

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Кафедра «Системный анализ и управление»



Симаков И.П., Рябов Г.А.

**РАЗРАБОТКА И ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ В ПК «МВТУ»  
ПОЛНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИНХРОННОГО ГЕНЕРАТОРА  
В ФАЗНЫХ КООРДИНАТАХ  
И ИССЛЕДОВАНИЕ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ ЕГО РАБОТЫ**

Санкт-Петербург  
2016

# ЦЕЛИ РАБОТЫ и ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ИССЛЕДОВАНИЯ

Разработка и компьютерная реализация полной математической модели динамики СГ в фазных (в статорных) координатах для всестороннего исследования переходных процессов в ЭЭС в аварийных режимах (при коротких замыканиях всех возможных видов и обрывах в статорных и роторных обмотках), которые не могут быть рассчитаны с используемой традиционно в теории электрических машин и ЭЭС модели Парка-Горева в «виртуальных» (вращающихся с ротором) координатах.

# Задачи, подлежащие решению

1. Вывод полных (без упрощающих допущений!) уравнений электромагнитных и электромеханических процессов в синхронном генераторе в фазных координатах - в неподвижных (статорных) осях и процессов регулирования частоты и напряжения.
2. Преобразование полученной полной системы уравнений СГ к уравнениям в форме Парка-Горева .
3. Компьютерная реализация в ПК «МВТУ» модели СГ в форме Парка – Горева при работе на АИН с проведением вычислительных экспериментов по пуску СГ на холостой ход, принятию нагрузки и возникновению «металлических» коротких замыканий.
4. Разработка алгоритмов получения (пересчета) информации для уравнений СГ в фазных координатах по справочным данным, приводимым, к сожалению, для обеспечения численного решения уравнений Парка – Горева.
5. Компьютерная реализация в среде ПК «МВТУ» полной математической модели СГ в фазных координатах с элементами анимации и визуализации для однофазных и трехфазных СГ.
6. Проведение вычислительных экспериментов на полной математической модели СГ в фазных координатах для аварийных режимов, которые невозможно исследовать по уравнениям Парка – Горева, в том числе при всех видах коротких замыканий в статорных цепях СГ, «глухих» или «металлических», одной фазы на «землю», двух фаз на «землю», между фазами и при обрывах в различных цепях СГ и регуляторах напряжения и частоты.

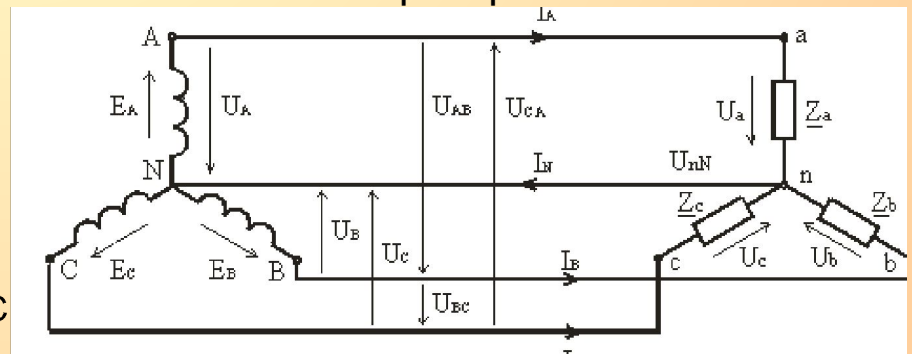
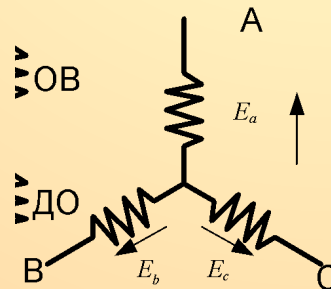
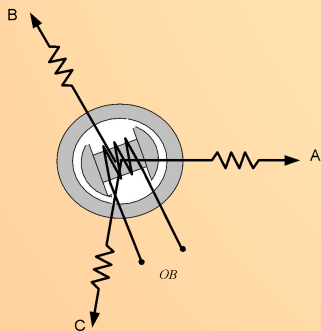
# Уравнения синхронного генератора в фазных координатах (в статорных осях)

## Основные допущения и предположения при математическом описании

- насыщение магнитных цепей отсутствует;
- отсутствие потерь в стали;
- кривые намагничивающих сил и индукций имеют синусоидальное распределение в пространстве;
- индуктивные сопротивления рассеивания не зависят от положения ротора и от тока в обмотках.

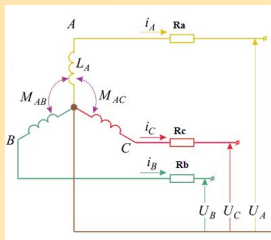
Дополнительно для принципиальной отработки компьютерной модели в работе не учитывались (временно) демпферные обмотки.

Схема расположения обмоток генератора



## Уравнения балансов напряжений в каждой из фаз статора:

$$\begin{cases} -\frac{d\psi_a}{dt} - R_a \cdot I_a = U_a = -U_{sa}, \\ -\frac{d\psi_b}{dt} - R_b \cdot I_b = U_b = -U_{sb}, \\ -\frac{d\psi_c}{dt} - R_c \cdot I_c = U_c = -U_{sc}, \end{cases}$$



## Уравнения балансов напряжений в цепи возбуждения

$$\frac{d\psi_f}{dt} + R_f \cdot I_f = U_f$$

$\Psi_a, \Psi_b, \Psi_c$   $\Psi_f$  потокоцепления обмоток фаз статора и обмотки возбуждения [Вб];  
 $I_a, I_b, I_c$   $I_f$  токи в соответствующих обмотках статора и обмотке возбуждения [А];

$R_a, R_b, R_c$   $R_f$  активные сопротивления обмоток статора и обмотки возбуждения [ $\Omega$ ];

$U_a, U_b, U_c$  напряжения на зажимах фазных обмоток [В];

$U_{sa}, U_{sb}, U_{sc}$  - напряжения фаз сети

$L_a, L_b, L_c$  коэффициенты самоиндукции фазных обмоток статора

## Уравнения моментов:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{ov} - M_c, \quad \frac{d\gamma}{dt} = \omega,$$

где  $J$  – момент инерции всех вращающихся масс агрегата в целом [кг · м<sup>2</sup>];  $M_{дв}$  - движущий (механический) момент, приложенный к валу [н · м];  
 $M_c$  - момент сопротивления [н · м];

## Связи между потокоцеплениями и токами

$$\begin{cases} \psi_a = L_a \cdot I_a + M_{ab} \cdot I_b + M_{ac} \cdot I_c + M_{af} \cdot I_f, \\ \psi_b = M_{ba} \cdot I_a + L_b \cdot I_b + M_{bc} \cdot I_c + M_{bf} \cdot I_f, \\ \psi_c = M_{ca} \cdot I_a + M_{cb} \cdot I_b + L_c \cdot I_c + M_{cf} \cdot I_f, \\ \psi_f = M_{fa} \cdot I_a + M_{fb} \cdot I_b + M_{fc} \cdot I_c + L_f \cdot I_f \end{cases}$$

Коэффициенты самоиндукции контуров фаз статора  $L_a, L_b, L_c$  для явнополюсного СГ являются периодическими функциями угла  $\gamma$  с периодом  $\pi$

$$L_a = L_{cp} + L_m \cos 2\gamma,$$

$$L_b = L_{cp} + L_m \cos 2\left(\gamma - \frac{2\pi}{3}\right) = L_{cp} + L_m \cos\left(2\gamma + \frac{2\pi}{3}\right),$$

$$L_c = L_{cp} + L_m \cos 2\left(\gamma + \frac{2\pi}{3}\right) = L_{cp} + L_m \cos\left(2\gamma - \frac{2\pi}{3}\right),$$

