



Тема: Показатели надежности  
невосстанавливаемых и восстанавливаемых  
объектов

Вопросы:

1. ПН невосстанавливаемых объектов
2. ПН восстанавливаемых объектов



● Наиболее важные ПН невосстанавливаемых объектов:

1) вероятность безотказной работы и вероятность отказа;

2) частота отказов или плотность распределения отказов;

3) интенсивность отказов;

4) средняя наработка до отказа.

● ПН (безотказности) представляются в двух формах:

- вероятностной;
- статистические (выборочные) оценки.

- **Статистические оценки** показателей получаются по результатам испытаний на надежность.

*Допустим, что в ходе испытаний какого-то числа однотипных объектов получено конечное число интересующего нас параметра – наработки до отказа. Полученные числа представляют собой выборку некоего объема из общей «генеральной совокупности», имеющей неограниченный объем данных о наработке до отказа объекта.*

- Количественные показатели, определенные для «генеральной совокупности», являются **истинными (вероятностными) показателями**, поскольку объективно характеризуют случайную величину – наработку до отказа.
- Показатели, определенные для выборки, и, позволяющие сделать какие-то выводы о случайной величине, являются **выборочными (статистическими) оценками**. Очевидно, что при достаточно большом числе испытаний оценки приближаются к вероятностным показателям.
- Вероятностная форма представления показателей удобна при аналитических расчетах, а статистическая – при экспериментальном исследовании надежности.

# Вероятность отказа и вероятность безотказной работы

**Вероятность отказа (ВО)  $Q(t)$**  - вероятность того, что в течение определенного интервала времени  $t$  в реальных условиях эксплуатации в системе произойдет хотя бы один отказ.

**Вероятность безотказной работы (ВБР)  $P(t)$**  - вероятность того, что в течение определенного интервала времени  $t$  в реальных условиях эксплуатации в системе не произойдет ни одного отказа.

$$P(t) = 1 - Q(t) .$$

# Вероятность отказа и вероятность безотказной работы

Статистическая оценка ВБР (эмпирическая функция надежности) определяется формулой:

$$\bar{P}(t) = \frac{N_0 - n(t)}{N_0} ,$$

где  $N_0$  - число изделий вначале испытаний,  $n(t)$  - число отказавших изделий.

Оценку ВБР можно рассматривать как показатель доли работоспособных объектов к моменту наработки  $t$ .

ВБР является убывающей, а ВО – возрастающей функцией наработки.

# Частота отказов или плотность распределения отказов

Производная от ВО является **частотой отказов** или **плотностью распределения отказов (ПРО)**:

$$a(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

$$a(t) = -\frac{dP(t)}{dt}$$

$$Q(t) = \int_0^t a(t) dt$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t a(t) dt$$

**Статистическая оценка частоты отказов** или ПРО  $a(t)$  определяется отношением числа отказавших изделий за интервал наработки  $n(\Delta t)$  к произведению общего числа объектов  $N_0$  на длительность интервала наработки  $\Delta t$ :

$$\bar{a}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t}$$

# Интенсивность отказов

Вероятностное определение интенсивности отказов (ИО) определяется выражением

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)}$$

**ИО** представляет собой условную плотность вероятности отказов или «мгновенную» частоту отказов системы в момент времени  $t$  при условии, что до момента  $t$  отказы в системе отсутствовали.

**Уравнение связи основных ПН** имеет вид:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

$$a(t) = \lambda(t) \cdot e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$$

# Интенсивность отказов

Статистическая оценка ИО определяется отношением числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий, исправно работающих за данный период времени:

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N_{cp} \cdot \Delta t}$$

где  $N_{cp} = \frac{1}{2}(N_i + N_{i+1})$  - среднее число исправно работающих изделий в интервале  $\Delta t$ ;

$N_i$  - число исправно работающих изделий в начале интервала  $\Delta t$ ;

$N_{i+1}$  - число исправно работающих изделий в конце интервала  $\Delta t$ .

