

***Разработка презентации  
к системе уроков по теме  
«Многогранники».***

Выполнила:  
Медведева Ирина Алексеевна

*Владимир-2009*

# ***Содержание:***

- ◆ Введение.
- ◆ Понятие правильного многогранника.
- ◆ Тела Платона.
- ◆ Тела Платона в картинах художников.
- ◆ Теорема Эйлера (без доказательства).
- ◆ Тела Архимеда.
- ◆ Звездчатые многогранники.
- ◆ Тела Кеплера-Пуансо в работах художников.
- ◆ Контроль уровня усвоения знания.
- ◆ Заключение.
- ◆ Литература.

◆ *Цель изучения:*

1. Познакомить учащихся с новыми типами выпуклых многогранников – правильными, полуправильными и звездчатыми многогранниками.
2. Познакомить учащихся с историей возникновения и развития теории многогранников.
3. Показать связь геометрии и природы.

# ***Задачи:***

- ◆ **Воспитание моральных качеств : аккуратность, терпимость, ответственность, уважение, бережливость.**
- ◆ **Активизировать мыслительную деятельность учащихся, формирование мыслительных операций: анализ, синтез, сравнение и обобщение.**
- ◆ **Развитие логического и абстрактного мышления.**
- ◆ **Развитие памяти учащихся.**
- ◆ **Развитие пространственного воображения.**
- ◆ **Развитие чувства ответственности и терпение за выполняемое задание.**

# Прогнозируемый результат:

- *Знать определение правильных выпуклых, полуправильных, звездчатых многогранников.*
- *Знать теорему Эйлера (без доказательства).*
- *Уметь охарактеризовать каждый вид правильных, полуправильных многогранников.*
- *Уметь определять количество ребер, вершин, граней правильных многогранников.*

# **Правильные многогранники**

## *Эпиграф*

«Правильных многогранников  
вызывающе мало, но этот весьма  
скромный по численности отряд  
сумел пробраться в самые  
глубины различных наук».

**Л. Кэрролл**

## *Понятие правильного многогранника.*

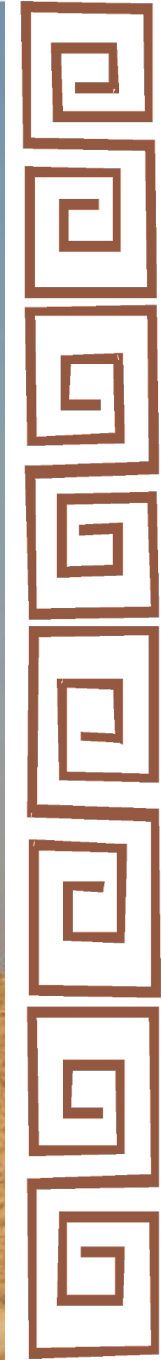
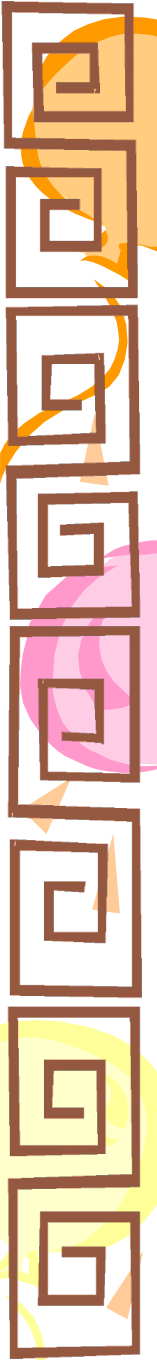
**Выпуклый** многогранник называется **правильным**, если все его грани - равные правильные многоугольники и в каждой вершине сходится одинаковое число граней, а их грани имеют одинаковое количество сторон.



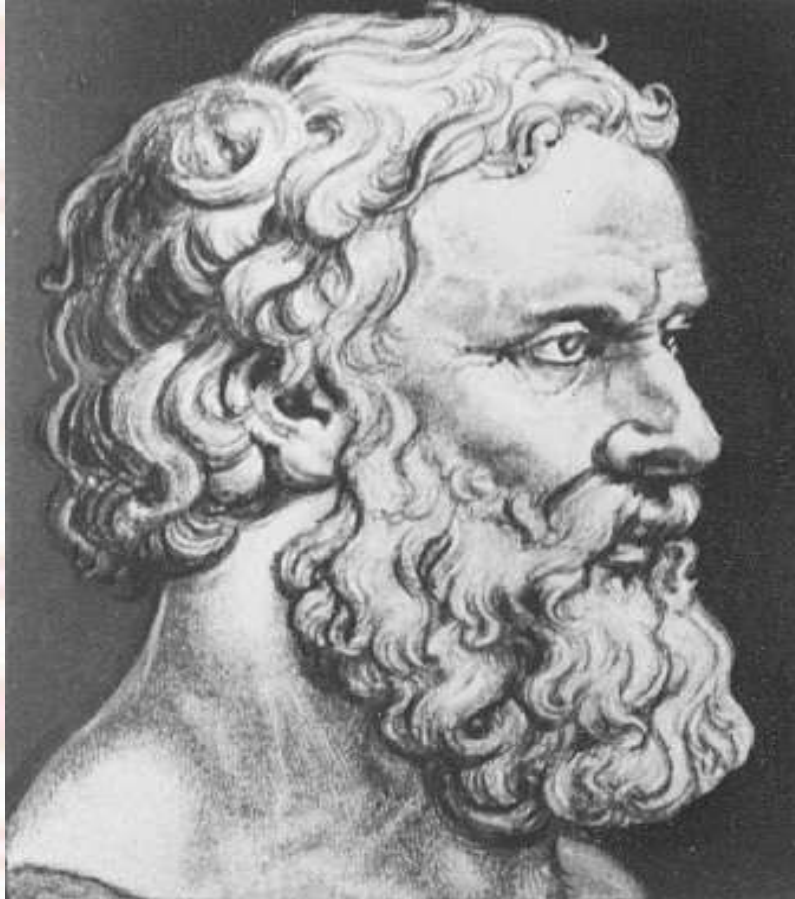
# Историческая справка

*Правильные многогранники с древних времен привлекали к себе внимание ученых, строителей, архитекторов и многих других. Их поражала красота, совершенство, гармония этих многогранников. Древние ученые считали эти многогранники божественными и использовали их в своих философских сочинениях о существе мира. Многогранники были известны в Древнем Египте и Вавилоне. Достаточно вспомнить знаменитые египетские пирамиды и самую известную из них – пирамиду Хеопса., в основании которой квадрат со стороной 233 м и высота которой достигает 146,5 м. Не случайно говорят, что пирамида Хеопса – немой трактат по геометрии.*

