



# Преобразование графиков тригонометрических функций

# Содержание



## ■ Теория

- Как построить график функции  $y = f(x) + b$
- Как построить график функции  $y = f(x + a)$
- Как построить график функции  $y = mf(x)$
- Как построить график функции  $y = f(kx)$

## ■ Практика

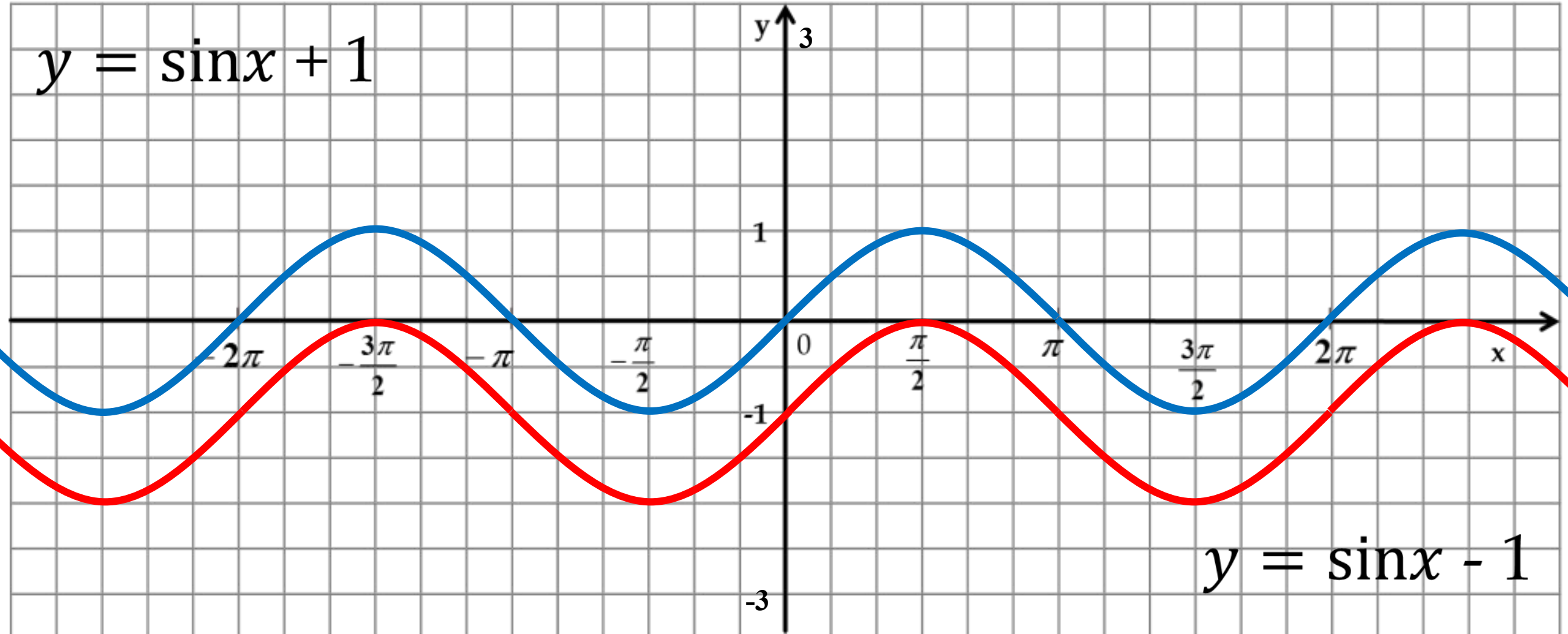
- Соотнесение графиков функций с их формулами
- Построение графиков функций
- Составление аналитической записи функции по её графику
- Самостоятельная работа

$$y = f(x) + b$$

Параллельный перенос вдоль оси ординат



$$y = \sin x + 1$$



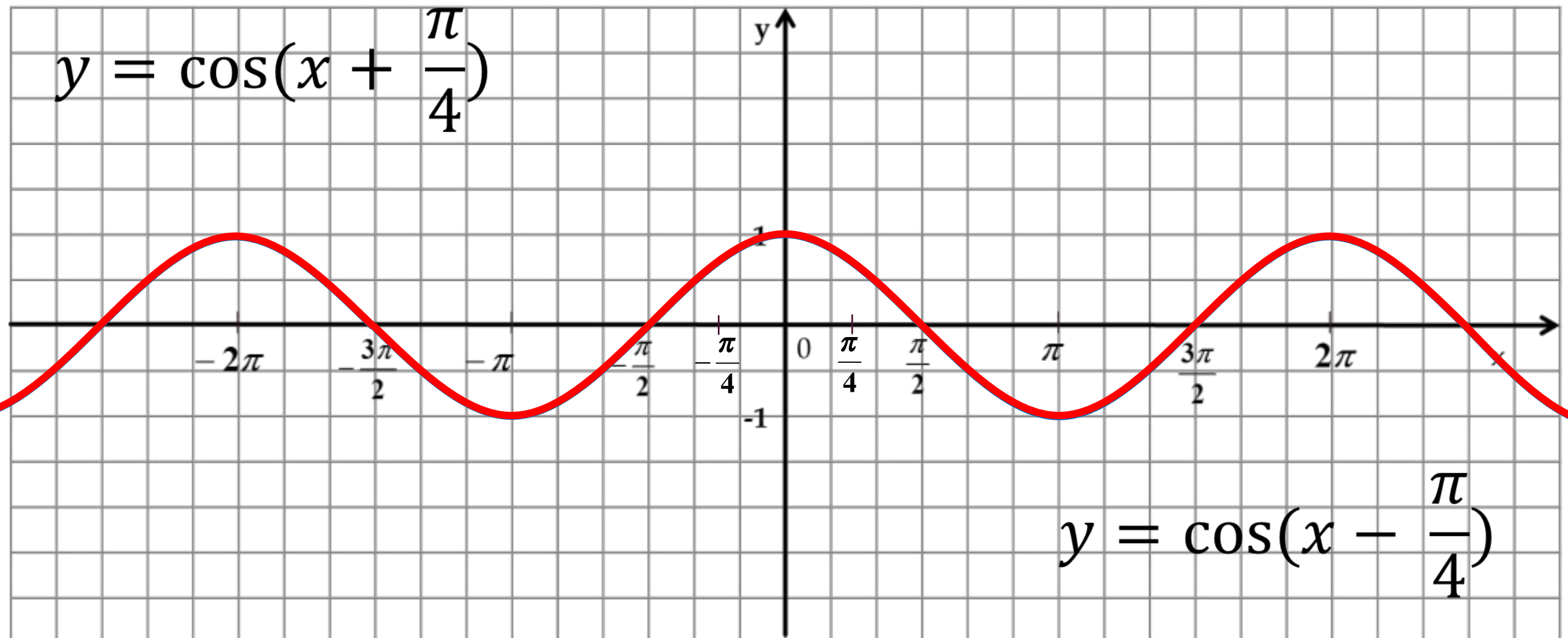
$$y = \sin x - 1$$

$$y = f(x + a)$$

Параллельный перенос вдоль оси ординат



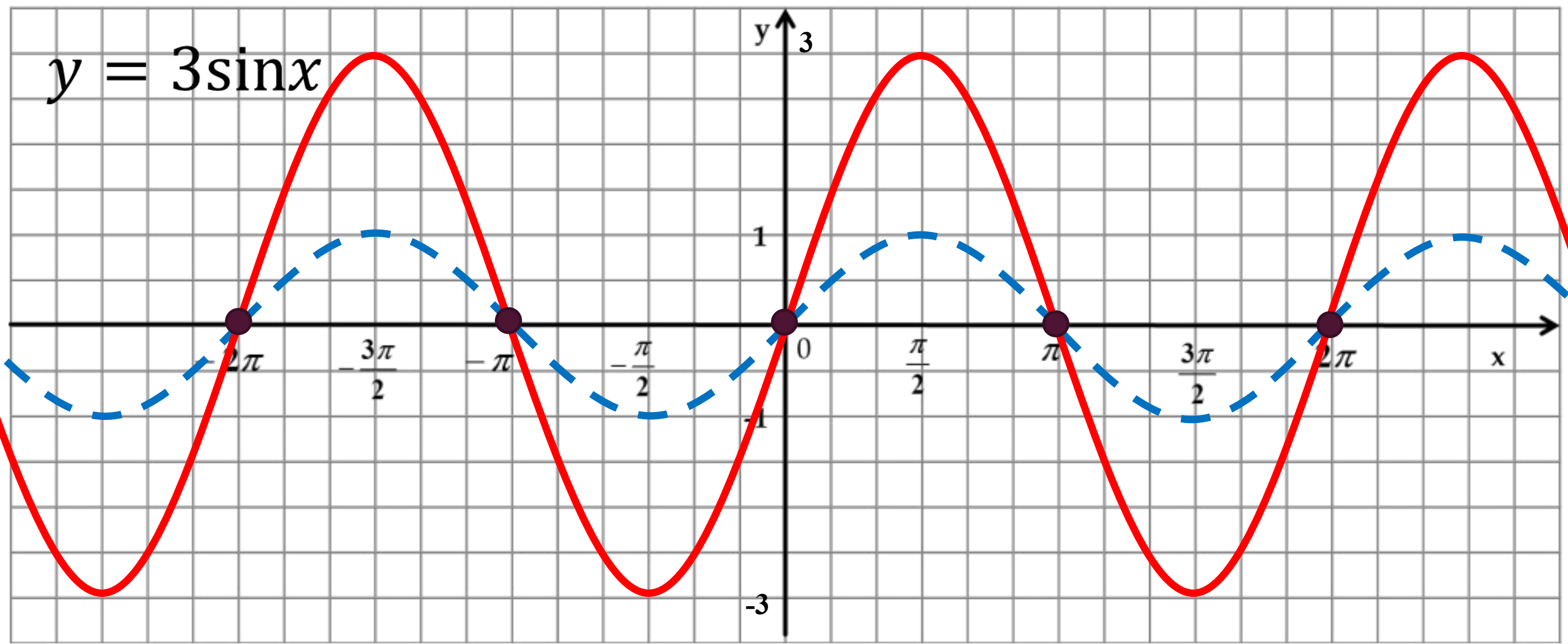
$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$



$$y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = mf(x), \text{ где } m > 1$$