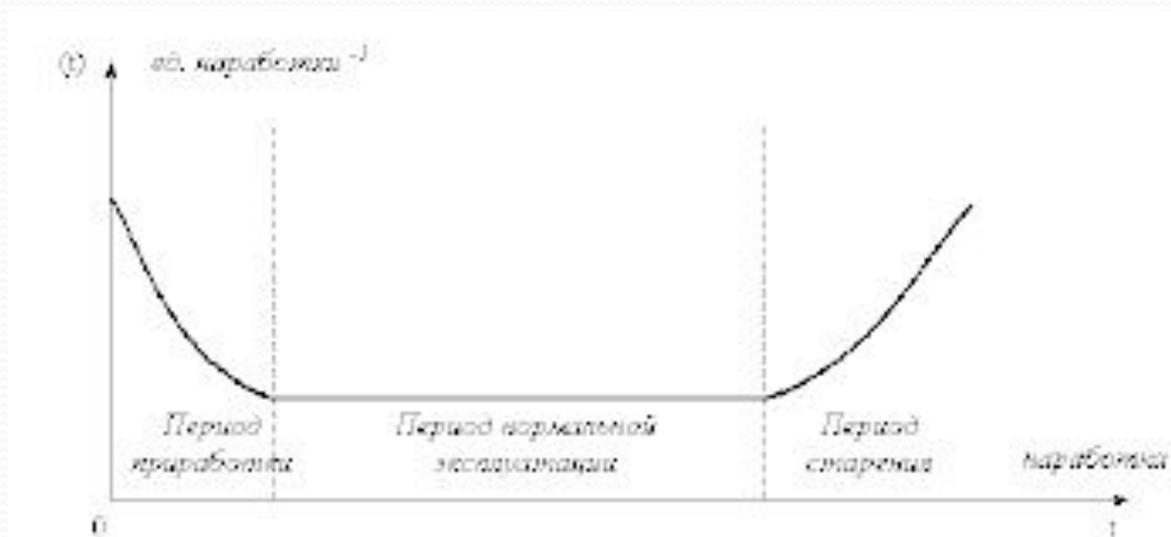
# Интенсивность отказов

Табл.1.1. Связь между показателями надежности

	$P(t)$	$Q(t)$	$a(t)$	$\lambda(t)$
$P(t)$	1	$1 - Q(t)$	$1 - \int_0^t a(t) dt$	$e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$
$Q(t)$	$1 - P(t)$	1	$\int_0^t a(t) dt$	$1 - e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$
$a(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt}$	$\frac{dQ(t)}{dt}$	1	$\lambda(t) \cdot e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$
$\lambda(t)$	$-\frac{dP(t)}{dt} \cdot \frac{1}{P(t)}$	$\frac{dQ(t)}{dt} \cdot \frac{1}{1 - Q(t)}$	$\frac{a(t)}{1 - \int_0^t a(t) dt}$	1

# Интенсивность отказов

Опыт эксплуатации показывает, что изменение ИО  $\lambda(t)$  подавляющего большинства объектов описывается U – образной кривой:



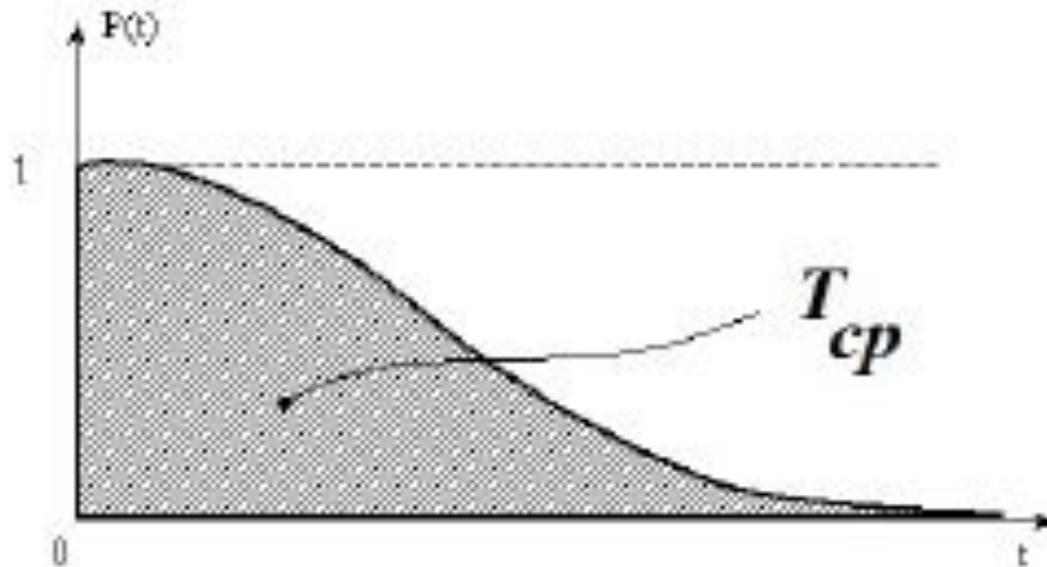
Кривую можно условно разделить на три характерных участка:  
первый – **период приработки**,  
второй – **период нормальной эксплуатации**  $\lambda(t)=const$ ,  
третий – **период старения объекта**.

