

ЛЕКЦИЯ 12

Тема 1.10. Сложное движение точки. Сложное движение твердого тела

Иметь представление о системах координат, об абсолютном, относительном и переносном движениях.

Знать разложение сложного движения на относительное и переносное, теорему сложения скоростей.

Знать разложение плоскопараллельного движения на поступательное и вращательное, способы определения мгновенного центра скоростей.

Основные определения

Сложным движением считают движение, которое можно разложить на несколько простых.

Простыми движениями считают поступательное и вращательное.

Для рассмотрения сложного движения точки выбирают две системы отсчета:

подвижную и неподвижную.

Движение точки (тела) относительно *неподвижной* системы отсчета называют *сложным*, или *абсолютным*.

Подвижную систему отсчета обычно связывают с движущимся телом. Движение *подвижной* системы отсчета относительно неподвижной называют *переносным*.

Движение материальной точки (тела) по отношению к подвижной системе называют *относительным*.

Примером может служить движение человека по эскалатору метро. Движение эскалатора — переносное движение, движение человека вниз или вверх по эскалатору — относительное, а движение по отношению к неподвижным стенам станции — сложное (абсолютное) движение.

При решении задач используют теорему о сложении скоростей:

При сложном движении точки абсолютная скорость в каждый момент времени равна геометрической сумме переносной (v_e) и относительной (v_r) скоростей:

$$v = \sqrt{v_e^2 + v_r^2 + 2v_e v_r \cos \alpha},$$

α — угол между векторами v_e и v_r .

Плоскопараллельное движение твердого тела

Плоскопараллельным, или плоским, называется такое движение твердого тела, при котором все точки тела перемещаются параллельно некоторой неподвижной в рассматриваемой системе отсчета плоскости.



Плоскопараллельное движение можно изучать, рассматривая любое плоское сечение тела, параллельное неподвижной плоскости, называемой *основной* (рис. 12.1).

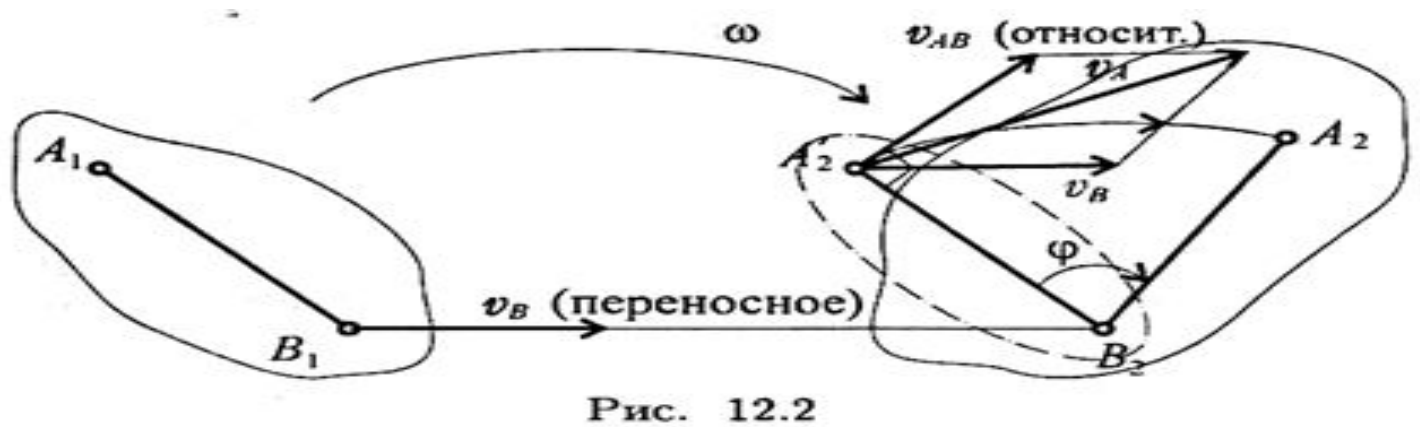
Все точки тела, расположенные на прямой, перпендикулярной к основной плоскости, движутся одинаково.

Плоскопараллельное движение изучается двумя методами: методом разложения сложного движения на поступательное и вращательное и методом мгновенных центров скоростей.

Метод разложения сложного движения на поступательное и вращательное

Плоскопараллельное движение раскладывают на два движения: *поступательное* вместе с некоторым полюсом и *вращательное* относительно этого полюса.