## Коэффициенты взаимной индукции обмоток фаз статора

$$M_{ab} = M_{ba} = M_{cp} + L_m \cdot \cos(2\gamma - 2\pi/3)$$

$$M_{bc} = M_{cb} = M_{cp} + L_m \cdot \cos 2\gamma$$

$$M_{ca} = M_{ac} = M_{cp} + L_m \cdot \cos(2\gamma + 2\pi/3),$$

## Коэффициенты взаимной индукции обмотки контура возбуждения и обмотками фаз статора

$$M_{af} = M_{fa} = -M_{af}^m \cdot \cos \gamma,$$

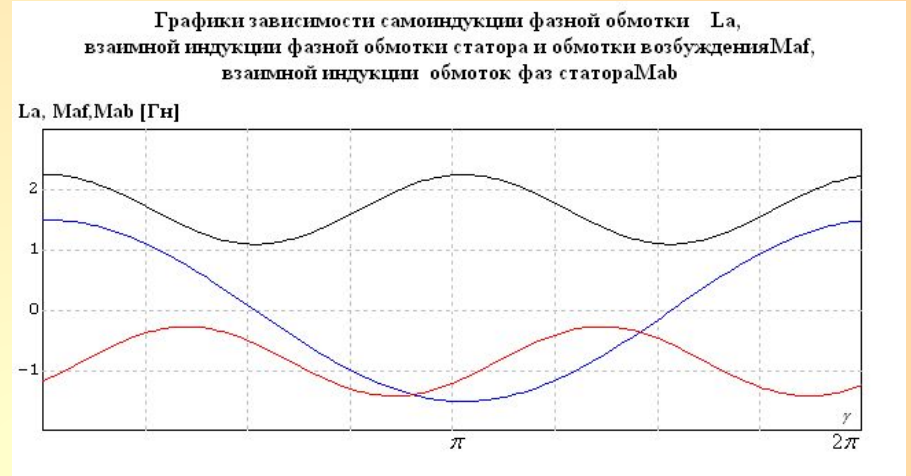
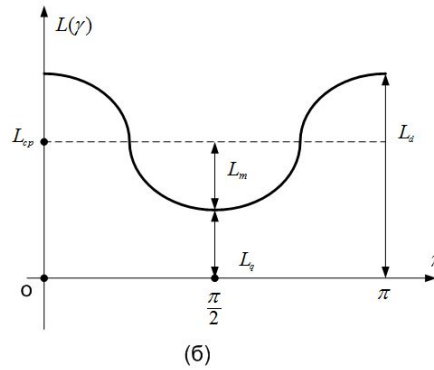
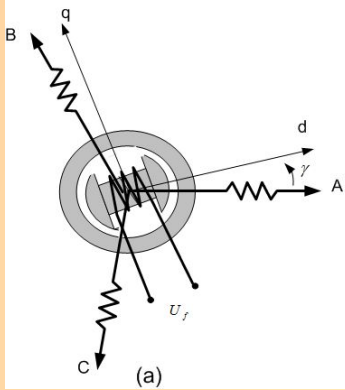
$$M_{bf} = M_{fb} = -M_{af}^m \cdot \cos(\gamma - 2\pi/3),$$

$$M_{cf} = M_{fc} = -M_{af}^m \cdot \cos(\gamma + 2\pi/3),$$

# Электromagnetic moment, acting on the rotor of the machine

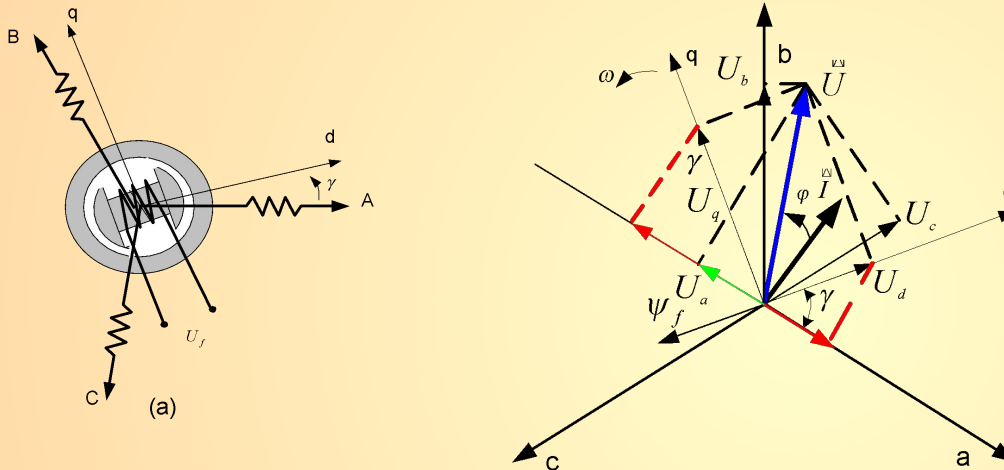
$$M_{\gamma} = \frac{\partial W_{\gamma}}{\partial \gamma}, \quad \text{где } W_{\gamma} \text{ – энергия магнитных полей машины}$$

$$W_{\gamma} = \frac{1}{2} \cdot (I_a \cdot \psi_a + I_b \cdot \psi_b + I_c \cdot \psi_c + I_f \cdot \psi_f)$$



# Уравнений СГ в форме уравнений Парка-Горева в физических единицах

Применение специального линейного преобразования, предложенного Р. Парком (1929 г.), к исходным уравнениям в фазных координатах приводит к дифференциальным уравнениям с постоянными коэффициентами



Взаимосвязь фазных координат и преобразованных во вращающиеся с ротором координаты:

первая – неподвижная симметричная трёхфазная ( $a, b, c$ ),  
вторая - ортогональная система ( $d, q, O$ ), вращающаяся с угловой скоростью ротора  $\omega = d\gamma/dt$ . ось  $q$  опережает ось  $d$

$$-\frac{d\psi_a}{dt} - R_a \cdot I_a = U_a,$$

$$I_a = I_d \cos \gamma - I_q \sin \gamma,$$

$$U_a = U_d \cos \gamma - U_q \sin \gamma,$$

$$\psi_a = -\psi_d \cos \gamma - \psi_q \sin \gamma,$$

$$\begin{aligned} U_d \cos \gamma - U_q \sin \gamma &= -\frac{d}{dt}(-\psi_d \cos \gamma - \psi_q \sin \gamma) - R_a(I_d \cos \gamma - I_q \sin \gamma) \equiv \\ &\equiv \frac{d\psi_d}{dt} \cos \gamma - \psi_d \sin \gamma \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\psi_q}{dt} \sin \gamma + \psi_q \cos \gamma \frac{d\gamma}{dt} - R_a I_d \cos \gamma + R_a I_q \sin \gamma. \end{aligned}$$

$$\left( U_d - \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \frac{d\gamma}{dt} + R_a I_d \right) \cos \gamma + \left( -U_q - \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \frac{d\gamma}{dt} - R_a I_q \right) \sin \gamma = 0$$

## Преобразованные статорные уравнения

$$\begin{cases} \frac{d\psi_d}{dt} + \omega \cdot \psi_q - R \cdot I_d = U_d = -U_{sd}, \\ \omega \cdot \psi_d - \frac{d\psi_q}{dt} - R \cdot I_q = U_q = -U_{sq}, \end{cases}$$

## Уравнение ротора

$$\frac{d\psi_f}{dt} + R_f \cdot I_f = U_f,$$

## Преобразованное уравнение моментов

$$J \cdot \frac{d^2\gamma}{dt^2} = M_{\partial\delta} - \frac{3}{2} \cdot (\psi_d \cdot I_q + \psi_q \cdot I_d).$$

С математической точки зрения преобразование Парка для статорных уравнений заключается во введении матрицы [A] специального вида:

$$[A] = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} \cos\gamma & \cos(\gamma - 2\pi/3) & \cos(\gamma + 2\pi/3) \\ -\sin\gamma & -\sin(\gamma - 2\pi/3) & -\sin(\gamma + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix},$$

связывающей вектор  $Y = (Y_a, Y_b, Y_c)^T$  фактических физических величин (напряжений  $(U_a, U_b, U_c)$  или токов  $(I_a, I_b, I_c)$ , или потокосцеплений  $(\psi_a, \psi_b, \psi_c)$ ) с вектором неких “фиктивных” величин

$$\tilde{Y} = (Y_d, Y_q, Y_0):$$

$$\tilde{Y} = \frac{2}{3} \cdot \begin{bmatrix} Y_a \cdot \cos\gamma & Y_b \cdot \cos(\gamma - 2\pi/3) & Y_c \cdot \cos(\gamma + 2\pi/3) \\ -Y_a \cdot \sin\gamma & -Y_b \cdot \sin(\gamma - 2\pi/3) & -Y_c \cdot \sin(\gamma + 2\pi/3) \\ \frac{1}{2} \cdot Y_a & \frac{1}{2} \cdot Y_b & \frac{1}{2} \cdot Y_c \end{bmatrix},$$



дифференциальные уравнения статора в векторно-матричном виде:  $-\frac{d\vec{\psi}}{dt} - R \cdot \vec{I} = \vec{U}$

где  $\vec{\psi} = (\psi_a, \psi_b, \psi_c)^T$ ,  $\vec{I} = (I_a, I_b, I_c)^T$ ,  $\vec{U} = (U_a, U_b, U_c)^T$

Умножим слева обе части уравнения на матрицу преобразования Парка:

$$-[A] \cdot \frac{d\vec{\psi}}{dt} - R \cdot [A] \cdot \vec{I} = [A] \cdot \vec{U}$$

Здесь:

$$[A] \cdot \vec{U} = \vec{\tilde{U}} = (U_d, U_q, U_o)^T,$$

$$[A] \cdot \vec{I} = \vec{\tilde{I}} = (I_d, I_q, I_o)^T,$$

$$[A] \cdot \vec{\psi} = \vec{\tilde{\psi}} = (\psi_d, \psi_q, \psi_o)^T.$$

преобразованные статорные  
уравнения в развёрнутом виде

преобразованные роторные  
уравнения

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_d}{dt} + \psi_q \cdot \frac{d\gamma}{dt} - R \cdot I_d = U_d, \\ \psi_d \cdot \frac{d\gamma}{dt} - \frac{d\psi_q}{dt} - R \cdot I_q = U_q, \\ \frac{d\psi_o}{dt} - R \cdot I_o = U_o. \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\psi_f}{dt} + R_f \cdot I_f = U_f; \\ \frac{d\psi_{rd}}{dt} + R_{rd} \cdot I_{rd} = 0; \\ \frac{d\psi_{rq}}{dt} + R_{rq} \cdot I_{rq} = 0 \end{array} \right.$$