Растяжение от оси  $x$  с коэффициентом  $m$

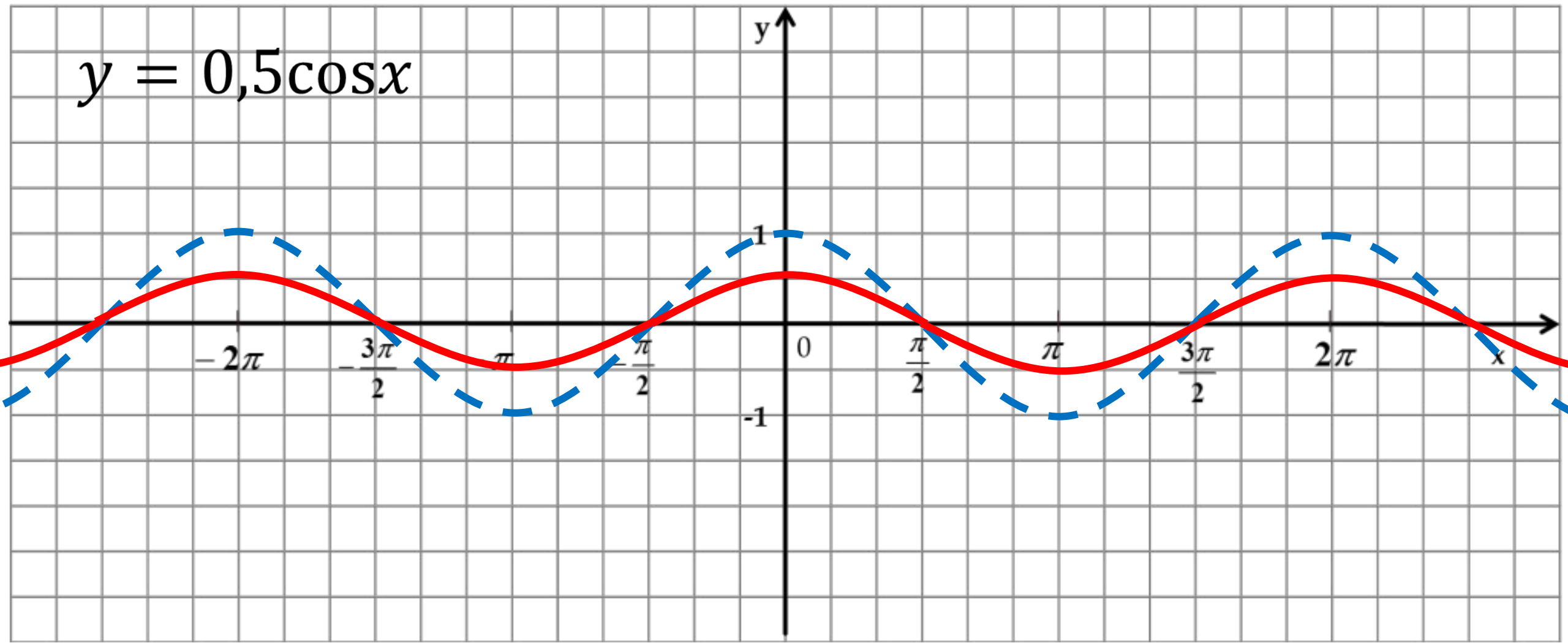


$y = mf(x)$ , где  $0 < m < 1$

Сжатие к оси  $x$  с коэффициентом  $\frac{1}{m}$



$$y = 0,5\cos x$$

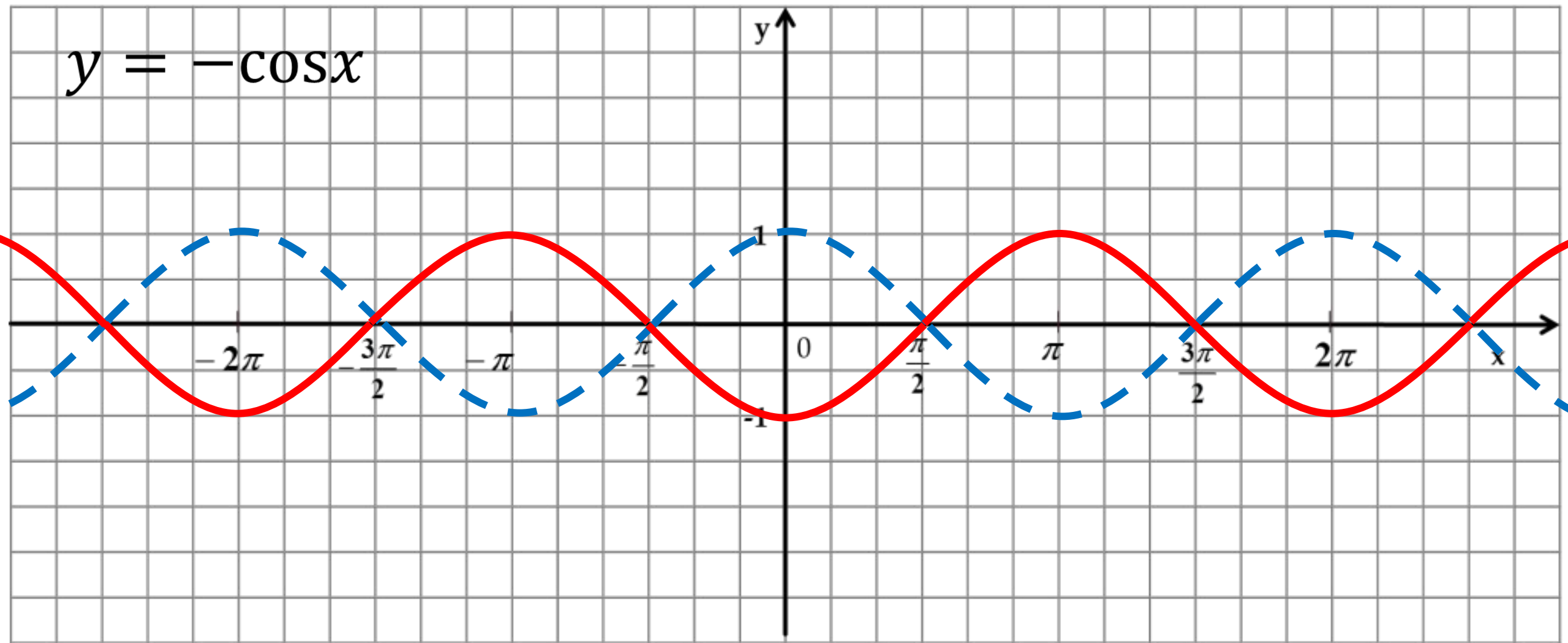


$$y = mf(x), \text{ где } m=-1$$

Преобразование симметрии относительно оси  $x$



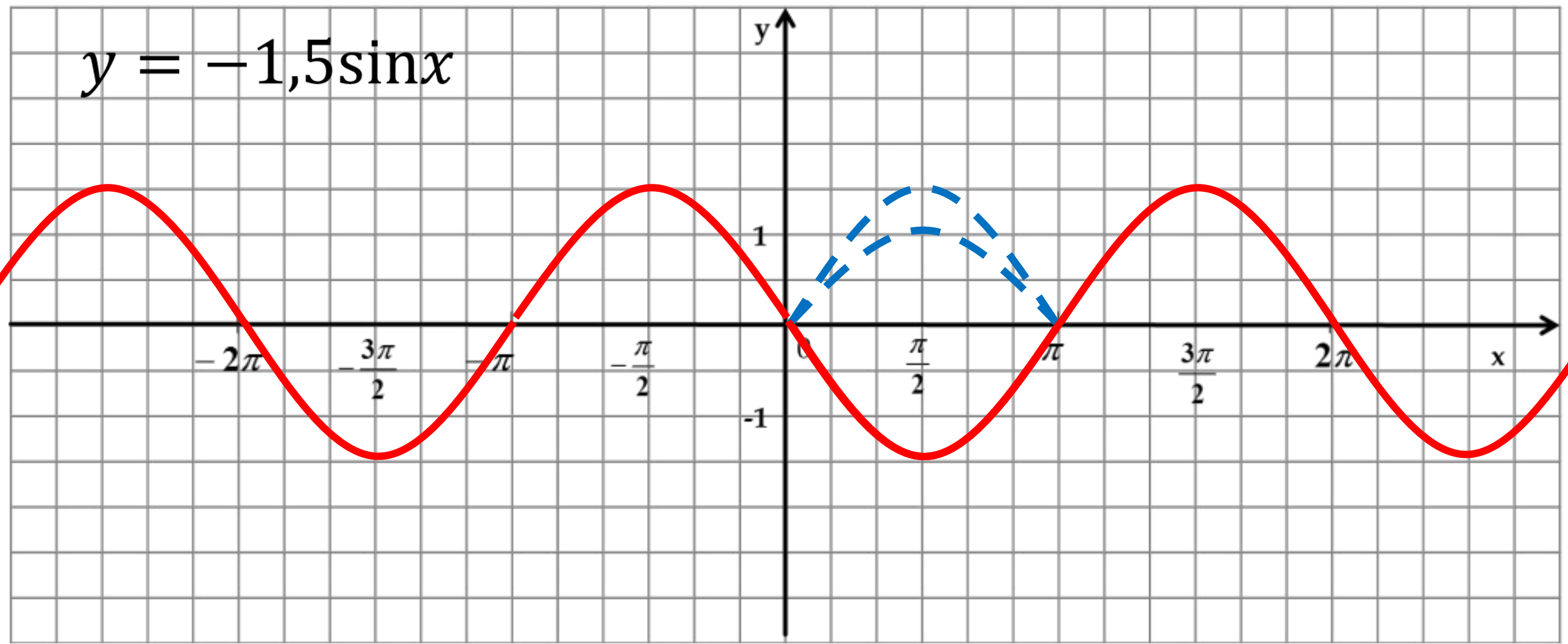
$$y = -\cos x$$



$$y = mf(x), \text{ где } m < 0$$



