКОСТЬ A СИММЕТРИИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, НЕ ЯВЛЯЮЩИЙСЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫМ, НО ЯВЛЯЮЩИЙСЯ ПРЯМОЙ ПРИЗМОЙ, ИМЕЕТ ПЛОСКОСТЬ (ИЛИ ПЛОСКОСТИ, ЕСЛИ ЕГО ОСНОВАНИЕ – РОМБ), ОСЬ И ЦЕНТР СИММЕТРИИ.

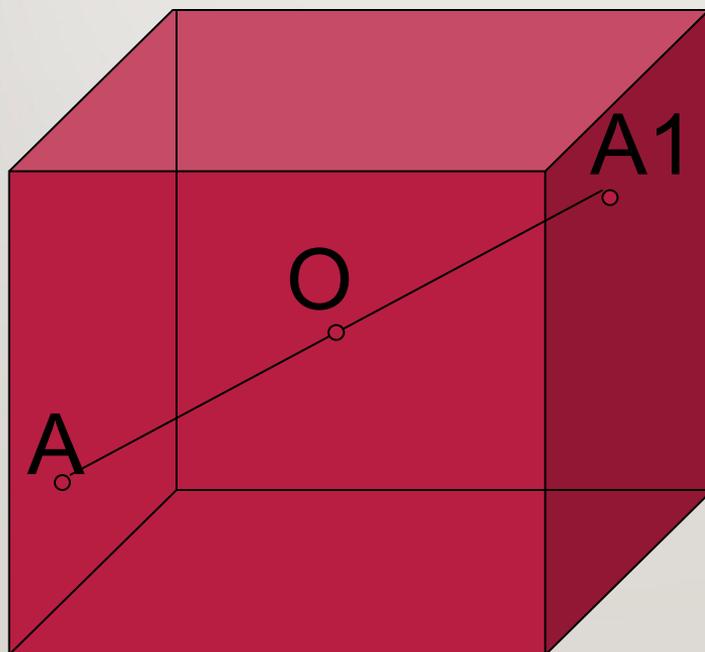


Рис.4

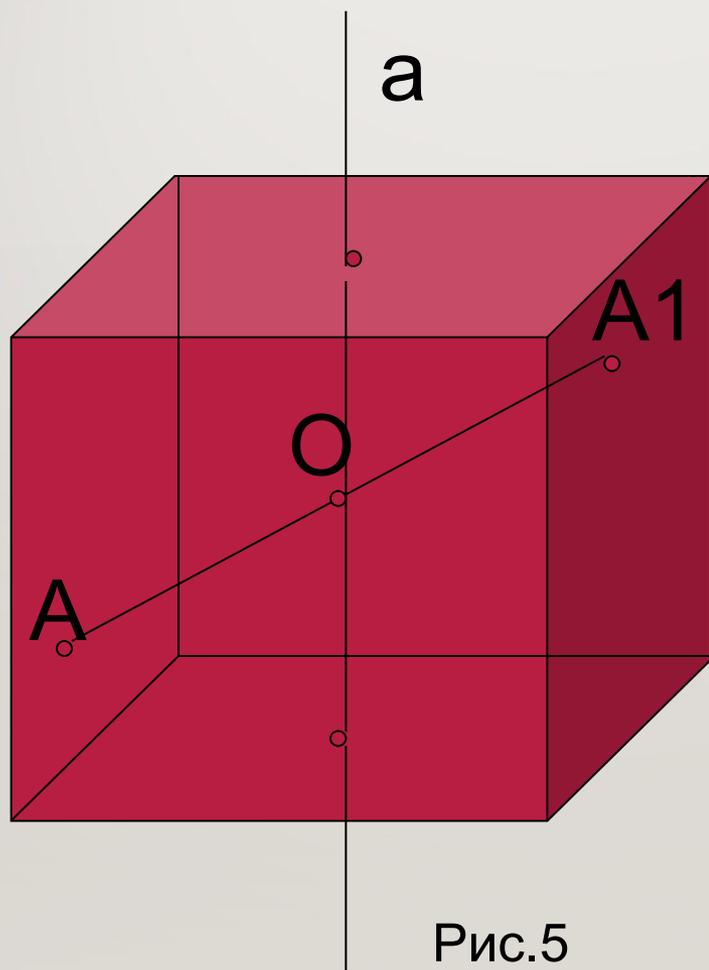


Рис.5

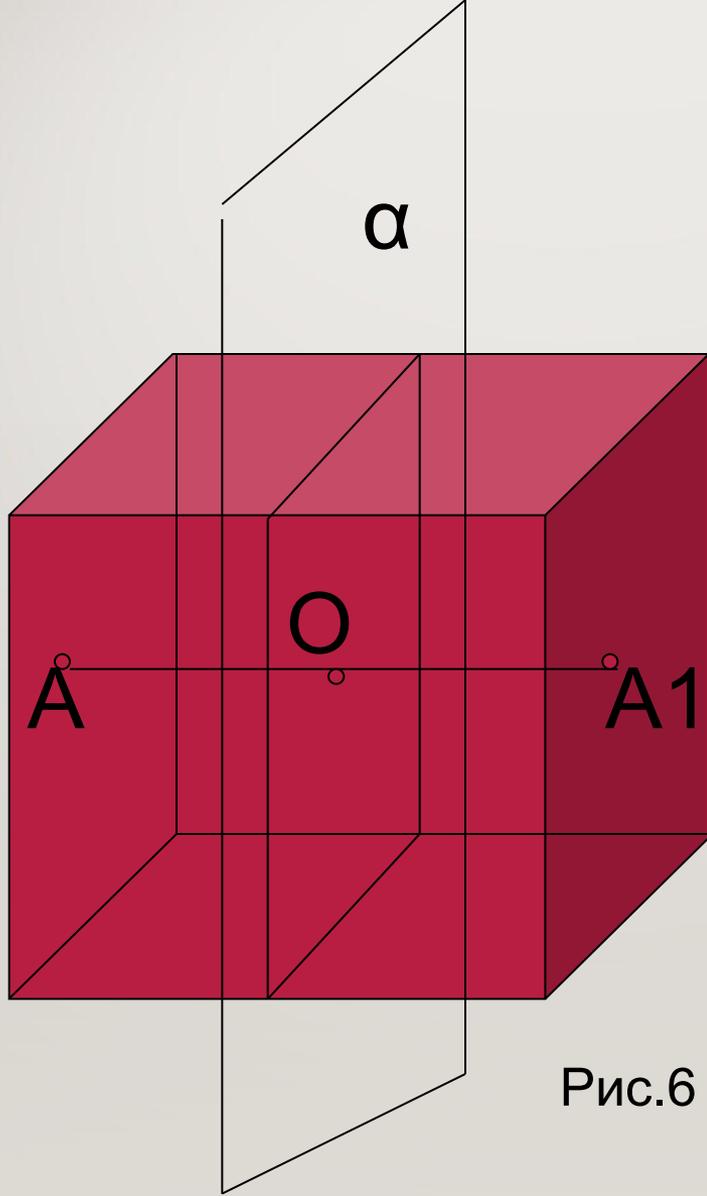


Рис.6