# Связи между потокосцеплениями и токами

Статорная часть

$$\begin{bmatrix} \Psi_a \\ \Psi_b \\ \Psi_c \end{bmatrix} = [L_{ss}] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + [M_{sr}] \cdot \begin{bmatrix} I_f \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix},$$

матрица индуктивностей статора :

матрица индуктивностей ротора

матрица взаимоиндуктивностей фазных обмоток статора и обмоток роторных контуров

С учетом  $[A]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 1 \\ \cos(\gamma - 2\pi/3) & -\sin(\gamma - 2\pi/3) & 1 \\ \cos(\gamma + 2\pi/3) & -\sin(\gamma + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix}$ ,  $\underline{I} = [A]^{-1} \cdot \tilde{I}$

Получим

$$\tilde{\Psi} = [\tilde{L}_{ss}] \cdot \tilde{I} + [\tilde{M}_{sr}] \cdot \tilde{I}_r,$$

$$\tilde{\Psi}_r = [\tilde{M}_{rs}] \cdot \tilde{I} + [\tilde{L}_{rr}] \cdot \tilde{I}_r,$$

$$L_{dp} = L_{cp} + M_m + 1.5L,$$

$$L_{qp} = L_{cp} + M_m - 1.5L$$

Роторная часть

$$\begin{bmatrix} \Psi_f \\ \Psi_{rd} \\ \Psi_{rq} \end{bmatrix} = [M_{rs}] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + [L_{rr}] \cdot \begin{bmatrix} I_f \\ I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix},$$

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & L_b & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & L_c \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{frd} & 0 \\ M_{rdf} & L_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{rq} \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{af} & M_{ard} & M_{arq} \\ M_{bf} & M_{brd} & M_{brq} \\ M_{cf} & M_{crd} & M_{crq} \end{bmatrix}$$

где

$$[\tilde{L}_{ss}] = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 \\ 0 & L_q & 0 \\ 0 & 0 & L_o \end{bmatrix}, \quad [\tilde{L}_{rr}] = \begin{bmatrix} L_f & M_{frd} & 0 \\ M_{rdf} & L_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & L_{rq} \end{bmatrix},$$

$$[\tilde{M}_{sr}] = \begin{bmatrix} M_{af}^m & M_{ard}^m & 0 \\ 0 & 0 & M_{arq}^m \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$[\tilde{M}_{rs}] = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \cdot M_{af}^m & 0 & 0 \\ \frac{3}{2} \cdot M_{ard}^m & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \cdot M_{arq}^m & 0 \end{bmatrix}.$$

**Преобразованные уравнения существенно отличаются от уравнений в фазных координатах. Их отличие в следующем:**

- для идеализированной синхронной машины они являются уравнениями с постоянными коэффициентами;
- все коэффициенты самоиндукции и взаимоиндукции в являются при принятых допущениях постоянными, не зависящими от угла  $\gamma$  величинами;
- имеет место меньшее число неизвестных переменных (величин);
- неизвестными величинами в них являются проекции обобщённых векторов токов, напряжений и потокосцеплений, то есть *фиктивные величины*.

## Уравнения синхронного генератора в форме уравнений Парка-Горева в относительных единицах и натуральном времени

$$\begin{cases} \frac{d\psi_d}{dt} + \omega \cdot \psi_q - \omega_s \cdot r \cdot i_d = \omega_s \cdot u_d = -\omega_s \cdot u_{sd}, \\ \omega \cdot \psi_d - \frac{d\psi_q}{dt} - \omega_s \cdot r \cdot i_q = \omega_s \cdot u_q = -\omega_s \cdot u_{sq}, \end{cases}$$

$$\psi_d = e_{af} - x_d \cdot i_d,$$

$$\psi_q = x_q \cdot i_q,$$

$$\psi_f = e_{af} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot i_d,$$

$$\psi_d = \psi_d / \psi_b, \quad \psi_q = \psi_q / \psi_b, \quad u_d = U_d / U_b,$$

$$u_q = U_q / U_b, \quad i_d = I_d / I_b, \quad i_q = I_q / I_b,$$

$$u_{sd} = U_{sd} / U_b, \quad u_{sq} = U_{sq} / U_b, \quad \omega = d\gamma / dt, \quad r = R / Z_b.$$

$$U_b = U_\phi^n \cdot \sqrt{2}, \quad \text{амплитуда номинального статорного напряжения}$$

$$I_b = I_\phi^n \cdot \sqrt{2}, \quad \text{амплитуда номинального статорного тока}$$

$$\psi_b = \frac{U_b}{\omega_b},$$

$$Z_b = \frac{U_b}{I_b},$$

Уравнение цепи возбуждения в относительных единицах и натуральном времени

$$T_d \cdot \frac{d\psi_f}{dt} + e_{af} = u_f,$$

$T_d = L_f / R_f$  - постоянная времени цепи возбуждения при разомкнутой цепи статора

$$T_{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = m_d - (\psi_d \cdot i_q + \psi_q \cdot i_d),$$

$s = (\omega - \omega_s) / \omega_s$  - скольжение ротора генератора относительно синхронной скорости;

## Уравнения СГ в форме уравнений Парка-Горева в относительных единицах выраженные через токи и напряжения

$$\frac{de_{af}}{dt} - x_d \cdot \frac{di_d}{dt} + \omega \cdot x_q \cdot i_q - \omega_s \cdot r \cdot i_d = \omega_s \cdot u_d,$$

$$\omega \cdot (e_{af} - x_d \cdot i_d) - x_q \cdot \frac{di_q}{dt} - \omega_s \cdot r \cdot i_q = \omega_s \cdot u_q,$$

$$e_{af} + T_d \cdot \left( \frac{de_{af}}{dt} - \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot \frac{di_d}{dt} \right) = u_f,$$

$$T_{ds} \cdot \frac{ds}{dt} = m_d - [ (e_{af} - x_d \cdot i_d) \cdot i_q + x_q \cdot i_d \cdot i_q ].$$

# Модель СГ, работающего на АИН

## Математическая модель активно-индуктивной нагрузки (АИН)

$$\begin{cases} \tilde{L}_H \cdot \frac{dI_{dH}}{dt} - \tilde{L}_H \cdot I_{qH} \cdot \frac{d\gamma_l}{dt} + R_H \cdot I_{dH} = U_{sd}, \\ \tilde{L}_H \cdot \frac{dI_{qH}}{dt} + \tilde{L}_H \cdot I_{dH} \cdot \frac{d\gamma_l}{dt} + R_H \cdot I_{qH} = U_{sq}. \end{cases}$$

или в эквивалентном виде:

$$\begin{cases} x_H \cdot \frac{di_{dH}}{dt} - x_H \cdot i_{qH} \cdot \omega + \omega_s \cdot r_H \cdot i_{dH} = \omega_s \cdot u_{sd}, \\ x_H \cdot \frac{di_{qH}}{dt} + x_H \cdot i_{dH} \cdot \omega + \omega_s \cdot r_H \cdot i_{qH} = \omega_s \cdot u_{sq}, \end{cases}$$

$x_H, r_H$  - индуктивная и активная составляющие нагрузки в о.е..

С учетом уравнений нагрузки дифференциальные уравнения Парка-Горева в форме Коши имеют вид:

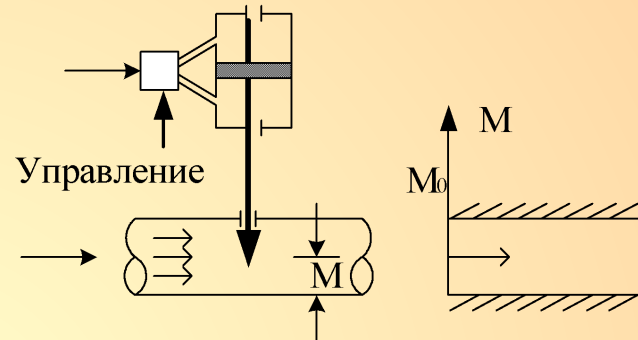
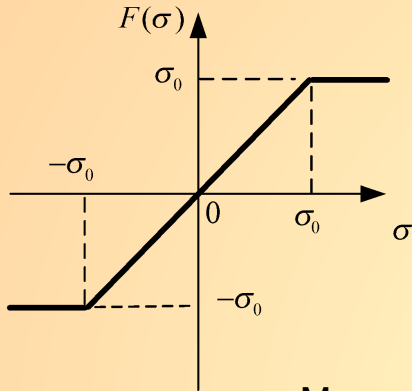
$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = - \frac{[\omega_s \cdot (r_d + r_q) \cdot i_d - (x_d + x_q) \cdot \omega \cdot i + \frac{1}{T_d} \cdot (e - u)]}{(x_d + x_{ad} - x_f^2 / x)}, \\ \frac{di_q}{dt} = - \frac{[(x_d + x_q) \cdot i_q \cdot \omega + \omega_s \cdot (r_d + r_q) \cdot i_q - \omega \cdot e]}{(x_q + x)}, \\ \frac{de}{dt} = - \frac{1}{(x_d + x_{ad} - x_f^2 / x)} \left[ \omega_s \cdot (r_c + r_d) \cdot \frac{x_{ad}^2}{x} \cdot i_d - \right. \\ \left. - (x_q + x) \cdot \frac{x_{ad}^2}{x_f} \cdot \omega \cdot i + \frac{1}{T_d} \cdot (x_n + x) \cdot (e - u) \right]. \end{cases}$$