$$y = -1,5\sin x$$



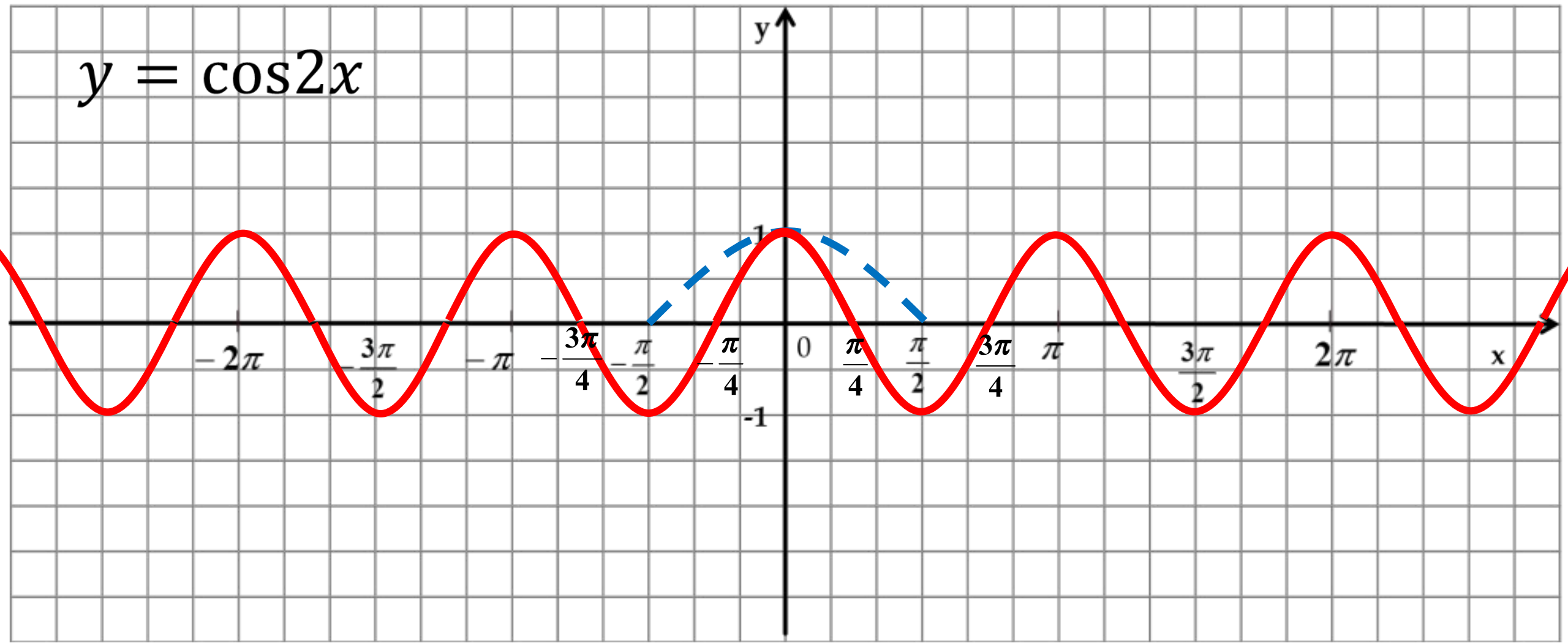


$$y = f(kx), \text{ где } k > 1$$

Сжатие к оси  $y$  с коэффициентом  $k$



$$y = \cos 2x$$

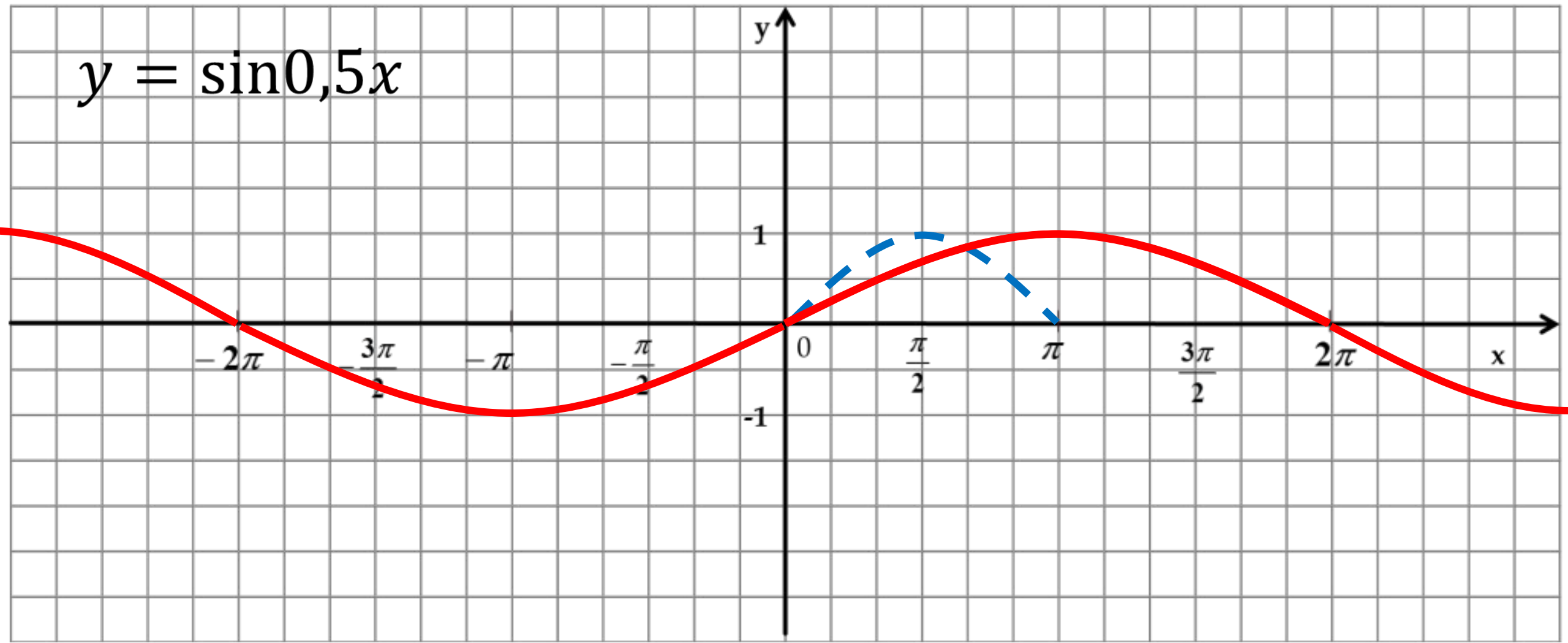


$y = f(kx)$ , где  $0 < k < 1$

Растяжение от оси  $y$  с коэффициентом  $\frac{1}{k}$



$$y = \sin 0,5x$$

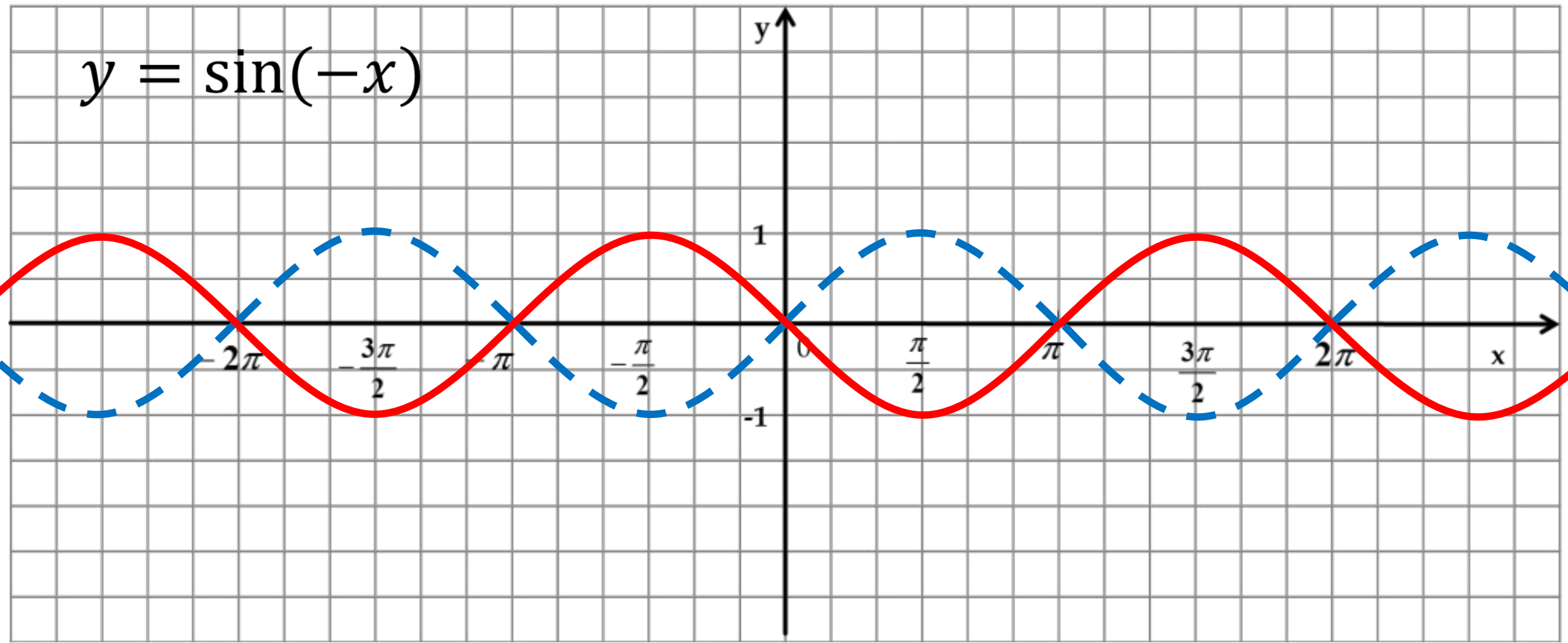


$$y = f(kx), \text{ где } k=-1$$