# *Великая пирамида Хеопса*

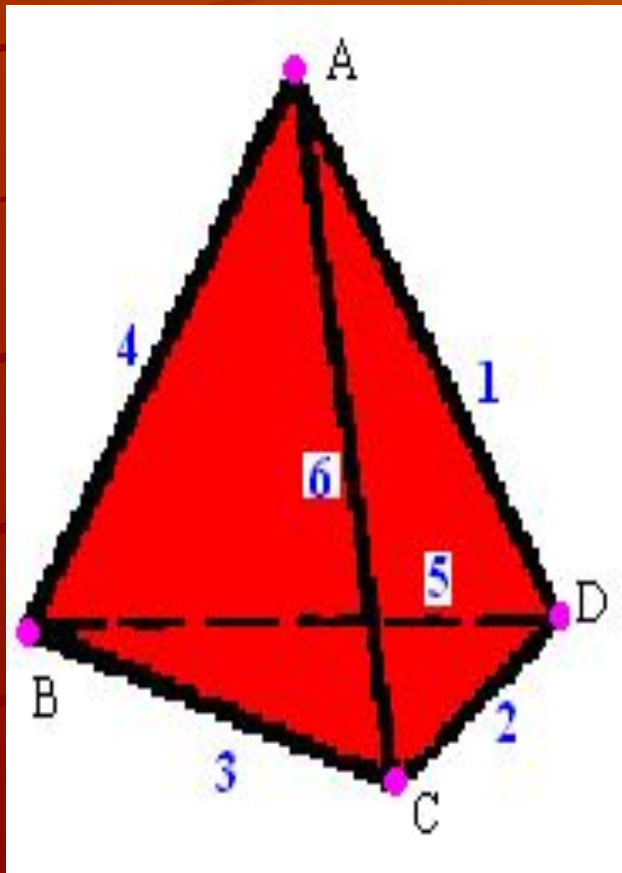


## *Тела Платона.*



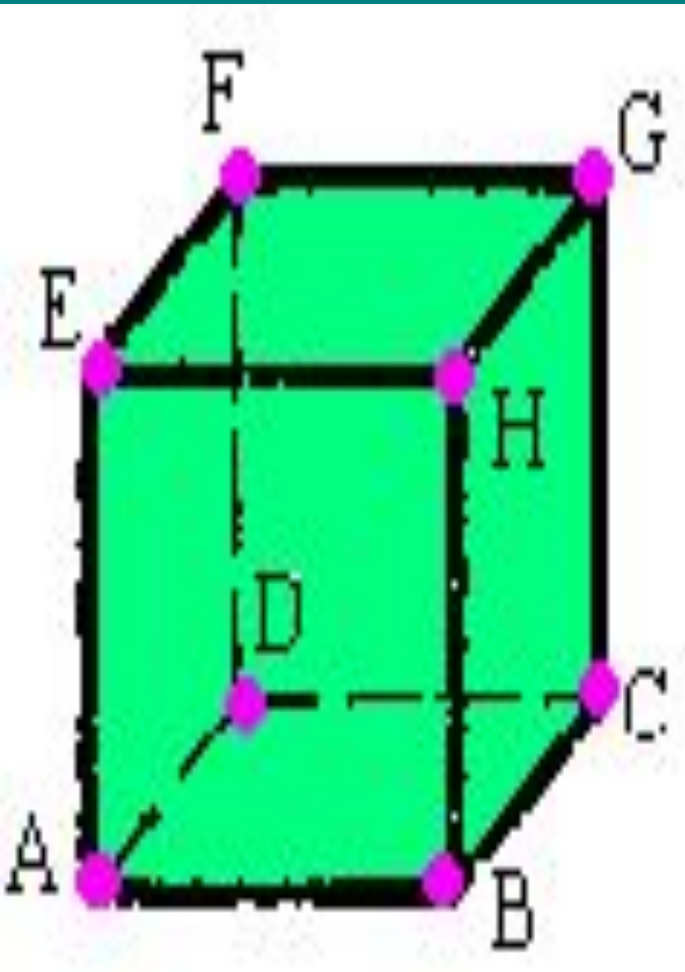
Существует 5 видов правильных многогранников, которые называются телами Платона, так как именно Платон подробно изучал правильные многогранники и описал свойства правильных многогранников. Также правильным многоугольникам посвящена последняя 13-я книга знаменитых “Начал” Евклида.

# Тело Платона. Тетраэдр



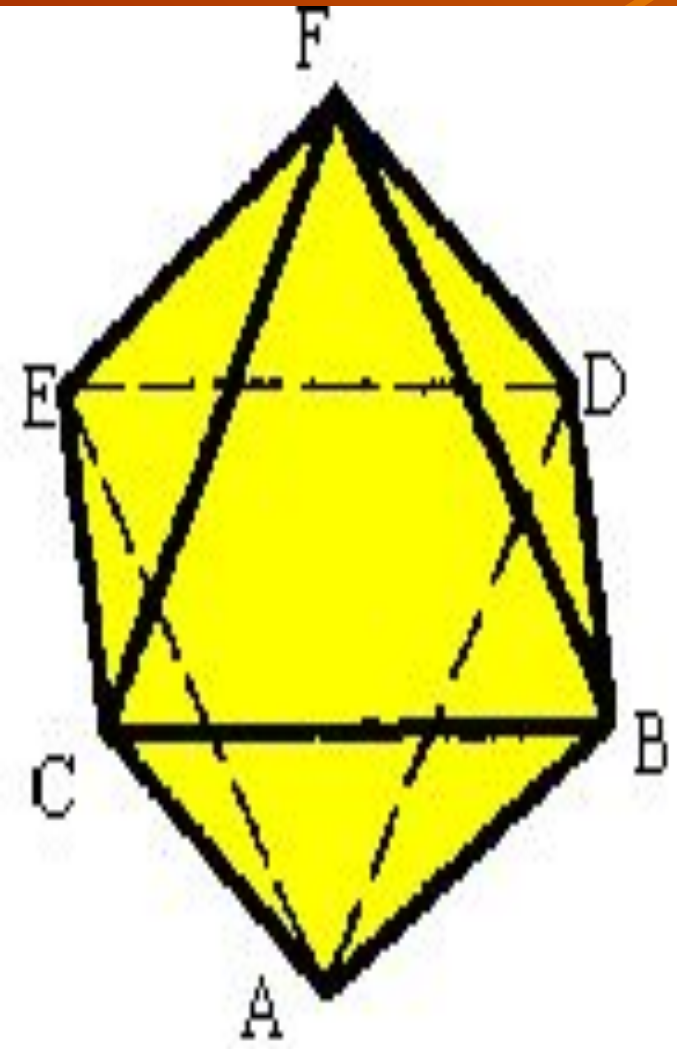
Тетраэдром называется многогранник, гранями которого являются правильные треугольники. Отрезки, соединяющие вершину тетраэдра с вершинами основания, называются боковыми ребрами. Тетраэдр имеет 4 грани (ABC, CAD, BAD, BCD), 6 ребер (1-6), 4 вершины (A, B, C, D). В каждой вершине сходится по 3 ребра. Высотой называется перпендикуляр, опущенный из вершины тетраэдра на плоскость основания.

# Тело Платона. Гексаэдр



Гексаэдром (кубом) называется правильный многогранник, гранями которого являются правильные четырехугольники - **квадраты**. Гексаэдр имеет 6 граней (ADCВ, АВНЕ, ЕНFG, GHBC, DCGF, ADFE), 12 ребер и 8 вершин.

