Основы математической обработки информации

Рогозин Сергей Анатольевич,

старший преподаватель кафедры информатики ЮУрГГПУ

План

- 1. Математическая логика как самостоятельный раздел математики
- 2. Высказывания и операции над ними

1. Математическая логика как самостоятельный раздел математики

- Язык математики- **математическая логика**

- **Основатели логики** – Зенон и Сократ

- **Математическая логика** – теория, изучающая правила вывода с помощью специального аппарата символов и исчислений (формализованных языков).

- Символы математики называют **кванторами**.

Основные кванторы

Название	Обозначение

Основные кванторы

Название	Обозначение
Любой, всякий, для любого	$\forall$

Основные кванторы

Название	Обозначение
Любой, всякий, для любого	$\forall$
Существует, имеет место	$\exists$

Основные кванторы

Название	**Обозначение**
Любой, всякий, для любого	$\forall$
Существует, имеет место	$\exists$
Существует один и только один	$\exists!$

Основные кванторы

Название	**Обозначение**
Любой, всякий, для любого	$\forall$
Существует, имеет место	$\exists$
Существует один и только один	$\exists\,!$
Отсюда следует, следовательно, если ..., то...	$\Rightarrow$

Основные кванторы

Название	Обозначение
Любой, всякий, для любого	$\forall$
Существует, имеет место	$\exists$
Существует один и только один	$\exists\,!$
Отсюда следует, следовательно, если ..., то...	$\Rightarrow$
Равно, равенство	$=$

Основные кванторы

Название	**Обозначение**
Любой, всякий, для любого	$\forall$
Существует, имеет место	$\exists$
Существует один и только один	$\exists\,!$
Отсюда следует, следовательно, если ..., то...	$\Rightarrow$
Равно, равенство	$=$
Тождественно равен, равен по определению, тождество	$\equiv$

Основные кванторы

Название	**Обозначение**
Любой, всякий, для любого	$\forall$
Существует, имеет место	$\exists$
Существует один и только один	$\exists\,!$
Отсюда следует, следовательно, если ..., то...	$\Rightarrow$
Равно, равенство	$=$
Тождественно равен, равен по определению, тождество	$\equiv$
...	

2. Высказывания и операции над ними

- Основными объектами, которые изучает математическая логика, являются **высказывания.**

- **Высказывание – повествовательное утвердительное** предложение, относительно которого можно с уверенностью сказать, является оно **истинным** или **ложным**.

- A, B, C, D … – высказывания

- *Пример*: Сегодня проводится дистанционная лекция по дисциплине «Математическая логика»
- *Является ли данное предложение высказыванием?*
- Ответ: да, является. Данное предложение **повествовательное**, **утвердительное**, и относительно его можно сказать, является оно **истинным** или **ложным**.

Операции в алгебре логики в порядке убывания приоритета

Операция	Связка	Обозначение	Правило чтения

Операции в алгебре логики в порядке убывания приоритета

Операция	Связка	Обозначение	Правило чтения
Отрицание (инверсия)	НЕ	$\overline{A}$	Не **А**

Операции в алгебре логики в порядке убывания приоритета

Операция	Связка	Обозначение	Правило чтения
Отрицание (инверсия)	НЕ	$\overline{A}$	Не **А**
Конъюнкция	И	$A \wedge B$	**А** и **В**

Операции в алгебре логики в порядке убывания приоритета

Операция	Связка	Обозначение	Правило чтения
Отрицание (инверсия)	НЕ	$\overline{A}$	Не **А**
Конъюнкция	И	$A \wedge B$	**А** и **В**
Дизъюнкция	ИЛИ	$A \vee B$	**А** или **В**

Операции в алгебре логики в порядке убывания приоритета

Операция	Связка	Обозначение	Правило чтения
Отрицание (инверсия)	НЕ	$\overline{A}$	Не **А**
Конъюнкция	И	$A \wedge B$	**А** и **В**
Дизъюнкция	ИЛИ	$A \vee B$	**А** или **В**
Импликация	Если …, то …	$A \Rightarrow B$	Если **А**, то **В**

Операции в алгебре логики в порядке убывания приоритета

Операция	Связка	Обозначение	Правило чтения
Отрицание (инверсия)	НЕ	$\overline{A}$	Не **А**
Конъюнкция	И	$A \wedge B$	**А** и **В**
Дизъюнкция	ИЛИ	$A \vee B$	**А** или **В**
Импликация	Если …, то …	$A \Rightarrow B$	Если **А**, то **В**
Эквиваленция	… тогда и только тогда, когда …	$A \Leftrightarrow B$	**А** тогда и только тогда, когда **В**

Как обозначаются истинность и ложность высказывания?