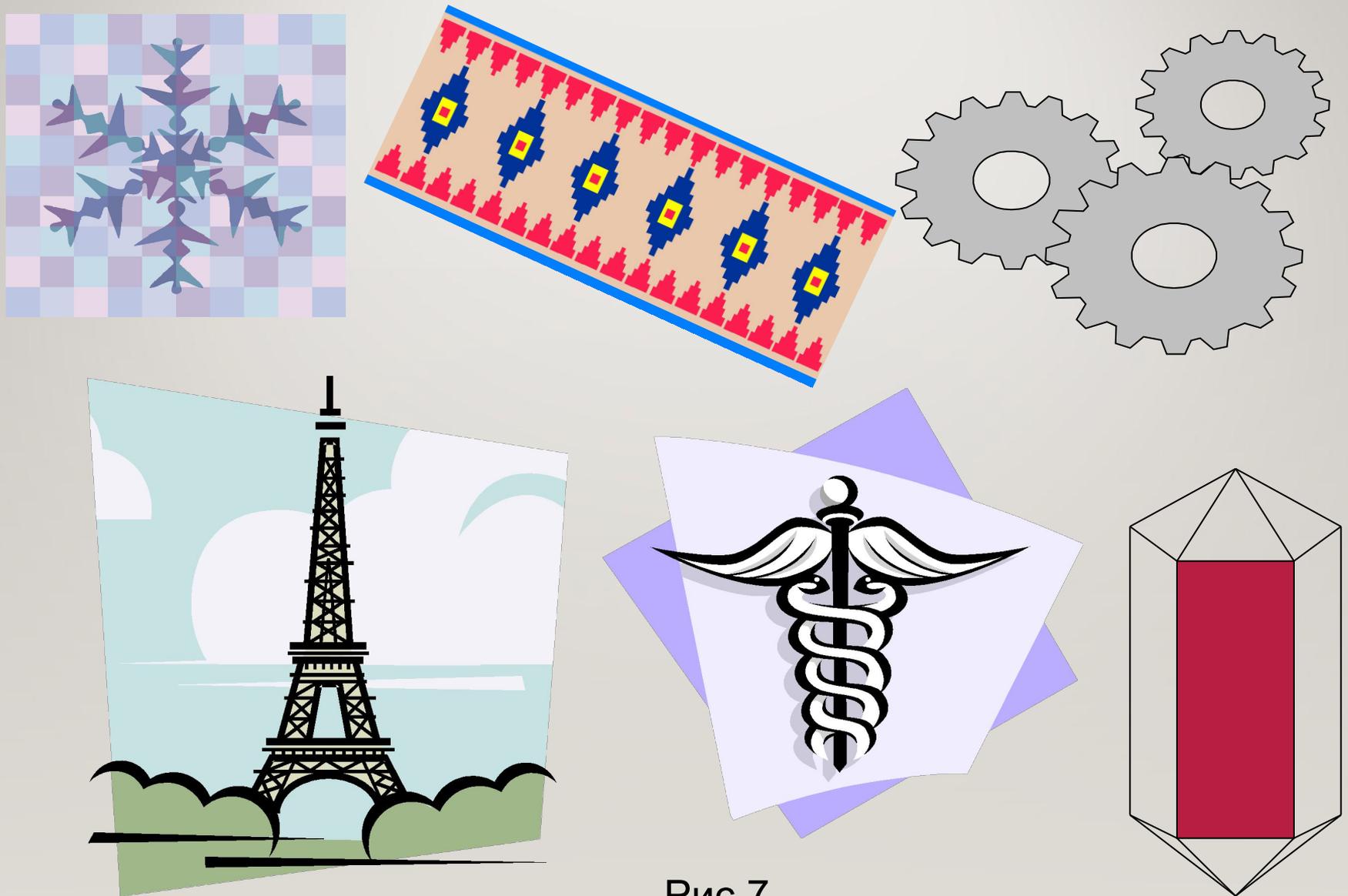


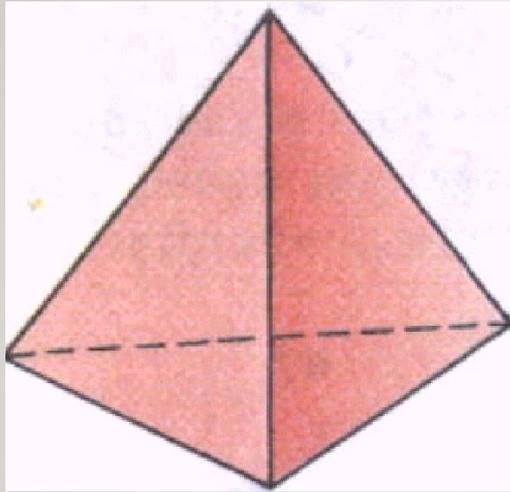
Рис.7

ВЫПУКЛЫЙ МНОГОГРАННИК НАЗЫВАЕТСЯ **ПРАВИЛЬНЫМ**, ЕСЛИ ВСЕ ЕГО ГРАНИ - РАВНЫЕ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ И В КАЖДОЙ ЕГО ВЕРШИНЕ СХОДИТСЯ ОДНО И ТО ЖЕ ЧИСЛО РЕБЕР.

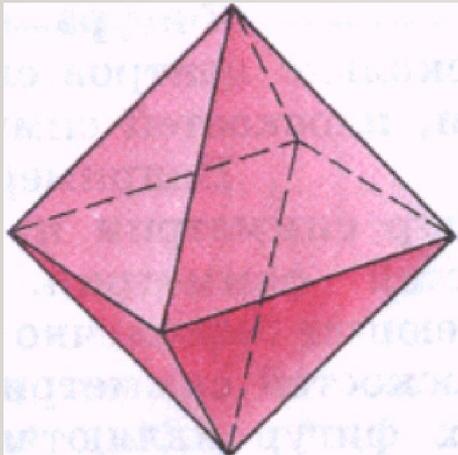
ВСЕГО СУЩЕСТВУЕТ ПЯТЬ ВИДОВ ПРАВИЛЬНЫХ ВЫПУКЛЫХ МНОГОГРАННИКОВ. ИХ ГРАНЯМИ ЯВЛЯЮТСЯ ПРАВИЛЬНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ, ПРАВИЛЬНЫЕ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ (КВАДРАТЫ) И ПРАВИЛЬНЫЕ ПЯТИУГОЛЬНИКИ.

НЕ СУЩЕСТВУЕТ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОГРАННИКА, ГРАНЯМИ
КОТОРОГО ЯВЛЯЮТСЯ ПРАВИЛЬНЫЕ ШЕСТИУГОЛЬНИКИ,
СЕМИУГОЛЬНИКИ И ВООБЩЕ N – УГОЛЬНИКИ ПРИ $N \geq 6$.

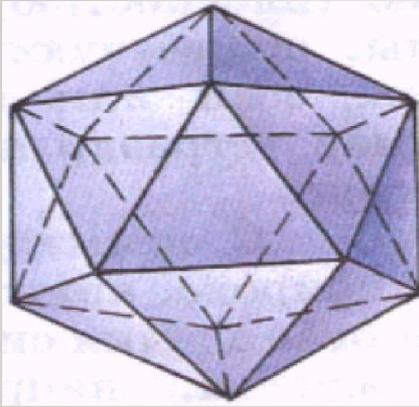
УГОЛ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА ВЫЧИСЛЯЕТСЯ ПО
ФОРМУЛЕ $\alpha_N = (180^\circ(N-2)) : N$. ПРИ КАЖДОЙ ВЕРШИНЕ
МНОГОГРАННИКА НЕ МЕНЬШЕ ТРЕХ ПЛОСКИХ УГЛОВ, И ИХ СУММА
ДОЛЖНА БЫТЬ МЕНЬШЕ 360° .



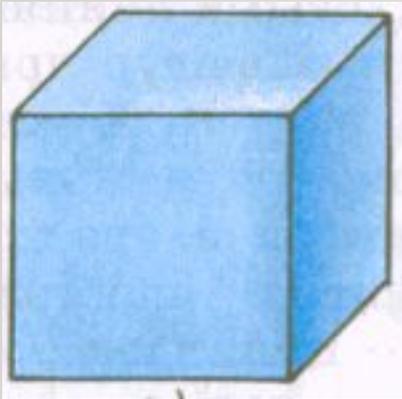
Правильный тетраэдр составлен из четырех равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трёх треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 180° .