Преобразование симметрии относительно оси  $y$



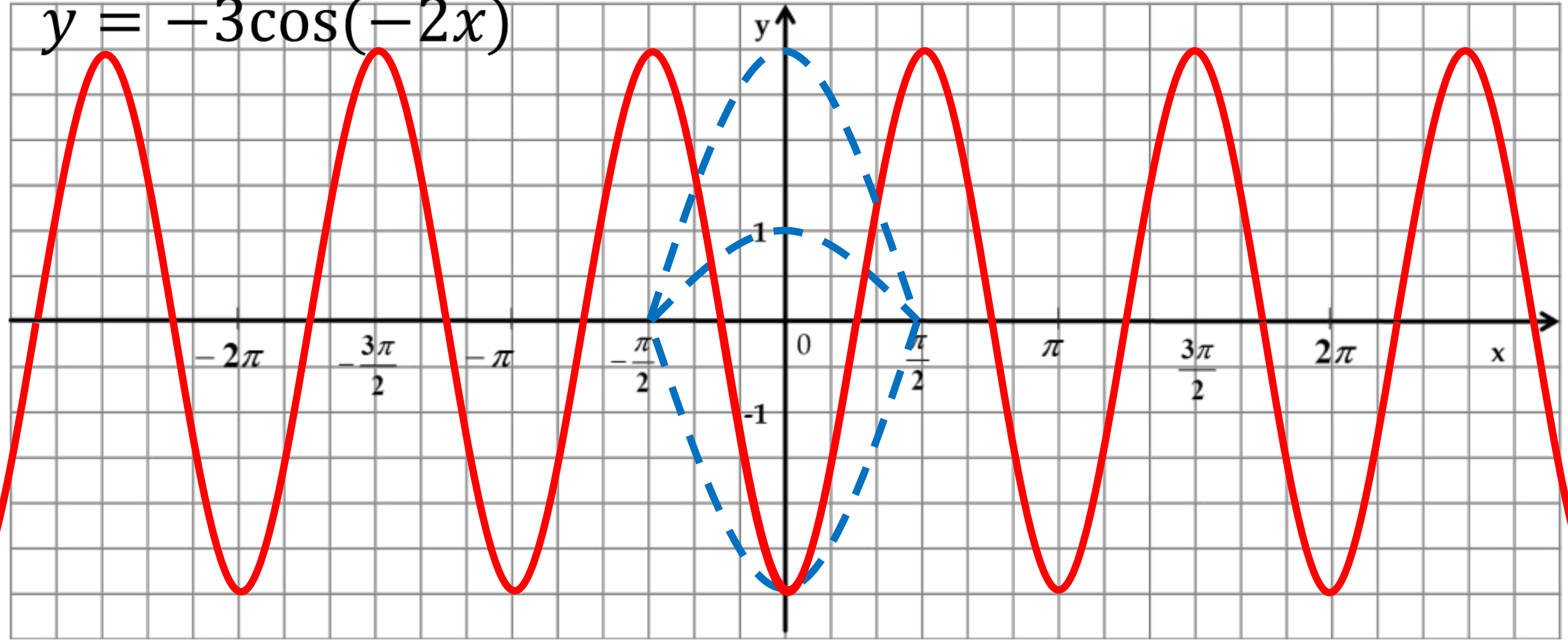
$$y = \sin(-x)$$



$$y = f(kx), \text{ где } k < 0$$



$$y = -3\cos(-2x)$$



$$y = \sin 2x$$

$$y = \sin 0,5x$$

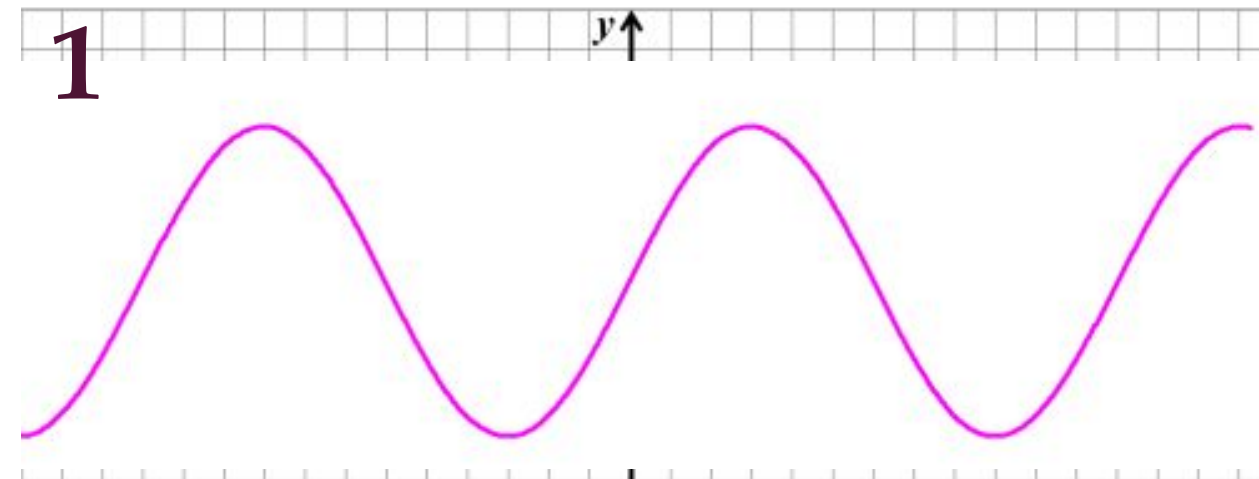
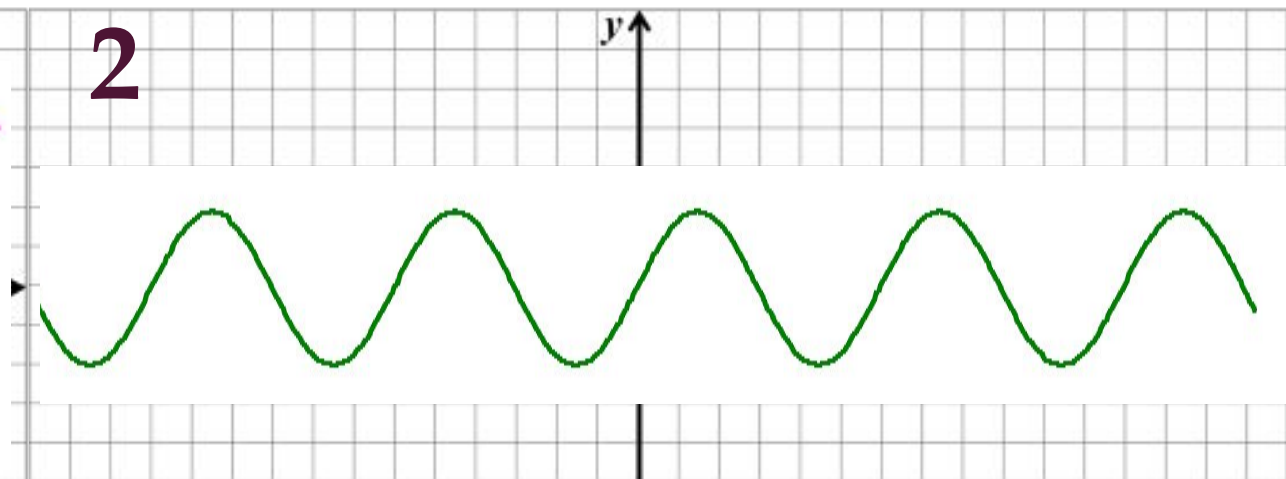
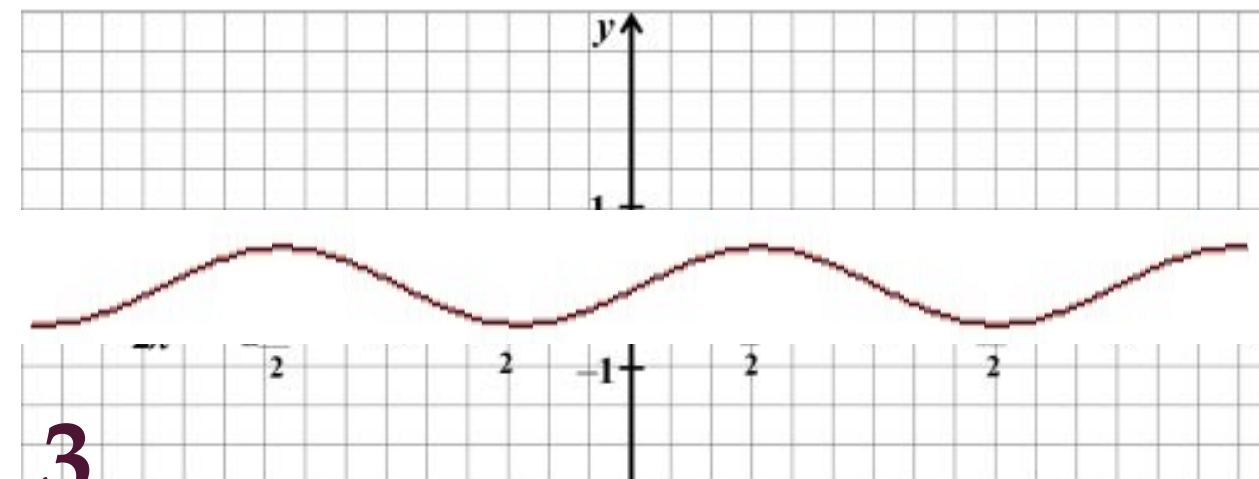
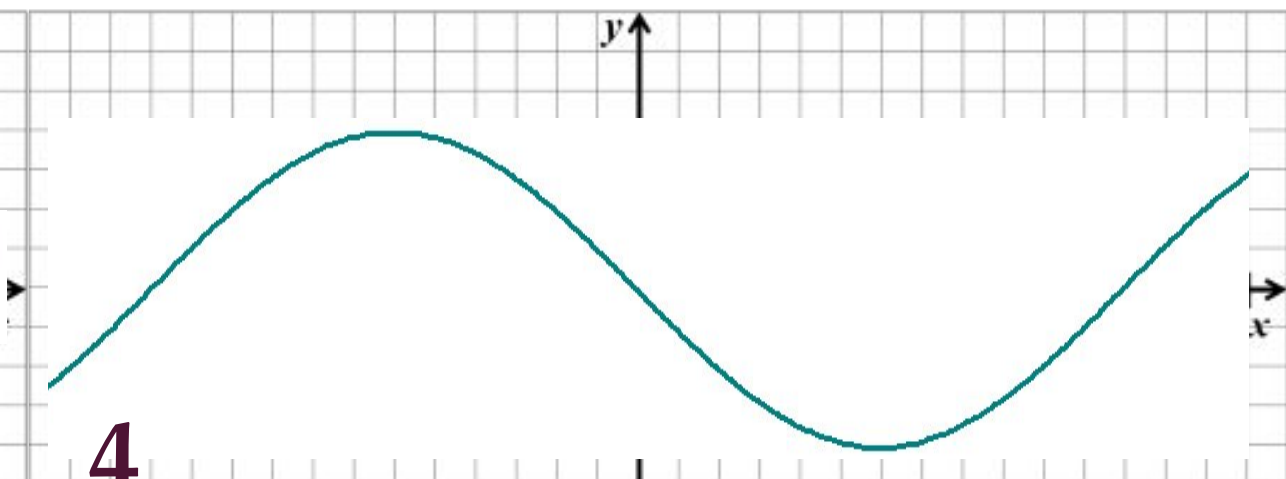
$$y = 0,5 \sin x$$

