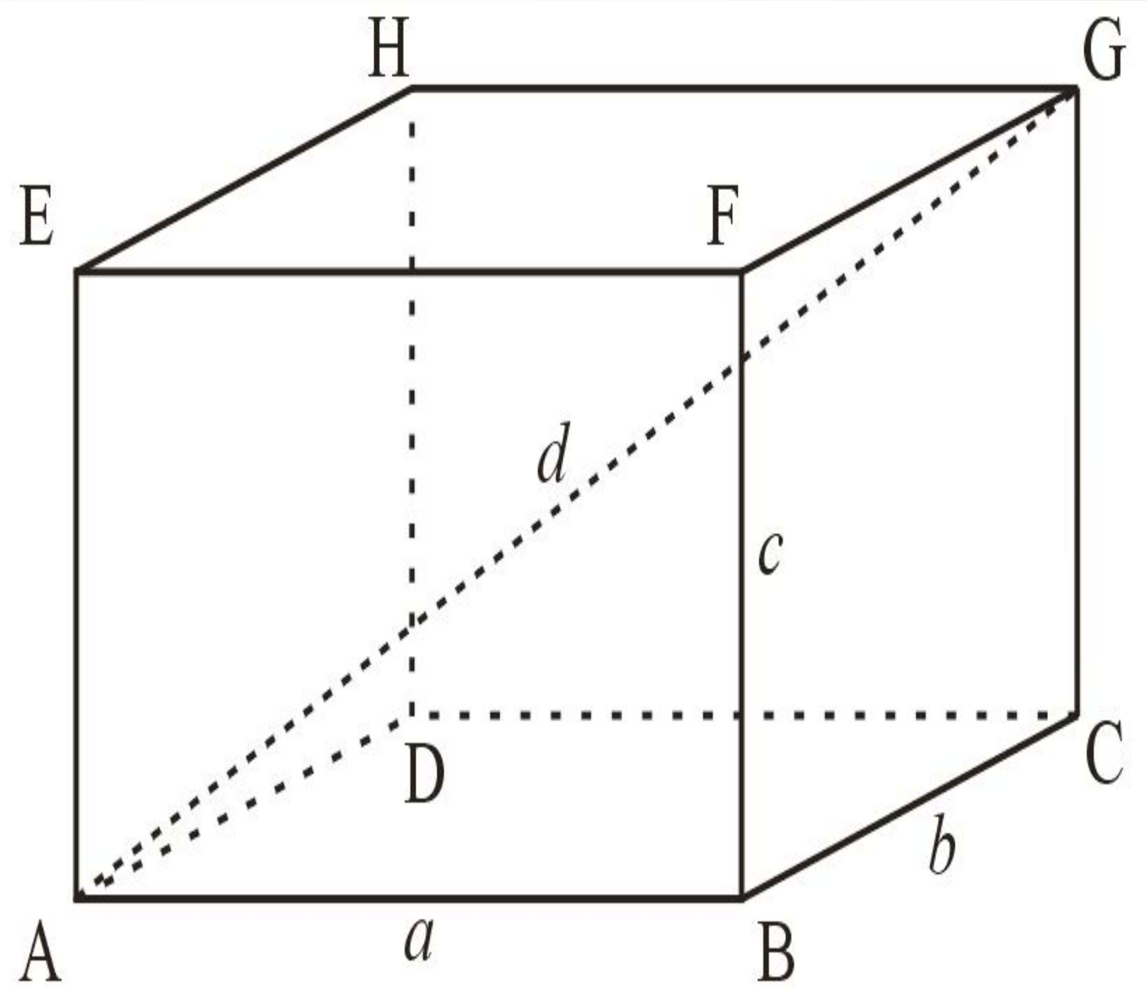
Прямоугольный параллелепипед

Определение прямоугольного параллелепипеда

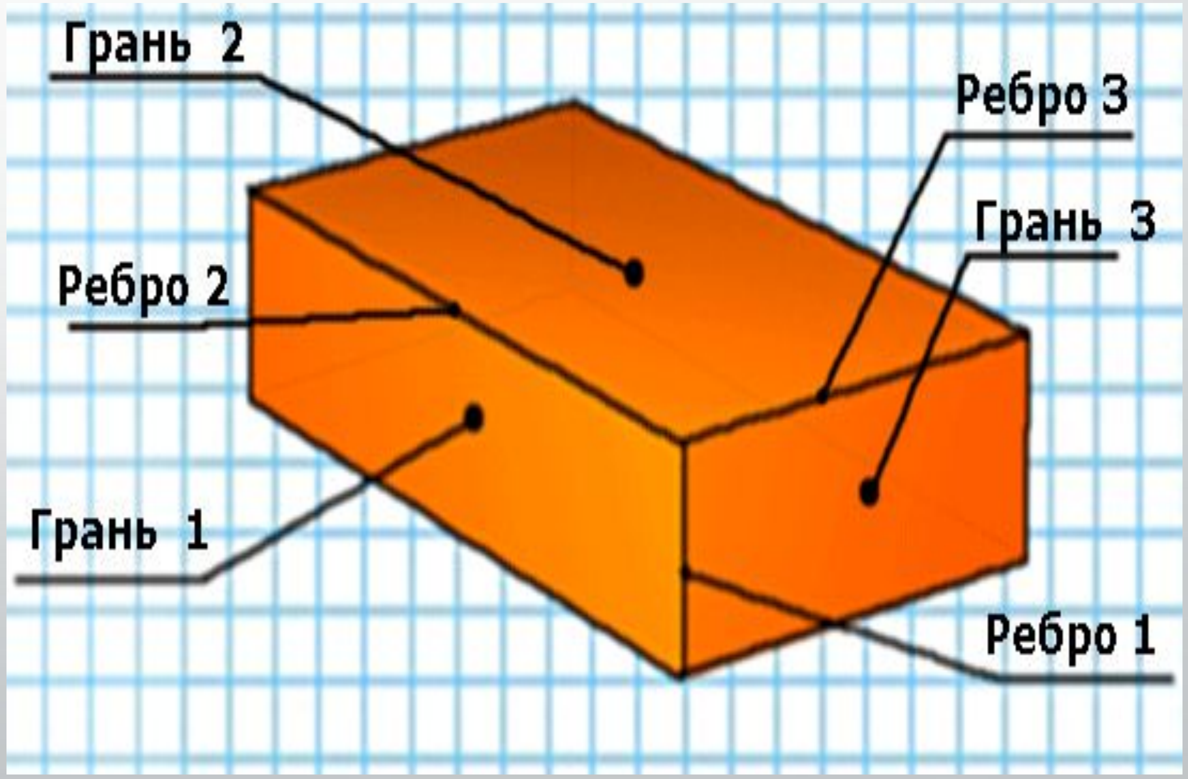
- **Прямоугольный параллелепипед** – параллелепипед, у которого боковые рёбра перпендикулярны основаниям, а основания прямоугольниками.



- *На рисунке изображен прямоугольный параллелепипед. В жизни мы сталкиваемся с такой формой в виде коробка спичек, коробки из-под обуви, кирпича и т.д.*
  Прямоугольники, составляющие поверхность параллелепипеда, называются гранями. У параллелепипеда их 6, причем грани расположенные напротив друг друга равны. У параллелепипеда есть 12 ребер, они также являются сторонами граней. Точки схождения ребер называются вершинами параллелепипеда. Площадь грани 1 изображенной на рисунке равна произведению первого и второго ребра.
  Площадь всей поверхности параллелепипеда равна сумме площадей граней 1, 2 и 3 умноженной на 2.