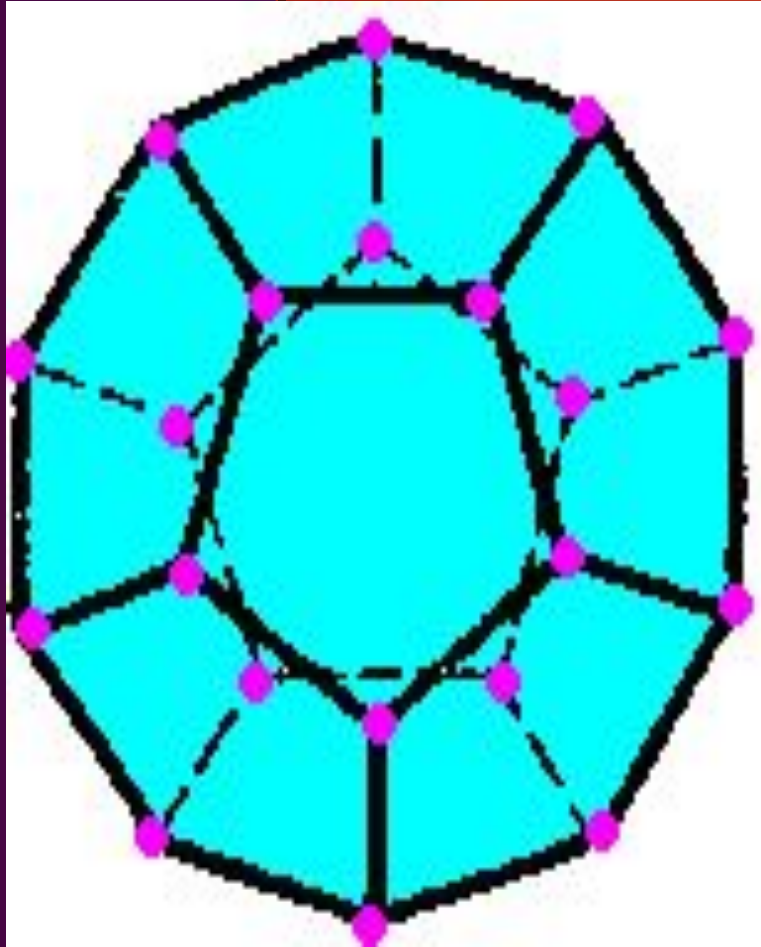
# Тело Платона. Октаэдр



*Многогранник, гранями которого являются правильные треугольники, и в каждой вершине сходятся четыре грани, поверхность которого состоит из восьми правильных треугольников, называется **октаэдром**.*

*Таким образом октаэдр имеет 8 граней, 12 ребер и 6 вершин.*

# Тело Платона. Додекаэдр



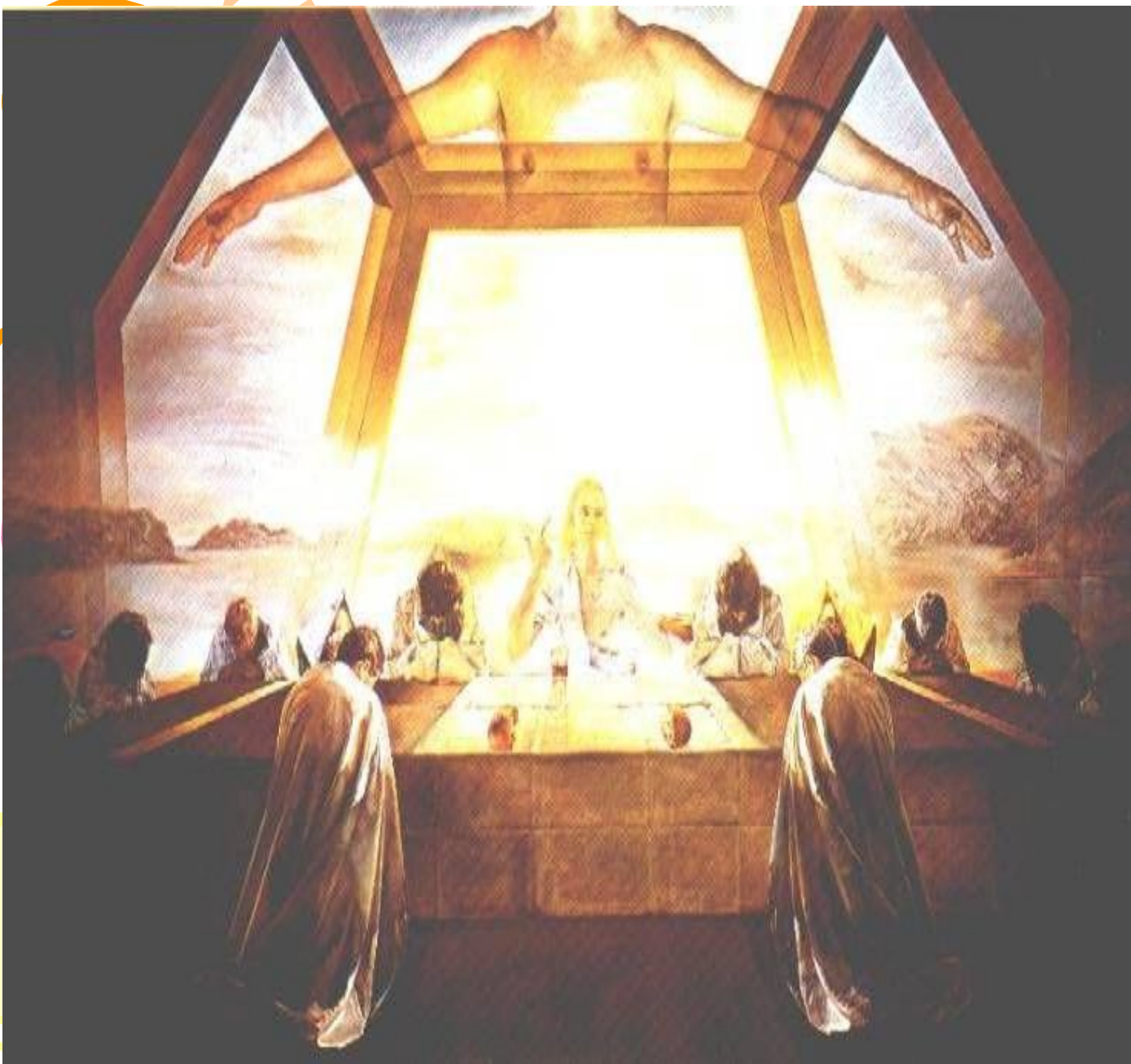
Многогранник, гранями которого являются правильные пятиугольники и в каждой вершине сходится три грани. Его поверхность состоит из двенадцати правильных пятиугольников, он называется додекаэдром. Таким образом додекаэдр имеет





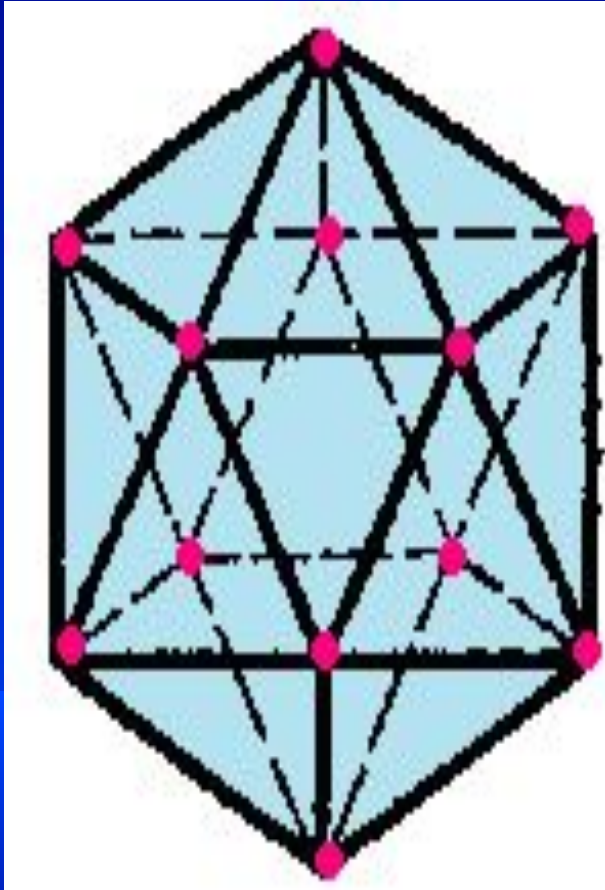
**Знаменитый художник эпохи Возрождения, также увлекавшийся геометрией, был А. Дюрер. В его известной гравюре «Меланхолия» на переднем плане изображен додекаэдр.**





На переднем  
плане картины  
художника  
Сальвадора Дали  
«Тайная Вечеря»  
изображен  
Христос со  
своими  
учениками на  
фоне огромного  
прозрачного  
додекаэдра.