- И – **истина** (true) - **1**
- Л – **ложь** (false) - **0**

- **Количество состояний при составлении таблицы истинности определяется по формуле 2^n, где n – число высказываний**

Таблица истинности для отрицания

A	$\overline{A}$
0	1
1	0

Таблица истинности для конъюнкции

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Таблица истинности для дизъюнкции

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Таблица истинности для импликации

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Таблица истинности для эквиваленции

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

- На следующем слайде выделены те строки, которые необходимо запомнить

Таблица истинности для отрицания

A	$\overline{A}$
0	**1**
1	**0**

Таблица истинности для конъюнкции

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	**1**	**1**

Таблица истинности для дизъюнкции

A	B	$A \vee B$
0	**0**	**0**
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Таблица истинности для импликации

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	**0**	**0**
1	1	1

Таблица истинности для эквиваленции

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	**0**	**1**
0	1	0
1	0	0
1	**1**	**1**

Основные свойства операций

- Свойство отрицания:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

- Свойства конъюнкции:
  - Коммутативность $A \wedge B = B \wedge A$
  - Ассоциативность $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$
  - Идемпотентность $A \wedge A = A$

- <u>Свойства дизъюнкции:</u>
  - Коммутативность $A \vee B = B \vee A$
  - Ассоциативность $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
  - Идемпотентность $A \vee A = A$

– Дистрибутивность конъюнкции относительно дизъюнкции

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

– Дистрибутивность дизъюнкции относительно конъюнкции

$$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$$

Докажем:

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$$

Чтобы доказать данное равенство, построим таблицу истинности. Докажем, что левая часть равенства равняется правой.

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$		$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0						
0	0	1						
0	1	0						
0	1	1						
1	0	0						
1	0	1						
1	1	0						
1	1	1						

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$		$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	**0**	**0**	**0**					
0	0	1	1					
0	1	0	1					
0	1	1	1					
1	**0**	**0**	**0**					
1	0	1	1					
1	1	0	1					
1	1	1	1					

A	**B**	**C**	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	0			
0	0	1	1	0			
0	1	0	1	0			
0	1	1	1	0			
1	0	0	0	0			
1	0	1	**1**	**1**			
1	1	0	**1**	**1**			
1	1	1	**1**	**1**			

A	**B**	**C**	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$	$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	0	0		
0	0	1	1	0	0		
0	1	0	1	0	0		
0	1	1	1	0	0		
1	0	0	0	0	0		
1	0	1	1	1	0		
1	**1**	0	1	1	**1**		
1	**1**	1	1	1	**1**		

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$		$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	0		0	0	
0	0	1	1	0		0	0	
0	1	0	1	0		0	0	
0	1	1	1	0		0	0	
1	0	0	0	0		0	0	
1	0	**1**	1	1		0	**1**	
1	1	0	1	1		1	0	
1	1	**1**	1	1		1	**1**	

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$		$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	0		**0**	**0**	**0**
0	0	1	1	0		**0**	**0**	**0**
0	1	0	1	0		**0**	**0**	**0**
0	1	1	1	0		**0**	**0**	**0**
1	0	0	0	0		**0**	**0**	**0**
1	0	1	1	1		0	1	1
1	1	0	1	1		1	0	1
1	1	1	1	1		1	1	1

A	B	C	$B \vee C$	$A \wedge (B \vee C)$		$A \wedge B$	$A \wedge C$	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$
0	0	0	0	**0**		0	0	**0**
0	0	1	1	**0**		0	0	**0**
0	1	0	1	**0**		0	0	**0**
0	1	1	1	**0**		0	0	**0**
1	0	0	0	**0**		0	0	**0**
1	0	1	1	**1**		0	1	**1**
1	1	0	1	**1**		1	0	**1**
1	1	1	1	**1**		1	1	**1**

Т.к. значения левой и правой частей равенства у нас совпадают, значит мы доказали данное равенство