$$y = 2 \sin x$$

$$y = 2 \sin(-0,5x)$$

$$y = -2 \sin 2x$$

$$y = -2 \sin 0,5x$$

**1** $y \uparrow$ **2** $y \uparrow$  $y \uparrow$ **3** $y \uparrow$ **4**

$$y = -\cos 2x$$

$$y = \cos(-2x)$$

$$y = \cos 2x$$

$$y = 2\cos x$$

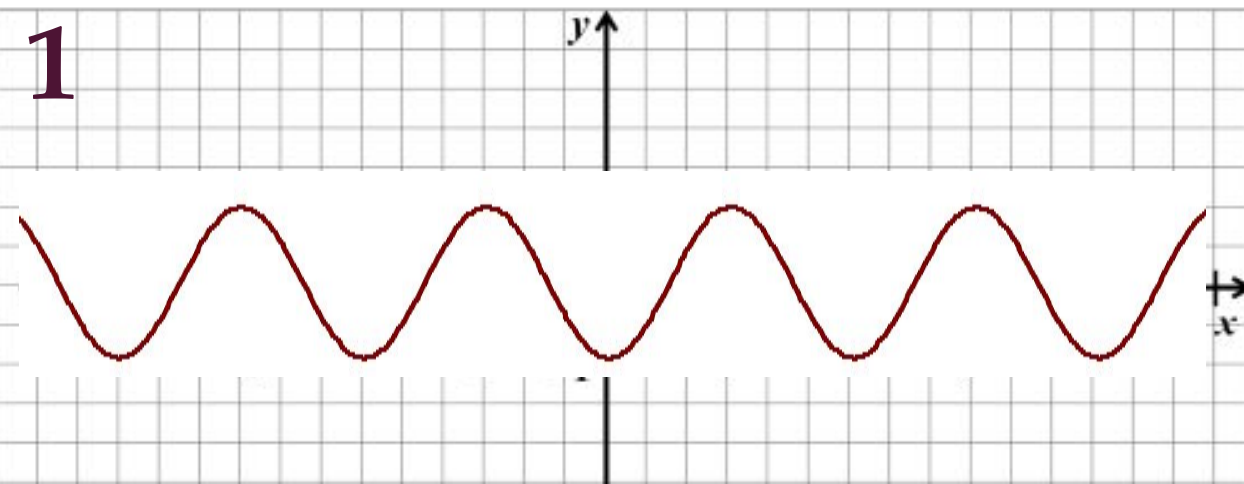
$$y = 1,5\cos \frac{x}{3}$$

$$y = 1,5\cos 3x$$

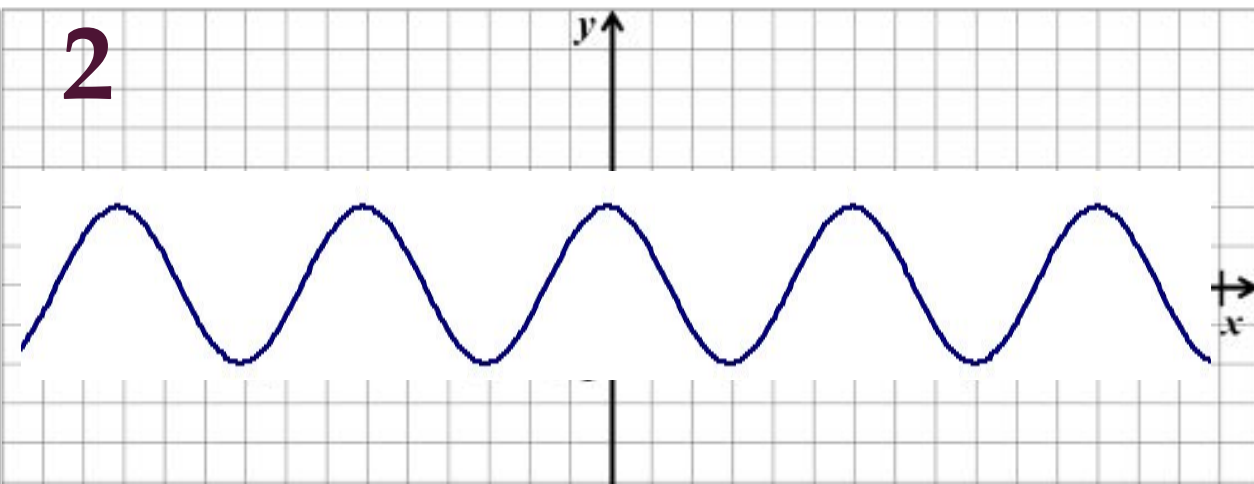
$$y = 1,5\cos x$$



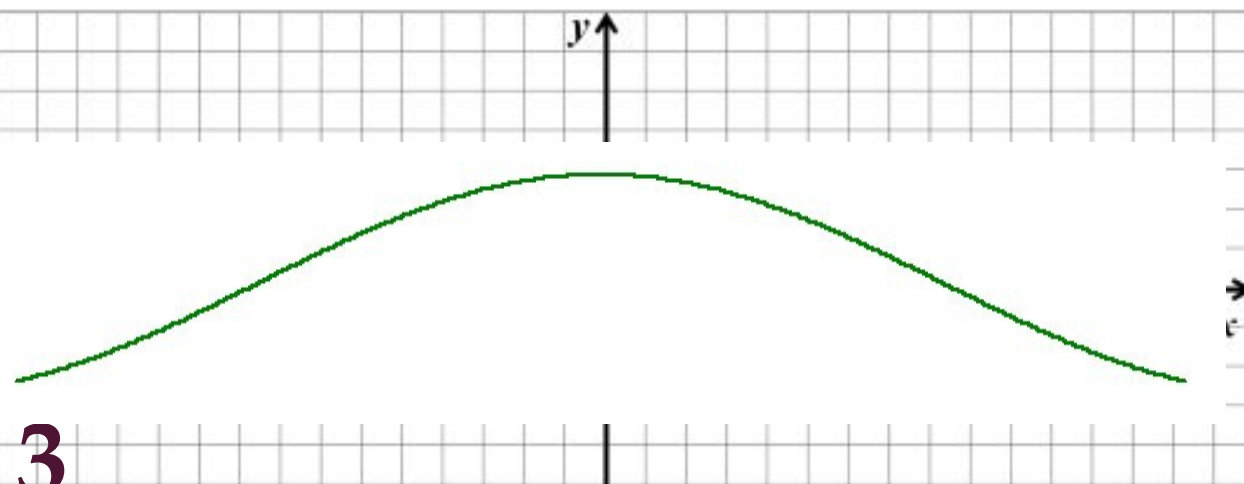
1



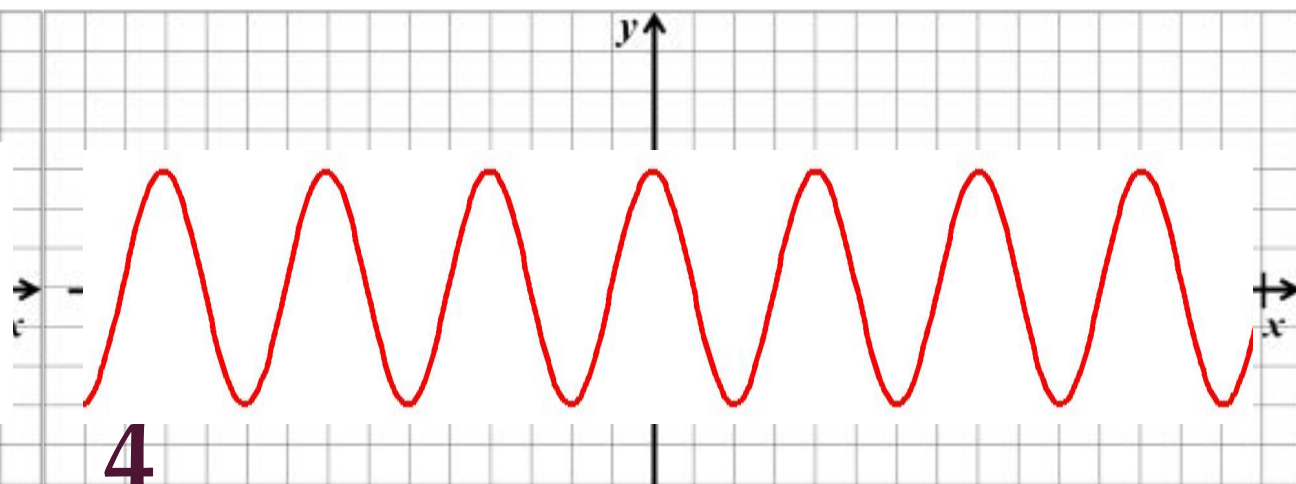
2



3



4



# Построить графики функций



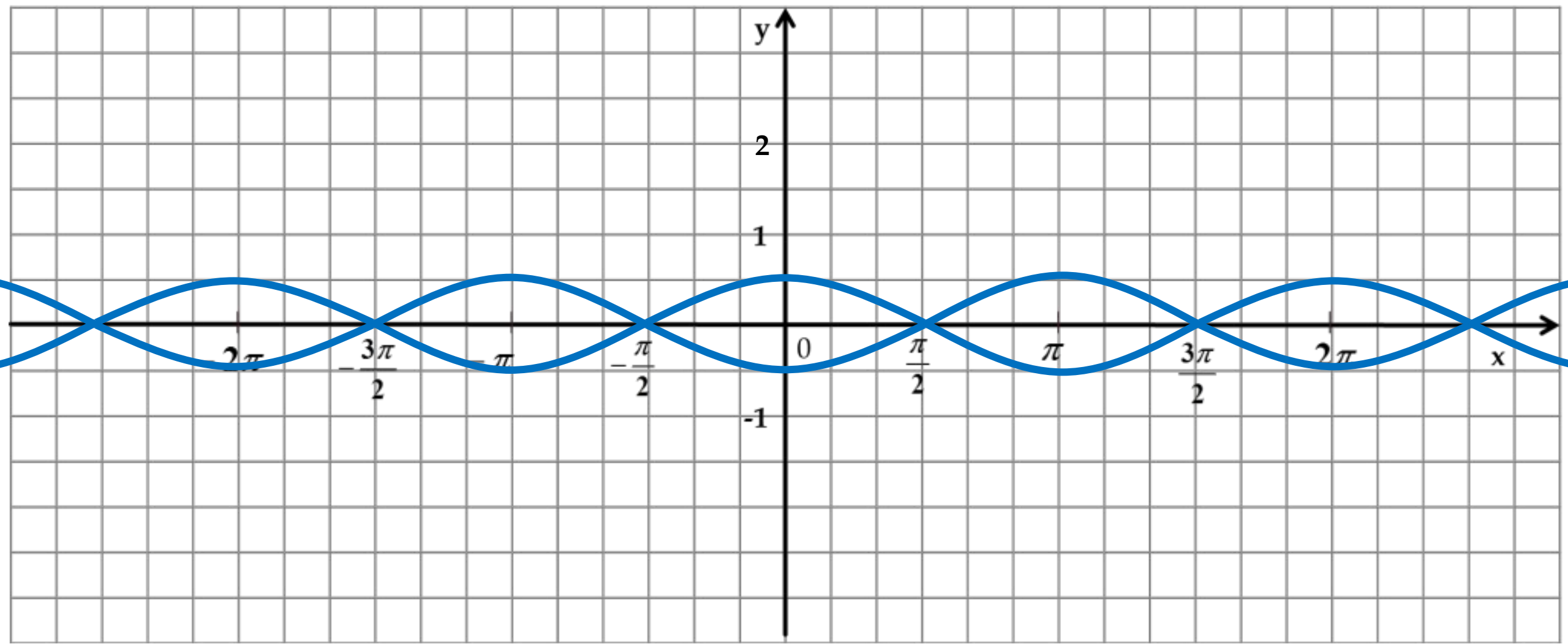
$$y = -\frac{1}{2}\cos x + 2$$

$$y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$y = 1,5\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$$