Разложение используют для определения скорости любой точки тела, применяя теорему о сложении скоростей (рис. 12.2).



Точка A движется вместе с точкой B , а затем поворачивается вокруг B с угловой скоростью ω , тогда абсолютная скорость точки A будет равна

$$v_A = v_B + v_{AB}, \quad v_{AB} = \omega r \quad (r = AB).$$

Примером плоскопараллельного движения может быть движение колеса на прямолинейном участке дороги (рис. 12.3).

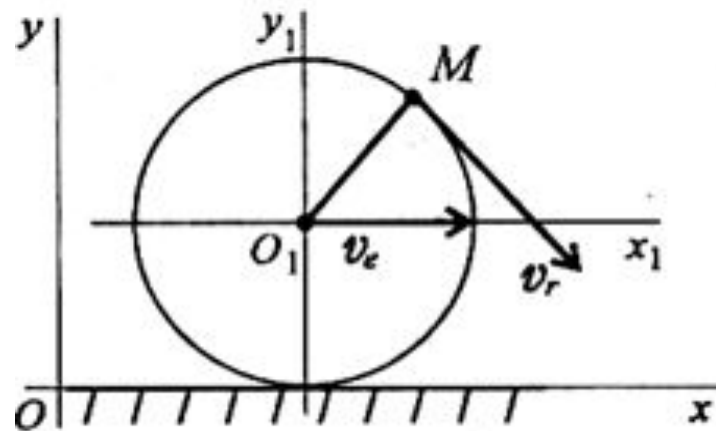
Скорость точки M

$$v_M = v_e + v_r,$$

v_e — скорость центра колеса переносная; v_r — скорость вокруг центра относительная.

yOx — неподвижная система координат,

$y_1O_1x_1$ — подвижная система координат, связанная с осью колеса.



Метод определения мгновенного центра скоростей

Скорость любой точки тела можно определять с помощью мгновенного центра скоростей. При этом сложное движение представляют в виде цепи вращений вокруг разных центров.

Задача сводится к определению положения мгновенного центра вращений (скоростей) (рис. 12.4).

Мгновенным центром скоростей (МЦС) является точка на плоскости, абсолютная скорость которой в данный момент равна нулю.

Вокруг этой точки тело совершает поворот со скоростью ω .

Скорость точки A в данный момент равна

$$v_A = \omega OA,$$

т.к. v_A — линейная скорость точки A , вращающейся вокруг МЦС.

Существуют три способа определения положения мгновенного центра скоростей.

Первый способ. Известна скорость одной точки тела v_A и угловая скорость вращения тела ω (рис. 12.5).

Точку O находим на перпендикуляре к вектору скорости v_A :

$$AO = v_A / \omega$$

Соединяем точку O с точкой B , измеряем расстояние OB .