# Среднее время наработки до первого отказа (средняя наработка до отказа)

При *вероятностном* определении **средняя наработка до отказа** представляет собой математическое ожидание (МО) случайной величины  $T$  и определяется:

$$T_{cp} = M[T] = \int_0^{\infty} t \cdot a(t) dt$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt$$



# Среднее время наработки до первого отказа (средняя наработка до отказа)

Статистическая оценка средней наработки до отказа :

$$\bar{T}_{cp} = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i,$$

где  $t_i$  - время безотказной работы (наработка до отказа)  $i$ -ого элемента;

$N_0$  - число испытываемых элементов.

$$\bar{T}_{cp} = \frac{1}{N_{omk}} \sum_{i=1}^m n(\Delta t_i) \cdot t_{cp_i},$$

где  $N_{omk}$  - общее число отказавших изделий,

$n(\Delta t_i)$  - количество вышедших из строя изделий в каждом интервале  $\Delta t_i$ ,

$m = \frac{t_K}{\Delta t}$ ,  $t_K$  - время, в течение которого вышли из строя все изделия,

$\Delta t = t_i - t_{i-1}$  - интервал времени,  $t_{i-1}$  - время начала  $i$ -го интервала,

$t_i$  - время конца  $i$ -го интервала,  $t_{cp_i} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}$ .

# Среднее время наработки до первого отказа (средняя наработка до отказа)

МО наработки  $T_{cp}$  означает математически ожидаемую наработку до отказа однотипных элементов, т.е. усредненную наработку до первого отказа.

На практике также представляют интерес **условные средние наработки**:

- 1) средняя полезная наработка  $T_{cp} | t \leq t_1$ , определенная при условии, что при достижении наработки  $t_1$  все оставшиеся работоспособными объекты снимаются с эксплуатации;
- 2)  $T_{cp} | t > t_1$  средняя продолжительность предстоящей работы при условии, что объект безотказно работал на интервале  $(0, t_1)$ .

## Наиболее важные ПН восстанавливаемых объектов:

- вероятность восстановления;
- частота восстановления;
- интенсивность восстановления;
- среднее время восстановления;
- параметр потока отказов;
- коэффициент готовности;
- коэффициент оперативной готовности.

**Вероятность восстановления (ВВ)  $S(t)$**  – вероятность того, что отказавшее изделие будет восстановлено в течение заданного времени  $t$ .

ВВ обладает такими свойствами:

$$0 \leq S(t) \leq 1, \quad S(0) = 0, \quad S(\infty) = 1.$$

Статистическая оценка ВВ:

$$\bar{S}(t) = \frac{N_B}{N_{0B}},$$

где  $N_{0B}$  - число изделий, поставленных на восстановление;  $N_B$  - число изделий, время восстановления которых было меньше заданного времени  $t$ .

**Частота восстановления (ЧВ)** — ПЛОТНОСТЬ  
распределения времени восстановления.

$$a_B(t) = \frac{dS(t)}{dt}.$$

Статистическая оценка частоты восстановления

$$\bar{a}_B(t) = \frac{n_B(\Delta t)}{N_{0B} \cdot \Delta t},$$

где  $n_B(\Delta t)$  - число восстановленных изделий на интервале  $\Delta t$ .

**Интенсивность восстановления (ИВ)** - условная плотность распределения времени восстановления для момента времени  $t$  при условии, что до этого момента восстановления изделия не произошло:

$$\mu(t) = \frac{a_B(t)}{1 - S(t)}.$$

Статистическая оценка интенсивности восстановления:

$$\bar{\mu}(t) = \frac{n_B(\Delta t)}{N_{B\text{ ср}} \cdot \Delta t},$$

где  $N_{B\text{ ср}}$  - среднее число изделий, которые были восстановлены в интервале  $\Delta t$ .

