

# АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ СЛЕДСТВИЯ



# Вспомним:

Геометрия – это наука, которая изучает свойства геометрических фигур.

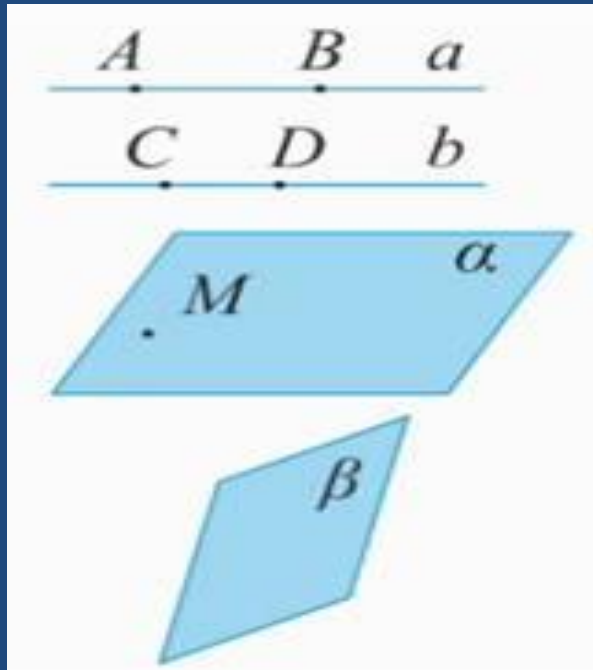
Геометрическая фигура – это любая совокупность точек.

Геометрия подразделяется на планиметрию и на стереометрию, которую мы начинаем изучать.

# Основные фигуры стереометрии, примеры фигур

- ⦿ *Основными фигурами стереометрии* являются точка, прямая, плоскость.
- ⦿ Примеры стереометрических фигур: шар, сфера, конус, цилиндр, параллелепипед и т.д.

# Обозначение основных фигур стереометрии

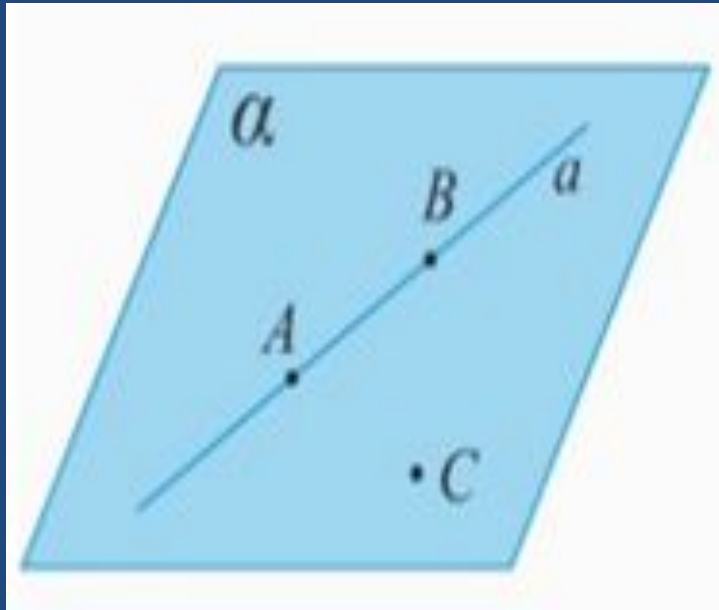


$A, B, C, D$  – точки. Точки обозначаются прописными латинскими буквами.

$AB = a, CD = b$  – прямые. Прямые обозначаются строчными латинскими буквами.

$\alpha, \beta$  – плоскости. Плоскости обозначаются греческими буквами.

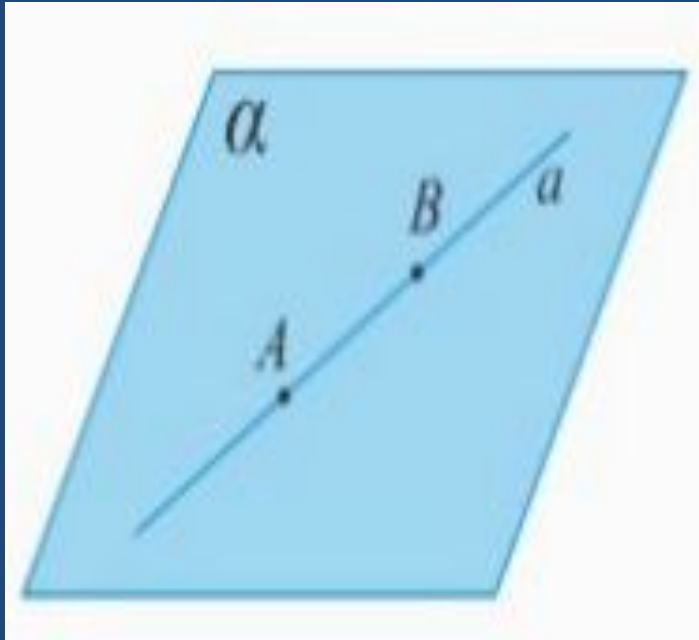
# Первая аксиома стереометрии



## Аксиома 1 (A1)

Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, проходит плоскость, и притом только одна.