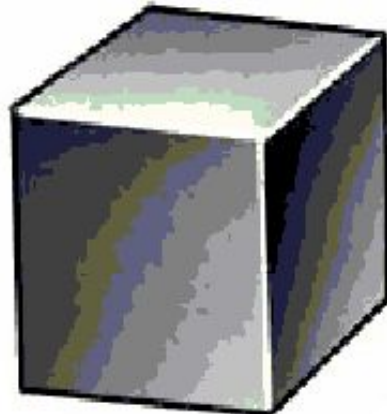
# Тело Платона. Икосаэдр



*Икосаэдр - многогранник, в каждой вершине которого сходятся пять правильных треугольников, поверхность которого состоит из двадцати правильных треугольников, называется . Икосаэдр имеет 20 граней, 30 ребер и 12 вершин.*



октаэдр



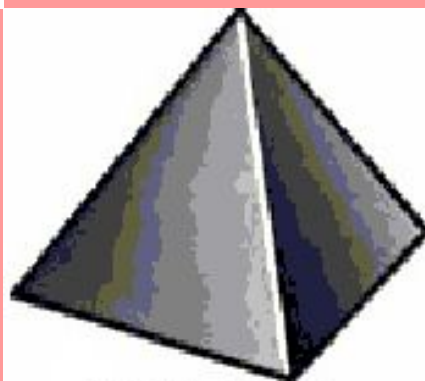
гексаэдр



додекаэдр



икосаэдр



тетраэдр

- Земля
- Воздух
- Вода
- Вселенная
- Огонь



*Правильные многогранника в философской  
учении Платона олицетворяли четыре  
сущности или "стихии". Тетраэдр  
символизировал **огонь**, т.к. его вершина  
устремлена вверх; **икосаэдр** - **воду**, т.к. он самый  
"обтекаемый"; **куб** - **землю**, как самый  
"устойчивый"; **октаэдр** - **воздух**, как самый  
"воздушный". **Додекаэдр**, воплощал в себе  
"Вселенную", символизировал все мироздание,  
считался главным. Гармоничные отношения  
этих "стихий" настраивались Платоном в  
совершенных приятных созвучиях, как четыре  
струны лиры.*



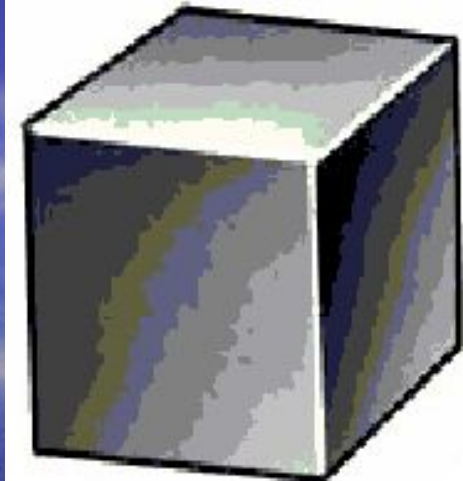
октаэдр

Воздух



додекаэдр

Вселенная



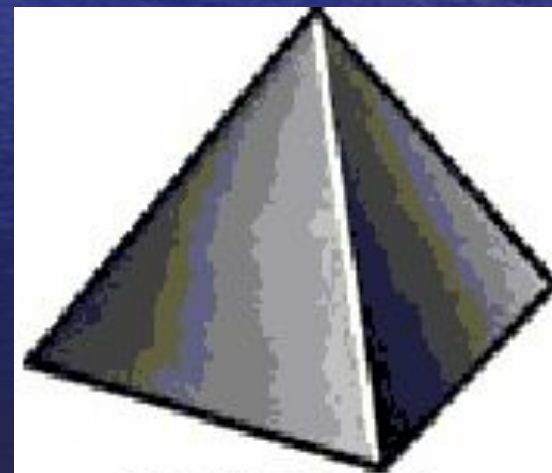
гексаэдр

Земля



икосаэдр

Вода



тетраэдр

Огонь

# Названия

## многогранников

пришли из Древней Греции,  
в них указывается число граней:

«эдра» – грань;

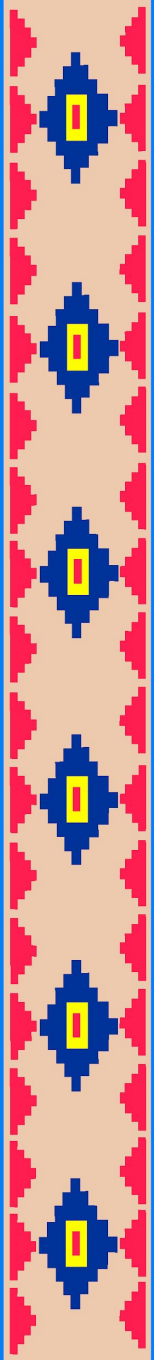
«тетра» – 4,

«гекса» – 6,

«окта» – 8,

«икоса» – 20,

«додека» – 12.



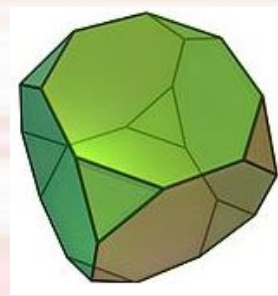
## *Теорема Эйлера.*

*Знаменитый математик Л. Эйлер получил формулу, которая связывает число вершин /В/, граней /Г/ и ребер /Р/ любого многогранника.*

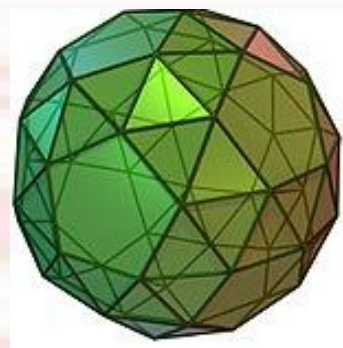
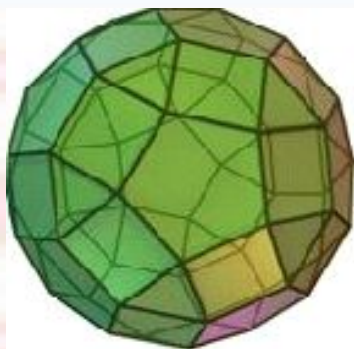
*Простота этой формулы заключается в том, что она не связана ни с расстоянием, ни с углами.*