Напряжение на зажимах генератора находим по формулам:

$$\begin{aligned} u_d &= \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[ \frac{de}{dt} - x_d \cdot \frac{di_d}{dt} + x_q \cdot \omega \cdot i_q - \omega_s \cdot r_c \cdot i_d \right], \\ u_q &= \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[ \omega \cdot (e - x_d \cdot i_d) - \omega_s \cdot r_c \cdot i_q - x_q \cdot \frac{di_q}{dt} \right], \\ u &= \sqrt{(u_d^2 + u_q^2)}, \end{aligned}$$

## Регулятор частоты вращения турбины

с учетом существенных нелинейностей ограничение скорости и динамической нелинейности типа «упор»



Модель сервопривода в «арифметизованном» виде

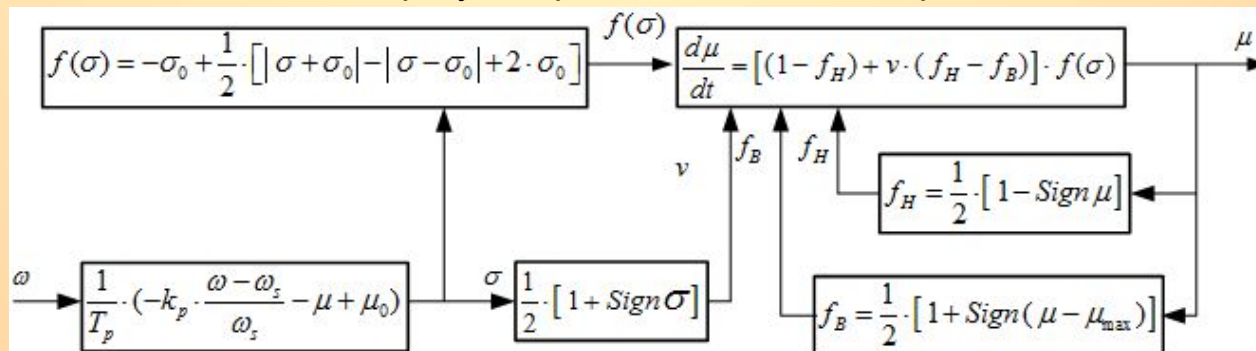
$$\frac{dM}{dt} = [(1 - f_H(M)) + v(\sigma) \cdot (f_H(M) - f_B(M))] \cdot F(\sigma),$$

$$f_H(M) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \text{Sign } M) \quad ;$$

$$f_B(M) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \text{Sign}(M - M_0));$$

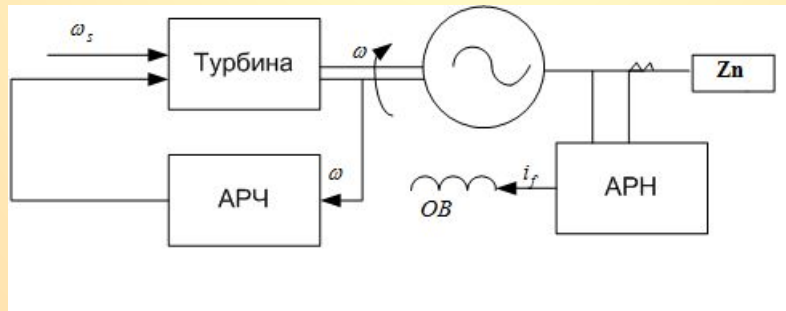
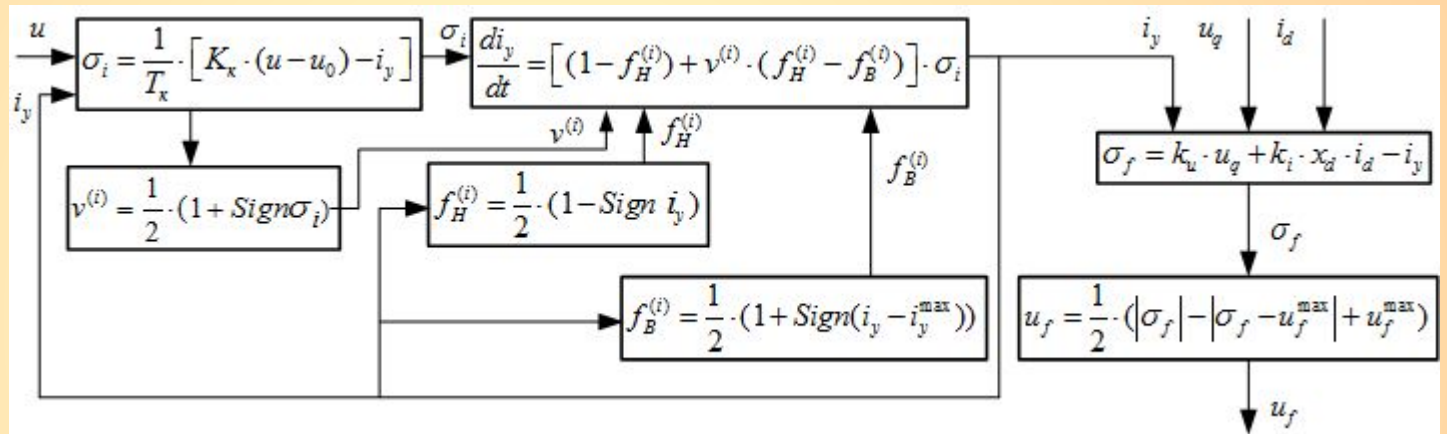
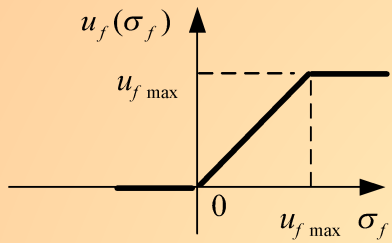
$$v(\sigma) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \text{Sign}(\sigma)).$$

Модель автоматического регулятора частоты можно представить в виде блок-схемы:



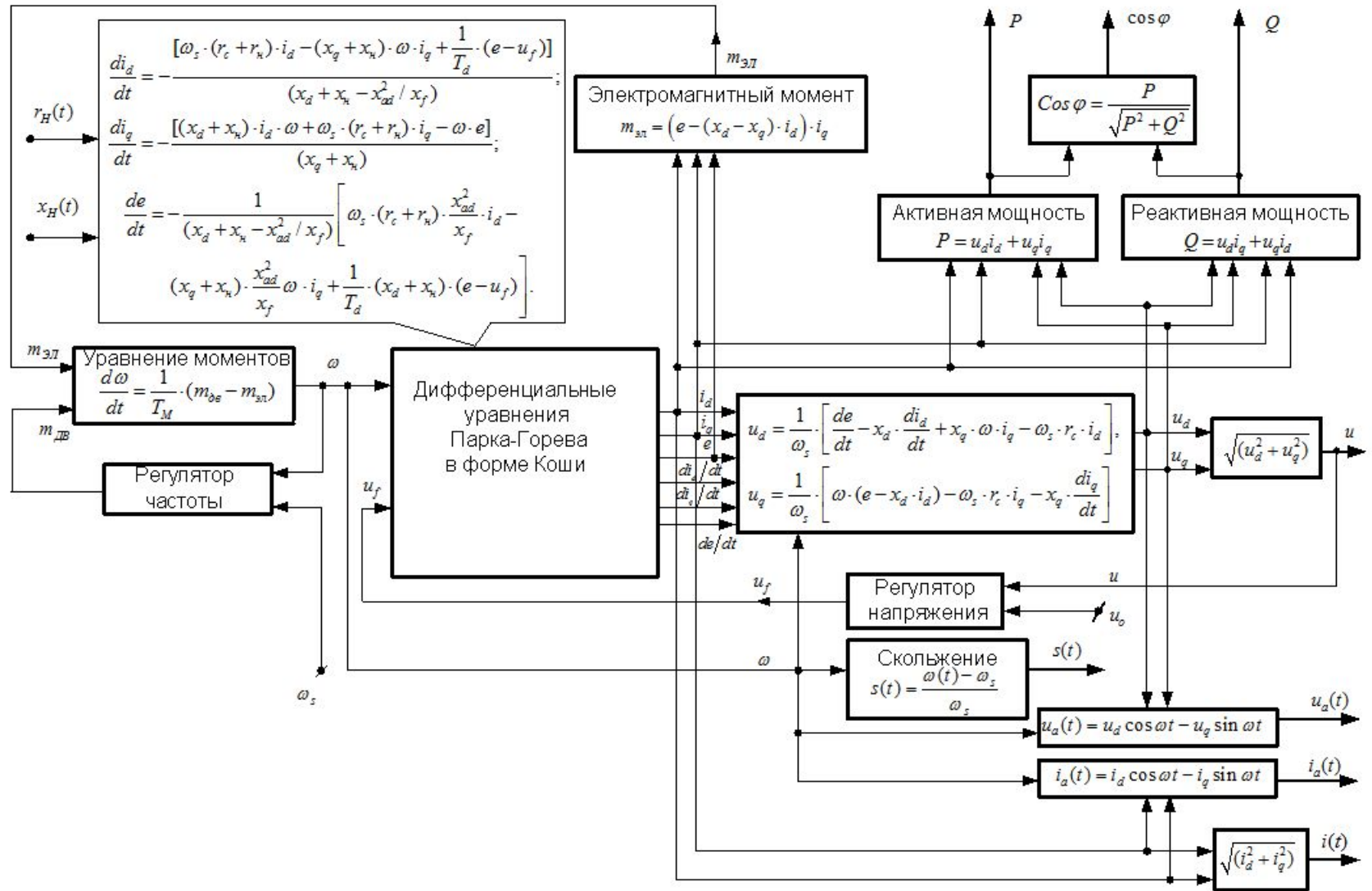
# Модель регулятора напряжения с учетом ограничений