Прямоугольный параллелепипед определяется тремя измерениями. Высота (обозначим буквой h) равна длине ребра № 1. Длина (обозначим буквой m) равна длине ребра № 2.Ширина (обозначим буквой n) равна длине ребра № 3. Если площадь всей поверхности параллелепипеда обозначить буквой S, то формула ее нахождения будет выглядеть так:

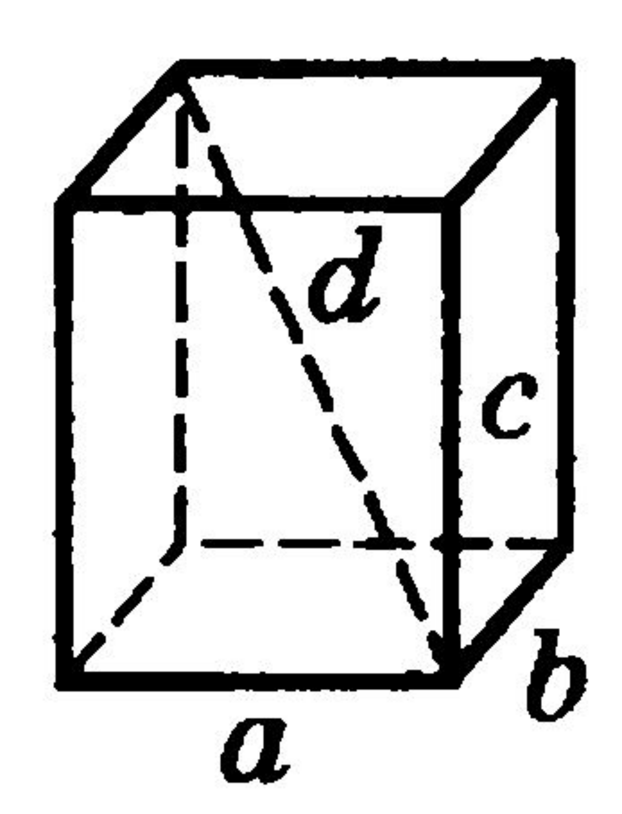
$$S = (h \cdot m + h \cdot n + n \cdot m) \cdot 2$$



Свойства прямоугольного параллелепипеда:

- **В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.**
- **Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда - прямые.**
- **Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.**

Объем (V) прямого параллелепипеда равен произведению площади основания (S) на высоту (h): $V=Sh$.
Для прямоугольного параллелепипеда, кроме того, имеет место формула $V=abc$ **, где a,b,c — ребра.**



- **Диагональ (d) прямоугольного параллелепипеда связана с его ребрами соотношением**

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Теорема

Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трёх его измерений (длин трёх рёбер, имеющих общую вершину)

Доказательство

Обратимся к рисунку 64, на котором изображен параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, и докажем, что

$$AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2.$$

Так как ребро CC_1 перпендикулярно к основанию $ABCD$, то угол ACC_1 прямой. Из прямоугольного треугольника ACC_1 по теореме Пифагора получаем

$$AC_1^2 = AC^2 + CC_1^2.$$

Но AC — диагональ прямоугольника $ABCD$, поэтому $AC^2 = AB^2 + AD^2$. Кроме того, $CC_1 = AA_1$. Следовательно, $AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$. Теорема доказана.

