

ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ



Многогранник — это ...

Многогранник — поверхность, составленная из многоугольников, а также тело ограниченное такой поверхностью.

Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются его **гранями**.

Стороны граней называются **ребрами**.

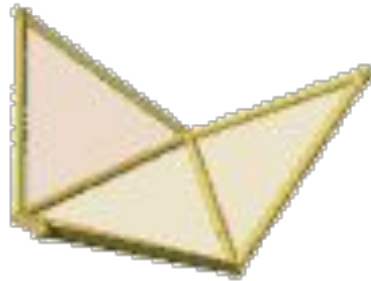
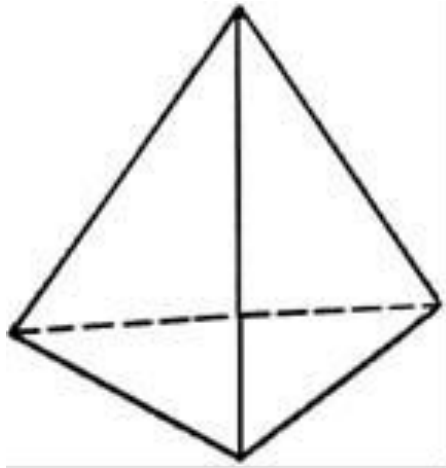
Концы ребер – **вершинами многогранника**.

Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется **диагональю многогранника**.

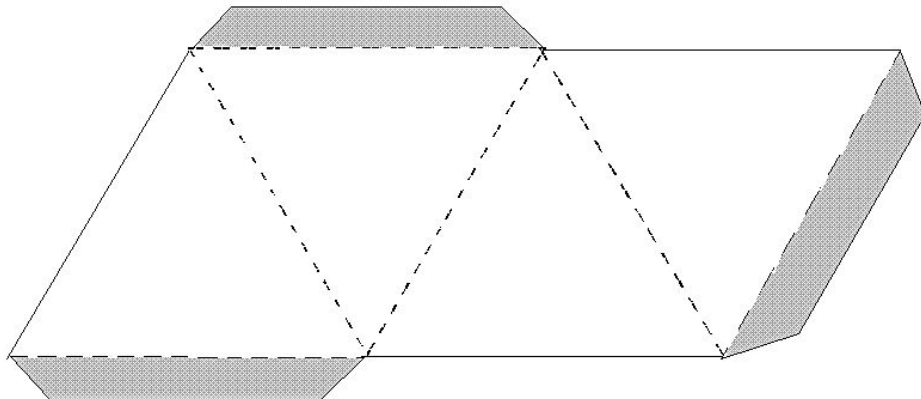
Многогранник называется **выпуклым**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани.

В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше 360° .

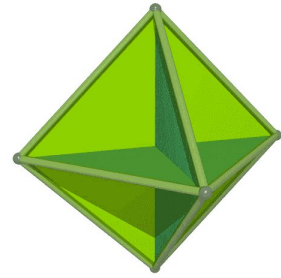
Правильный тетраэдр



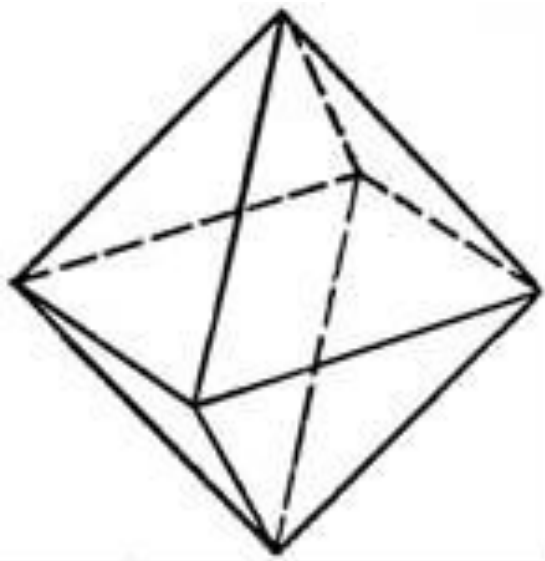
Правильный тетраэдр составлен из четырёх равносторонних треугольников. Каждая его вершина является вершиной трёх треугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 180 градусов .