$$0 \leq u_f < u_{\max}$$



Структурная схема агрегата

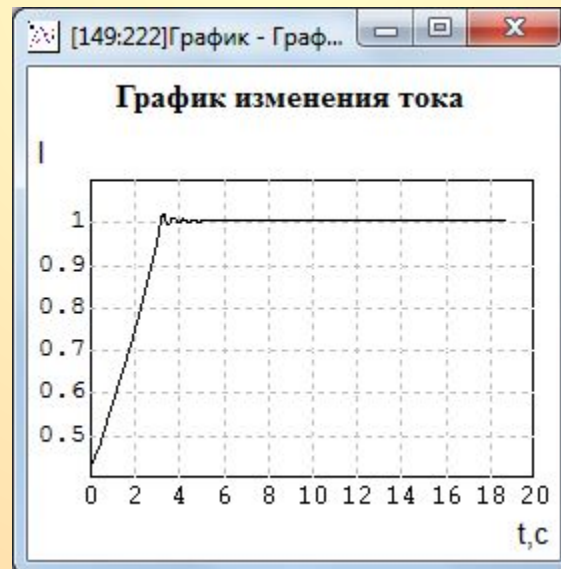
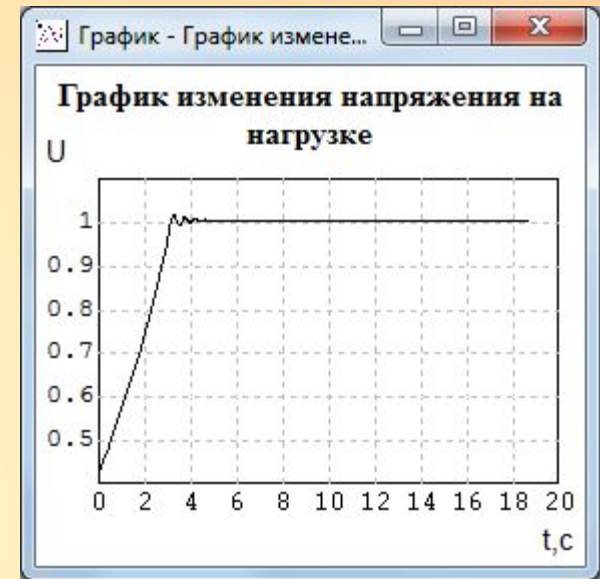
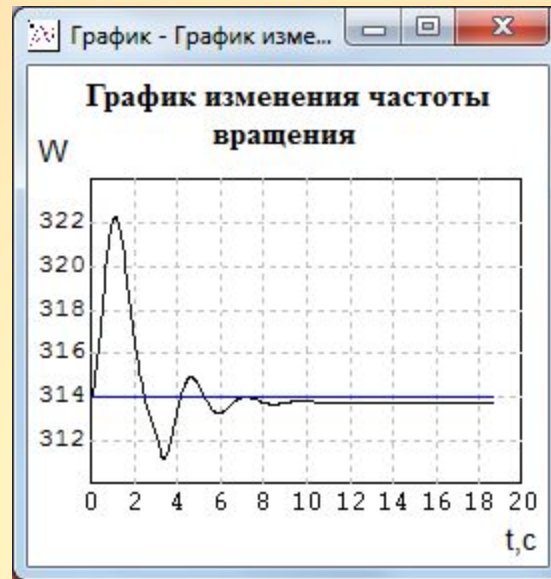
### Модель системы синхронного генератора работающего на активно – индуктивную нагрузку в осях Парка -Горва



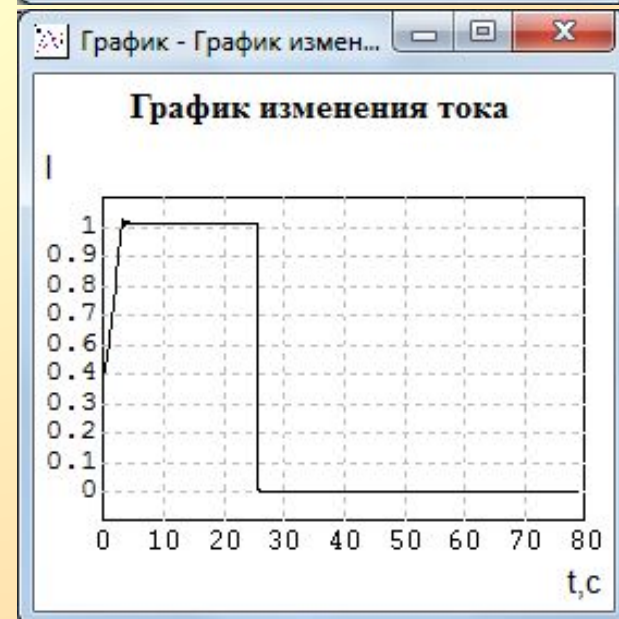
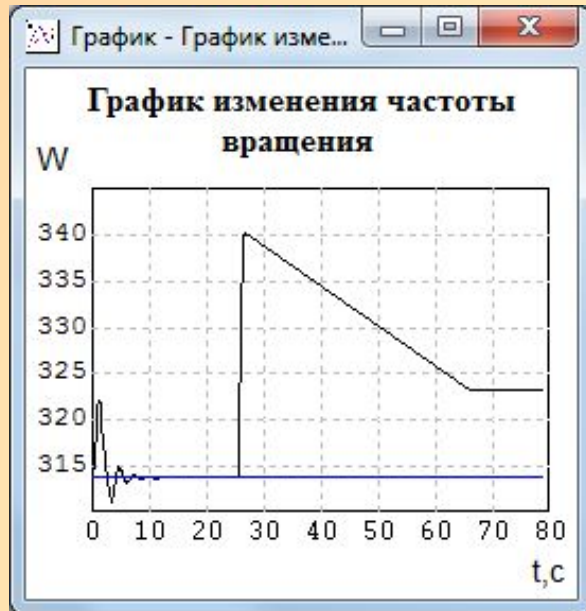


Для моделирования процессов использовался программный вычислительный комплекс «Моделирование в технических устройствах» (ПК «МВТУ»), созданный в МГТУ им. Н.Э.Баумана.

Процесс вывода агрегата на номинальный режим работы



# Режим холостого хода



## Режим короткого замыкания



Результаты моделирования переходных процессов при коротком замыкании и холостом ходе СГ говорят об адекватности разработанной модели. Однако стоит отметить, что при использовании модели в виде Парка-Горева мы можем выполнять моделирование и расчёты аварийных процессов только при трехфазном коротком замыкании.



# Модель трехфазного СГ, работающего на активную нагрузку в статорных осях

Формулы пересчета относительных единиц в физические:

$$R = R_{\bar{a}} = R_{\bar{b}} = R_{\bar{c}} = r \cdot z, \quad X_{\bar{f}} = x_f \cdot z, \quad M_{cp} = \frac{L_q - L_d}{4}, \quad L_q = \frac{x_{\bar{q}} \cdot z}{\omega_s}, \quad L_d = \frac{x_{\bar{d}} \cdot z}{\omega_s},$$

$$M_{af}^m = \frac{x_{\bar{a}f} \cdot z}{\omega_s}, \quad L_f = \frac{x_{\bar{f}} \cdot z}{\omega_s}, \quad L_{cp} = \frac{L_d + L_q}{2}, \quad L_m = \frac{L_d - L_q}{2} \approx M_m, \quad X_{\bar{a}f} = x_{af} \cdot z,$$

Уравнение СГ в матричном виде:

$$-\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{sa} \\ -U_{sb} \\ -U_{sc} \\ -U_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix},$$

$$[M] = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} & M_{af} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} & M_{bf} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c & M_{cf} \\ M_{af} & M_{bf} & M_{cf} & L_f \end{bmatrix} \quad \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left( [M] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} \right) = \frac{d}{dt} [M] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} + [M] \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix},$$

$$\frac{d}{dt} [M] = \frac{d[M]}{d\gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d[M]}{d\gamma} \cdot \omega \equiv [M_\gamma].$$

$$\frac{d[M]}{d\gamma} = \begin{bmatrix} -2L_m \sin(2\gamma), & 2M_m \sin(2\gamma + \pi/3), & -2M_m \cos(2\gamma + \pi/6), & M_{af}^m \sin(\gamma) \\ 2M_m \sin(2\gamma + \pi/3), & -2L_m \cos(2\gamma + \pi/6), & -2M_m \sin(2\gamma), & -M_{af}^m \sin(\gamma + \pi/3) \\ -2M_m \cos(2\gamma + \pi/6), & -2M_m \sin(2\gamma), & 2L_m \sin(2\gamma + \pi/3), & M_{af}^m \cos(\gamma + \pi/6) \\ M_{af}^m \sin(\gamma), & -M_{af}^m \sin(\gamma + \pi/3), & M_{af}^m \cos(\gamma + \pi/6), & 0 \end{bmatrix}.$$