# Вторая аксиома стереометрии



## Аксиома 2 (А2)

Если две точки прямой лежат в плоскости, то все точки прямой лежат в этой плоскости.

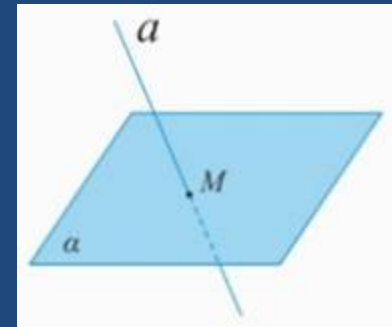
По-иному говорят, что прямая лежит в плоскости или что плоскость проходит через прямую.

- ⦿ Аксиома утверждает – все точки прямой (прямой  $AB$ ) принадлежат плоскости, т.е. вся прямая лежит в плоскости или плоскость проходит через прямую.
- ⦿ Смысл заключается в следующем: из того, что только две точки принадлежат плоскости, вытекает, что бесчисленное множество точек прямой лежат в этой плоскости.

Может ли быть только три общие точки у прямой и плоскости?

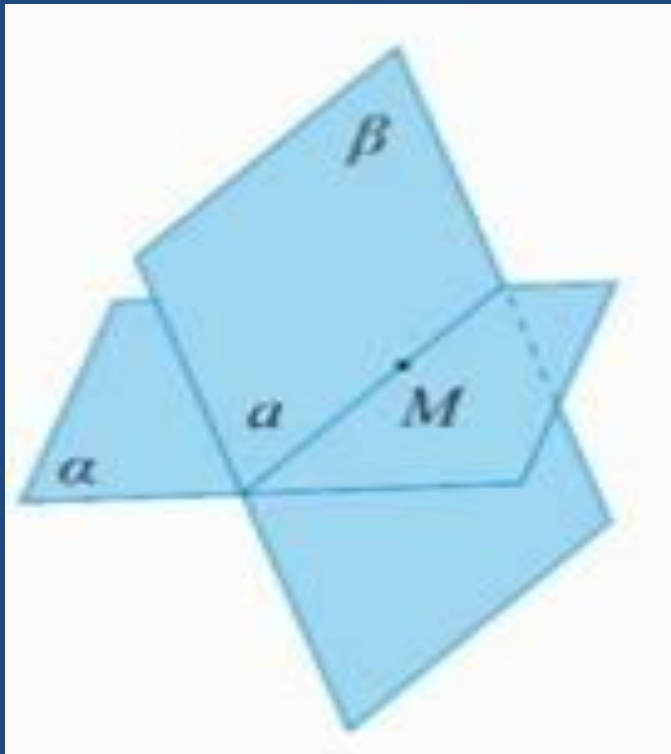
Нет, не может быть. Может быть две точки, и тогда вся прямая лежит в плоскости.

- Если у прямой и плоскости одна общая точка  $M$ , то тогда говорят, что прямая и плоскость пересекаются в точке  $M$ . Этот факт записывается следующим образом:  $a \cap \alpha = M$ .





# Третья аксиома стереометрии

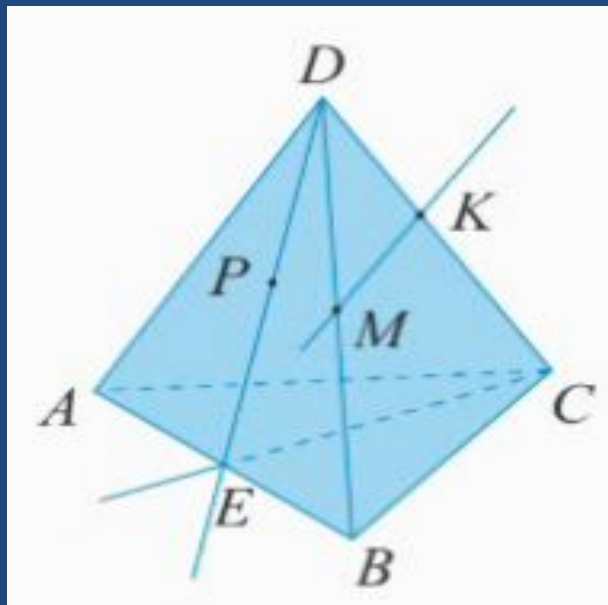


## Аксиома 3 (А3)

Если две плоскости имеют общую точку, то они имеют общую прямую, на которой лежат все общие точки этих плоскостей.

Говорят, что плоскости пересекаются по прямой.

# Решение задач



Дан тетраэдр  $ABCD$ . Даны следующие точки: точка  $E$  – внутренняя точка ребра  $AB$ , точка  $P$  – внутренняя точка отрезка  $ED$ , точки  $M$  и  $K$ , соответственно, на ребрах  $BD$  и  $DC$ .