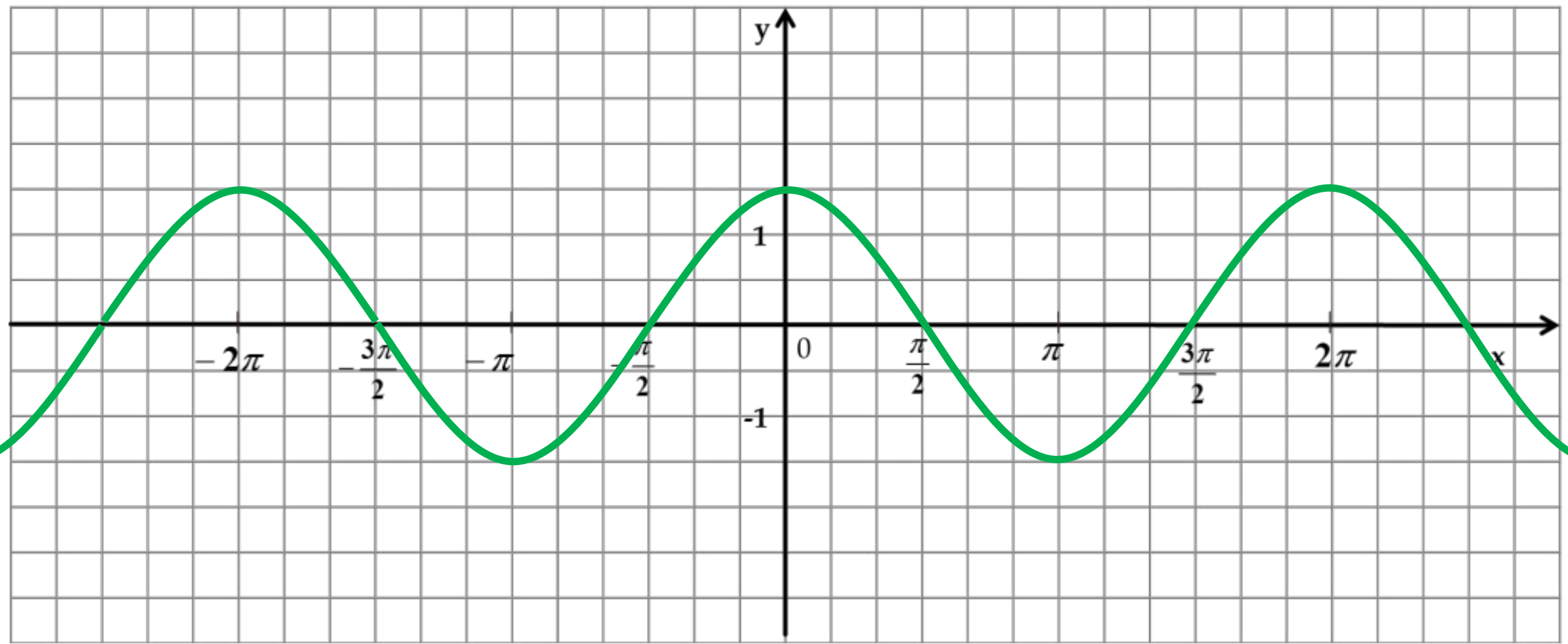
$$y = 2\sin(-3x)$$

$$y = -\frac{1}{2} \cos x + 2$$

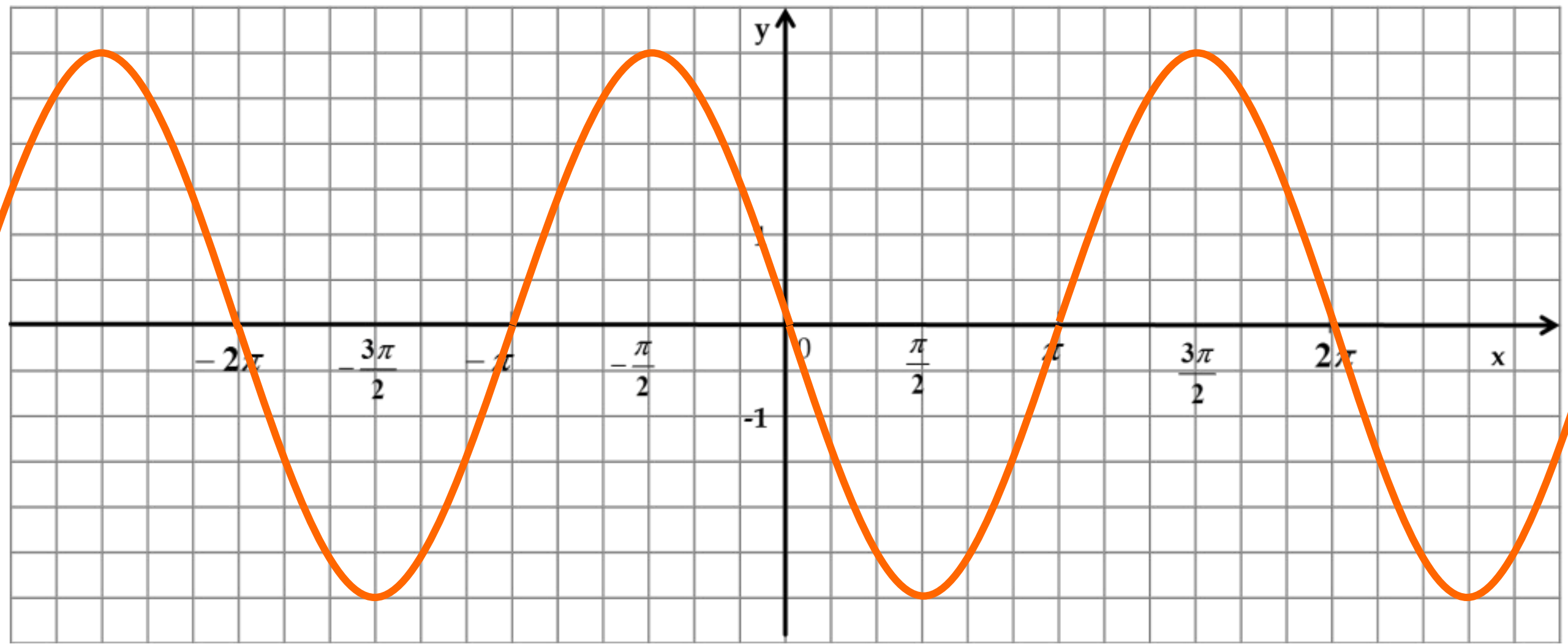




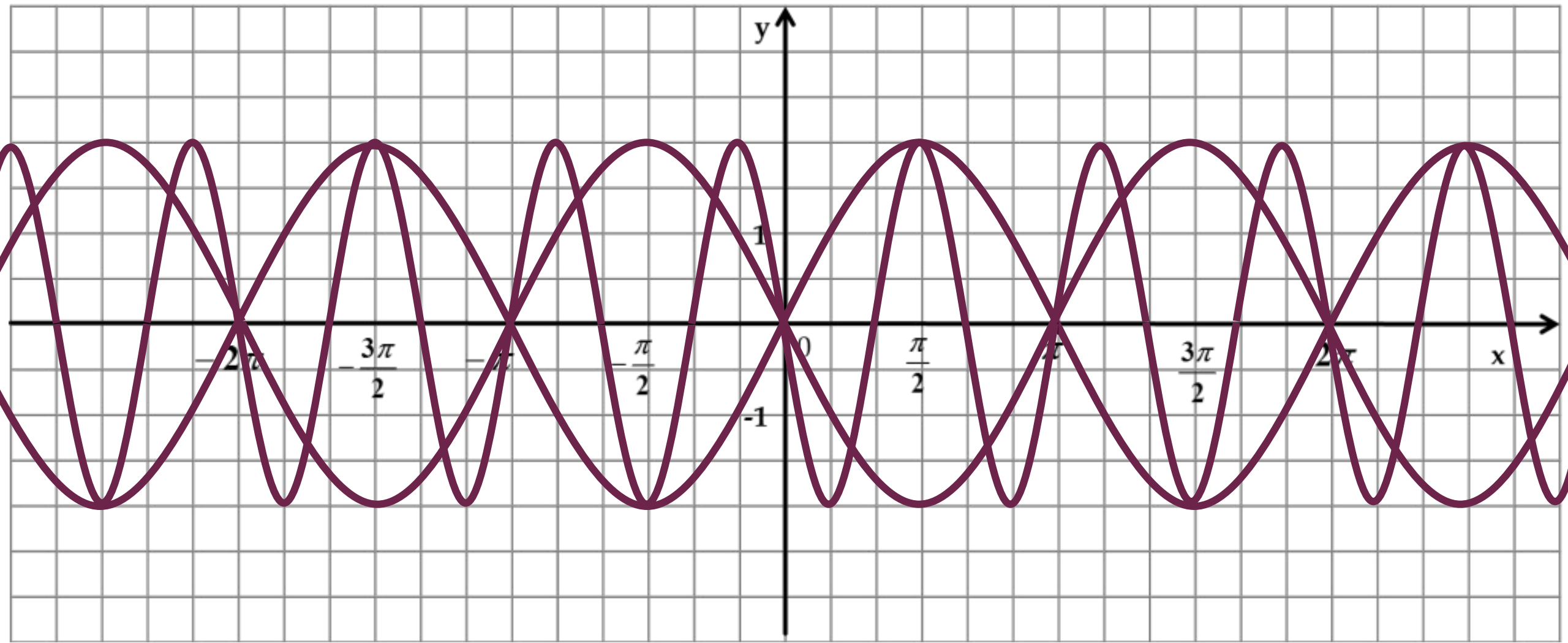
$$y = 1,5\cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$$