$$v_B \perp OB, v_B = \omega OB.$$

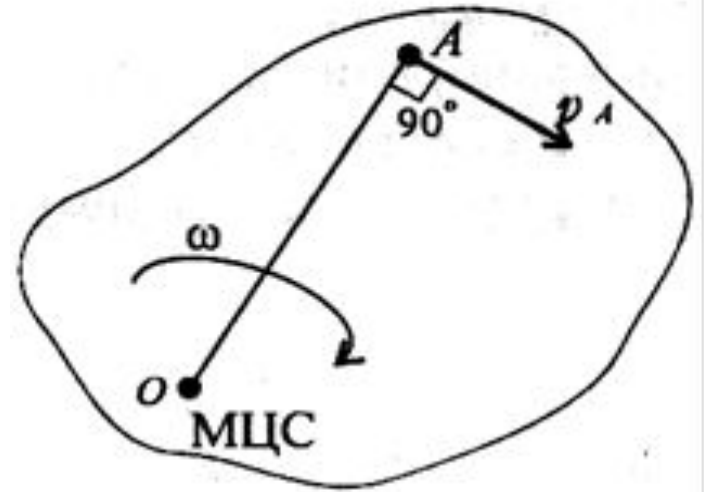


Рис. 12.4

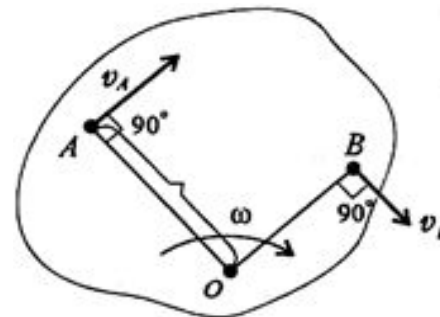


Рис. 12.5

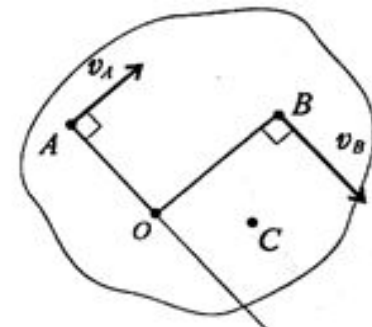


Рис. 12.6

Второй способ. Известны скорости двух точек тела v_A и v_B , и они не параллельны (рис. 12.6).

Проводим из точек A и B два перпендикуляра к известным векторам скоростей.

На пересечении перпендикуляров находим МЦС. Далее можно найти скорость любой точки C

$$v_C/v_B = OC/OB$$

Третий способ. Известны скорости двух точек тела, и они параллельны ($v_A \parallel v_B$) (рис. 12.7).

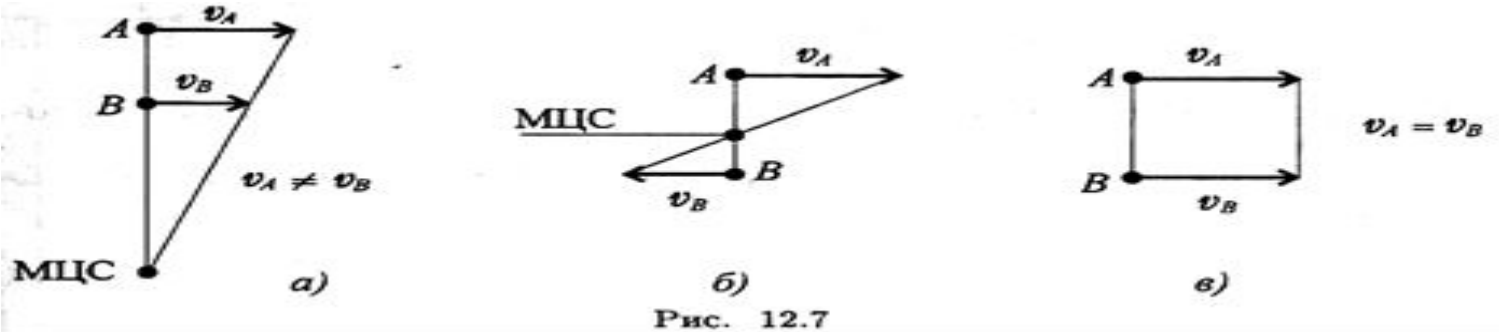


Рис. 12.7

Соединяем концы векторов, МЦС находится на пересечении линии, соединяющей концы векторов с линией АВ (рис. 12.7). При поступательном движении тела (рис. 12.7в) МЦС отсутствует.

Примеры решения задач

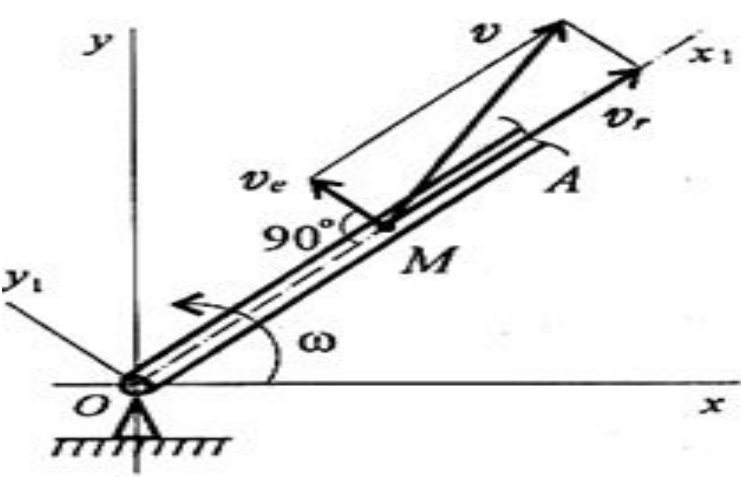


Рис. 12.8

Пример 1. Рассмотрим механизм, в котором стержень

ОА вращается вокруг точки O со скоростью ω .