Уравнение СГ в фазных координатах с учетом АИН :

$$\frac{d}{dt}[M] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} + [M] \cdot \frac{d}{dt} \left( \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} \right) = - \begin{bmatrix} L_H & M_H & M_H & 0 \\ M_H & L_H & M_H & 0 \\ M_H & M_H & L_H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \left( \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} R_a + R_{an} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_b + R_{bn} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_c + R_{cn} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ u_f \end{bmatrix}.$$

Матричная форма записи уравнений СГ, приведенная к нормальной форме, имеет вид:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} = -([M] + [M_H])^{-1} \cdot \left( ([M_\gamma] + [R]) \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -u_f \end{bmatrix} \right)$$

Электромагнитный момент:

$$M_e = \frac{\partial W_e}{\partial \gamma} = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \frac{1}{2} \cdot [I_a \ I_b \ I_c \ I_f] \cdot \begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_f \end{bmatrix} \right) = \frac{\partial}{\partial \gamma} \left( \frac{1}{2} \cdot [I_a \ I_b \ I_c \ I_f] \cdot [M] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix} \right)$$

$$M_e = \frac{1}{2} \cdot [I_a \ I_b \ I_c \ I_f] \cdot \frac{\partial}{\partial \gamma} ([M]) \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_f \end{bmatrix}$$

Уравнения регулятора напряжения:

$$U_{za} = I_a R_{an},$$

$$U_{zv} = \frac{1}{3} (|U_{za}| + |U_{zb}| + |U_{zc}|),$$

$$\frac{dU_{zd}}{dt} = k(U_{zv} - U_{zd}),$$

$$f_u = K_u (U_o - U_{zd}),$$

$$U_f = \frac{1}{2} (|f_u| - |f_u - U_{\max}| + U_{\max}),$$

Уравнения регулятора частоты

$$f = K_\omega (\omega_s - \omega),$$

$$v = \frac{1}{2} (1 + \text{sign}(f)),$$

$$f_H = \frac{1}{2} (1 - \text{sign}(M_g)),$$

$$f_B = \frac{1}{2} (1 + \text{sign}(M_g - M_{\max})),$$

$$\frac{dM_g}{dt} = ((1 - f_H) + v(f_H - f_B)) f,$$

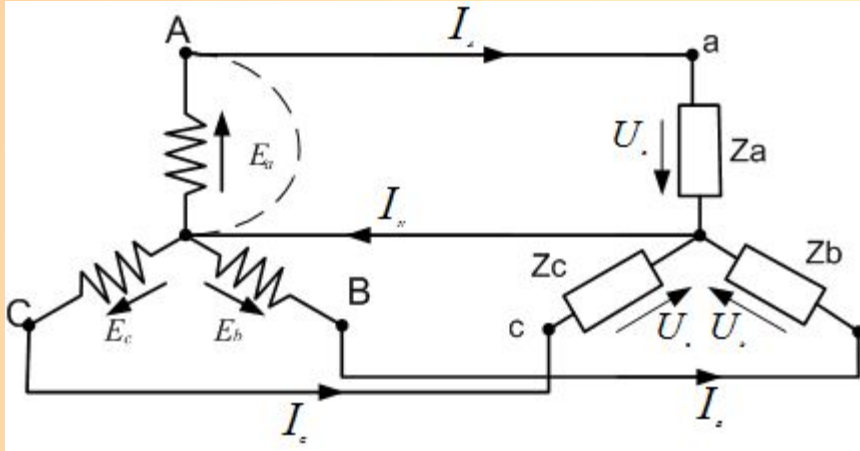
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{T_M} (M_g - M_e),$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega.$$

# Исследуемые режимы короткого замыкания

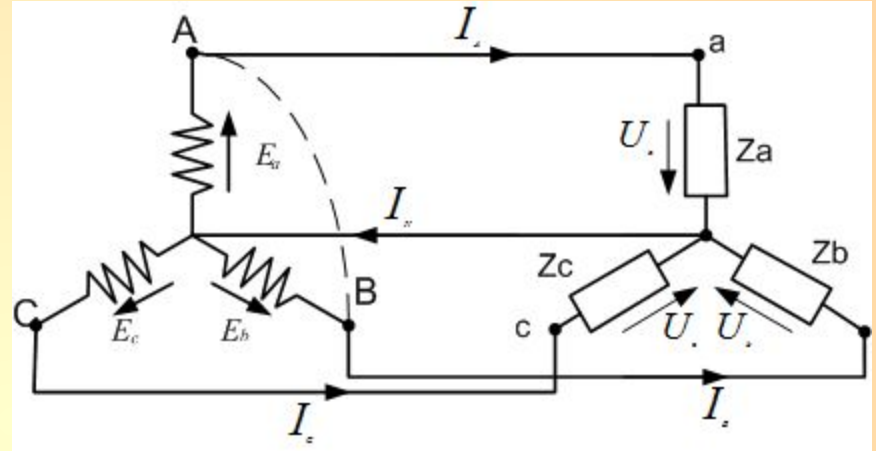
однофазное короткое замыкание

$$Z_a = 0;$$

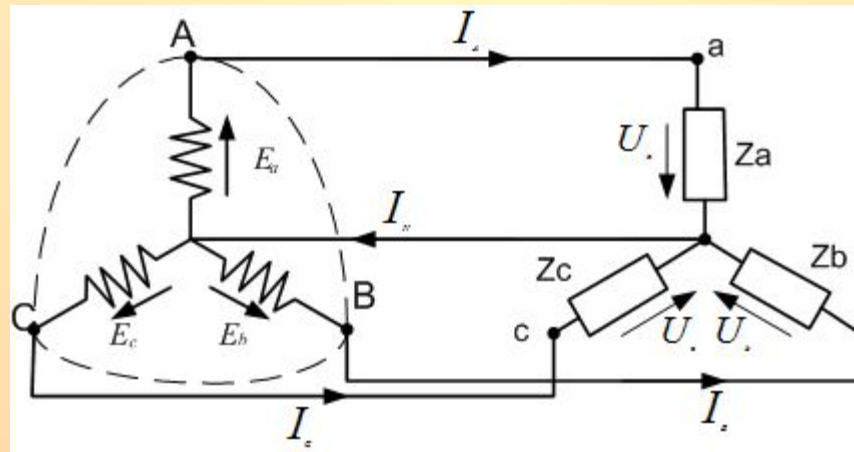


двухфазное короткое замыкание

$$Z_a = Z_b = 0;$$



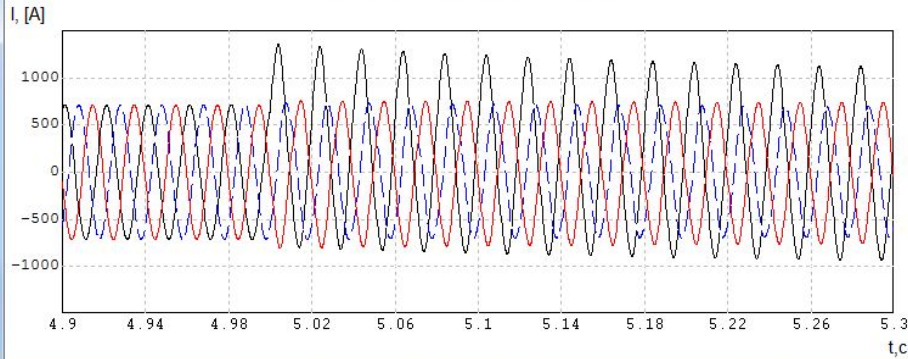
трехфазное короткое замыкание  $Z_a = Z_b = Z_c = 0;$



# Переходные процессы при однофазном коротком замыкании

## замыкании

Графики изменения токов фаз статора  $I_a, I_b, I_c$  при однофазном коротком замыкании