*Теорема: Если В – количество вершин многогранника, Г – количество граней, а Р количество ребер, то*

$$V + G = P + 2.$$



# Полуправильные многогранники







*Архимед (287 - 212 гг. до н. э.), убедившись в том, что нельзя построить шестой правильный многогранник, стал строить многогранник, у которых гранями являются правильные, но не одноименные многоугольники, а в каждой вершине, как у правильных многогранников, сходится одно и то же число ребер. Так он получил полуправильные многогранники.*

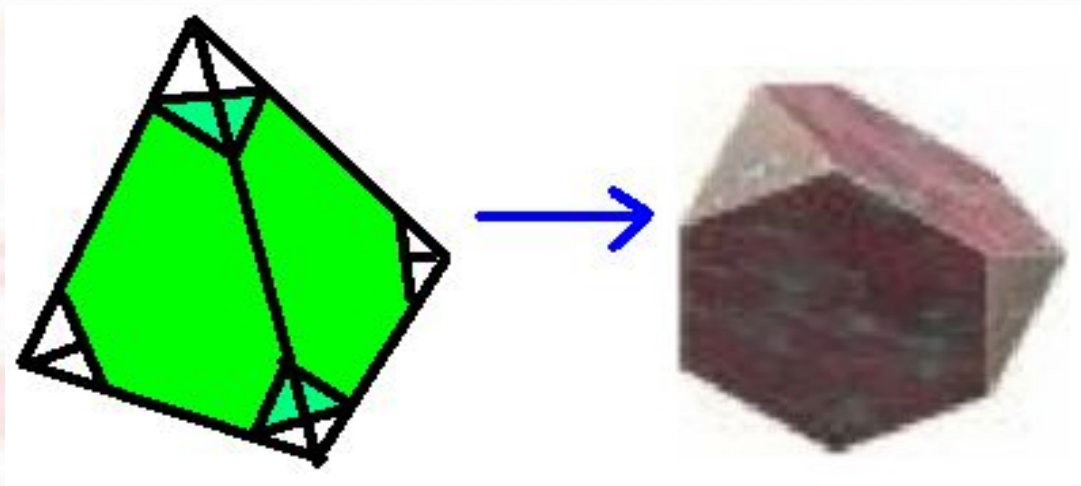
## **Тела Архимеда.**

*Телами Архимеда называют **полуправильные многогранники**. Это такие многогранники, гранями которого являются **правильные многоугольники**, возможно, и с разным числом сторон, и в каждой вершине сходится одинаковое число граней. К полуправильным многогранникам относятся **правильные  $n$ -угольные призмы**, все ребра которых равны. Имеется **14** полуправильных многогранников, **13** из которых, впервые открыл и описал Архимед.*

**Все полуправильные многогранники получаются из правильных многогранников с помощью усечения – операции, состоящей в отсечении плоскостями углов многогранника, т.е. это:**

### **1) Усеченный тетраэдр**

*Грани: 4 треугольников, 4 шестиугольника, 12 вершин, 18 ребер*



# *Тела Архимеда.*

## *Полуправильные многогранники.*

### **2) Усеченный икосаэдр**

*Состоит из 32 граней, из которых  
12 - правильные пятиугольники и  
20 - правильные шестиугольники.*



### **3) Усеченный октаэдр**

*Грани: 6 квадратов,  
8 шестиугольников,  
24 вершины, 36 ребер.*



## *Тела Архимеда. Полуправильные многогранники*

### **4) Усеченный куб**

*Грани: 8 треугольников,  
6 восьмиугольников,  
24 вершины, 36 ребер*



### **5) Усеченный додекаэдр**

*Грани: 20 треугольников,  
12 десятиугольников,  
60 вершины, 90 ребер*



# *Тела Архимеда.*

## *Полуправильные многогранники*

### *6) Кубооктаэдр*

*Грани: 8 треугольников,  
6 квадратов, 12 вершин,  
24 ребра*



### *7) Усеченный икосододекаэдр*

*Грани: 30 квадратов,  
20 шестиугольников,  
12 десятиугольников,  
120 вершины, 180 ребер*



# Тела Архимеда.

## Полуправильные многогранники

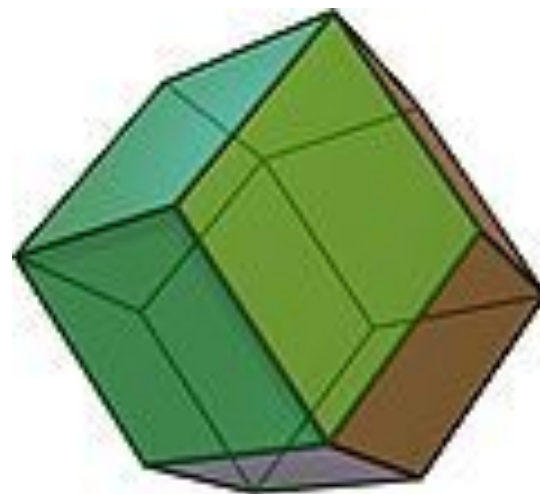
### 8) Икосододекаэдр

Грани: 20 треугольников,  
12 пятиугольников,  
30 вершин, 60 ребер.



### 9) Ромбододекаэдр

Грани: 8 треугольников,  
6 квадратов, 12 вершин, 24 ребра.  
**Ромбододекаэдр – многогранник,  
состоящий из двенадцати граней,  
каждая из которых имеет форму  
ромба.**



# Тела Архимеда. Полуправильные многогранники

## 10) Ромбокубооктаэдр

Грани: 8 треугольников, 18 квадратов, 24 вершин, 48 ребер



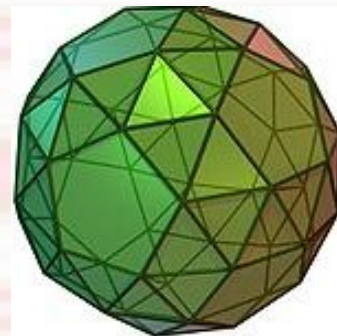
## 11) Курносый куб

Грани: 32 треугольников, 6 квадратов,  
24 вершины, 60 ребер



## 12) Плосконосый (курносый) додекаэдр

Грани: 80 треугольников, 12 пятиугольникоов,  
60 вершин, 150 ребер

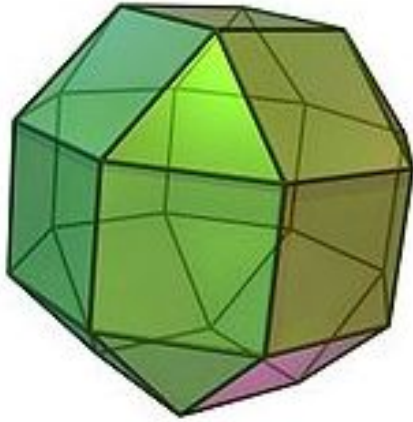




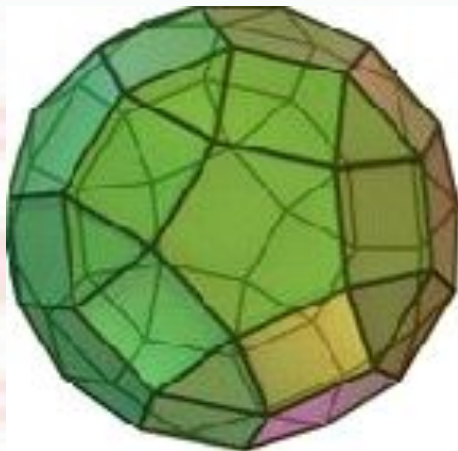
# Тела Архимеда. Полуправильные многогранники