Правильный октаэдр



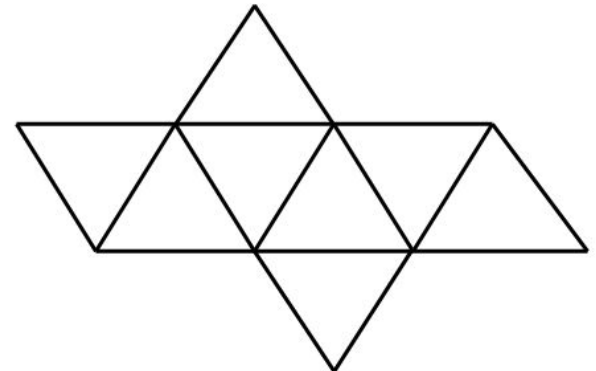
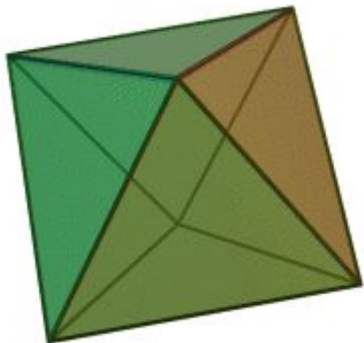
© FreePress A. Lubin2011



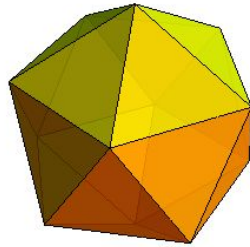
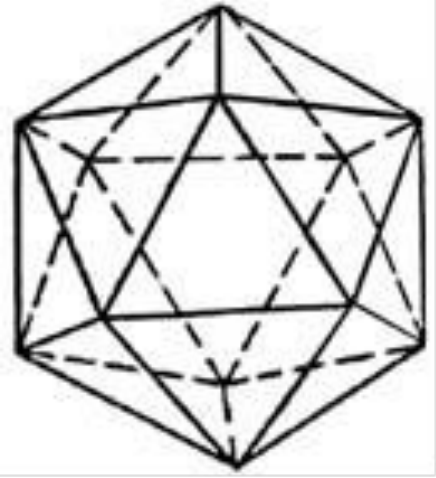
Правильный **октаэдр**
составлен из восьми
равносторонних треугольников.

Каждая вершина октаэдра
является вершиной четырёх
треугольников.

Следовательно, сумма плоских
углов при каждой вершине 240
градусов.