Графики изменения напряжений  $U_a, U_b, U_c$  при однофазном коротком замыкании

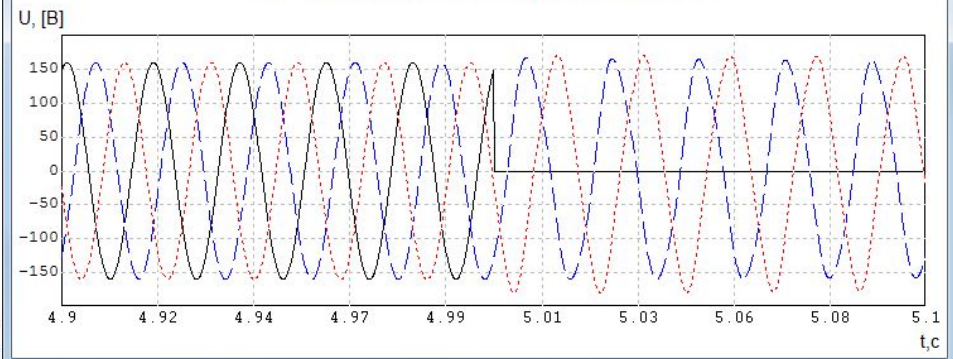


График изменения напряжения на обмотке возбуждения  $U_f$

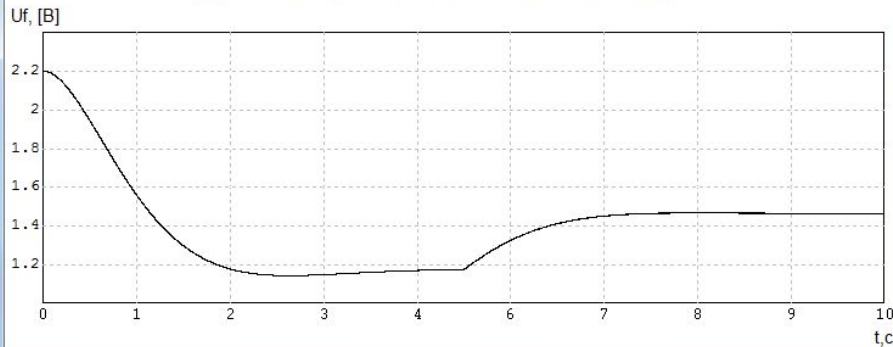
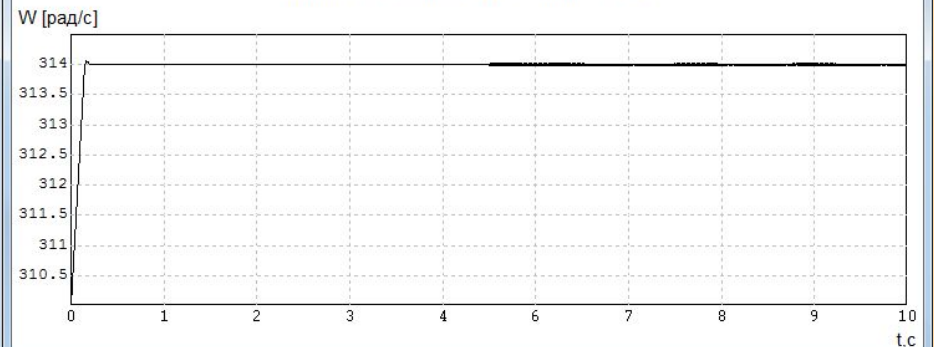


График изменения частоты вращения  $W$



Изменение электромагнитного ( $M_e$ ) и механического момента ( $M_g$ )

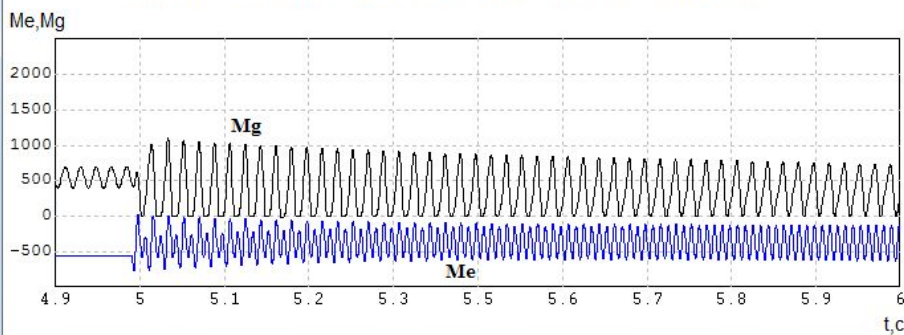
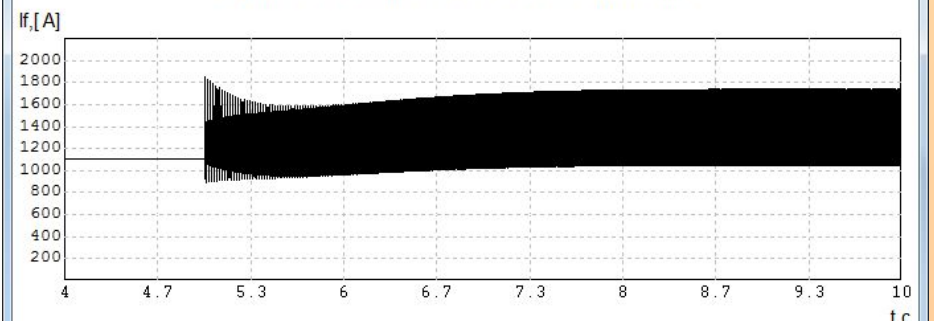
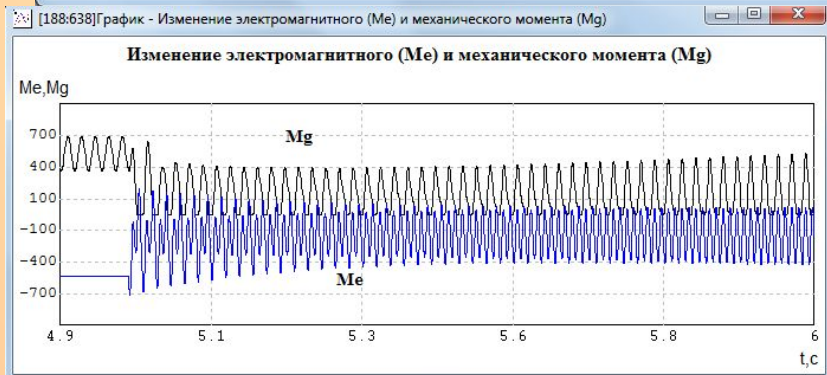
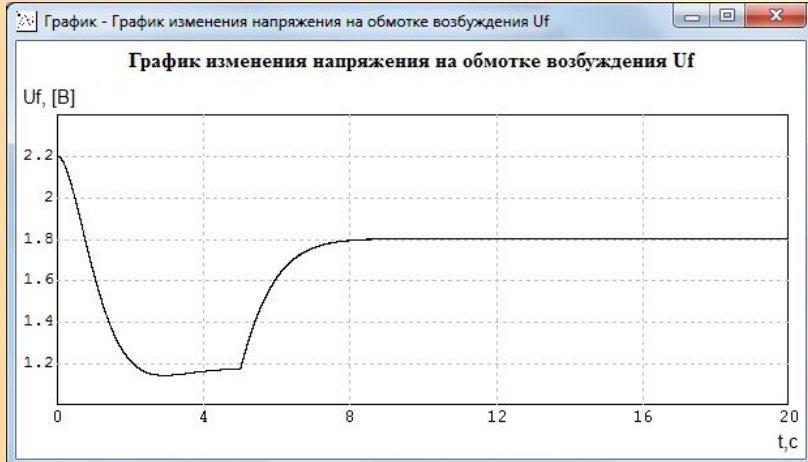
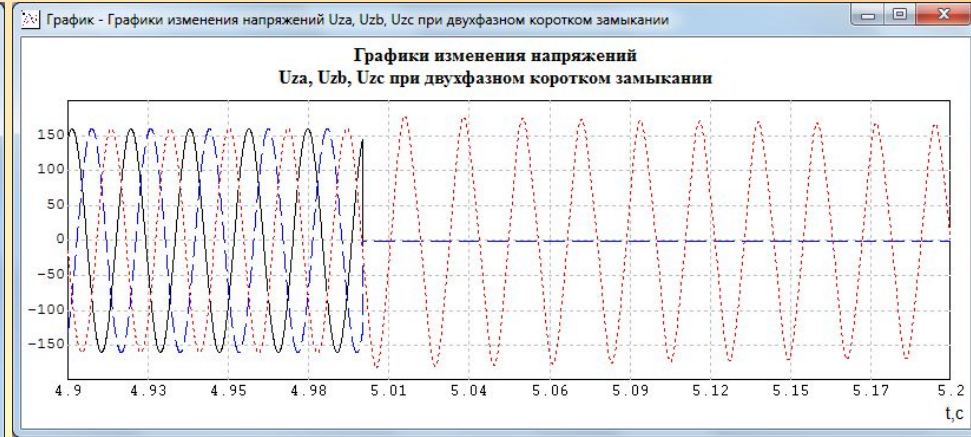
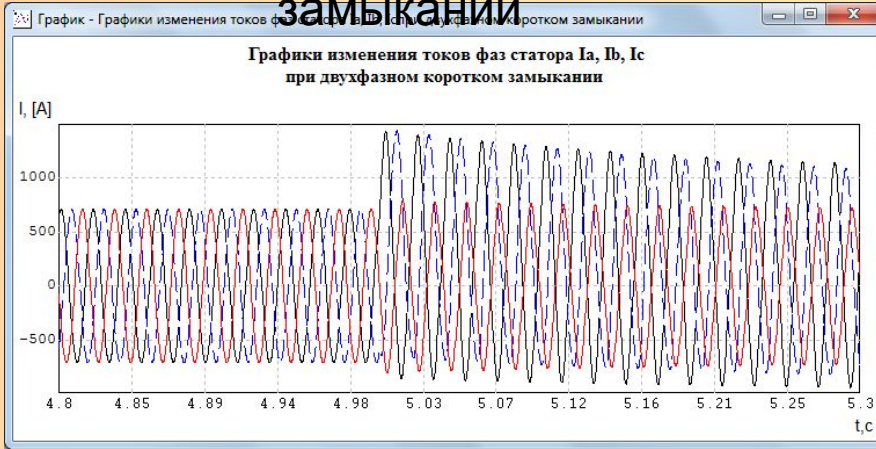