Вдоль стержня перемещается ползун M со скоростью v_M (рис. 12.8). Определить абсолютную скорость точки M .

Решение

Относительное движение — вдоль стержня; скорость

$$v_r = v_M$$

Переносное движение — вращение стержня; скорость

$v_e = \omega OM$. Скорость абсолютного движения

$$v = \sqrt{v_e^2 + v_r^2}$$

Пример 2. Стержень AB соскальзывает вниз, опираясь концами о стену и пол (рис. 12.9).

Длина стержня 1,5 м; в момент, изображенный на чертеже, скорость точки B v_B — 3 м/с. Найти скорость точки A .

Решение

Найдем положение МЦС. Скорости точек A и B направлены вдоль стены и вдоль пола. Восстанавливая перпендикуляры к векторам скоростей, находим МЦС.

По известной скорости v_B определяем угловую скорость ω стержня:

$$\omega = \frac{v_B}{OB}; \quad OB = AB \sin 30^\circ = 0,75 \text{ м}; \quad \omega = \frac{3}{0,75} = 4 \text{ рад/с.}$$

3. Скорость точки A :

$$v_A = \omega OA; \quad OA = AB \cos 30^\circ \approx 1,3 \text{ м};$$

$$v_A = 4 \cdot 1,3 \approx 5,2 \text{ м/с.}$$

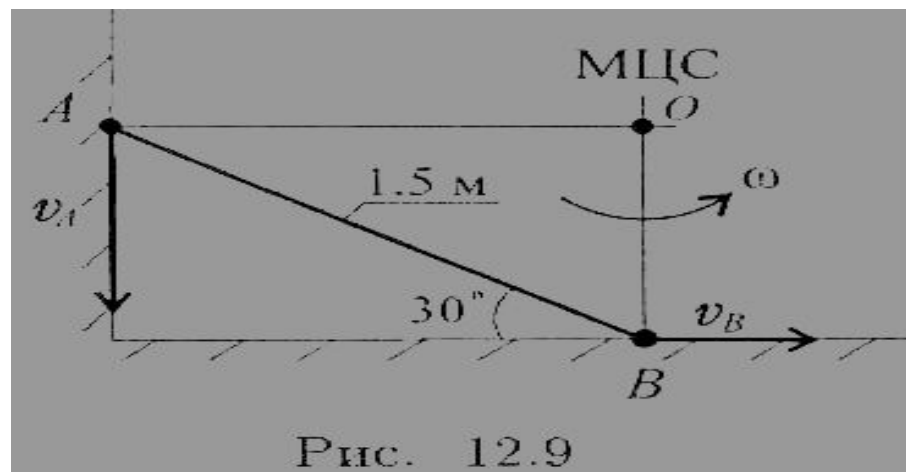


Рис. 12.9

Сложное движение точки

Пример 3. Лодочник, переправляясь через реку, направил лодку под углом $\varphi = 45^\circ$ к направлению течения (рис. 1.48). В стоячей воде лодка движется со скоростью 3 м/с. Скорость течения реки 1 м/с. Определить абсолютную скорость движения лодки, а также время, в течение которого лодка переплывет реку шириной $l = 360$ м.

Решение

Относительно берега лодка совершает сложное движение: относительно потока воды и одновременно с потоком воды. Движение лодки относительно потока (как бы в стоячей воде) — относительное, движение ее вместе с потоком — переносное. Тогда $v_r = 3$ м/с, $v_e = 1$ м/с. Как известно,

$$\bar{v} = \bar{v}_e + \bar{v}_r.$$

Графическое определение

абсолютной скорости лодки представлено на рис. 1.48.

Модуль абсолютной скорости вычисляется по формуле

$$v = \sqrt{v_e^2 + v_r^2 + 2v_e v_r \cos \varphi}$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$v = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 0,707} = \sqrt{14,24} = 3,78 \text{ м/с.}$$