- а) В какой плоскости лежит прямая  $PE$ ?
- б) В какой плоскости лежит прямая  $MK$ ?
- в) В каких плоскостях лежит прямая  $BD$ ?
- г) В каких гранях лежит прямая  $AB$  ?
- д) В каких гранях лежит прямая  $EC$ ?

- а) Ответ:  $PE \in ABD$ . Прямая  $PE$  лежит в плоскости  $ABD$ , так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка  $E$  лежит в плоскости  $ABD$  и точка  $P$  лежит в этой же плоскости. Значит, по второй аксиоме все точки прямой  $PE$  лежат в плоскости  $ABD$ .
- б) Ответ:  $MK \in DBC$ . Прямая  $MK$  лежит в плоскости  $DBC$ , так как в этой плоскости лежат две точки этой прямой. Точка  $M$  лежит в плоскости  $DBC$  и точка  $P$  лежит в плоскости  $DBC$ . По второй аксиоме все точки прямой  $MK$  лежат в плоскости  $DBC$ .
- в) Ответ:  $BD \in BDA$ . Прямая  $BD$  лежит в плоскости  $BDA$  и в плоскости  $BDC$ . Значит, прямая  $BD$  одновременно лежит в двух плоскостях. Прямая  $BD$  есть линия пересечения двух плоскостей. Говорят, что грани  $ABD$ ,  $BDC$  пересекаются по прямой  $BD$ .
- г) Ответ: Прямая  $AB$  лежит в грани  $ABC$  и в грани  $ABD$ . Значит, прямая  $AB$  есть линия пересечения двух этих граней.
- д) Ответ: Прямая  $EC$  лежит в плоскости  $ABC$  и в плоскости  $ECD$ , так как точки  $E$  и  $C$  лежат одновременно в плоскости  $ABC$  и в плоскости  $ECD$ . Значит, прямая  $EC$  есть линия пересечения этих плоскостей.

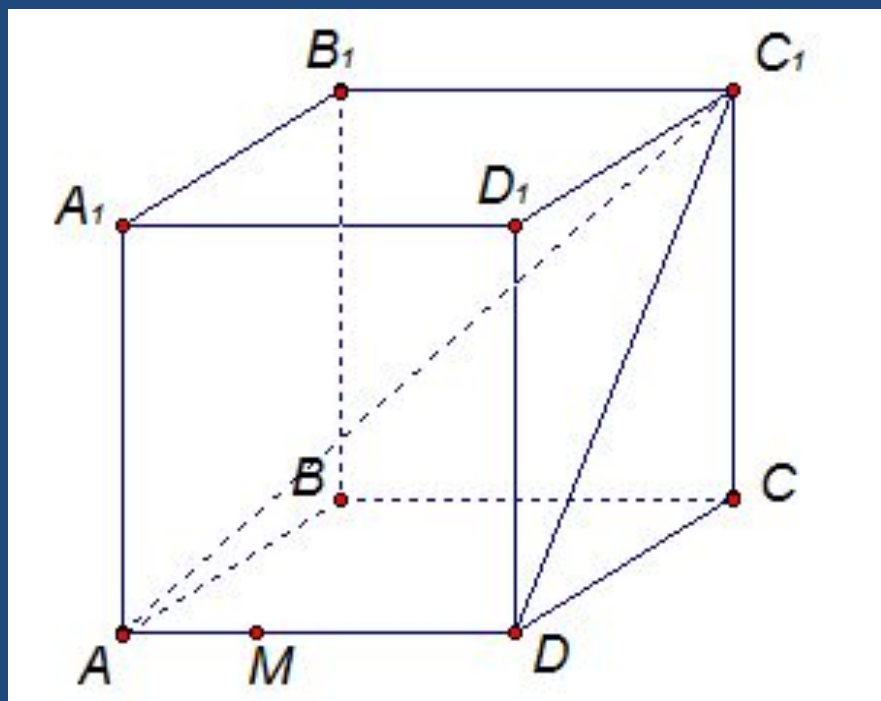
# Задача 2.

- ⦿ а) Найдите точку пересечения прямой  $DK$  с плоскостью  $ABC$ .
- ⦿ б) Найдите точку пересечения прямой  $CE$  с плоскостью  $ADB$ .

# Задача 3.

- ⦿ а) Найдите точки, лежащие одновременно в плоскостях  $ADB$  и  $DBC$ .
- ⦿ б) Найдите прямые, по которым пересекаются плоскость  $ADB$  и  $DBC$ .
- ⦿ в) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости  $ADB$  и  $CDA$ .
- ⦿ г) Назовите прямые, по которым пересекаются плоскости  $PDC$  и  $ABC$ .

# Задача 4.



Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .

1. В каких плоскостях лежат

прямые:

а)  $AB$

б)  $AC_1$

в)  $DC$

2. Назовите прямые, по которым пересекаются

плоскости

а)  $ABC$  и  $ABB_1$

б)  $DCC_1$  и  $BB_1C_1$ .