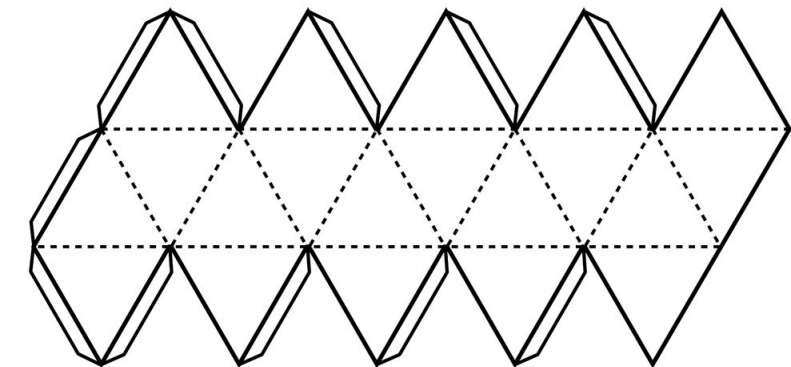


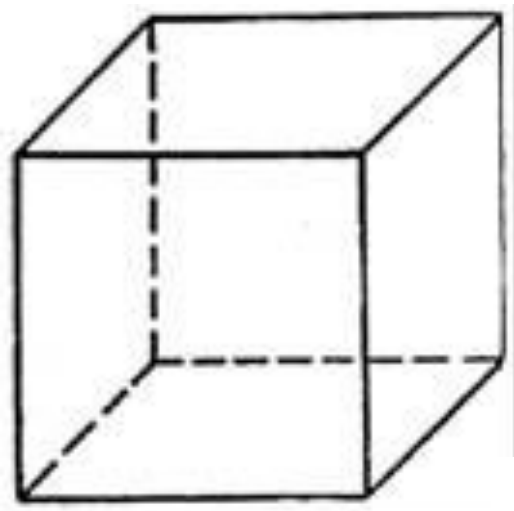
Правильный икосаэдр



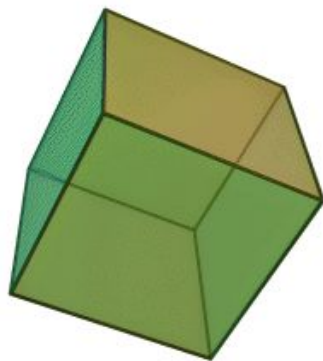
Правильный икосаэдр составлен из двадцати равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной пяти треугольников.

Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 300 градусов.





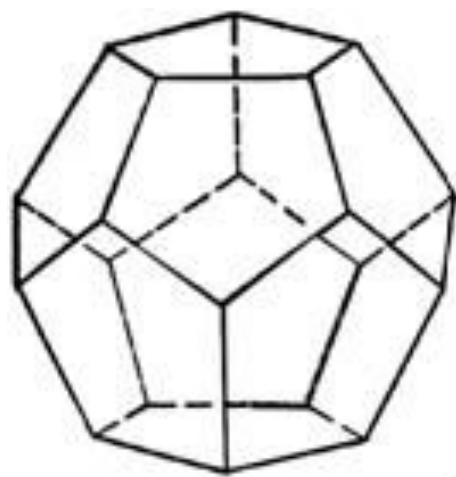
Куб (гексаэдр)



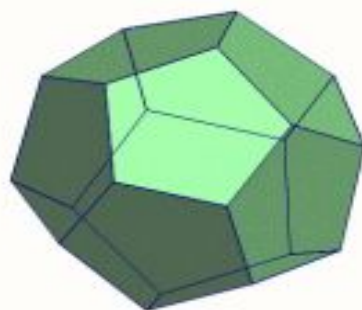
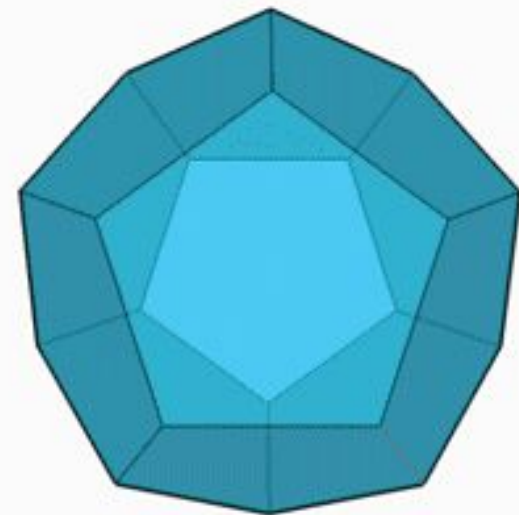
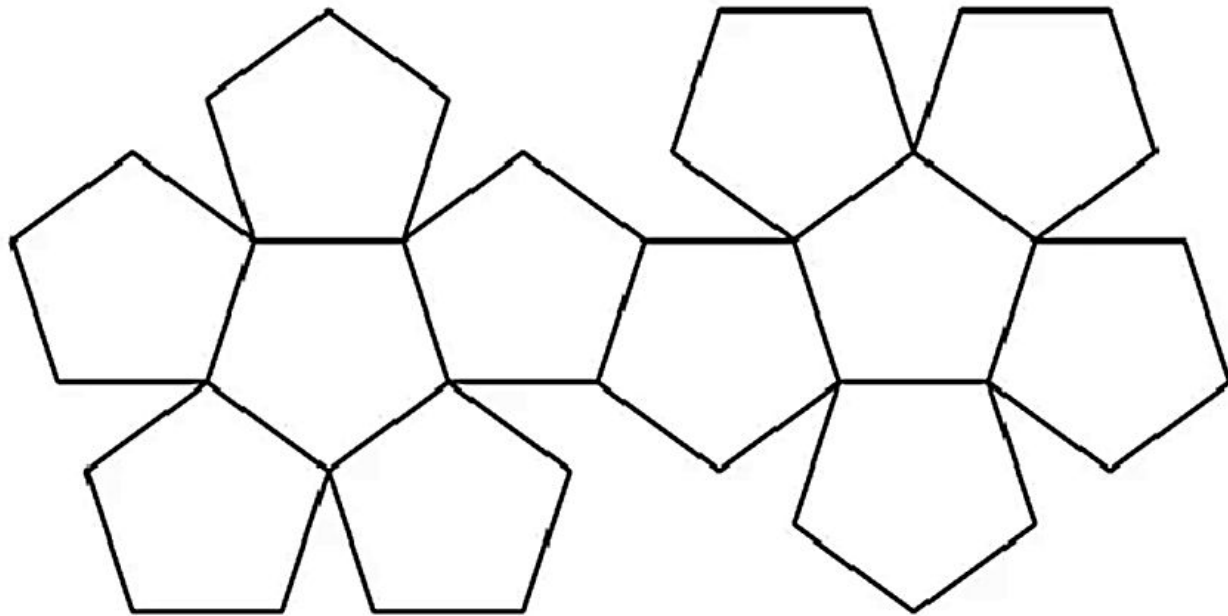
Куб (гексаэдр)
составлен из шести
квадратов. Каждая
вершина куба является
вершиной трёх
квадратов.
Следовательно, сумма
плоских углов при
каждой вершине равна
270 градусов.