## 13) Ромбокубооктаэдр

Грани: 8 треугольников, 18 квадратов, 24 вершины, 48 ребер



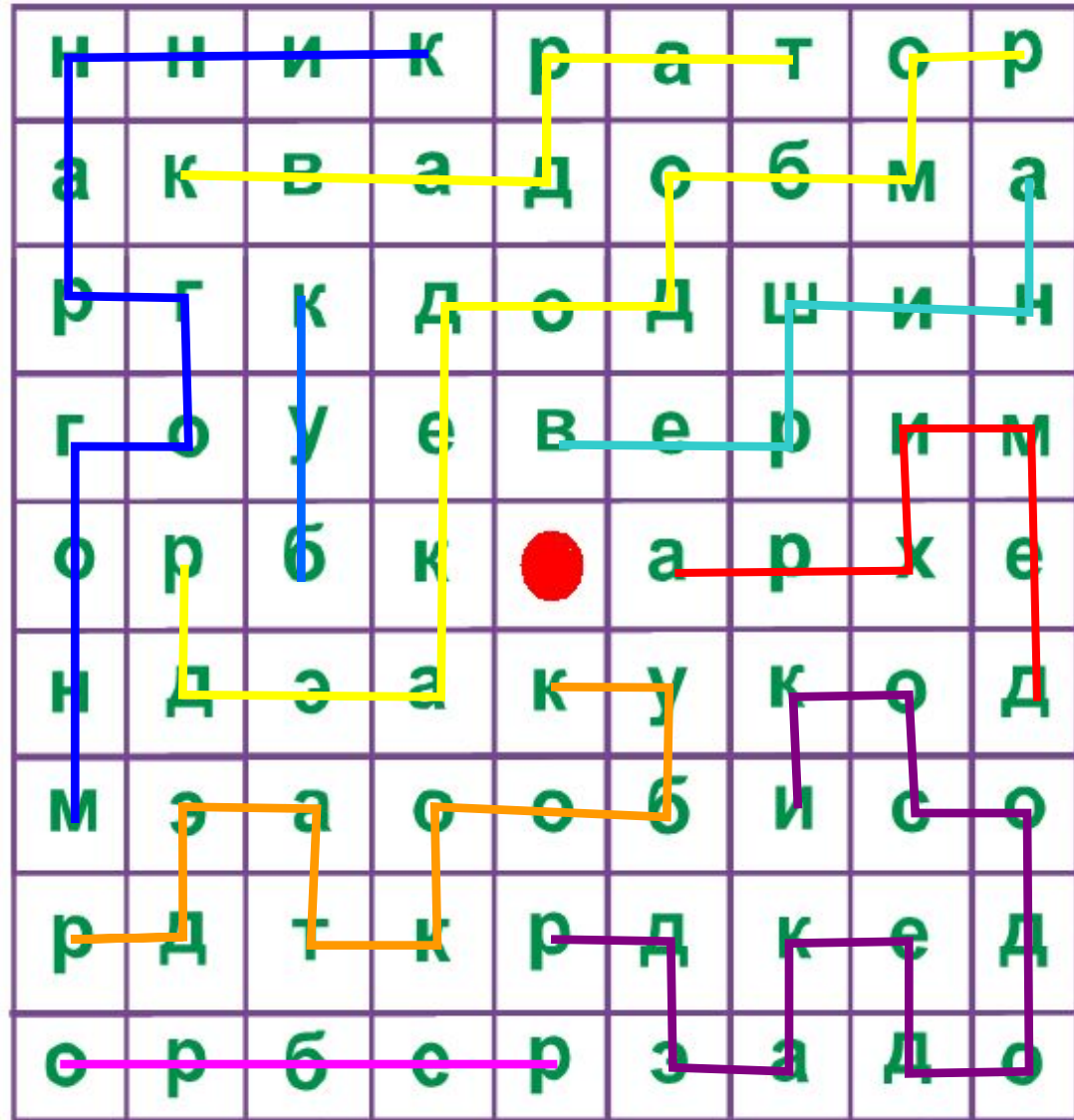
Ромбокубооктаэдр состоит из граней куба октаэдра, к которым добавлены еще 12 квадратов. Если повернуть верхнюю восьмиугольную этого многогранника на 45 градусов, то получится новый полуправильный многогранник, называемый **псевдоархимедовым**, (открыт в середине прошедшего столетия, 2000 лет спустя).



## 14) Ромбоикосододекаэдр

Грани: 20 треугольников, 30 квадратов, 12 пятиугольников; 60 вершин и 120 ребер.

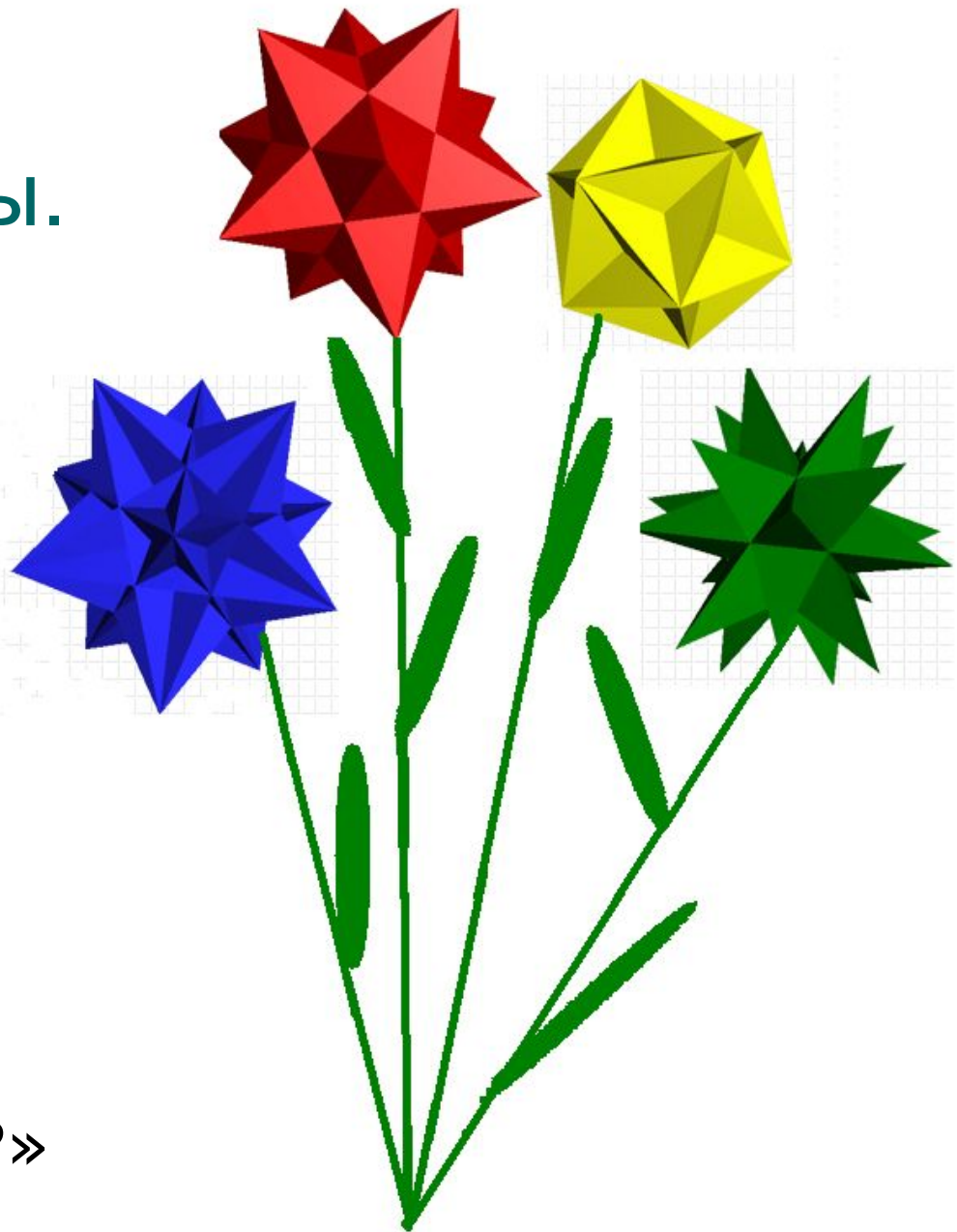
1. Ученый, впервые описавший полуправильные многогранники.
2. Общие стороны смежных граней.
3. Геометрическое тело, поверхность которого состоит из частей плоскостей, ограниченных многоугольниками.
4. Курносый ... .
5. Многогранник, состоящий из двенадцати граней, каждая из которых имеет форму ромба.
6. Этот многогранник имеет 32 грани, 30 вершин и 60 ребер.
7. Какой многогранник имеет 14 граней, 12 вершин, 24 ребра.
8. У усеченного тетраэдра их 12.
9. Усеченный октаэдр имеет 14 граней, 6 из которых это ... .