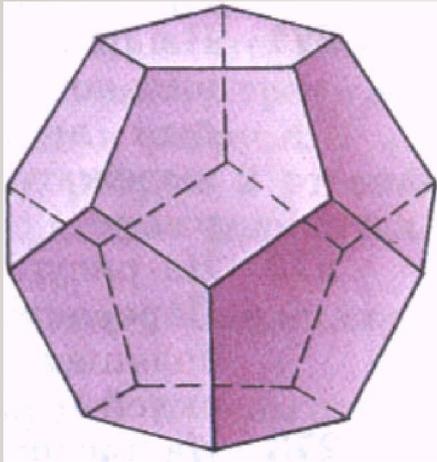
Правильный октаэдр составлен из восьми равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной четырёх треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине 240°



Правильный икосаэдр составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 300°



Куб (гексаэдр) составлен из шести квадратов. Каждая вершина куба является вершиной трех квадратов. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 270° .



Правильный додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324° .

НАЗВАНИЯ ЭТИХ МНОГОГРАННИКОВ ПРИШЛИ ИЗ
ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ, И В НИХ УКАЗЫВАЕТСЯ ЧИСЛО
ГРАНЕЙ:

«ЭДРА» - ГРАНЬ

«ТЕТРА» - 4

«ГЕКСА» - 6

«ОКТА» - 8

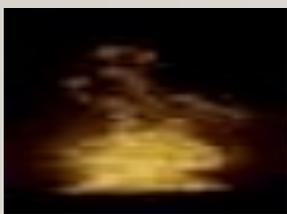
«ИКОСА» - 20

«ДОДЕКА» - 12

ВСЕ ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ БЫЛИ ИЗВЕСТНЫ ЕЩЕ В ДРЕВНЕЙ ГРЕЦИИ, И ИМ ПОСВЯЩЕНА ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНАЯ, 13-Я КНИГА ЗНАМЕНИТЫХ "НАЧАЛ" ЕВКЛИДА.

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ ЧАСТО НАЗЫВАЮТ ТАКЖЕ ПЛАТОНОВЫМИ ТЕЛАМИ – В ИДЕАЛИСТИЧЕСКОЙ КАРТИНЕ МИРА, ДАННОЙ ВЕЛИКИМ ДРЕВНЕГРЕЧЕСКИМ МЫСЛИТЕЛЕМ ПЛАТОНОМ, ЧЕТЫРЕ ИЗ НИХ ОЛИЦЕТВОРЯЛИ 4 СТИХИИ: ОГОНЬ, ВОДА, ВОЗДУХ, ЗЕМЛЯ.

ПЯТЫЙ ЖЕ МНОГОГРАННИК СИМВОЛИЗИРОВАЛ ВСЕ МИРОЗДАНИЕ – ЕГО ПО-ЛАТЫНИ СТАЛИ НАЗЫВАТЬ QUINTA ESSENTIA (КВИНТА ЭССЕНЦИЯ), ОЗНАЧАЮЩЕЕ ВСЕ САМОЕ ГЛАВНОЕ, ОСНОВНОЕ, ИСТИННУЮ СУЩНОСТЬ ЧЕГО-ЛИБО.



огонь



вода



воздух



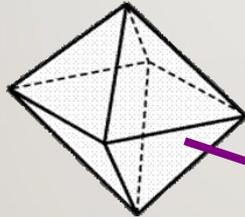
земля



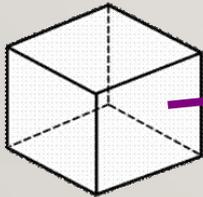
вселенная

Правильные многогранники в философской картине мира

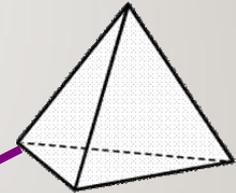
Платона
додекаэдр
символизировал
ал весь мир



октаэдр – олицетворял
воздух



куб – самая
устойчивая из
фигур –
олицетворял землю



Тетраэдр
олицетворял огонь,
поскольку его
вершина
устремлена
вверх, как у пламени



икосаэдр – как самый
обтекаемый –
олицетворял воду

А СЕЙЧАС ОТ НАУЧНЫХ ГИПОТЕЗ ПЕРЕЙДЕМ К НАУЧНЫМ ФАКТАМ.