Правильный додекаэдр



Правильный додекаэдр составлен из двенадцати правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников. Следовательно, сумма плоских углов при каждой вершине равна 324 градуса .



Названия этих многогранников пришли из Древней Греции, и в них указывается число граней:

«эдра» - грань

«тетра» - 4

«гекса» - 6

«окта» - 8

«икоса» - 20

«додека» - 12



Формула Эйлера

Изучая любые многогранники, естественнее всего подсчитать, сколько у них граней, сколько рёбер и вершин. Подсчитаем и мы число указанных элементов Платоновых тел и занесём результаты в таблицу № 1.

Анализируя таблицу № 1, возникает вопрос: «Нет ли закономерности в возрастании чисел в каждом столбце?» По-видимому, нет. Например, в столбце «грани» казалось бы, просматривается закономерность ($4 + 2 = 6$, $6 + 2 = 8$), но затем намеченная закономерность нарушается ($8 + 2 \neq 12$, $12 + 2 \neq 20$). В столбце «вершины» нет даже стабильного возрастания.

Число вершин то возрастает (от 4 до 8, от 6 до 20), а то и убывает (от 8 до 6, от 20 до 12). В столбце «рёбра» закономерности тоже не видно.

Таблица № 1

Правильный многогранник	Число		
	граней	вершин	рёбер
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

Таблица № 2

Правильный многогранник	Число	
	граней и вершин (Г + В)	рёбер (Р)
Тетраэдр	$4 + 4 = 8$	6
Куб	$6 + 8 = 14$	12
Октаэдр	$8 + 6 = 14$	12
Додекаэдр	$12 + 20 = 32$	30
Икосаэдр	$20 + 12 = 32$	30

Но можно рассмотреть сумму чисел в двух столбцах, хотя бы в столбцах «границ» и «вершины» ($G + V$). Составим новую таблицу своих подсчётов (см. табл. № 2). Вот теперь закономерности может не заметить только «слепой». Сформулируем её так: «Сумма числа граней и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2 », т.е.

$$G + V = P + 2$$

Итак, мы вместе «открыли» формулу, которая была подмечена уже Декартом в 1640 г., а позднее вновь открыта Эйлером (1752), имя которого с тех пор она носит. Формула Эйлера верна для любых выпуклых многогранников.