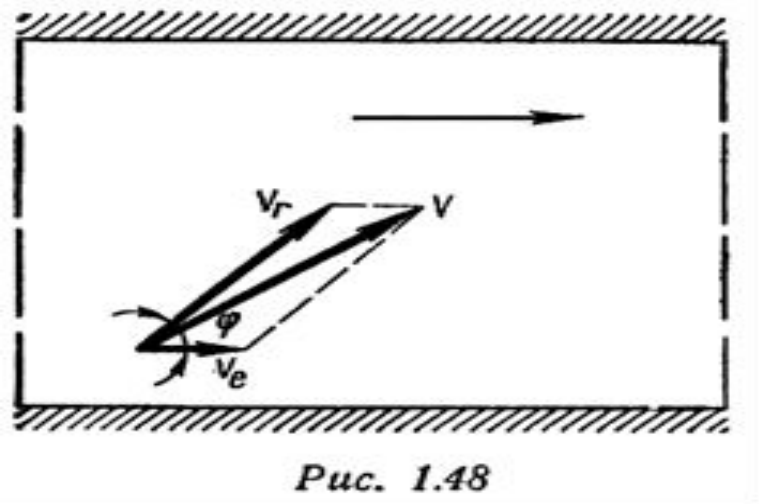


Рис. 1.48

Чтобы определить время, за которое лодка пересечет реку, необходимо найти составляющую скорости v_1 поперек течения реки:

$$v_1 = v \cdot \cos 45^\circ = 3 \cdot 0,707 = 2,12 \text{ м/с.}$$

Время движения лодки

$$t = l/v_1 = 360/2,12 = 170 \text{ с} = 2 \text{ мин } 50 \text{ с.}$$

Пример 7. В кривошипно-кулисном механизме с

поступательно движущейся по вертикали кулисой частота вращения кривошипа OA $n = 90$ об/мин (рис. 1.49, а).

Длина кривошипа $CM = 0,3$ м. Конец кривошипа соединен шарнирно с ползуном A , скользящим по горизонтальному пазу кулисы.

Определить скорость кулисы в тот момент, когда кривошип образует с вертикальной осью движения кулисы угол $\alpha = 50^\circ$.

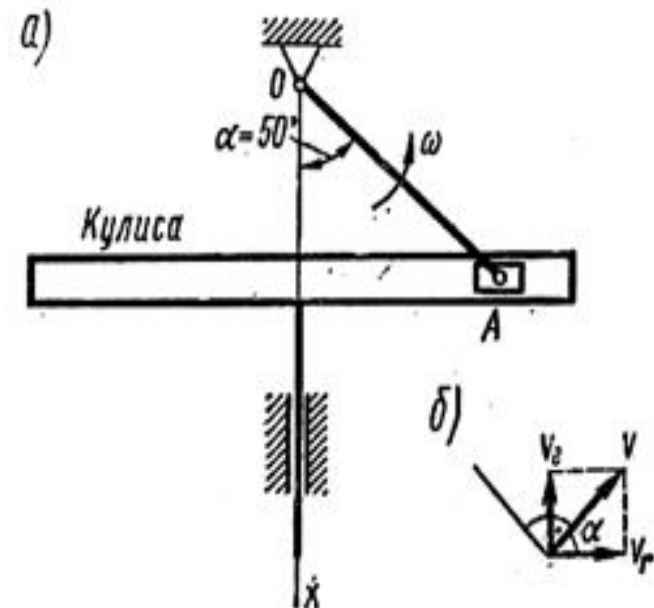


Рис. 1.49

Решение

Движение точки A вместе с кривошипом считаем сложным; оно получается в результате сложения:

а) движения точки A вместе с кулисой в ее возвратно-поступательном движении вдоль оси x (переносном движении);

б) движения точки A вместе с кулисным камнем, движущимся возвратно-поступательно в прорези кулисы в направлении, перпендикулярном оси x (относительном движении).

На рис. 1.49, б представлено графическое решение задачи.

$$v = \omega \cdot OA = (\pi n / 30) OA = (3,14 \cdot 90 / 30) 0,3 = 2,83 \text{ м/с.}$$

Как видно из рис 1.49, б,

$$v_x = v \sin \alpha = 2,83 \sin 50^\circ = 2,16 \text{ м/с.}$$

Контрольные вопросы и задания

Какое движение называют сложным?

Какие движения твердого тела называют простыми?

Какие системы координат выбирают при определении скоростей твердых тел при сложном движении?

Какое движение считают переносным, а какое — относительным?

Сформулируйте теорему сложения скоростей.

Какое движение называют плоским?

Какие способы применяют для определения скоростей точек тела при плоскопараллельном движении?

Что такое мгновенный центр скоростей, как его определяют и для чего используют?

Ответьте на вопросы тестового задания.