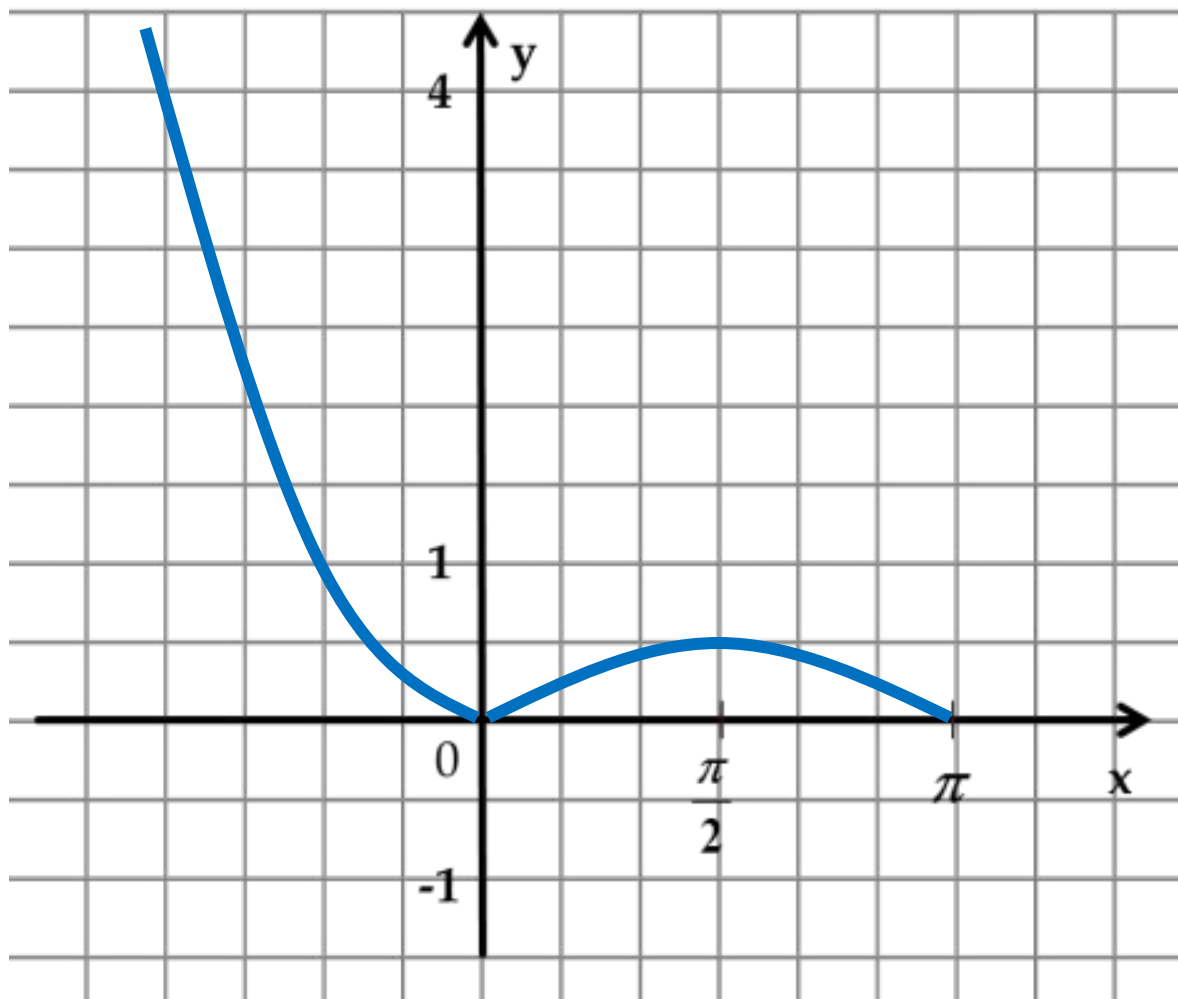
$$y = -3\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$$



$$y = 2\sin(-3x)$$



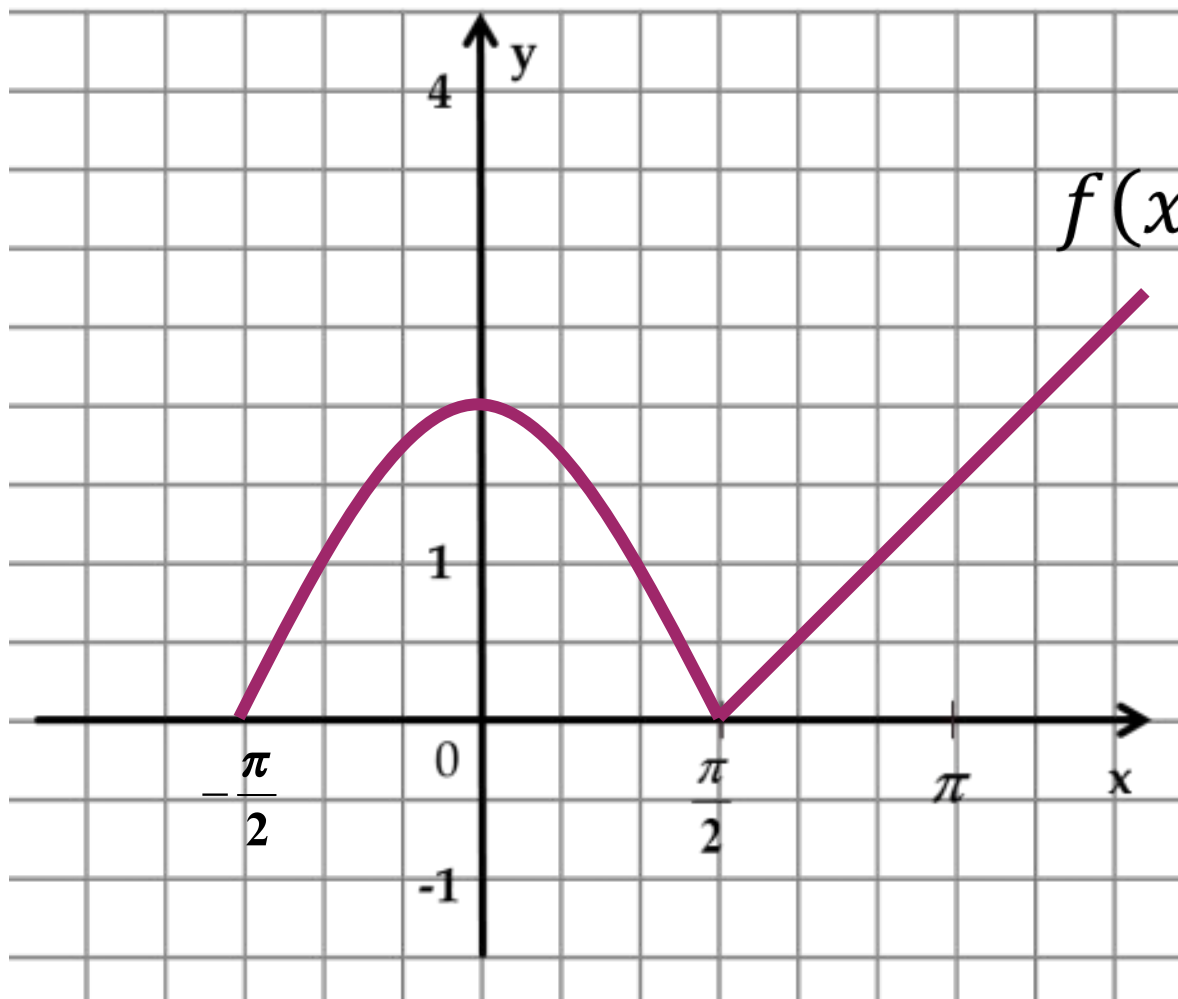
Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0, \\ \frac{1}{2} \sin x, & \text{если } 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

**ОТВЕТ**

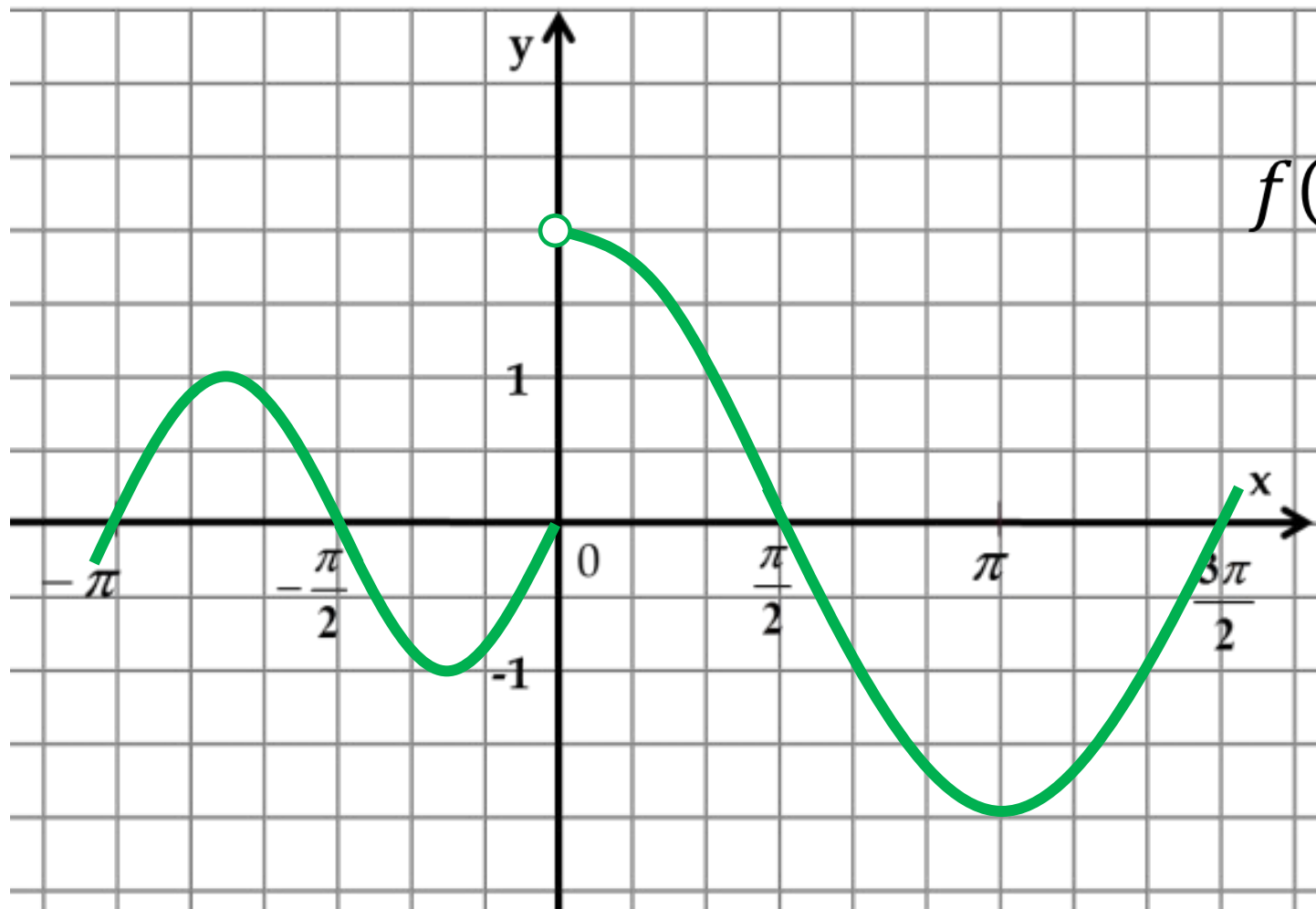
Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} 2 \cos x, & \text{если } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ x - \frac{\pi}{2}, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