График изменения тока обмотки возбуждения  $I_f$



# Переходные процессы при двухфазном коротком замыкании

## замыкания

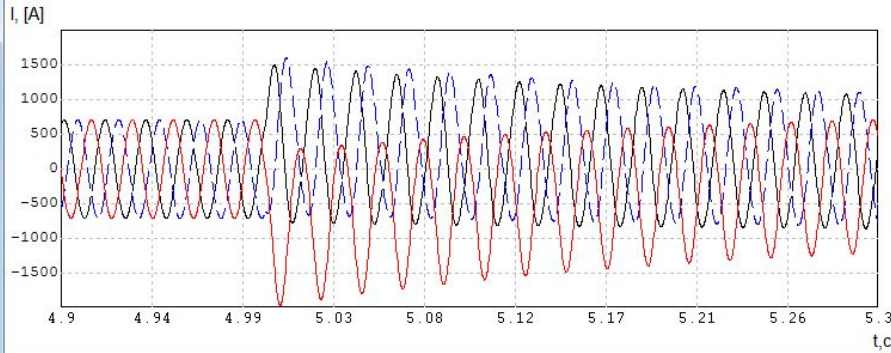




# Переходные процессы при трехфазном коротком замыкании

## замыкания

Графики изменения токов фаз статора  $I_a, I_b, I_c$  при трехфазном коротком замыкании



Графики изменения напряжений  $U_a, U_b, U_c$  при трехфазном коротком замыкании

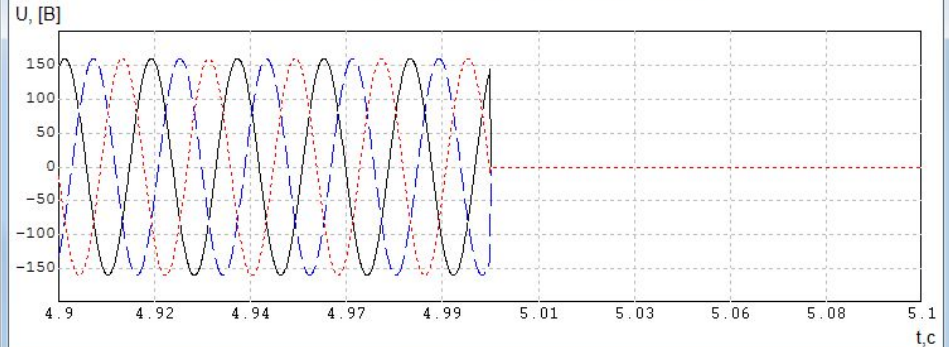


График изменения напряжения на обмотке возбуждения  $U_f$

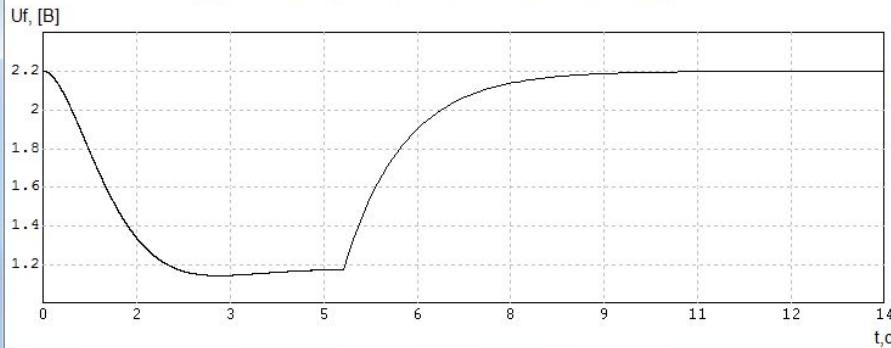
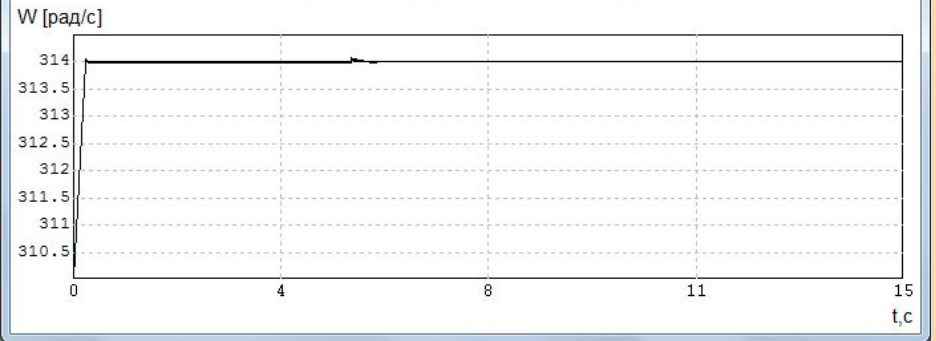


График изменения частоты вращения  $\omega$



Изменение электромагнитного ( $M_e$ ) и механического момента ( $M_g$ )

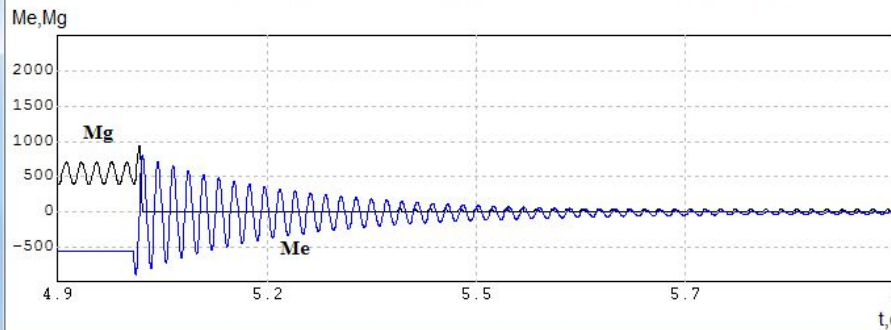
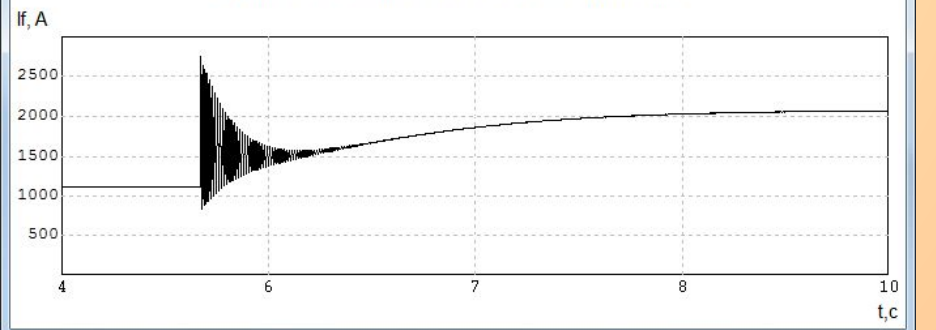


График изменения тока обмотки возбуждения  $I_f$



## **Научные и практические результаты.**

### **Научные результаты.**

1. Разработана и программно реализована полная компьютерная математическая модель динамики СГ в фазных координатах с автоматическими регуляторами напряжения и частоты вращения ротора и статической АИН, предназначенная для исследования широкого набора аварийных режимов, которые невозможно исследовать с использованием традиционных моделей Парка - Горева.
2. Сделан подробный вывод полных уравнений динамики СГ в фазных координатах и способ их приведения к форме Парка – Горева без пренебрежения динамикой электромагнитных процессов в статорных обмотках генератора.
3. Разработаны алгоритмы получения необходимых для реализации моделей СГ в фазных координатах функциональных зависимостей индуктивностей и взаимных индуктивностей различных обмоток по справочной информации о параметрах и характеристиках, приводимых для обеспечения расчетов динамики по уравнениям Парка – Горева.

### **Практические результаты.**

1. Математическая модель СГ в фазных координатах практически реализована в среде отечественного программного комплекса «Моделирование в технических устройствах» (ПК «МВТУ») с элементами анимации и визуализации.
2. Результаты проведенных на созданной компьютерной модели многочисленных вычислительных экспериментов подтвердили ее практическую пригодность для расчетов динамики сложных аварийных режимов. В частности, исследован ряд аварийных режимов работы СГ, включая все виды коротких замыканий, которые не поддаются изучению по уравнениям Парка - Горева.
3. Сформулированы направления дальнейших исследований с использованием моделей СГ в фазных координатах в интересах расследования причин и хода развития каскадных аварий в ЭЭС и разработки алгоритмов противоаварийного управления.

**Спасибо за внимание!**