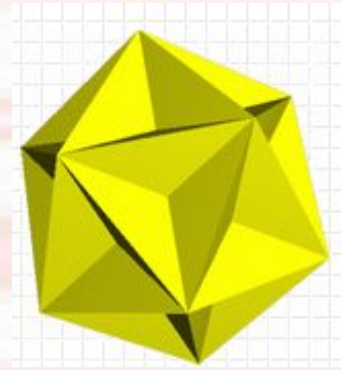


# Необычные бутоны.

---

Посмотри те на букет,  
А чего в нем только нет.  
Разноцветные, прямые,  
Интересные такие.  
Ты садись, не уходи,  
И ответ скорей найди:  
«Что за чудные бутоны  
В нашем классе расцвели?»»





# Звездчатые многогранники



# Открытие звездчатых многогранников.



Кроме правильных и полуправильных многогранников красивые формы имеют так называемые **звездчатые многогранники**. Их всего 4. Первые два были открыты И. Кеплером, а два других почти 200 лет спустя построил **Л. Пуансо** (1777-1859). Именно поэтому правильные **звездчатые многогранники** называются *телами Кеплера - Пуансо*. Они получаются из правильных многогранников продолжением их граней или ребер.



# Звездчатые многогранники.

## Малый звездчатый додекаэдр.



Продолжение ребер додекаэдра приводит к замене каждой грани звездчатым правильным пятиугольником и в результате возникает многогранник, который называется *малым звездчатым додекаэдром*.

# Звездчатые многогранники.

## Большой додекаэдр

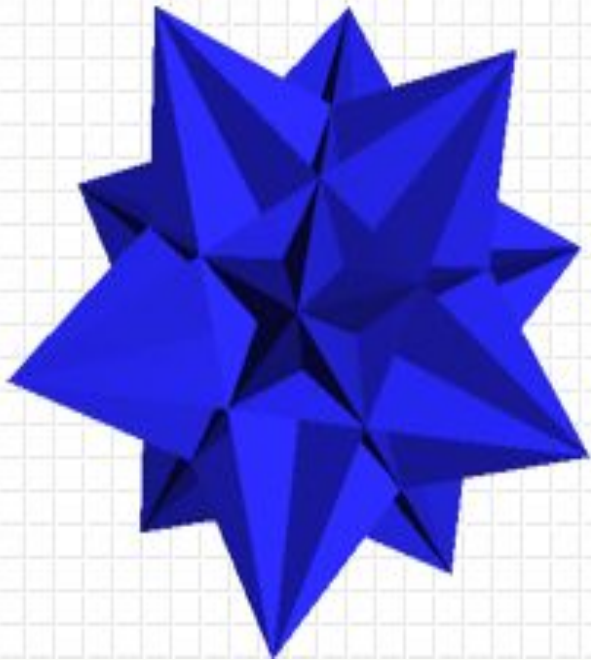


При продолжении граней додекаэдра, если рассматривать правильные пятиугольники, то получится так называемый **большой додекаэдр**. Это геометрическое тело, составленное из 60 равнобедренных треугольников-граней, и имеющий 90 ребер и 32 вершины.

Тогда  $V+Г-R=32+60-90$  равно, как и положено по теореме Эйлера, 2.

# **Звездчатые многогранники.**

## ***Большой звездчатый додекаэдр***

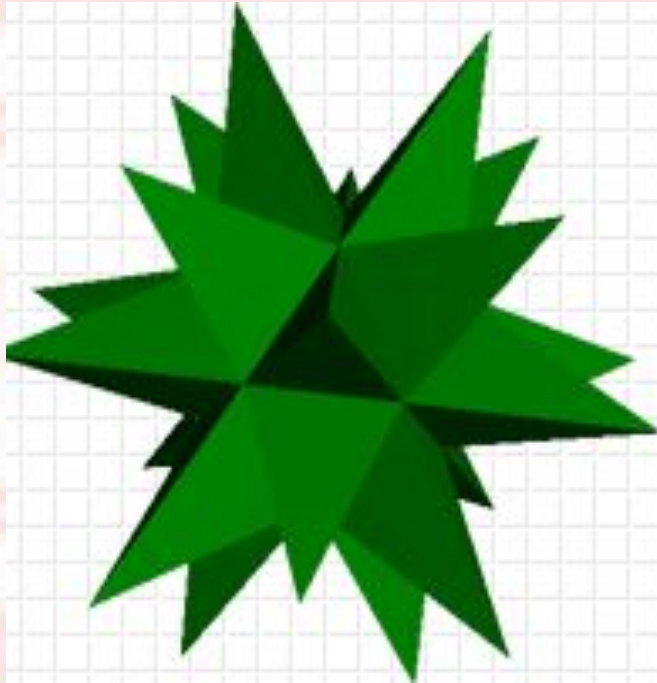


При продолжении граней додекаэдра, если рассматривать в качестве граней рассматривать звездчатые пятиугольники, то получится ***большой звездчатый додекаэдр.***