Правильный многогранник	Число		
	Граней	Вершин	Рёбер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

Звёздчатые многогранники

Правильные звёздчатые
многогранники

Многогранники Кеплера-Пуансо



Тринадцатая
звёздчатая форма
в кососедре



Завершающая
звёздчатая форма
в кососедре



Малый звёздчатый
додоедр



Большой додоедр



Вторая звёздчатая
форма в кососедре



Большой икосэдр



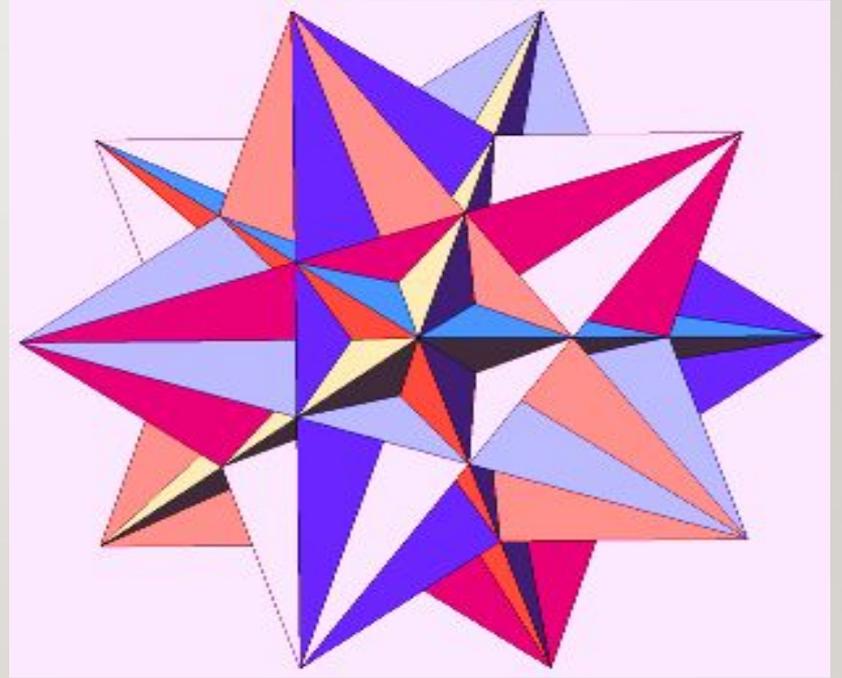
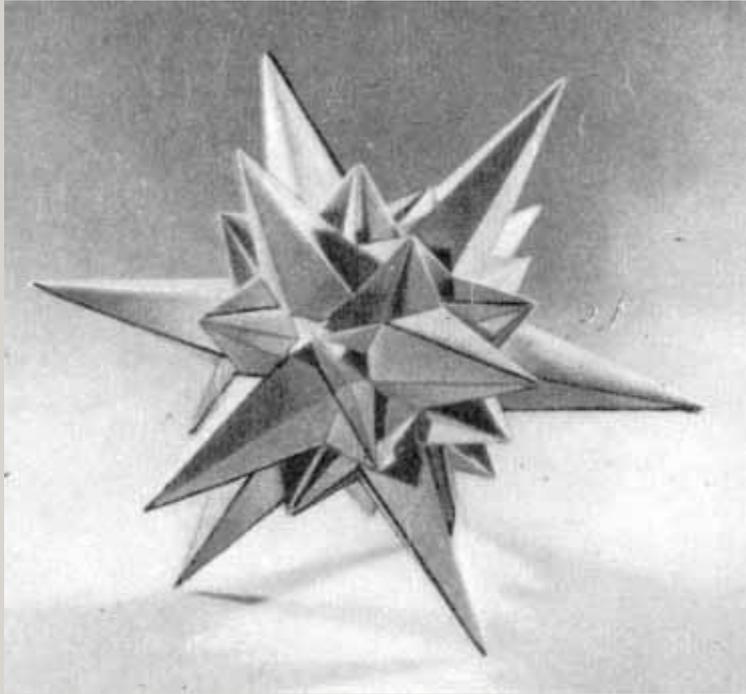
Завершающая
звёздчатая форма
в кососедре