**ОТВЕТ**

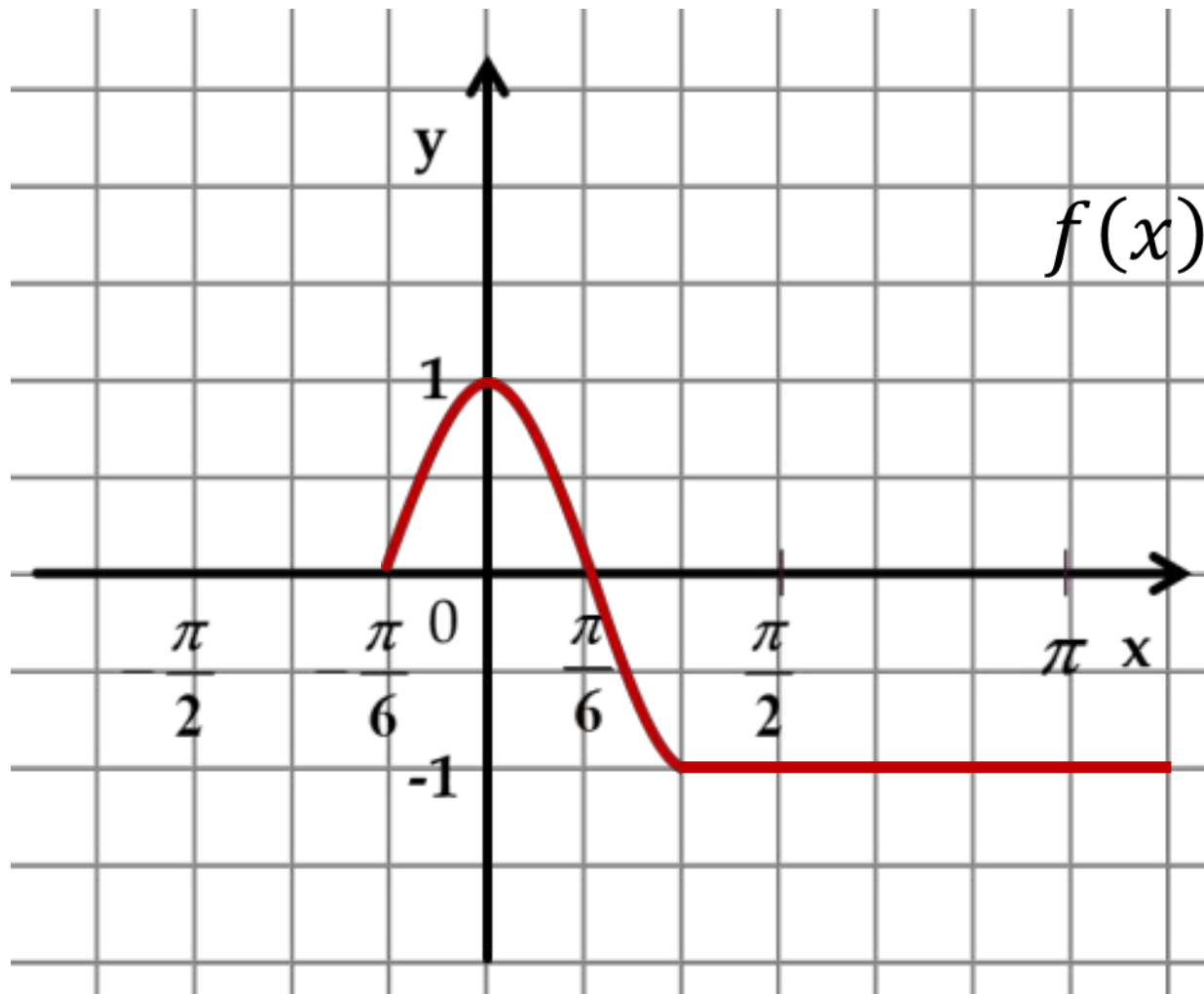
Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} \sin 2x, & \text{если } x \leq 0, \\ 2\cos x, & \text{если } x > 0 \end{cases}$$

**ОТВЕТ**

Составить аналитическую запись функции по её графику



$$f(x) = \begin{cases} \cos 3x, & \text{если } -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}, \\ -1, & \text{если } x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

**ОТВЕТ**

# Самостоятельная работа



## Вариант 1

## Вариант 2

1. Постройте график функции

$$y = -2,5\sin x + 0,5$$

$$y = -0,5\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

По графику найдите:

- а) область значений функции;
- б) промежутки убывания функции.

- а) область значений функции;
- б) промежутки возрастания функции.

2. Решите графически уравнение

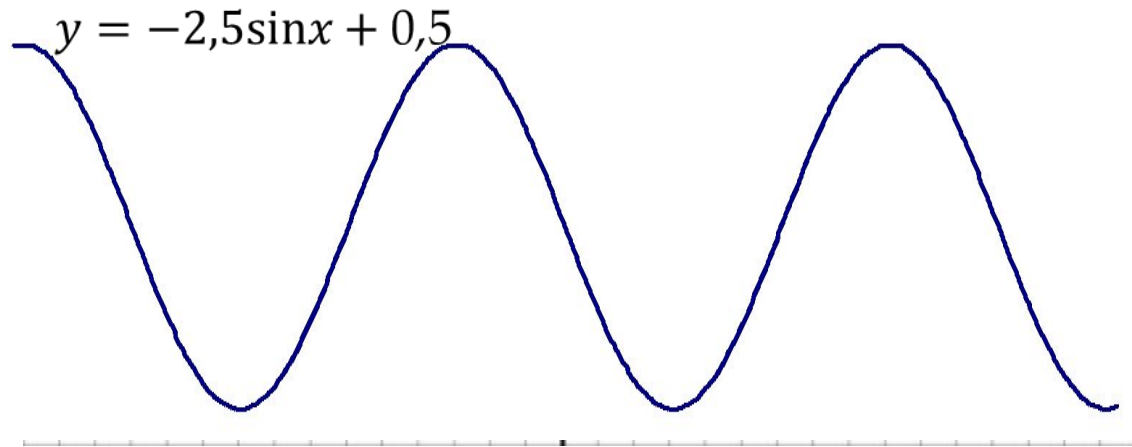
$$\cos \frac{2x}{3} = -1$$

$$\sin \frac{2x}{3} = 1$$



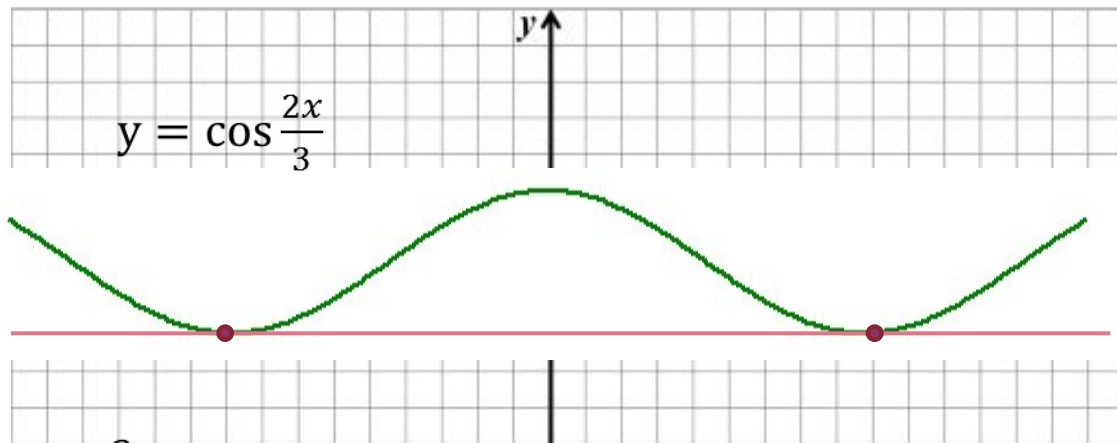
# Решение

1 вариант



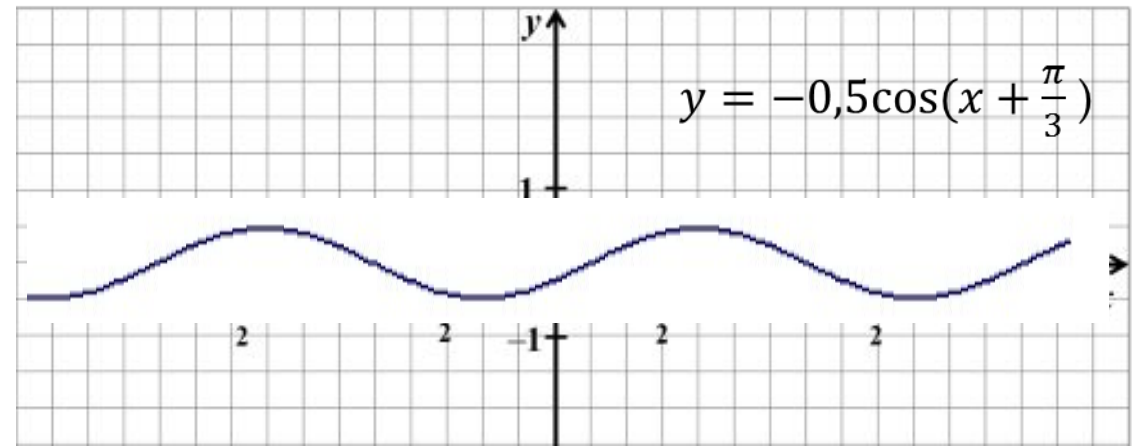
а)  $E(f) = [-2; 3]$ ;

б)  $f(x)$  убывает на  $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi k]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$



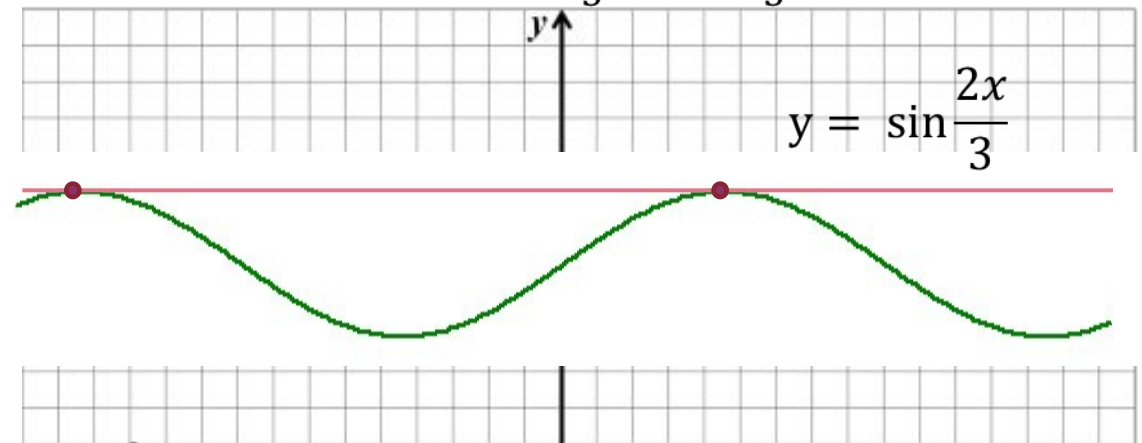
$x = \frac{3\pi}{2} + 3\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

2 вариант



а)  $E(f) = [-0,5; 0,5]$

б)  $f(x)$  возрастает на  $[-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k]$ ,  $k \in \mathbb{Z}$



$x = \frac{3\pi}{4} + 3\pi k$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

## ЛИТЕРАТУРА

- Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). М. : Мнемозина.
- Мордкович А. Г. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень). М. : Мнемозина.
- Александрова Л. А. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Самостоятельные работы для учащихся общеобразовательных учреждений. М. : Мнемозина.