# Звездчатые многогранники.

## *Большой икосаэдр*



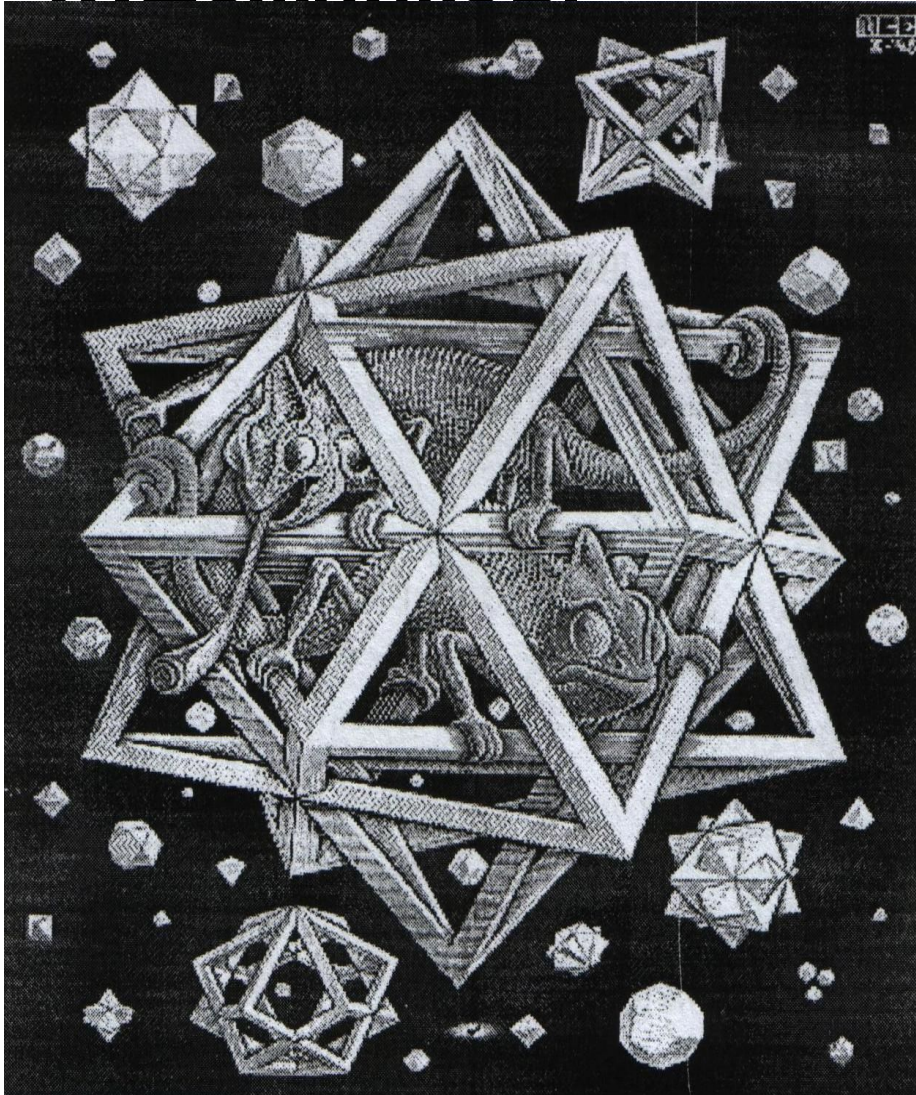
Икосаэдр имеет одну звездчатую форму. При продолжении граней икосаэдра получается *большой икосаэдр*. Он был впервые описан Луи Пуансо в 1809 году.



*Вторая звездчатая форма икосаэдра*

# Тела Кеплера-Пуансо в работах

## ХУДОЖНИКОВ.



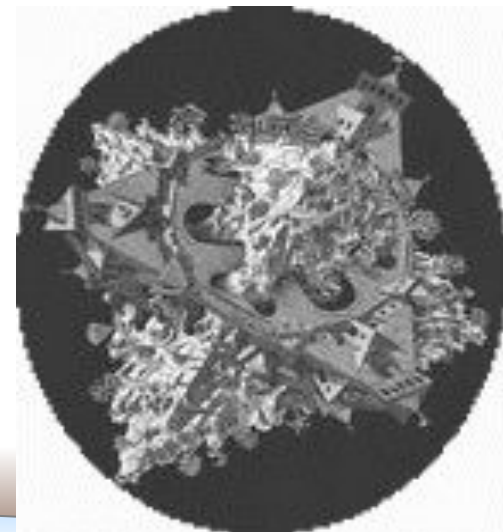
Наиболее интересной из работ является гравюра "Звезды" Эшера, на которой можно увидеть тела, полученные объединением тетраэдров, кубов и октаэдров. Внутри центральной фигуры помещены хамелеоны для того, чтобы затруднить нам восприятие всей фигуры. Этот аспект данной картины является еще одним предметом восхищения математиков творчеством Эшера.

# *Тела Кеплера-Пуансо в работах художников и в жизни.*



На гравюре Маурица Эшера "Порядок и хаос" звездчатый додекаэдр, символ математической красоты и порядка, окружен прозрачной сферой. В ней отражена бессмысленная коллекция бесполезных вещей.

Красота звездчатых фигур находит на удивление мало места в нашей жизни: разве что светильники, да и то очень редко. Даже изготовители елочных украшений не додумались сделать трехмерные звезды, а ими как раз и оказались бы эти многогранники.



A tiger with its mouth wide open, roaring, is the central focus of the image. The tiger's fur is detailed with orange, black, and white stripes. The background is a deep black space filled with numerous small, bright stars. In the lower portion of the image, several colorful planets are visible: a large green and blue planet in the bottom left, a purple planet in the center, and a ringed planet (resembling Saturn) in the bottom right. The text "Тест 'Звездчатые многогранники'" is overlaid in a large, white, stylized font with a yellow outline, positioned across the middle of the image.

# Тест "Звездчатые многогранники"



## Контроль уровня усвоения знания.

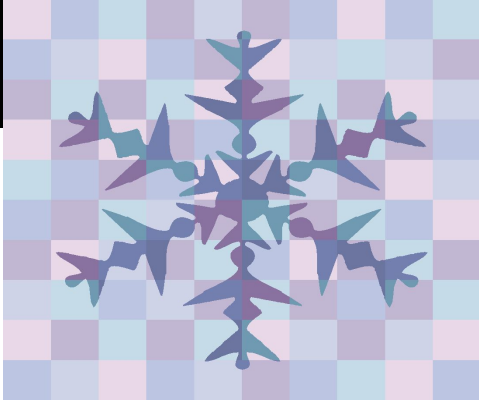

- *Немой трактат геометрии.*
- *В переводе с греческого языка этот многоугольник означает “четырёхугольник”.*
- *В школе Пифагора этот многогранник символизировал воду.*
- *Каким многоугольникам посвящена 13-ая книга “Начал” Евклида?*
- *В его известной гравюре А. Дюрера «Меланхолия» на переднем плане был изображен этот многогранник.*
- *Какое 2-ое название получили полуправильные многогранники?*
- *Сколько полуправильных многогранников открыл и описал Архимед?*
- *Кем были открыты звездчатые многогранники?*
- *Сколько насчитывается звездчатых многогранников?*
- *На гравюре Маурица Эшера “Порядок и хаос” изображен именно этот многогранник?*

## ***Заключение.***

«Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства».

Бертран Рассел

- Геометрия: Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений, Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.. – 11 издание. – М.: Просвещение, АО «Московские учебники», 2002 г. – 206 с.
- Большой справочник школьника, 3-е издание.–М.: Дрофа, 1981 г. – 532с.
- Смирнова И.М. Геометрии 10-11 (для гуманитарных классов) - М.: Мнемозина, 2006.
- «История математики в школе, IX – X классы», Г.И.Глейзер, М. «Просвещение», 1983 год.
- <http://wiki.web.ru>.Геовикипедия.
- [http:// Википедия.ru](http://Википедия.ru).
- Геометрия для школьников и абитуриентов. Справочник по элементарной математике.Фильчакова Ф.П. – Киев.: Наукова думка, 1966 г. – 445с.



Спасибо за  
ВНИМАНИЕ !