Большой звёздчатый
додоедр

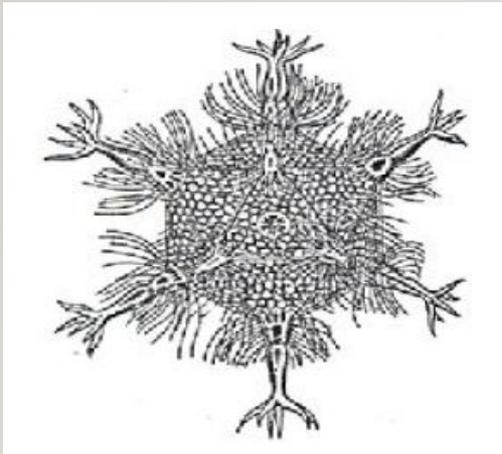


Звёздчатый октаэдр

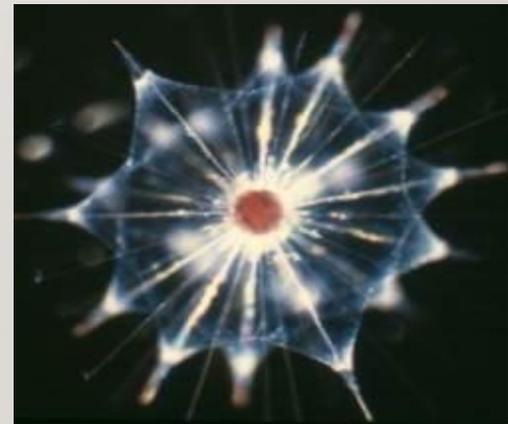


Правильные многогранники встречаются в живой природе. Например, скелет одноклеточного организма феодарии по форме напоминает икосаэдр.

Чем же вызвана такая природная геометризация феодарий? По – видимому, тем, что из всех многогранников с тем же числом граней именно икосаэдр имеет наибольший объём при наименьшей площади поверхности. Это свойство помогает морскому организму преодолевать давление водной толщи.



Феодария



Радиолария

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов. Взять хотя бы поваренную соль, без которой мы не можем обойтись. Известно, что она растворима в воде, служит проводником электрического тока. А кристаллы поваренной соли имеют форму куба.

При производстве алюминия пользуются алюминиево-калиевыми кварцами, монокристалл которых имеет форму правильного октаэдра.

Получение серной кислоты, железа, особых сортов цемента не обходится без сернистого колчедана. Кристаллы этого химического вещества имеют форму додекаэдра.

В разных химических реакциях применяется сурьменистый серноокислый натрий – вещество, синтезированное учёными. Кристалл сурьменистого серноокислого натрия имеет форму тетраэдра.

Икосаэдр передаёт форму кристаллов бора. В своё время бор использовался для создания полупроводников первого поколения.



Элементы симметрии правильных многогранников

Правильный тетраэдр не имеет центра симметрии, имеет три оси симметрии и шесть плоскостей симметрии.

Куб имеет один центр симметрии – точку пересечения его диагоналей, девять осей симметрии, девять плоскостей симметрии.

Правильный октаэдр, правильный икосаэдр и правильный додекаэдр имеют центр симметрии и несколько осей и плоскостей симметрии.