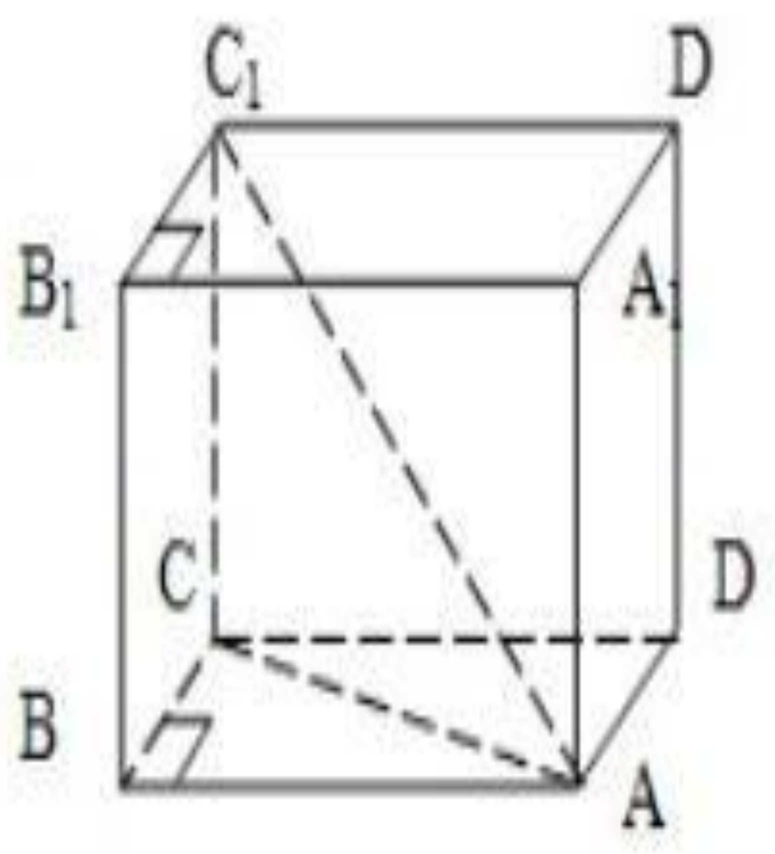
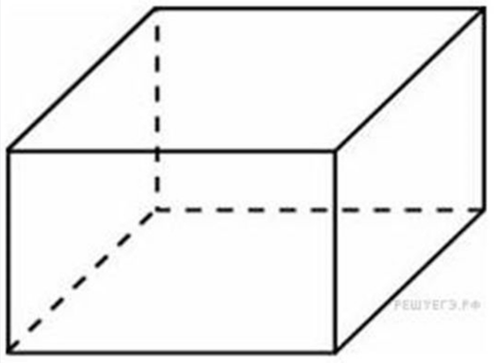


Рисунок 2

Некоторые задач по теме с решением:

В 12 № 27054. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.



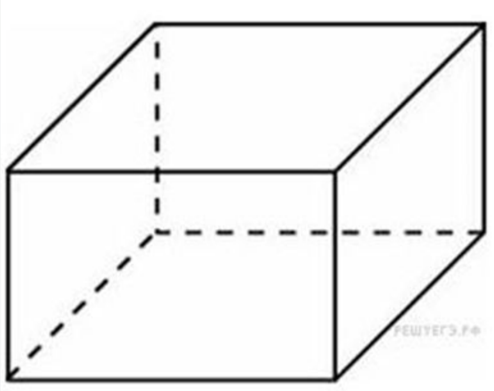
Решение.

Обозначим известные ребра за a_1 и a_2, а неизвестное за a_3. Площадь поверхности параллелепипеда выражается как $S = 2(a_1a_2 + a_1a_3 + a_2a_3)$. Выразим a_3: $a_3(a_1 + a_2) = \frac{S}{2} - a_1a_2$, откуда неизвестное ребро

$$a_3 = \frac{S/2 - a_1a_2}{a_1 + a_2} = \frac{47 - 12}{7} = 5.$$

Ответ: 5.

В 12 № 27077. Объем прямоугольного параллелепипеда равен 24. Одно из его ребер равно 3. Найдите площадь грани параллелепипеда, перпендикулярной этому ребру.



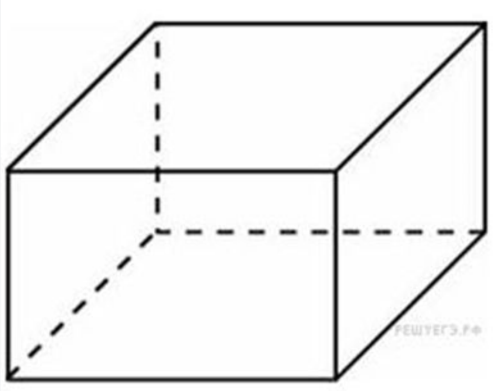
Решение.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = Sh$, где S – площадь грани, а h – высота перпендикулярного к ней ребра. Тогда площадь грани

$$S = \frac{V}{h} = \frac{24}{3} = 8.$$

Ответ: 8.

В 12 № 27076. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 4. Найдите объем параллелепипеда.



Решение.

Объем прямоугольного параллелепипеда равен $V = Sh$, где S – площадь грани, а h — высота перпендикулярного к ней ребра. Имеем

$$V = Sh = 12 \cdot 4 = 48.$$

Ответ: 48.