Между ИВ и ВВ существует следующая зависимость

$$S(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(t) dt}.$$

Табл.1.2. Связь между показателями надежности восстанавливаемых объектов

	$S(t)$	$a_B(t)$	$\mu(t)$
$S(t)$	1	$\int_0^t a_B(t) dt$	$1 - e^{-\int_0^t \mu(t) dt}$
$a_B(t)$	$\frac{dS(t)}{dt}$	1	$\mu(t) \cdot e^{-\int_0^t \mu(t) dt}$
$\mu(t)$	$\frac{dS(t)}{dt} \cdot \frac{1}{1-S(t)}$	$\frac{a_B(t)}{1 - \int_0^t a_B(t) dt}$	1

**Среднее время восстановления** представляет собой математическое ожидание времени восстановления

$$T_B = \int_0^{\infty} t a_B(t) dt.$$

$$T_B = t - \int_0^{\infty} S(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - S(t)] dt.$$

Статистическая оценка интенсивности восстановления:

$$\bar{T}_B = \frac{1}{N_{0B}} \sum_{i=1}^{N_{0B}} t_{iB},$$

где  $t_{iB}$  - длительность восстановления  $i$  - го изделия.

**Параметр потока отказов  $\omega(t)$**  или средняя частота отказов представляет собой математическое ожидание числа отказов за единицу времени.

Статистическая оценка

$$\bar{\omega}(t) = \frac{n_1(\Delta t)}{N_0 \cdot \Delta t} ,$$

где  $n_1(\Delta t)$  - число изделий, отказавших в интервале времени  $\Delta t$  при условии, что отказавшее изделие немедленно заменяется исправным;  $N_0$  - общее число изделий на момент  $t = 0$ .

Итак, параметр потока отказов  $\omega(t)$  и частота отказов  $a(t)$  связаны интегральным уравнением Вольтерра II рода:

$$\omega(t) = a(t) + \int_0^{\infty} \omega(\tau) a(t - \tau) d\tau .$$

Поскольку по  $a(t)$  можно получить практически все показатели надежности систем, последнее уравнение называют основным уравнением, связывающим показатели надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых систем.

**Коэффициентом готовности** называется отношение времени исправной работы к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один календарный срок.

Статистическая оценка коэффициента готовности:

$$\bar{K}_r = \frac{t_p}{t_p + t_{\text{п}}},$$

где  $t_p = \sum_{i=1}^n t_{pi}$ ;  $t_{\text{п}} = \sum_{i=1}^n t_{\text{п}i}$ ;  $t_{pi}$  - время работы изделия между  $i-1$ -м и  $i$ -м отказом;  $t_{\text{п}i}$  - время вынужденного простоя после  $i$ -го отказа;  $n$  - число отказов (ремонтов) изделия.

Для перехода к вероятностной трактовке величины  $t_p$  и  $t_{\text{п}}$  заменяются математическими ожиданиями времени между соседними отказами и времени восстановления соответственно:

$$K_r(t) = \frac{t_{cp}}{t_{cp} + t_B}.$$

**Коэффициентом вынужденного простоя** называется отношение времени вынужденного простоя к сумме времени исправной работы и вынужденного простоя изделия:

$$\bar{K}_n = \frac{t_n}{t_p + t_n}.$$

В вероятностной форме по аналогии с  $K_r(t)$ :

$$K_n(t) = \frac{t_B}{t_{cp} + t_B}.$$

$$K_n(t) = 1 - K_r(t).$$

**Коэффициент оперативной готовности** – вероятность того, что изделие будет работоспособно в произвольный момент времени  $t$  и безотказно проработает заданное время  $\tau$ :

$$R(t, \tau) = K_r(t)P(\tau).$$

Статистическая оценка коэффициента оперативной готовности

$$\bar{R}(t, \tau) = \frac{N_i(\tau)}{N_0},$$

где  $N_i(\tau)$  - число изделий, исправных в момент  $t$  и безотказно проработавших в течение времени  $\tau$ .